



RUSSIAN TECHNOLOGICAL JOURNAL

**РОССИЙСКИЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
ЖУРНАЛ**

*Информационные системы.
Информатика.
Проблемы информационной безопасности*

*Роботизированные комплексы и системы.
Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля*

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

*Микро- и наноэлектроника.
Физика конденсированного состояния*

Аналитическое приборостроение и технологии

Математическое моделирование

*Экономика наукоемких и высокотехнологичных
предприятий и производств. Управление в организационных системах*

Управление качеством продукции. Стандартизация

Мировоззренческие основы технологии и общества



RUSSIAN TECHNOLOGICAL JOURNAL

РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

- Информационные системы. Информатика. Проблемы информационной безопасности
- Роботизированные комплексы и системы. Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля
- Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы
- Микро- и нанoeлектроника. Физика конденсированного состояния
- Аналитическое приборостроение и технологии
- Математическое моделирование
- Экономика наукоемких и высокотехнологичных предприятий и производств. Управление в организационных системах
- Управление качеством продукции. Стандартизация
- Мировоззренческие основы технологии и общества
- Information systems. Computer sciences. Issues of information security
- Multiple robots (robotic centers) and systems. Remote sensing and nondestructive testing
- Modern radio engineering and telecommunication systems
- Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics
- Analytical instrument engineering and technology
- Mathematical modeling
- Economics of knowledge-intensive and high-tech enterprises and industries. Management in organizational systems
- Product quality management. Standardization
- Philosophical foundations of technology and society

Russian Technological Journal
2026, том 14, № 4

Russian Technological Journal
2026, Vol. 14, No. 4

Russian Technological Journal
2026, том 14, № 4

Дата опубликования 31 июля 2026 г.

Научно-технический рецензируемый журнал освещает вопросы комплексного развития радио-технических, телекоммуникационных и информационных систем, электроники и информатики, а также результаты фундаментальных и прикладных междисциплинарных исследований, технологических и организационно-экономических разработок, направленных на развитие и совершенствование современной технологической базы.

Периодичность: 6 раз в год.

Журнал основан в декабре 2013 года. До 2016 г. издавался под названием «Вестник МГТУ МИРЭА» (ISSN 2313-5026), а с января 2016 г. по июль 2021 г. под названием «Российский технологический журнал» (ISSN 2500-316X).

Учредитель и издатель:

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «МИРЭА – Российский технологический университет» 119454, РФ, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78.

Журнал включен в Единый государственный перечень научных изданий — «Белый список» (уровень 1), Перечень ведущих рецензируемых научных журналов ВАК Российской Федерации, входит в РИНЦ, Russian Science Citation Index (RSCI), РГБ, eLibrary, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Directory of Open Access Scholarly Resources (ROAD), Google Scholar, Ulrich's International Periodicals Directory.

Главный редактор:

Сигов Александр Сергеевич, академик РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, президент ФГБОУ ВО МИРЭА – Российский технологический университет (ПТУ МИРЭА), Москва, Россия. Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017, sigov@mirea.ru.

Редакция:

Зав. редакцией	к.т.н. Г.Д. Середина
Научный редактор	д.т.н., проф. Г.В. Куликов
Выпускающий редактор	А.С. Алексеенко
Технический редактор	Д.В. Трофимова
Начальник отдела	Е.И. Куричева

119571, г. Москва, пр-т Вернадского, 86, оф. Р-108.
Тел.: +7 (499) 600-80-80 (#31288).
E-mail: seredina@mirea.ru.

Регистрационный номер и дата принятия решения о регистрации СМИ ПИ № ФС 77 - 81733 от 19.08.2021 г. СМИ зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Индекс по объединенному каталогу «Пресса России» 79641.

<https://www.rtj-mirea.ru>

Russian Technological Journal
2026, Vol. 14, No. 4

Publication date July 31, 2026.

The peer-reviewed scientific and technical journal highlights the issues of complex development of radio engineering, telecommunication and information systems, electronics and informatics, as well as the results of fundamental and applied interdisciplinary researches, technological and economical developments aimed at the development and improvement of the modern technological base.

Periodicity: six times a year.

The journal was founded in December 2013. The titles were «Herald of MSTU MIREA» until 2016 (ISSN 2313-5026) and «Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal» from January 2016 until July 2021 (ISSN 2500-316X).

Founder and Publisher:

Federal State Budget
Educational Institution of Higher Education
«MIREA – Russian Technological University»
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia.

The journal is included in the White List (Level 1), List of peer-reviewed science press of the State Commission for Academic Degrees and Titles of Russian Federation, Russian Science Citation Index (RSCI), Russian State Library (RSL), Science Index, eLibrary, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Directory of Open Access Scholarly Resources (ROAD), Google Scholar, Ulrich's International Periodicals Directory.

Editor-in-Chief:

Alexander S. Sigov, Academician at the Russian Academy of Sciences, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, President of MIREA – Russian Technological University (RTU MIREA), Moscow, Russia. Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017, sigov@mirea.ru.

Editorial staff:

Managing Editor	Cand. Sci. (Eng.) Galina D. Seredina
Scientific Editor	Dr. Sci. (Eng.), Prof. Gennady V. Kulikov
Executive Editor	Anna S. Alekseenko
Technical Editor	Darya V. Trofimova
Head of Department	Elizaveta I. Kuricheva

86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571 Russia.
Phone: +7 (499) 600-80-80 (#31288).
E-mail: seredina@mirea.ru.

The registration number ПИ № ФС 77 - 81733 was issued in August 19, 2021 by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media of Russia.

The subscription index of *Pressa Rossii*: 79641.

Редакционная коллегия

Кудж Станислав Алексеевич	д.т.н., профессор, ректор РТУ МИРЭА, Москва, Россия. Scopus Author ID 56521711400, ResearcherID AAG-1319-2019, https://orcid.org/0000-0003-1407-2788 , rector@mirea.ru
Банис Юрас Йонович	хабилитированный доктор наук, профессор, проректор Вильнюсского университета, Вильнюс, Литва. Scopus Author ID 7003687871, juras.banyas@ff.vu.lt
Бетелин Владимир Борисович	академик Российской академии наук (РАН), д.ф.-м.н., профессор, научный руководитель Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований» РАН, Москва, Россия. Scopus Author ID 6504159562, ResearcherID J-7375-2017, betelin@niisi.msk.ru
Боков Алексей Алексеевич	д.ф.-м.н., старший научный сотрудник, химический факультет и 4D LABS, Университет Саймона Фрейзера, Ванкувер, Британская Колумбия, Канада. Scopus Author ID 35564490800, ResearcherID C-6924-2008, http://orcid.org/0000-0003-1126-3378 , abokov@sfu.ca
Вахрушев Сергей Борисович	д.ф.-м.н., профессор, заведующий лабораторией нейтронных исследований Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, профессор кафедры Физической электроники СПбГПУ, Санкт-Петербург, Россия. Scopus Author ID 7004228594, ResearcherID A-9855-2011, http://orcid.org/0000-0003-4867-1404 , s.vakhrushev@mail.ioffe.ru
Гуляев Юрий Васильевич	академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, научный руководитель Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия. Scopus Author ID 35562581800, gulyaev@cplire.ru
Жуков Дмитрий Олегович	д.т.н., профессор кафедры телекоммуникаций Института радиоэлектроники и информатики РТУ МИРЭА, Москва, Россия. Scopus Author ID 57189660218, zhukov_do@mirea.ru
Кимель Алексей Вольдемарович	к.ф.-м.н., профессор, Университет Радбауд, г. Наймеген, Нидерланды. Scopus Author ID 6602091848, ResearcherID D-5112-2012, a.kimel@science.ru.nl
Крамаров Сергей Олегович	д.ф.-м.н., профессор, Сургутский государственный университет, Сургут, Россия. Scopus Author ID 56638328000, ResearcherID E-9333-2016, https://orcid.org/0000-0003-3743-6513 , mavoo@yandex.ru
Новиков Дмитрий Александрович	академик РАН, д.т.н., директор Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия. Scopus Author ID 7102213403, ResearcherID Q-9677-2019, https://orcid.org/0000-0002-9314-3304 , novikov@ipu.ru
Перно Филипп	Dr. Sci. (Electronics), профессор, Центральная Школа г. Лилль, Франция. Scopus Author ID 7003429648, philippe.pernod@ec-lille.fr
Романов Михаил Петрович	д.т.н., профессор, научный руководитель Института искусственного интеллекта РТУ МИРЭА, Москва, Россия. Scopus Author ID 14046079000, https://orcid.org/0000-0003-3353-9945 , m_romanov@mirea.ru
Савиных Виктор Петрович	академик РАН, Дважды Герой Советского Союза, д.т.н., профессор, президент Московского государственного университета геодезии и картографии, Москва, Россия. Scopus Author ID 56412838700, vp@miigaik.ru
Соболевский Андрей Николаевич	д.ф.-м.н., директор Института проблем передачи информации им. А.А. Харкевича, Москва, Россия. Scopus Author ID 7004013625, ResearcherID D-9361-2012, http://orcid.org/0000-0002-3082-5113 , sobolevski@iitp.ru
Сюй Ли Да	академик Европейской академии наук, Российской инженерной академии и Инженерной академии Армении, Dr. Sci. (Systems Science), профессор, Университет Олд Доминион, Норфолк, Соединенные Штаты Америки. Scopus Author ID 13408889400, https://orcid.org/0000-0002-5954-5115 , lxu@odu.edu
Харин Юрий Семенович	академик Национальной академии наук Беларуси, д.ф.-м.н., профессор, директор НИИ прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь. Scopus Author ID 6603832008, http://orcid.org/0000-0003-4226-2546 , kharin@bsu.by
Чаплыгин Юрий Александрович	академик РАН, д.т.н., профессор, член Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН, президент Института микроприборов и систем управления им. Л.Н. Преснухина НИУ «МИЭТ», Москва, Россия. Scopus Author ID 6603797878, ResearcherID B-3188-2016, president@miet.ru
Шпак Василий Викторович	к.э.н., зам. министра промышленности и торговли Российской Федерации, Министерство промышленности и торговли РФ, Москва, Россия; доцент, Институт микроприборов и систем управления им. Л.Н. Преснухина НИУ «МИЭТ», Москва, Россия, mishinevaiv@minprom.gov.ru

Editorial Board

Stanislav A. Kudzh	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector of RTU MIREA, Moscow, Russia. Scopus Author ID 56521711400, ResearcherID AAG-1319-2019, https://orcid.org/0000-0003-1407-2788 , rector@mirea.ru
Juras Banys	Habilitated Doctor of Sciences, Professor, Vice-Rector of Vilnius University, Vilnius, Lithuania. Scopus Author ID 7003687871, juras.banys@ff.vu.lt
Vladimir B. Betelin	Academician at the Russian Academy of Sciences (RAS), Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Supervisor of Scientific Research Institute for System Analysis, RAS, Moscow, Russia. Scopus Author ID 6504159562, ResearcherID J-7375-2017, betelin@niisi.msk.ru
Alexei A. Bokov	Dr. Sci. (Phys.-Math.), Senior Research Fellow, Department of Chemistry and 4D LABS, Simon Fraser University, Vancouver, British Columbia, Canada. Scopus Author ID 35564490800, ResearcherID C-6924-2008, http://orcid.org/0000-0003-1126-3378 , abokov@sfu.ca
Sergey B. Vakhrushev	Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Head of the Laboratory of Neutron Research, A.F. Ioffe Physico-Technical Institute of the RAS, Department of Physical Electronics of St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia. Scopus Author ID 7004228594, ResearcherID A-9855-2011, http://orcid.org/0000-0003-4867-1404 , s.vakhrushev@mail.ioffe.ru
Yury V. Gulyaev	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Academic Supervisor of V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS, Moscow, Russia. Scopus Author ID 35562581800, gulyaev@cplire.ru
Dmitry O. Zhukov	Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Department of Telecommunications, Institute of Radio Electronics and Informatics, RTU MIREA, Moscow, Russia. Scopus Author ID 57189660218, zhukov_do@mirea.ru
Alexey V. Kimel	PhD (Phys.-Math.), Professor, Radboud University, Nijmegen, Netherlands, Scopus Author ID 6602091848, ResearcherID D-5112-2012, a.kimel@science.ru.nl
Sergey O. Kramarov	Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Surgut State University, Surgut, Russia. Scopus Author ID 56638328000, ResearcherID E-9333-2016, https://orcid.org/0000-0003-3743-6513 , mavoo@yandex.ru
Dmitry A. Novikov	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Eng.), Director of V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow, Russia. Scopus Author ID 7102213403, ResearcherID Q-9677-2019, https://orcid.org/0000-0002-9314-3304 , novikov@ipu.ru
Philippe Pernod	Dr. Sci. (Electronics), Professor, Dean of Research of Centrale Lille, Villeneuve-d'Ascq, France. Scopus Author ID 7003429648, philippe.pernod@ec-lille.fr
Mikhail P. Romanov	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Academic Supervisor of the Institute of Artificial Intelligence, RTU MIREA, Moscow, Russia. Scopus Author ID 14046079000, https://orcid.org/0000-0003-3353-9945 , m_romanov@mirea.ru
Viktor P. Savinykh	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Eng.), Professor, President of Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, Russia. Scopus Author ID 56412838700, vp@miigaik.ru
Andrei N. Sobolevski	Professor, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Director of Institute for Information Transmission Problems (Kharkevich Institute), Moscow, Russia. Scopus Author ID 7004013625, ResearcherID D-9361-2012, http://orcid.org/0000-0002-3082-5113 , sobolevski@iitp.ru
Li Da Xu	Academician at the European Academy of Sciences, Russian Academy of Engineering (formerly, USSR Academy of Engineering), and Armenian Academy of Engineering, Dr. Sci. (Systems Science), Professor and Eminent Scholar in Information Technology and Decision Sciences, Old Dominion University, Norfolk, VA, the United States of America. Scopus Author ID 13408889400, https://orcid.org/0000-0002-5954-5115 , lxu@odu.edu
Yury S. Kharin	Academician at the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Director of the Institute of Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University, Minsk, Belarus. Scopus Author ID 6603832008, http://orcid.org/0000-0003-4226-2546 , kharin@bsu.by
Yuri A. Chaplygin	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Member of the Departments of Nanotechnology and Information Technology of the RAS, President of the National Research University of Electronic Technology (MIET), Moscow, Russia. Scopus Author ID 6603797878, ResearcherID B-3188-2016, president@miet.ru
Vasily V. Shpak	Cand. Sci. (Econ.), Deputy Minister of Industry and Trade of the Russian Federation, Ministry of Industry and Trade of the Russian Federation, Moscow, Russia; Associate Professor, National Research University of Electronic Technology (MIET), Moscow, Russia, mishinevaiv@minprom.gov.ru

Содержание

Информационные системы. Информатика. Проблемы информационной безопасности

- 7** *В.А. Кадымов, С.М. Думанский, Е.В. Васильев*
Алгоритм формирования и функционирования типовой информационно-аналитической системы для многопрофильных медицинских центров
- 21** *С.А. Лесько, В.Н. Калинин, Д.О. Жуков*
Оценивание риска перегрузки вычислительного узла в Kubernetes на основе уравнения Фоккера – Планка и задачи первого достижения критической границы

Роботизированные комплексы и системы. Технологии дистанционного зондирования неразрушающего контроля

- 36** *Ю.А. Быковцев, В.М. Лохин, С.В. Манько, М.П. Романов*
Диагностика неисправностей в интеллектуальных системах управления автономными роботами на основе онтологического подхода
- 53** *В.П. Дашевский, М.М. Бизин, Ю.В. Галыкин*
Конструкция и технология изготовления складного конвейера роботизированной платформы межполетного обслуживания мультикоптеров

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

- 68** *Б.М. Вовшин, А.А. Пушков*
Синтез согласованной многоканальной обработки ортогональных сигналов MIMO радиолокационных станций
- 82** *В.З. Нгуен, Ч.Х. Фан*
Гибридная архитектура нейронной сети ResBiLSTM-BiGRU для эффективного подавления шума в радиоканале с цифровыми модулированными сигналами
- 96** *С.С. Шадинов, М.С. Костин*
Трекинг-формирование векторных радиоизображений

Микро- и наноэлектроника. Физика конденсированного состояния

- 106** *С.В. Доронкина, А.С. Бабаянц, И.В. Лисица, А.Э. Мясникова*
Моделирование фотоэмиссии двухжидкостной системы носителей заряда, формирующейся при сильном электрон-фононном взаимодействии

Математическое моделирование

- 116** *К.В. Губарева, Е.Ю. Просвирыков, А.В. Еремин*
Численное моделирование течения Куэтта микрополярной жидкости методом проекции
- 125** *В.А. Иванов, С.Г. Парамонов, Е.С. Жигачева, Е.А. Позднякова*
Модернизация алгоритма статистической обработки данных сети комплексного фонового мониторинга
- 137** *А.Н. Назаров*
Стохастические свойства динамики первой производной в задачах Коши

Contents

Information systems. Computer sciences. Issues of information security

- 7** *Vagid A. Kadyarov, Sergey M. Dumansky, Evgeny V. Vasiliev*
Algorithm for the formation and functioning of a standard information and analytical system for multidisciplinary medical centers
- 21** *Sergey A. Lesko, Vladimir N. Kalinin, Dmitry O. Zhukov*
Estimating the overload risk of a Kubernetes node based on the Fokker–Planck equation and the first-to-critical-bound problem

Multiple robots (robotic centers) and systems. Remote sensing and non-destructive testing

- 36** *Yuri A. Bykovtsev, Valery M. Lokhin, Sergey V. Manko, Mikhail P. Romanov*
Fault diagnostics in intelligent control systems of autonomous robots: An ontological approach
- 53** *Vladimir P. Dashevsky, Maxim M. Bizin, Yuri V. Galykin*
Design and manufacturing technology of a folding conveyor for a robotic platform for interflight servicing of multicopters

Modern radio engineering and telecommunication systems

- 68** *Boris M. Vovshin, Alexander A. Pushkov*
Synthesis of matched multichannel processing of orthogonal MIMO radar signals
- 82** *Nguyen Van Dung, Phan Trong Hanh*
Hybrid neural network architecture ResBiLSTM-BiGRU for efficient noise suppression in radio channels with digitally modulated signals
- 96** *Sergey S. Shadinov, Mihail S. Kostin*
Tracking-based formation of vector radio images

Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics

- 106** *Stanislava V. Doronkina, Anastasia S. Babayants, Ivan V. Lisitsa, Anna E. Myasnikova*
Photoemission modeling of a two-liquid charge-carrier system formed at strong electron–phonon coupling

Mathematical modeling

- 116** *Kristina V. Gubareva, Evgenii Yu. Prosviryakov, Anton V. Eremin*
Numerical simulation of Couette flow in a micropolar fluid using the projection method
- 125** *Vladimir A. Ivanov, Sergey G. Paramonov, Ekaterina S. Zhigacheva, Ekaterina A. Pozdnyakova*
Modernization of a statistical data processing algorithm for integrated background monitoring
- 137** *Alexey N. Nazarov*
Stochastic properties of the dynamics of the first derivative in Cauchy problems

УДК 004.043

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-7-20>

EDN BUFYXO



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Алгоритм формирования и функционирования типовой информационно-аналитической системы для многопрофильных медицинских центров

В.А. Кадымов ¹, С.М. Думанский ^{2, @}, Е.В. Васильев ²

¹ МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

² ФГБУ ГНЦ ФМБЦ им. А.И. Бурназяна ФМБА России, Москва, 123098 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: s.dumansky.m@gmail.com

• Поступила: 23.12.2025 • Доработана: 25.02.2026 • Принята к опубликованию: 26.05.2026

Резюме

Цели. Широкое применение компьютерной томографии (КТ) в целях диагностики и лечения может приводить к избыточным кумулятивным дозам ионизирующего излучения, получаемым пациентами лечебных учреждений. В медицинских учреждениях на данный момент отсутствуют эффективные методы визуализации и контроля за кумулятивными дозами пациентов. Существует необходимость оперативного контроля за дозой нагрузки от ионизирующего излучения. Целью данной работы является разработка алгоритма функционирования информационно-аналитической системы (ИАС) для ретроспективного учета, анализа и визуализации кумулятивных доз ионизирующего излучения, получаемых пациентами, проходящими лучевую диагностику и лечение.

Методы. Использованы SQL¹-запросы для выборки необходимых данных с целью применения их в сводных таблицах и объемных диаграммах при формировании выходных наглядных форм учета, анализа и выявления критических величин дозовой нагрузки ионизирующего излучения и количества КТ-исследований пациентов.

Результаты. Разработан алгоритм формирования и функционирования ИАС на основе клиент-серверной технологии с использованием сводных таблиц и объемных диаграмм в клиентском приложении, которая обеспечивает, во-первых, визуализацию анализа и учета кумулятивных доз ионизирующего излучения пациентов, проходящих лечение и диспансеризацию в крупных многофункциональных лечебно-исследовательских стационарах. Во-вторых, данный алгоритм позволяет выявлять виды КТ-исследований, по которым возможно уменьшить число применяемых сеансов с целью ограничения роста кумулятивных доз ионизирующего излучения пациентов. В-третьих, алгоритм дает возможность обнаруживать ошибки ввода данных медицинскими работниками в медицинские информационные системы и вовремя их корректировать. В-четвертых, можно формировать неограниченное число форм для просмотра данных с целью проведения их анализа и учета.

Выводы. Разработанную методику формирования ИАС возможно масштабировать в другие медицинские многопрофильные центры для отслеживания критических величин кумулятивных доз ионизирующего излучения пациентов в целях применения необходимых медицинских решений при лучевой диагностике пациентов.

¹ Structured query language – язык структурированных запросов.

Ключевые слова: информационно-аналитические системы, клиент-серверные технологии, сводные таблицы, SQL-запросы

Для цитирования: Кадымов В.А., Думанский С.М., Васильев Е.В. Алгоритм формирования и функционирования типовой информационно-аналитической системы для многопрофильных медицинских центров. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):7–20. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-7-20>, <https://elibrary.ru/BUFYXO>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Algorithm for the formation and functioning of a standard information and analytical system for multidisciplinary medical centers

Vagid A. Kadymov ¹, Sergey M. Dumansky ^{2, @}, Evgeny V. Vasiliev ²

¹ MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

² State Research Center – Burnasyan Federal Medical Biophysical Center of Federal Medical Biological Agency, Moscow, 123098 Russia

@ Corresponding author, e-mail: s.dumansky.m@gmail.com

• Submitted: 23.12.2025 • Revised: 25.02.2026 • Accepted: 26.05.2026

Abstract

Objectives. The widespread use of computed tomography (CT) for diagnostic and treatment purposes can lead to excessive cumulative doses of ionizing radiation received by patients in medical institutions. Currently, there are no effective methods of visualization and control of cumulative doses of patients in medical institutions. Thus, there is a need for operational monitoring of the dose load from ionizing radiation. The purpose of this work is to present a developed algorithm for the creation and functioning of an information and analytical system (IAS) for the retrospective accounting, analysis and visualization of cumulative doses of ionizing radiation received by patients undergoing radiation diagnosis and treatment.

Methods. When forming visual output forms for accounting, analyzing and identifying critical values of the dose load of ionizing radiation and the number of CT scans of patients, structured query language (SQL) was used to select the necessary data in order to apply them in summary tables and volumetric diagrams.

Results. An algorithm has been developed for the formation and functioning of IAS based on client-server technology using summary tables and volumetric diagrams in a client application. The algorithm can be used to visualize the analysis and accounting of cumulative doses of ionizing radiation in patients undergoing treatment and medical examination in large multifunctional medical research hospitals, identify the types of CT scans for reducing the number of sessions and limit the growth of cumulative doses of ionizing radiation in patients, as well as to detect errors in data entry by medical professionals into medical information systems and provide timely correction. In addition, an unlimited number of forms can be created for viewing, analyzing, and accounting for data.

Conclusions. The developed methodology for the formation of IAS can be scaled up to other multidisciplinary medical centers for tracking critical values of cumulative doses of ionizing radiation in patients in order to apply the necessary medical solutions in radiation diagnosis.

Keywords: information and analytical systems, client-server technologies, pivot tables, SQL

For citation: Kadymov V.A., Dumansky S.M., Vasiliev E.V. Algorithm for the formation and functioning of a standard information and analytical system for multidisciplinary medical centers. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):7–20. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-7-20>, <https://elibrary.ru/BUFYXO>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

В многопрофильных медицинских центрах и больничных учреждениях в процессе работы используются медицинские информационные системы (МИС), куда заносятся данные о пациентах в разрезе различных медицинских процедур и лечебных направлений деятельности. В силу неприспособленности МИС для ретроспективного учета и анализа данных на больших временных промежутках, значительные объемы накапливаемой информации не используются в полной мере. В данной статье на примере использования компьютерной томографии (КТ) представлен алгоритм формирования и функционирования информационно-аналитической системы (ИАС) для организации ретроспективного учета и анализа получаемых пациентами кумулятивных доз ионизирующего излучения и количества КТ-сеансов при лучевой диагностике.

В связи с широким применением КТ значительно возросла дозовая нагрузка от ионизирующего излучения на пациентов, что отражено в многочисленных публикациях на эту тему. В работе [1] отмечается, что более высокие дозы, полученные от КТ у детей в течение всей жизни, приводят к увеличению предполагаемого риска смерти от рака по сравнению со взрослыми. В [2] указывается, что внутривенное введение усилителя контрастности при КТ для обнаружения почечных камней повышает суммарную дозу излучения и что ее необходимо также учитывать, определяя дозовую нагрузку пациентов. В статье [3] обосновывается повышенный риск раковых заболеваний у детей, связанный с применением КТ в диагностических целях, из-за частых повторных обследований, а также по той причине, что дети более чувствительны к канцерогенному воздействию ионизирующего излучения, чем взрослые, и у детей более высокая продолжительность жизни. В [4] приводятся обоснования повышенного риска гематологических новообразований у детей и подростков в результате КТ-облучения и необходимости тщательного обоснования проведения КТ применительно к указанному возрастному контингенту. В работе [5] предоставлена информация о долгосрочных онкологических последствиях среди жителей г. Озерска (Челябинская область), обследованных с использованием КТ для комплексной оценки эффектов низких доз, связанных с диагностическим воздействием в когортном исследовании.

В [6] предпринята попытка ответить на вопрос, подвержены ли риску развития отдаленных эффектов в течение последующих лет наблюдения пациенты, неоднократно обследованные на компьютерном томографе по показаниям, связанным с диагностикой онкологической патологии. В [7] указывается на необходимость централизованного занесения доз ионизирующего излучения в электронные медицинские карты пациентов, которые проходят диагностическую и лучевую терапию. В статье [8] описаны методы имитационного моделирования, с помощью которых были определены органы и ткани, подвергающиеся наибольшему радиационному воздействию при КТ органов грудной клетки, брюшной полости и головы. В [9] представлен обзор ключевых российских и зарубежных исследований возможного неблагоприятного воздействия медицинского облучения на здоровье человека, а также существующих методов оценки возможного вреда здоровью человека в результате медицинских радиологических диагностических процедур. Работа [10] указывает на то, что воздействие ионизирующего излучения при проведении КТ является источником потенциального риска, связанного с развитием радиационно-индуцированных канцерогенных эффектов. В [11] описываются методы использования информационных технологий для ретроспективного анализа частоты выявления новообразований у пациентов на примере крупного многопрофильного медицинского центра. В [12] изложен опыт применения компьютерных технологий при визуализации данных о диспансеризации пациентов, прошедших КТ-диагностику и лучевую терапию. Работа [13] заостряет внимание на необходимости разработки централизованных хранилищ данных для учета аккумулированной дозовой нагрузки пациентов, чтобы каждый человек знал свою нагрузку и мог принимать решения по каждому виду предстоящей ему лучевой диагностики с учетом связанных с ней рисков. В [14] указывается необходимость строгого персонифицированного учета дозовой нагрузки при использовании КТ. В статье [15] приводится опыт использования для анализа данных сводных таблиц и объемных диаграмм. В [16] указывается на то, что наибольшие дозы медицинского диагностического облучения пациентов в России обусловлены процедурами КТ, поэтому именно при использовании КТ контроль радиационных рисков наиболее актуален.

Общеизвестно, что любая доза ИИ, согласно беспороговой модели радиационного риска, повышает

вероятность заболеваний человека онкологией, поэтому необходимо отслеживать получаемую дозовую нагрузку. В зависимости от расположения места облучения человека дозовая нагрузка может быть профессиональной, медицинской, природной и т.д. В последнее время в медицине широкое распространение получили также лучевая диагностика с применением радионуклидов для повышения контрастирования, рентгенография и т.д. Широко применяется для лечения раковых заболеваний лучевая терапия (телетерапия и брахитерапия). Дозовая нагрузка на пациента за один сеанс от КТ в зависимости от характера процедуры варьируется от 0.3 до 63 мЗв. К сожалению, визуализация, анализ и учет дозовой нагрузки пациентов, в частности проходящих лучевую диагностику, организованы не на должном уровне. Используемые в лечебных заведениях МИС, такие как МЕДМИС², Medesk³, ArchiMed+⁴, КМИС⁵, Медиалог⁶ и другие не приспособлены к реализации указанных функций напрямую, т.к. все перечисленные МИС работают в режиме онлайн-обработки транзакций (online transaction processing, OLTP) и используют высоко-нормализованные связанные таблицы в схеме базы данных (БД). Для визуализации, анализа и учета медицинских данных требуется другой сценарий работы с БД – онлайн аналитическая обработка (online analytical processing, OLAP). В этом случае необходима выгрузка данных, вводимых в МИС, в другие БД и, в частности, в OLAP. На примере МИС Медиалог в одном из лечебных центров ФМБА России⁷ разработана система экспорта из МИС в БД, в которой реализуются вышеуказанные функции.

1. АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ И ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИАС

Алгоритм укрупнено состоит из трех этапов. На 1-м этапе в МИС формируется запрос на выборку данных, каждой записи которой соответствует один сеанс КТ конкретного пациента с соответствующими атрибутами (характеристиками): идентификатор пациента, вид исследования, используемое оборудование,

получаемая доза ИИ, дата исследования, дата рождения пациента, пол, код МКБ-10⁸ нозологии и т.д. На 2-м этапе полученная выборка за определенный период времени экспортируется из МИС вначале в таблицу *Excel*, откуда она импортируется в БД SQL⁹ Server. На рис. 1 изображен скриншот указанной таблицы *Excel*. Размер импортированной таблицы в БД SQL Server, названной «Export_KT\$», равен 116269 строк и охватывает период с 01.01.2010 по 31.08.2025 гг. Методика опробована практически на примере крупного многофункционального медицинского центра. Были обследованы 50527 пациентов, среди которых 27333 женщины, 23181 мужчины и 13 позиций, пол у которых не указан. Этапы 1 и 2 периодически повторяются для того, чтобы добавлять данные из МИС в БД SQL Server из последующих временных периодов и таким образом поддерживать ее в актуальном состоянии.

На 3-м этапе для визуализации данных о числе сеансов КТ и получаемой при этом дозе в рамках определенной нозологии используется в роли клиентского приложения система управления базами данных (СУБД) *Access*, которая соединяется с БД SQL Server при помощи драйвера ODBC (open database connectivity). Такая технология называется клиент-серверной, поскольку использовать ее может одновременно неограниченное число клиентов-исследователей. В приложении *Access* формируется запрос на выборку данных из таблицы БД SQL Server «Export_KT\$». Запрос выполняется на стороне сервера, что ускоряет процесс выполнения, а результат передается в приложение БД *Access* в виде представления таблицы с именем «Export_KT_PerDoza», скриншот, которой представлен на рис. 2.

2. ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ SQL-ЗАПРОСА, ИСПОЛЬЗУЕМОГО В ИАС

SQL – структурированный язык запросов, основанный на логике реляционной модели данных (РМД). Под РМД понимается логическая система, состоящая из взаимосвязанных объектов, над которыми можно проводить по определенным правилам некоторые действия. Основоположителем РМД является профессиональный математик – сотрудник IBM¹⁰ Э.Ф. Кодд, который в 60-х гг. XX в.

⁸ Международная классификация болезней 10-го пересмотра, нормативный документ с общепринятой статистической классификацией медицинских диагнозов. [The International Classification of Diseases, 10th revision, is a standard document that provides a generally accepted statistical classification of medical diagnoses.]

⁹ Structured query language – структурированный язык запросов.

¹⁰ International Business Machines – один из крупнейших в мире производителей и поставщиков аппаратного и программного обеспечения.

PATIENTS_ID	VID_ISSLEDOVANIQ	NE_LE	POL	DOZA
163330	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ БРЮШНОЙ ПОЛОСТИ	22.03.1988	0	15
39046	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ БРЮШНОЙ ПОЛОСТИ И ЗАБРЮШИННОГО ПРОСТРАНСТВА	04.12.1974	1	5
56098	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ ПОЛОСТИ	13.01.1944	1	3
31622	ДЕНСИТОМЕТРИЯ	29.03.1953	1	
56776	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ПРИДАТОЧНЫХ ПАЗУХ НОСА	20.03.1984	0	0.5
168173	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ ПОЛОСТИ	13.12.1936	1	3
168668	компьютерная томография пояснично-крестцового отдела позвоночника	05.10.1946	1	2
22036	ДЕНСИТОМЕТРИЯ	13.09.1952	1	
169293	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ ПОЛОСТИ	13.11.1944	0	3
39046	МСКТ ОРГАНОВ БРЮШНОЙ ПОЛОСТИ с в/в контрастированием	04.12.1974	1	15.6
39046	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ ПОЛОСТИ	04.12.1974	1	3
61175	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ ПОЛОСТИ	09.11.1944	1	
56098	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ ПОЛОСТИ	13.01.1944	1	
22036	ДЕНСИТОМЕТРИЯ	13.09.1952	1	
22036	ДЕНСИТОМЕТРИЯ	13.09.1952	1	
56776	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ГОЛОВНОГО МОЗГА	20.03.1984	0	3
61175	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ БРЮШНОЙ ПОЛОСТИ И ЗАБРЮШИННОГО ПРОСТРАНСТВА	09.11.1944	1	
61175	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ ПОЛОСТИ	09.11.1944	1	
61175	КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ ПОЛОСТИ	09.11.1944	1	

Рис. 1. Фрагмент скриншота таблицы Excel. МСКТ – мультиспиральная компьютерная томография; в/в – внутривенный; NE_LE – дата рождения пациента; POL – пол пациента (0 – мужской, 1 – женский); DOZA – доза, полученная пациентом за один сеанс КТ в мЗв

Export_KT_PerDoza	PATIENT	VID_ISSLEDOVANIQ	DATE_CONSULTA	Наименование	KategBolezn	Voz	VozrPeri	POL	DOZA
548594	МСКТ КОРОНАРНЫХ АРТЕРИЙ		31.01.2022 13:19:07	Злокачественное новообразование ректосигмоидного соединения	Новообразования (C00-D48)	59 > 50 и <=60	M		45.7
548594	МСКТ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ, БРЮШНОЙ ПОЛОСТЕЙ с в/в контрастированием		27.07.2022 15:53:05	Злокачественное новообразование ректосигмоидного соединения	Новообразования (C00-D48)	59 > 50 и <=60	M		45.7
548594	МСКТ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ, БРЮШНОЙ ПОЛОСТЕЙ с в/в контрастированием		26.01.2022 17:24:00	Злокачественное новообразование ректосигмоидного соединения	Новообразования (C00-D48)	59 > 50 и <=60	M		45.7
548594	МСКТ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ, БРЮШНОЙ ПОЛОСТЕЙ с в/в контрастированием		11.05.2022 13:16:59	Злокачественное новообразование ректосигмоидного соединения	Новообразования (C00-D48)	59 > 50 и <=60	M		19.6
548594	МСКТ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ, БРЮШНОЙ ПОЛОСТЕЙ с в/в контрастированием		30.11.2022 14:46:12	Злокачественное новообразование ректосигмоидного соединения	Новообразования (C00-D48)	59 > 50 и <=60	M		45.7
548594	МСКТ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ, БРЮШНОЙ ПОЛОСТЕЙ с в/в контрастированием		14.09.2022 15:57:56	Злокачественное новообразование ректосигмоидного соединения	Новообразования (C00-D48)	59 > 50 и <=60	M		21.3
548594	МСКТ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ, БРЮШНОЙ ПОЛОСТЕЙ с в/в контрастированием		24.01.2023 13:02:10	Злокачественное новообразование ректосигмоидного соединения	Новообразования (C00-D48)	60 > 50 и <=60	M		45.7
548594	МСКТ ОРГАНОВ ГРУДНОЙ, БРЮШНОЙ ПОЛОСТЕЙ с в/в контрастированием		15.03.2022 11:39:44	Злокачественное новообразование прямой кишки	Новообразования (C00-D48)	59 > 50 и <=60	M		45.7

Рис. 2. Скриншот результата запроса «Export_KT_PerDoza»

также создал реляционную алгебру, где описал ряд специфических элементов и операций над ними. Реляционная алгебра является теоретической основой SQL. Код ввел понятие реляционного отношения (плоская таблица данных) и выделил восемь реляционных операций: объединение, пересечение,

вычитание, декартово произведение, выборка, проекция, соединение и деление.

Структура SQL-запроса, используемого в ИАС, состоит из внешнего запроса и нескольких вложенных некоррелированных подзапросов. Она представлена в таблице.

Таблица. Структура SQL-запроса

	Фрагмент запроса	Пояснения фрагмента запроса
1	<pre>SELECT * FROM</pre>	Внешний запрос
2	<pre>(SELECT PATIENTS_ID, ISNULL(Export_KT\$.VID_ISSLEDOVANIQ, 'Не указано') AS VID_ISSLEDOVANIQ, Cast(Export_KT\$.DATE_CONSULTATION as datetime) as DATE_CONSULTATION, ..., LABEL, CODE, ISNULL([Код МКБ].Наименование, 'Не указано') AS Наименование, ..., CASE WHEN [Код МКБ].Код IN (SELECT [Код МКБ].Код FROM Export_KT\$ WHERE [Код МКБ].Код LIKE 'A%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'B%') THEN 'Некоторые инфекционные и паразитарные болезни (A00-B99)' WHEN [Код МКБ].Код IN (SELECT [Код МКБ].Код FROM Export_KT\$ WHERE [Код МКБ].Код LIKE 'C%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'D0%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'D1%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'D2%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'D3%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'D4%') THEN 'Новообразования (C00-D48)' WHEN [Код МКБ].Код IN (SELECT [Код МКБ].Код FROM Export_KT\$ WHERE [Код МКБ].Код LIKE 'D5%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'D6%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'D7%' OR [Код МКБ].Код LIKE 'D8%') THEN 'Болезни крови, кроветворных органов и отдельные нарушения, вовлекающие иммунный механизм (D50-D89)' WHEN [Код МКБ].Код IN (... ELSE 'Не указано' END as KategBolezn...,</pre>	Вложенный подзапрос с выборкой атрибутов, преобразованием данных из символьного в требуемый для сводных таблиц формат, присоединение категории и наименования заболевания из справочника заболеваний МКБ-10
3	<pre>CASE WHEN OBORUDOVANIE ='0' THEN 'PHILIPS INGNUTY' WHEN OBORUDOVANIE ='1' THEN 'CANON ONE'... END AS OBORUDOVANIE_Name, ...,</pre>	Программно приписывается наименование оборудования
4	<pre>DATEDIFF(yy, Cast(Export_KT\$.NE_LE as datetime), Cast(Export_KT\$. DATE_CONSULTATION as datetime)) AS Vozr, CASE WHEN DATEDIFF(yy, Cast(Export_KT\$.NE_LE as datetime), Cast(Export_KT\$.DATE_CONSULTATION as datetime)) <=20 THEN '<= 20' WHEN DATEDIFF(yy, Cast(Export_KT\$.NE_LE as datetime), Cast(Export_KT\$.DATE_CONSULTATION as datetime)) <=30 AND DATEDIFF(yy, Cast(Export_KT\$.NE_LE as datetime), Cast(Export_KT\$. DATE_CONSULTATION as datetime)) >20 THEN '> 20 и <=30'... ELSE 'Не указано' END as VozrPeriod, ...,</pre>	Программно определяются атрибуты «возраст» и «возрастные периоды»
5	<pre>CASE WHEN Export_KT\$.POL = 0 THEN 'М' WHEN Export_KT\$.POL = 1 THEN 'Ж' ELSE 'Не указано' END as POL2, ...,</pre>	Программно приписывается значение атрибута «пол»

	Фрагмент запроса	Пояснения фрагмента запроса
6	<code>Try_Convert(float, Replace(IsNull(Export_KT\$.DOZA, 0), ',', '.'))</code> <code>as DOZA_</code>	Программно преобразовывается символьное значение в числовое для атрибута «DOZA_»
7	<code>FROM Export_KT\$ LEFT OUTER JOIN</code> <code>[Код МКБ] ON Export_KT\$.CODE = [Код МКБ].Код) W</code>	Левое внешнее соединение таблиц Export_KT\$ и [Код МКБ]
8	<code>WHERE W.PATIENTS_ID IN (SELECT PATIENTS_ID FROM</code> <code>(SELECT PATIENTS_ID,</code> <code>SUM(Try_Convert(float, Replace(IsNull(Export_KT\$.DOZA, 0), ',', '.')))</code> <code>SmDz</code> <code>FROM Export_KT\$</code> <code>GROUP BY PATIENTS_ID) Q</code> <code>WHERE Q.SmDz >400 AND Q.SmDz <=700)</code>	Вложенный некоррелированный подзапрос, в котором создается список пациентов, у которых кумулятивная доза ионизирующего излучения попадает в указанный диапазон от 400 до 700 мЗв (включительно)

В разработанной технологии предлагается использовать некоррелированную обработку подзапроса. Под подзапросом в SQL понимается оператор SELECT, вложенный в другой SELECT. При некоррелированной обработке подзапрос выполняется один раз, и результат его (перечень удовлетворяющих заложенным параметрам пациентов) сохраняется во временной таблице, а внешний запрос берет данные из сформированного перечня объектов. Выполнение осуществляется снизу вверх: на нижнем уровне выполняется подзапрос, над ним располагается надстройка из других вложенных подзапросов, которые используют полученное подмножество объектов снизу. Это позволяет использовать такие SQL-структуры в различных предметных областях деятельности [17, 18].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Представление данных, получаемых в результате выполнения сформированного запроса, используется приложением в режиме сводной таблицы. На рис. 3 показан такой режим в виде незаполненной рабочей области со списком полей сводной таблицы. По краям и в центре рабочей области указаны места, куда из списка полей перетаскиваются (drag) поля сводной таблицы.

Перетаскивая курсором или добавляя в указанные места (строки, столбцы, фильтр, данные, детали) выбираемые атрибуты из списка полей, можно сформировать сводные таблицы необходимой для исследования формы. Так, если необходимо узнать ID¹¹ пациентов, получивших указанные суммарные кумулятивные дозы ионизирующего излучения в разрезе последних лет, необходимо

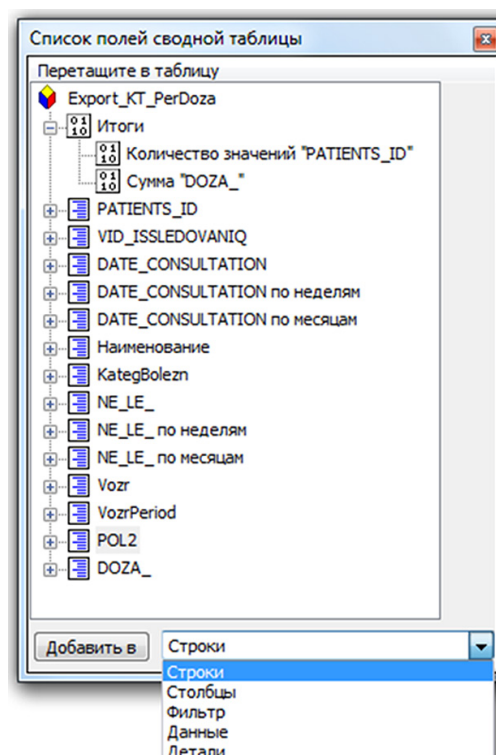


Рис. 3. Вид незаполненной области сводной таблицы

перетаскать из списка полей сводной таблицы в область строк атрибут «PATIENTS_ID», в область столбцов – «DATE_CONSULTATION», а в область данных – «Сумма "DOZA_"». На рис. 4 изображена полученная в результате сводная таблица с необходимыми данными. При этом границы кумулятивных доз задаются в тексте запроса п. 9 таблицы.

¹¹ Identifier – опознаватель.

Если в область данных вместо «Сумма "DOZA_"» перетащить атрибут «Количество значений "PATIENTS_ID"» из списка полей сводной таблицы, то получим аналогичную сводную таблицу, только на пересечении строк и столбцов будет указано число сеансов КТ, полученных пациентами в конкретном временном периоде. Меняя в тексте запроса границы значений кумулятивных доз (последняя строка п. 9 таблицы) от 0 до 100 (рис. 5), от 100 до 400 (рис. 6) и от 400 до 700 (рис. 7) и исследуя структуру частот КТ-сеансов по категориям заболеваний, можно выявить различия в корреляциях числа КТ-сеансов от величины кумулятивных доз. Так, порядок следования категорий болезней в сторону уменьшения числа КТ-сеансов для кумулятивных доз от 0 до 100 мЗв отличается от порядка следования категорий болезней для кумулятивных доз от 100 до 400 и от 400 до 700 мЗв. На первом месте по числу КТ-сеансов в указанных группах по кумулятивной дозовой нагрузке занимают «Новообразования (C00-D48)».

Для просмотра кумулятивных доз, распределенных по выбранным пациентам в разрезе категорий болезней, необходимо категории болезней поместить в «Строки», ID пациентов – в «Столбцы», атрибут «Сумма "DOZA_"» – в область «Данные», затем из раскрывающегося списка пациентов выбрать требуемых. В результате получим сводную таблицу, скриншот которой изображен на рис. 8, а соответствующая ей объемная диаграмма – на рис. 9. Если поместить в данном случае атрибут «Количество значений» в область «Данные», то на пересечении столбцов и строк сводной таблицы получим соответствующее число КТ-сеансов.

Также имеется возможность раскрывать категории в разрезе наименований входящих в них болезней для исследования распределения кумулятивных доз ионизирующего излучения по годам для конкретных выбираемых пациентов. На рис. 10 изображен скриншот распределения кумулятивных доз ионизирующего излучения по всем категориям в разрезе всех включенных в них наименований болезней для пациента с ID 99111, у которого выявлена наибольшая величина кумулятивной дозы.

PATIENTS_ID		Годы		2010		2011		2012		2013		2014		2015		2016		2017		2018		2019		2020		2021		2022		2023		2024		2025		Общие итоги			
		Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"		
99111		40.2	431.2	47.8	79	5.2	623.4																																
492869				126	92.1	255.1	103	15.2	591.4																														
394588			491	10.6	11.3	18.3	579.4																																
865195							516.9	59.7	576.6																														
574199						345.1	174.5		519.6																														
917367																																							
502603						319.5	182.4		515.6																														
830626						398.6	21.1	38.9	501.9																														
488894							82.5	371.1	495.5																														
612961								225.022	449.022																														
146442	224							132.3	448.6																														
182157		4				59.6	95.8	29.1	448.6																														
389560						66.9	350	30	446.9																														
3093	0	15	10	20	5	33.9	81.8	56.63	446.33																														
715676									443.3																														
52627			10	55	41	47.2	93.6	18.8	436.1																														
179363				20	40	113.5	147.6	48.1	429.4																														
749577									415.5																														
531085									410.8																														
519626									410.8																														
38717									408.1																														
Общие итоги	224	0	29	85	81	75	302.9	19.3	1058.552																														
							3112.6	916.83	767.1																														

Рис. 4. Кумулятивные дозы пациентов от 400 до 700 мЗв по годам

Категория	Годы											
	2022			2023			2024			2025		
	Количество	±	Количество	Количество	±	Количество	Количество	±	Количество	Количество	±	Количество
Категория	2022	±	2023	2024	±	2025	2026	±	2027	2028	±	2029
Новообразования (C00-D48)	2904	+	2348	2736	2813	846	26750					
Не указано	4531	+	3229	3432	3209	1234	25755					
Болезни системы кровообращения (I00-I99)	1043	+	975	952	977	287	8726					
Болезни органов пищеварения (K00-K93)	625	+	616	686	605	174	5094					
Травмы, отравления и некоторые другие последствия воздействия внешних причин (S00-T98)	225	+	212	445	708	327	3429					
Болезни органов дыхания (J00-J99)	413	+	292	220	276	89	2730					
Болезни костно-мышечной системы и соединительной ткани (M00-M99)	462	+	294	289	294	88	2352					
Болезни мочеполовой системы (N00-N99)	464	+	356	278	276	109	2211					
Болезни нервной системы (G00-G99)	283	+	292	344	274	75	2151					
Коды для особых целей (U00-U85)	26	+	1		4		1063					
Болезни крови, кроветворных органов и отдельные нарушения, вовлекающие иммунный механизм (D50-D89)	133	+	105	80	91	24	751					
Факторы, влияющие на состояние здоровья населения и обращения в учреждения здравоохранения (Z00-Z99)	117	+	66	71	86	23	606					
Некоторые инфекционные и паразитарные болезни (A00-B99)	24	+	20	24	41	8	388					
Болезни эндокринной системы, расстройства питания и нарушения обмена веществ (E00-E90)	74	+	65	55	36	21	348					
Болезни уха и сосцевидного отростка (H60-H95)	28	+	13	10	23	4	217					
Врожденные аномалии [пороки развития], деформации и хромосомные нарушения (Q00-Q99)	24	+	3	8	4	5	98					
Симптомы, признаки и отклонения от нормы, выявленные при клинических и лабораторных исследованиях, не классифицированные в других рубриках (R00-R99)	29	+	7	6	7	7	70					
Болезни глаза и его придаточного аппарата (H00-H59)	11	+	13	18	7	63						
Болезни кожи и подкожной клетчатки (L00-L99)	5	+	4	4	2	2	41					
Беременность, роды и послеродовой период (O00-O99)		+					11					
Общие итоги	11421		8911	9658	9733	3316	82854					

Рис. 5. Число КТ-сеансов по категориям болезней для кумулятивных доз от 0 до 100 мЗв

Категория	Годы											
	2022			2023			2024			2025		
	Количество	±	Количество	Количество	±	Количество	Количество	±	Количество	Количество	±	Количество
Категория	2022	±	2023	2024	±	2025	2026	±	2027	2028	±	2029
Новообразования (C00-D48)	371	+	662	830	2332	1332	1532	1396	442	9529		
Не указано	184	+	261	385	691	388	241	318	162	2838		
Болезни органов пищеварения (K00-K93)	83	+	126	186	391	223	241	200	62	1600		
Травмы, отравления и некоторые другие последствия воздействия внешних причин (S00-T98)	28	+	48	92	179	164	165	121	30	890		
Болезни системы кровообращения (I00-I99)	58	+	38	61	126	98	59	59	24	609		
Болезни органов дыхания (J00-J99)	9	+	8	4	98	21	30	4	4	203		
Болезни мочеполовой системы (N00-N99)	4	+	11	10	52	9	25	49	12	181		
Болезни нервной системы (G00-G99)	8	+	5	28	62	25	11	22	11	178		
Факторы, влияющие на состояние здоровья населения и обращения в учреждения здравоохранения (Z00-Z99)	3	+	4	6	9	13	12	9	1	59		
Болезни крови, кроветворных органов и отдельные нарушения, вовлекающие иммунный механизм (D50-D89)	5	+	15	6	12	8	6	6	6	59		
Некоторые инфекционные и паразитарные болезни (A00-B99)	3	+	4	5	18	2	8	2	2	51		
Болезни костно-мышечной системы и соединительной ткани (M00-M99)	10	+	3	2	4	5	4	3	1	32		
Болезни эндокринной системы, расстройства питания и нарушения обмена веществ (E00-E90)	1	+			2	2	12			17		
Врожденные аномалии [пороки развития], деформации и хромосомные нарушения (Q00-Q99)		+			1					3		
Коды для особых целей (U00-U85)		+										
Болезни глаза и его придаточного аппарата (H00-H59)		+										
Болезни кожи и подкожной клетчатки (L00-L99)		+										
Болезни уха и сосцевидного отростка (H60-H95)		+										
Общие итоги	767		1185	1507	4015	2296	2509	2220	760	16368		

Рис. 6. Число КТ-сеансов по категориям болезней для кумулятивных доз от 100 до 400 мЗв

Export_KT_PerDoza

Перетащите сюда поля фильтра

КатегBolezn	Годы ▾												Общие итоги
	до з	Количество з	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	Количество з	Количество з	
Новообразования (C00-D48)	+	2	Количество з	Количество з	Количество з	Количество з	Количество з	Количество з	Количество з	Количество з	Количество з	Количество з	167
Не указано	+	2	3	5	1	5	28	8	20	5	28	5	100
Болезни органов пищеварения (K00-K93)	+	1	1	1	1	11	14	4	18	12	12	12	63
Травмы, отравления и некоторые другие последствия воздействия внешних причин (S00-T98)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	44
Болезни системы кровообращения (I00-I99)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	32
Болезни органов дыхания (J00-J99)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	12
Болезни мочеполовой системы (N00-N99)	+	1	+	+	+	+	6	1	1	1	1	1	8
Болезни кожи и подкожной клетчатки (L00-L99)	+	+	+	+	+	+	1	3	2	2	2	2	6
Болезни нервной системы (G00-G99)	+	+	+	+	+	+	4	1	1	1	1	1	5
Некоторые инфекционные и паразитарные болезни (A00-B99)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	2
Факторы, влияющие на состояние здоровья населения и обращения в учреждения здравоохранения (Z00-Z99)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	2
Общие итоги	+	6	4	7	25	147	39	98	72	35	441	441	

Рис. 7. Число КТ-сеансов по категориям болезней для кумулятивных доз от 400 до 700 мЗв

Export_KT_PerDoza

Перетащите сюда поля фильтра

КатегBolezn	PATIENTS_ID ▾												Общие итоги
	394588	492869	519626	574199	865195	917367	99111	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	Сумма "DOZA_"	
Травмы, отравления и некоторые другие последствия воздействия внешних причин (S00-T98)	+	70.2	323	516.9	910.1	884.6	884.6	910.1	884.6	884.6	884.6	884.6	
Болезни органов пищеварения (K00-K93)	+	509.2	274.4	101	322.2	776.9	776.9	322.2	776.9	776.9	776.9	776.9	
Новообразования (C00-D48)	+	270.3	184.4	59.7	515.6	751.1	751.1	515.6	751.1	751.1	751.1	751.1	
Не указано	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
Болезни мочеполовой системы (N00-N99)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
Болезни нервной системы (G00-G99)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
Болезни системы кровообращения (I00-I99)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
Болезни кожи и подкожной клетчатки (L00-L99)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
Факторы, влияющие на состояние здоровья населения и обращения в учреждения здравоохранения (Z00-Z99)	+	46.7	519.6	576.6	46.7	46.7	46.7	576.6	519.6	576.6	46.7	46.7	
Общие итоги	+	579.4	408.1	515.6	623.4	3814.1	3814.1	623.4	3814.1	3814.1	3814.1	3814.1	

Рис. 8. Кумулятивные дозы пациентов по категориям болезней в диапазоне от 400 до 700 мЗв

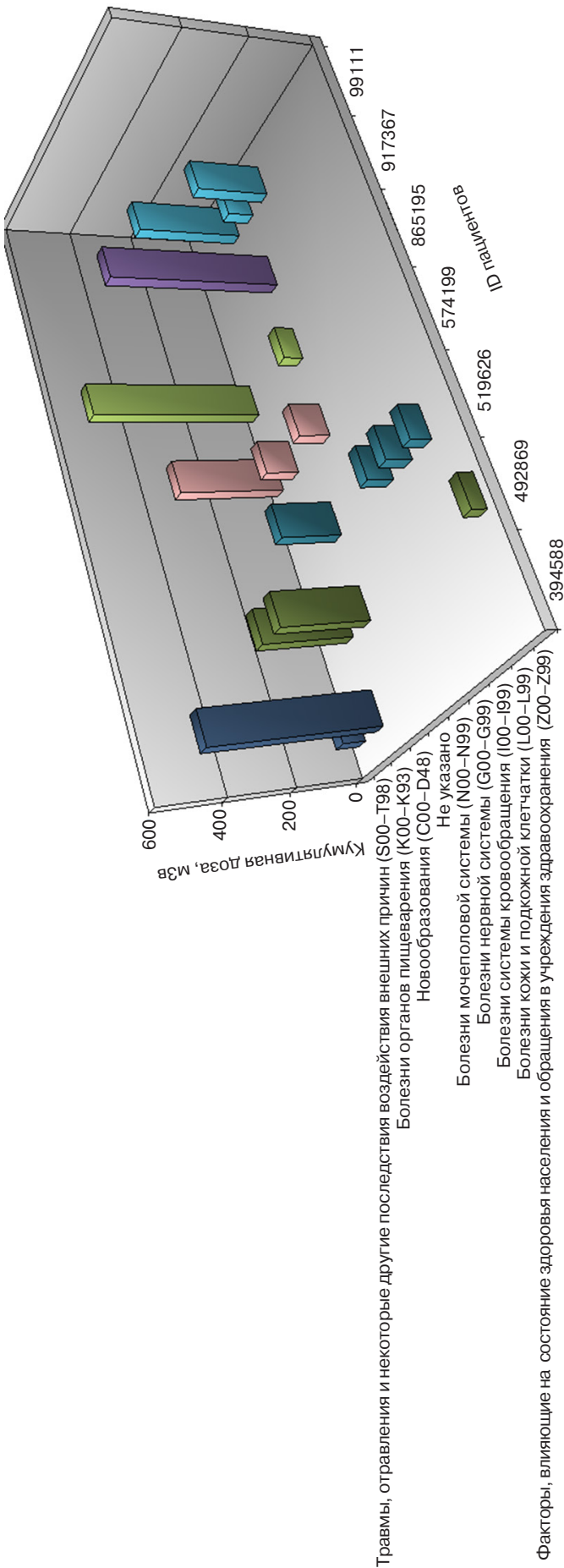


Рис. 9. Объемная диаграмма по кумулятивным дозам пациентов по категориям болезней в диапазоне от 400 до 700 мЗв

Export_KT_PetDoza		КатегBolezn		PATIENTS_ID		Все		Годы		2017	2020	2021	2022	2023	2024	Общие итоги	
										Сумма	Сумма	Сумма	Сумма	Сумма	Сумма	Сумма	Сумма
Наименование										2017	2020	2021	2022	2023	2024	2017	2024
Поражение забрюшинного пространства и брюшины, выходящее за пределы одной и более вышеуказанных локализаций										226	226	226	226	226	226	226	226
Разрыв пузыря нетравматический										180.2	180.2	180.2	180.2	180.2	180.2	180.2	180.2
Не указано										40.2	40.2	40.2	40.2	40.2	40.2	40.2	40.2
Злокачественные новообразования самостоятельных (первичных) множественных локализаций																	
ЗНО забрюшинного пространства																	
Гидронефроз со стриктурой мочеточника, не классифицированный в других рубриках																	
Острый тубулоинтерстициальный нефрит										20	20	20	20	20	20	20	20
Общие итоги										20	20	40.2	431.2	47.8	79	5.2	623.4

Рис. 10. Сводная таблица по кумулятивным дозам пациента с ID 99111 для всех категорий и наименований болезней по годам. ЗНО – злокачественное новообразование

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная клиент-серверная технология с использованием сводных таблиц и объемных диаграмм в клиентском приложении позволяет:

1. Визуализировать анализ и учет кумулятивных доз пациентов, проходящих лечение и диспансеризацию в крупных многофункциональных лечебно-исследовательских стационарах.
2. Выявлять операции по КТ-исследованиям, по которым возможно снизить число применяемых сеансов с целью ограничения роста кумулятивных доз пациентов. Так, например, максимально выявленное число КТ-сеансов у одного из пациентов за весь наблюдаемый период составило 83 единицы.
3. Обнаруживать ошибки ввода данных медицинскими работниками в МИС и вовремя их корректировать. Например, в приведенных выше таблицах значение «Не указано» означает, что в эту графу не вводились данные.

4. Можно формировать различные сводные таблицы для анализа данных. Так, все представленные в отчете данные были получены с использованием только одного запроса «Export_KT_PerDoza».

Сводные таблицы и объемные диаграммы являются наглядным и эффективным инструментом анализа и исследования процессов протекания болезней в разрезе временных и возрастных рядов, например для определения эффективности тех или иных лечебных процедур, влияния использования лекарственных препаратов на результаты лечения, проводимого в многопрофильных клинических стационарах.

Вклад авторов

В.А. Кадымов – общее руководство при написании статьи.

С.М. Думанский – введение, разделы 1 и 2.

Е.В. Васильев – раздел 3 и заключение.

Authors' contributions

V.A. Kadymov – general guidelines for writing the article.

S.M. Dumansky – introduction, sections 1 and 2.

E.V. Vasiliev – section 3 and conclusion.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brenner D., Elliston C., Hall E., Berdon W. Estimated risks of radiation-induced fatal cancer from pediatric CT. *Am. J. Roentgenology*. 2001;176(2):289–296. <https://doi.org/10.2214/ajr.176.2.1760289>
2. Denton E.R., Mackenzie A., Greenwell T., Popert R., Rankin S.C. Unenhanced helical CT for renal colic – is the radiation dose justifiable? *Clin Radiol*. 1999;54(7):444–447. [https://doi.org/10.1016/S0009-9260\(99\)90829-2](https://doi.org/10.1016/S0009-9260(99)90829-2)
3. Kleinerman R.A. Cancer Risks Following Diagnostic and Therapeutic Radiation Exposure in Children. *Pediatr. Radiol*. 2006;36(Suppl.2):121–125. <https://doi.org/10.1007/s00247-006-0191-5>
4. Bosch de Basea M., Thierry-Chef I., Harbron R., et al. Risk of hematological malignancies from CT radiation exposure in children, adolescents and young adults. *Nat. Med*. 2023;29(12):3111–3119. <https://doi.org/10.1038/s41591-023-02620-0>
5. Осипов М.В., Шкаредных В.Ю., Логинов В.С., Мельников В.В., Дружинина П.С., Сокольников М.Э. Ретроспективный анализ онкологической заболеваемости пациентов после проведения компьютерной томографии. *Радиационная гигиена*. 2021;14(3):80–90. <https://doi.org/10.21514/1998-426X-2021-14-3-80-90>
6. Осипов М.В., Важенин А.В., Доможирова А.С., Чернова О.Н., Аксенова И.А. Компьютерная томография как фактор риска у онкологических пациентов при наличии профессионального облучения. *Российский электронный журнал лучевой диагностики*. 2019;9(1):142–147. <https://elibrary.ru/lzhdgh>
7. Bullard T.B., Falk J.L., Smith M.S., et al. Cumulative Radiation Exposure from Medical Imaging in Two Hospital Systems – Implications for Medical Record Portability. *Emergency Med*. 2014;4(211):5.
8. Кашеев В.В., Пряхин Е.А., Меньяло А.Н. Метод оценки радиационного риска медицинского облучения при прохождении компьютерной томографии детей и подростков на основе данных протоколов сканирования. *Радиация и риск*. 2023;32(3):5–13. <https://doi.org/10.21870/0131-3878-2023-32-3-5-13>
9. Кашеев В.В., Пряхин Е.А. Медицинское диагностическое облучение: проблема радиационной безопасности. Обзор. *Радиация и риск*. 2018;27(4):49–64. <https://doi.org/10.21870/0131-3878-2018-27-4-49-64>
10. Осипов М.В. Компьютерная томография как фактор риска злокачественных новообразований среди населения города атомной промышленности Озёрск. *Радиация и риск*. 2023;32(3):109–121. <https://doi.org/10.21870/0131-3878-2023-32-3-109-121>
11. Думанский С.М., Васильев Е.В., Калинина М.В. Использование информационных технологий для ретроспективного анализа частоты выявления новообразований у пациентов на примере многопрофильного медицинского центра. В сб.: *VIII Международный Форум онкологии и радиотерапии «Ради жизни – FOR LIFE»*: Сборник тезисов. Москва. 15–19 сентября 2025 г. ISBN 978-5-00274-009-3. С. 90–91. URL: <https://drive.google.com/file/d/1hxnTQgBquJ0gBB0YgXaMumUqJqWYmb6/view>. Дата обращения 24.05.2026.
12. Васильев Е.В., Думанский С.М., Калинина М.В. О необходимости персонального централизованного учета и анализа дозовой нагрузки пациентов при использовании компьютерной томографии. В сб.: *«Ильинские чтения 2025»*: Сборник материалов международного научно-практического форума молодых ученых и специалистов. Москва: 2025. С. 90–92. <https://www.elibrary.ru/phvfoi>, URL: <https://ilyinforum.ru/materials>. Дата обращения 24.05.2026.

13. Думанский С.М., Васильев Е.В., Баранов Л.И., Калинина М.В. Визуализация, анализ и учет дозовой нагрузки пациентов, проходящих лучевую диагностику. В сб.: *Медицинские и экологические эффекты ионизирующего излучения: материалы VIII Международной научно-практической конференции*, посвященной 25-летию образования Северского биофизического научного центра. 09–11 сентября 2025 г., Томск: 2025. С. 33–34.
14. Думанский С.М., Васильев Е.В., Калинина М.В. Компьютерная томография – вклад в кумулятивную медицинскую дозу. В сб.: *Хроническое радиационное воздействие: медико-биологические эффекты малых доз: материалы VIII Международной научно-практической конференции*. 23–25 сентября 2025 г. Челябинск: 2025. С. 88–89.
15. Думанский С.М., Васильев Е.В., Калинина М.В. Анализ распространенности злокачественных новообразований в разрезе профессий действующих и бывших работников энергетических предприятий по данным диспансеризаций, проводимых в системе медсанчастей. В сб.: *VII Международный форум онкологии и радиотерапии*. 16–20 сентября 2024 г. Москва: Центр международной торговли. С. 186–187. URL: <https://drive.google.com/file/d/1-8szW3yzzOdJ4Ex1ZnnydXkrX3-hmf40/view>. Дата обращения 24.05.2026.
16. Кашеев В.В., Пряхин Е.А., Меняйло А.Н., Иванов В.К., Иванов С.А., Каприн А.Д. Применение новых рекомендаций МКРЗ 2022 г. при расчете радиационных рисков пациентов после компьютерной томографии. *Радиация и риск*. 2025;34(2):39–49. <https://doi.org/10.21870/0131-3878-2025-34-2-39-49>
17. Бен-Ган И. *Microsoft SQL Server 2012. Основы T-SQL*: пер. с англ. М.: Эксмо; 2015, 400 с. ISBN 978-5-699-73617-1
18. Нильсен П. *Microsoft SQL Server 2005. Библия пользователя*: пер. с англ. М.: Вильямс; 2008, 1232 с. ISBN 978-5-84591-314-2

REFERENCES

1. Brenner D., Elliston C., Hall E., Berdon W. Estimated risks of radiation-induced fatal cancer from pediatric CT. *Am. J. Roentgenology*. 2001;176(2):289–296. <https://doi.org/10.2214/ajr.176.2.1760289>
2. Denton E.R., Mackenzie A., Greenwell T., Popert R., Rankin S.C. Unenhanced helical CT for renal colic – is the radiation dose justifiable? *Clin Radiol*. 1999;54(7):444–447. [https://doi.org/10.1016/S0009-9260\(99\)90829-2](https://doi.org/10.1016/S0009-9260(99)90829-2)
3. Kleinerman R.A. Cancer Risks Following Diagnostic and Therapeutic Radiation Exposure in Children. *Pediatr. Radiol*. 2006;36(Suppl.2):121–125. <https://doi.org/10.1007/s00247-006-0191-5>
4. Bosch de Basea M., Thierry-Chef I., Harbron R., et al. Risk of hematological malignancies from CT radiation exposure in children, adolescents and young adults. *Nat. Med*. 2023;29(12):3111–3119. <https://doi.org/10.1038/s41591-023-02620-0>
5. Osipov M.V., Shkarednykh V.Yu., Loginov V.S., Melnikov V.V., Druzhinina P.S., Sokolnikov M.E. Retrospective analysis of cancer morbidity among patients after computed tomography. *Radiatsionnaya Gygiena = Radiation Hygiene*. 2021;14(3): 80–90 (in Russ.). <https://doi.org/10.21514/1998-426X-2021-14-3-80-90>
6. Osipov M.V., Vazhenin A.V., Domozhirova A.S., Chernova O.N., Aksenova I.A. Computed tomography as a risk factor in cancer patients with professional radiation exposure. *Rossiiskii elektronnyi zhurnal luchevoi diagnostiki = Russian Electronic Journal of Radiology*. 2019;9(1):142–147 (in Russ.). <https://elibrary.ru/lzhdgh>
7. Bullard T.B., Falk J.L., Smith M.S., et al. Cumulative Radiation Exposure from Medical Imaging in Two Hospital Systems – Implications for Medical Record Portability. *Emergency Med*. 2014;4(211):5.
8. Kashcheev V.V., Pryakhin E.A., Menyailo A.N. A method for assessing the radiation risk of medical exposure after computed tomography scan of children and adolescents based on data from scanning protocols. *Radiatsiya i risk = Radiation and Risk*. 2023;32(3):5–13 (in Russ.). <https://doi.org/10.21870/0131-3878-2023-32-3-5-13>
9. Kashcheev V.V., Pryakhin E.A. Medical diagnostic imaging: radiation safety issues. Review. *Radiatsiya i risk = Radiation and Risk*. 2018;27(4):49–64 (in Russ.). <https://doi.org/10.21870/0131-3878-2018-27-4-49-64>
10. Osipov M.V. Computed tomography as a risk factor of cancer among the population of the nuclear city of Ozyorsk. *Radiatsiya i risk = Radiation and Risk*. 2023;32(3):109–121 (in Russ.). <https://doi.org/10.21870/0131-3878-2023-32-3-109-121>
11. Dumansky S.M., Vasiliev E.V., Kalinina M.V. The use of information technologies for a retrospective analysis of the frequency of neoplasm detection in patients using the example of a multidisciplinary medical center. In: *The 8th International Forum of Oncology and Radiotherapy “For Life – FOR LIFE”*: Collection of abstracts. Moscow: 2025. ISBN 978-5-00274-009-3. P. 90–91 (in Russ.). Available from URL: <https://drive.google.com/file/d/1hxnTQgBquJ0gBB0OyrXaMumUqJqWYmb6/view>. Accessed May 24, 2026.
12. Vasiliev E.V., Dumansky S.M., Kalinina M.V. On the need for personal centralized accounting and analysis of patients’ dose load when using computed tomography. In: *Ilyinsky Readings 2025: Collection of Materials of the International Scientific and Practical Forum of Young Scientists and Specialists*. Moscow: 2025. P. 90–92 (in Russ.). <https://www.elibrary.ru/phvfoi>. Available from URL: <https://ilyinform.ru/materials>. Accessed May 24, 2026.
13. Dumansky S.M., Vasiliev E.V., Baranov L.I., Kalinina M.V. Visualization, analysis and accounting of the dose load of patients undergoing radiation diagnostics. In: *Medical and Ecological Effects of Ionizing Radiation: Proceedings of the 8th International Scientific Conference, dedicated to the 25th anniversary of the Seversk Biophysical Research Center*. Tomsk: 2025. P. 33–34 (in Russ.).
14. Dumansky S.M., Vasiliev E.V., Kalinina M.V. Computed tomography – contribution to cumulative medical dose Chronic radiation exposure: medical and biological effects of small doses: In: *Proceedings of the 8th International Scientific and Practical Conference*. September 23–25, 2025. Chelyabinsk: 2025. P. 88–89 (in Russ.).

15. Dumansky S.M., Vasiliev E.V., Kalinina M.V. Analysis of the prevalence of malignant neoplasms in the context of professions of current and former employees of energy enterprises according to medical examinations conducted in the medical unit system. In: *Proceedings of the 7th International Forum of Oncology and Radiotherapy*. September 16–20, 2024. Moscow: World Trade Center. P. 186–187 (in Russ.). Available from URL: <https://drive.google.com/file/d/1-8szW3yzzOdJ4Ex1ZnnYdXkrX3-hmf40/view>. Accessed May 24, 2026.
16. Kashcheev V.V., Pryakhin E.A., Menyailo A.N., Ivanov V.K., Ivanov S.A., Kaprin A.D. Application of the new ICRP 2022 recommendations in calculating radiation risks of patients after computed tomography. *Radiatsiya i risk = Radiation and Risk*. 2025;34(2):39–49 (in Russ.). <https://doi.org/10.21870/0131-3878-2025-34-2-39-49>
17. Ben-Gan Itzik. *Microsoft SQL Server 2012. T-SQL Fundamentals*: transl. from Engl. Moscow: Eksmo; 2015, 400 p. (In Russ.). ISBN 978-5-699-73617-1
[Ben-Gan Itzik. *Microsoft SQL Server 2012 T-SQL Fundamentals*. Microsoft Press Series. Microsoft; 2012, 412 p.]
18. Nielsen P. *Microsoft SQL Server 2005. User's Bible*: transl. from Engl. Moscow: Vil'yams; 2008, 1232 p. (In Russ.). ISBN 978-5-84591-314-2
[Nielsen P. *SQL Server 2005. Bible*. Wiley & Sons; 2006, 1344 p.]

Об авторах

Кадымов Вагид Ахмедович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра высшей математики, Институт перспективных технологий и индустриального программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: kadymov@mirea.ru. Scopus Author ID 6507691680, ResearcherID E-8760-2014, SPIN-код РИНЦ 4351-2884, <https://orcid.org/0009-0008-4550-8082>

Думанский Сергей Митрофанович, к.э.н., старший научный сотрудник, ФГБУ ГНЦ Федеральный медицинский биофизический центр имени А.И. Бурназяна ФМБА России (ФГБУ ГНЦ ФМБЦ им. А.И. Бурназяна ФМБА России) (123098, Россия, Москва, ул. Маршала Новикова, д. 23). E-mail: s.dumansky.m@gmail.com. SPIN-код РИНЦ 7655-7200, <https://orcid.org/0009-0002-9067-3876>

Васильев Евгений Владимирович, старший научный сотрудник, ФГБУ ГНЦ Федеральный медицинский биофизический центр имени А.И. Бурназяна ФМБА России (ФГБУ ГНЦ ФМБЦ им. А.И. Бурназяна ФМБА России) (123098, Россия, Москва, ул. Маршала Новикова, д. 23). E-mail: e.vasilyev.v@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0003-2133-7297>

About the Authors

Vagid A. Kadymov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Higher Mathematics Department – 3, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: kadymov@mirea.ru. Scopus Author ID 6507691680, ResearcherID E-8760-2014, RSCI SPIN-code 4351-2884, <https://orcid.org/0009-0008-4550-8082>

Sergey M. Dumansky, Cand. Sci. (Econ.), Senior Researcher, A.I. Burnazyan Federal Medical Biophysical Center (23, Marshala Novikova ul., Moscow, 123098 Russia). E-mail: s.dumansky.m@gmail.com. RSCI SPIN-code 7655-7200, <https://orcid.org/0009-0002-9067-3876>

Evgeny V. Vasiliev, Senior Researcher, A.I. Burnazyan Federal Medical Biophysical Center (23, Marshala Novikova ul., Moscow, 123098 Russia). E-mail: e.vasilyev.v@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0003-2133-7297>

УДК 004.75; 004.4

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-21-35>

EDN ENTOLE



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Оценивание риска перегрузки вычислительного узла в Kubernetes на основе уравнения Фоккера – Планка и задачи первого достижения критической границы

С.А. Лесько[@], В.Н. Калинин, Д.О. Жуков

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: lesko@mirea.ru

• Поступила: 01.04.2026 • Доработана: 15.04.2026 • Принята к опубликованию: 08.06.2026

Резюме

Цели. В контейнерных вычислительных инфраструктурах размещение нагрузки опирается на статические параметры – запрашиваемые ресурсы (requests) и предельные ресурсы (limits), тогда как фактическое потребление ресурсов носит стохастический характер с редкими, но существенными пиковыми выбросами, что ведет к избыточному резервированию или риску перегрузки. Существующие подходы ориентированы на детерминированные критерии выбора узла или точечный прогноз нагрузки и не дают прямой вероятностной оценки достижения критического состояния. Цель работы – построение вероятностной модели риска перегрузки вычислительного узла *Kubernetes*¹, формализующей событие перегрузки как первое достижение критической границы стохастическим процессом загрузки узла.

Методы. Нормированная загрузка узла описывается как одномерный стохастический процесс, эволюция плотности вероятности задается уравнением Фоккера – Планка (Fokker–Planck, FP). Для краевой задачи получено аналитическое решение при постоянных коэффициентах и смешанных граничных условиях Робина – Дирихле. Для переменных коэффициентов, оцениваемых по телеметрии, реализован численный метод на основе схемы Кранка – Николсон. Коэффициенты дрейфа и диффузии оцениваются по данным мониторинга.

Результаты. Численное решение верифицировано на шести тестовых случаях с расхождением менее 0.001 относительно аналитического. Модель проверена на дискретно-событийном имитаторе кластера из 170 узлов в четырех сценариях нагрузки. Систематическое сравнение с четырьмя базовыми методами (наивный прогноз, линейный тренд, авторегрессия первого порядка, историческая частота) на 904800 тестовых окнах показало преимущество FP-модели по критерию Брайера (0.0245 против 0.0372 у лучшей базовой модели) на всех горизонтах прогнозирования (1, 2, 5 и 10 мин).

Выводы. Предложенная модель обеспечивает вероятностную оценку риска перегрузки узла *Kubernetes* на конечном горизонте прогноза и превосходит базовые методы по метрикам калибровки и дискриминации. Результаты создают основу для построения риск-ориентированных механизмов ранжирования узлов и интеграции вероятностной оценки в систему управления контейнерными кластерами.

¹ Открытое программное обеспечение для оркестрации контейнеризированных приложений. <https://kubernetes.io/>. Дата обращения 11.05.2026. [Open-source software for orchestrating containerized application. <https://kubernetes.io/>. Accessed May 11, 2026.]

Ключевые слова: Kubernetes, стохастическая динамика, уравнение Фоккера – Планка, краевая задача, вероятность перегрузки, первое достижение границы, схема Кранка – Николсон, телеметрия

Для цитирования: Лесько С.А., Калинин В.Н., Жуков Д.О. Оценивание риска перегрузки вычислительного узла в Kubernetes на основе уравнения Фоккера – Планка и задачи первого достижения критической границы. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):21–35. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-21-35>, <https://elibrary.ru/ENTOLE>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Estimating the overload risk of a Kubernetes node based on the Fokker–Planck equation and the first-to-critical-bound problem

Sergey A. Lesko[@], Vladimir N. Kalinin, Dmitry O. Zhukov

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: lesko@mirea.ru

• Submitted: 01.04.2026 • Revised: 15.04.2026 • Accepted: 08.06.2026

Abstract

Objectives. In containerized computing infrastructures, workload placement relies on static parameters such as *requests* and *limits*. However, the stochastic nature of actual resource consumption, involving rare but significant peak bursts, can lead either to excessive resource reservation or an increased risk of overload. Existing approaches to resource allocation focus on deterministic node selection criteria or point forecasts of workloads, but do not provide direct probabilistic estimates of critical state thresholds. The probabilistic model for the overload risk of *Kubernetes* compute nodes developed in this paper formalizes overload as the first instance of a critical boundary being reached by a stochastic load process.

Methods. The normalized node load is modeled as a one-dimensional stochastic process, the probability density of which evolves according to the Fokker–Planck equation. An analytical solution to the boundary-value problem is derived for constant coefficients and mixed Robin–Dirichlet boundary conditions. For variable coefficients estimated from telemetry data, a numerical method based on the Crank–Nicolson scheme is employed. The drift and diffusion coefficients are estimated from monitoring data.

Results. The model was validated using a discrete-event simulator for a 170-node cluster under four workload scenarios. A verification of the developed numerical solution against an analytical solution on six test cases produced a discrepancy of less than 0.001. A systematic comparison with four baseline methods (Persistence, Linear trend, AR(1), and Historical exceedance) across 904800 test windows demonstrates the superiority of the FP model in terms of the Brier score (0.0245 vs 0.0372 for the best baseline) for all prediction horizons (1, 2, 5, and 10 min).

Conclusions. The proposed model provides a calibrated, probabilistic estimate of *Kubernetes* node overload risk over a finite prediction horizon, which outperforms baseline methods in terms of both calibration and discrimination metrics. These results pave the way for the development of risk-aware node ranking mechanisms and the integration of probabilistic risk assessment into container cluster management systems.

Keywords: Kubernetes, stochastic dynamics, Fokker–Planck equation, boundary-value problem, overload probability, first-hitting time, Crank–Nicolson scheme, telemetry

For citation: Lesko S.A., Kalinin V.N., Zhukov D.O. Estimating the overload risk of a Kubernetes node based on the Fokker–Planck equation and the first-to-critical-bound problem. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):21–35. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-21-35>, <https://elibrary.ru/ENTOLE>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

В контейнерных оркестраторах семейства *Kubernetes*² размещение подов³ на вычислительных узлах опирается на декларативные значения – запрашиваемые ресурсы (requests) и предельные ресурсы (limits) [1, 2], тогда как фактическое потребление ресурсов носит стохастический и нестационарный характер. Такая архитектура упрощает управление качеством обслуживания и изоляцией приложений, но одновременно приводит к структурной неэффективности: при консервативном резервировании снижается средняя утилизация кластера [3], а при агрессивном уплотнении повышается риск локальной перегрузки узлов [4]. Масштаб проблемы подтверждается анализом промышленных кластеров: по данным трассировки системы управления кластерами Google Borg [5] средняя утилизация процессорного времени составляет 20–35%, по данным Alibaba Cluster Trace (общедоступный набор трассировочных данных, опубликованный компанией Alibaba, содержащий записи о потреблении ресурсов контейнерами и задачами на производственных кластерах; используется как эталон для оценки эффективности методов планирования нагрузки) – 20–45% [6].

Для практики эксплуатации критично не только предсказать ожидаемый уровень загрузки, но и оценить вероятность наступления опасного состояния на конечном горизонте времени. Существенным является риск хотя бы однократного достижения критического уровня загрузки в интервале прогнозирования, поскольку именно такие события приводят к деградации производительности, вытеснению контейнеров и нарушению соглашений об уровне обслуживания. Однако большинство применяемых подходов ориентированы либо на детерминированные критерии выбора узла, либо на прогноз значения нагрузки в отдельный момент времени, что не дает прямой вероятностной оценки риска перегрузки.

² Открытое программное обеспечение для оркестрации контейнеризированных приложений. <https://kubernetes.io/>. Дата обращения 11.05.2026. [Open-source software for orchestrating containerized application. <https://kubernetes.io/>. Accessed May 11, 2026.]

³ Под – (от англ. pod) – группа из одного или нескольких контейнеров, работающих вместе и использующих общие ресурсы. [A pod is a group of one or more containers that work together and use shared resources.]

В настоящей работе предлагается вероятностная модель риска перегрузки вычислительного узла *Kubernetes*, основанная на трактовке загрузки как одномерного стохастического процесса, а события перегрузки – как события первого достижения критической границы [7, 8]. Эволюция распределения загрузки описывается в рамках уравнения Фоккера – Планка [9, 10], что позволяет перейти от точечного прогноза к оценке вероятности достижения предельного состояния на заданном горизонте.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Существующие подходы к управлению размещением контейнерных нагрузок в *Kubernetes* и родственных оркестраторах можно условно разделить на несколько направлений.

К первому направлению относятся эвристические и комбинаторные методы размещения контейнеров, ориентированные на максимизацию плотности упаковки, балансировку загрузки узлов и снижение фрагментации ресурсов [1, 2, 11]. Для этих методов характерно использование текущих или оцененных остаточных ресурсов узла в качестве детерминированного критерия выбора, а сама задача формулируется как вариант комбинаторной оптимизационной постановки. Достоинствами данного класса подходов являются вычислительная простота, интерпретируемость и совместимость со стандартным циклом работы планировщика. В то же время такие методы, как правило, плохо учитывают нестационарность и случайные выбросы нагрузки и не предоставляют прямой вероятностной оценки достижения критического состояния узла. Обзорные работы последних лет [11] показывают, что эвристические и основанные на правилах схемы по-прежнему составляют значительную часть способов планирования в *Kubernetes*, несмотря на рост числа решений, использующих прогнозирование и автоматическое масштабирование.

Ко второму направлению относятся работы, связанные с расширением стандартного планировщика *Kubernetes* и построением пользовательских механизмов ранжирования узлов [2, 12]. Акцент делается не столько на новой математической модели нагрузки, сколько на интеграции дополнительной логики принятия решений в существующую инфраструктуру оркестрации: через подключаемые

модули планировщика, внешние средства принятия решений, пользовательские функции ранжирования и механизмы динамического перераспределения контейнеров. В последние годы появился ряд работ, в которых расширение планировщика используется уже не только для статического выбора узла, но и для динамической балансировки нагрузки во время выполнения [13, 14]. Однако даже в таких постановках решение обычно остается детерминированным, а неопределенность будущей динамики нагрузки учитывается лишь косвенно – через текущие метрики потребления и эмпирические правила выбора.

Третье направление образуют методы прогнозирования временных рядов нагрузки и проактивного автоматического масштабирования [15–18]. В этих работах используются классические статистические модели, рекуррентные и гибридные нейросетевые архитектуры, а также адаптивные схемы принятия решений, учитывающие требования к уровню обслуживания. Для *Kubernetes* это направление особенно активно развивается в задачах горизонтального и вертикального масштабирования, где по истории наблюдений прогнозируется будущее значение спроса, после чего принимается решение об изменении числа реплик или выделяемых ресурсов. Преимущество таких подходов состоит в способности учитывать тренд, сезонность и краткосрочную динамику рабочей нагрузки. Однако в большинстве таких постановок минимизируется ошибка прогноза самой нагрузки или метрика качества масштабирования, тогда как вероятность наступления перегрузки рассматривается лишь опосредованно и обычно не связывается с задачей первого достижения критической границы, что может быть неприемлемо для критически важных задач.

Отдельный класс составляют вероятностные и риск-ориентированные подходы к управлению распределенными вычислительными системами [4, 19–21]. В рамках этого направления исследуются постановки с учетом неопределенности спроса, компромисса между утилизацией и надежностью, завышенного запроса ресурсов и интерференции между совместно размещенными нагрузками. Для современной тенденции по контейнерной оркестрации характерен сдвиг от реактивного масштабирования к управлению на основе политик и обучения с подкреплением, включая экономико-риск-ориентированные формулировки [21]. Эти результаты подтверждают перспективность вероятностной трактовки эксплуатационного риска, однако в большинстве случаев объектом оптимизации остаются стоимость, задержки или средние показатели использования ресурсов, а не вероятность того, что процесс загрузки узла хотя бы один раз пересечет критический порог

на заданном горизонте. Таким образом, риск чаще моделируется как агрегированная функция потерь или вероятность деградации сервиса, чем как событие первого достижения для стохастического процесса загрузки.

Математическую основу для такого рода постановок составляют теория стохастических дифференциальных уравнений и интеграл Ито [22], методы анализа уравнений Фоккера – Планка [9, 10] и теория процессов первого достижения [7, 8]. Эти методы давно применяются для описания нестационарной стохастической динамики и расчета вероятности выхода процесса за допустимую область. Систематическое изложение подхода к моделированию стохастической динамики процессов в вычислительных системах, включая вывод обобщенных уравнений и решение краевых задач для моделей загруженности при балансировке узлов передачи данных, приведено в [23]. Однако использование задачи первого достижения в рамках уравнения Фоккера – Планка для оценки риска перегрузки вычислительного узла в *Kubernetes* ранее не применялось.

Так как существующие подходы либо решают задачу размещения на основе детерминированных эвристик, либо прогнозируют будущее значение нагрузки, либо рассматривают стохастические эффекты без явной постановки риска как события первого достижения критической границы, то открытой остается задача построения модели, которая напрямую оценивает вероятность перегрузки узла на конечном горизонте и вычислительно пригодна для интеграции в механизмы ранжирования и управления ресурсами контейнеризированных сред, таких как *Kubernetes*.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОЦЕНИВАНИЯ РИСКА ПЕРЕГРУЗКИ

Постановка задачи

Рассмотрим кластер из N вычислительных узлов. Для узла j определим нормированную загрузку по выбранному ресурсу (процессорное время или оперативная память):

$$x_j(t) = \frac{u_j(t)}{C_j}, \quad x_j(t) \in [0, 1], \quad (2.1)$$

где $u_j(t)$ – фактическое потребление ресурса, t – непрерывное время, C_j – емкость узла. Критическое состояние соответствует достижению уровня $L = 1$. Обозначим через $T_h > 0$ горизонт прогноза.

Определение 1 (событие перегрузки). Перегрузка узла j на горизонте T_h определяется как событие первого достижения критической границы: $\tau_L = \inf\{t > 0: x_j(t) \geq L\}$. Риск перегрузки – вероятность $R_j(T_h) = \mathbb{P}(\tau_L \leq T_h | x_j(0) = x_0)$.

Задача состоит в построении модели, позволяющей вычислять $R_j(T_h)$ для заданных x_0 , T_h и параметров стохастической динамики, а также в разработке вычислительного метода определения этой вероятности. Получаемая оценка риска в дальнейшем может использоваться при ранжировании узлов и в механизмах поддержки решений о размещении нагрузки, однако в рамках настоящей работы основной акцент сделан на модели, краевой задаче и методах ее решения. Существенно, что данная постановка принципиально отличается от пороговых критериев: одно и то же значение текущей загрузки может соответствовать как низкому, так и высокому риску в зависимости от направленности тренда и интенсивности флуктуаций.

Стохастическая модель загрузки

Для описания эволюции нормированной загрузки узла введем дискретную марковскую модель с малыми приращениями за фиксированный шаг времени. Такая постановка позволяет формально связать локальные случайные изменения нагрузки с непрерывным уравнением для плотности вероятности и в дальнейшем перейти к вычислению вероятности достижения критической границы.

Зафиксируем дискретный шаг времени $\tau > 0$ и обозначим $t = k\tau$, $k \in \mathbb{N}_0$. Пусть на шаге k узел находится в состоянии $x \in [0, L]$. За один шаг допускаются три варианта изменения: $x \rightarrow x + \varepsilon$, $x \rightarrow x - \xi$, $x \rightarrow x$, где $\varepsilon, \xi > 0$ – масштабы приращений загрузки. Вероятности направлений удовлетворяют условию нормировки $w_+(x) + w_-(x) + w_0(x) = 1$. Баланс вероятностей задается уравнением:

$$P_{k+1}(x) = w_+(x - \varepsilon)P_k(x - \varepsilon) + w_-(x + \xi)P_k(x + \xi) + w_0(x)P_k(x). \quad (2.2)$$

Замечание 1. Асимметрия приращений ($\varepsilon \neq \xi$) является естественной для вычислительной нагрузки: интенсивность поступления запросов и обработки задач, как правило, различаются. Поэтому далее используется общий вид (2.2).

Аппроксимируя $P_k(x)$ плотностью $\rho(x, t)$ и разлагая правую часть уравнения (2.2) в ряд Тейлора по переменной состояния x до членов второго порядка при $\varepsilon, \xi = O(\sqrt{\tau})$, $\tau \rightarrow 0$, получаем уравнение Фоккера – Планка:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(A(x)\rho) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2}(B(x)\rho). \quad (2.3)$$

Коэффициенты дрейфа $A(x)$ и диффузии $B(x)$ выражаются через условные моменты приращений:

$$A(x) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\mathbb{E}[\Delta x | x]}{\tau}, \quad B(x) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\mathbb{E}[(\Delta x)^2 | x]}{\tau}. \quad (2.4)$$

Для схемы (2.2) в первом приближении по τ коэффициенты принимают вид:

$$A(x) \approx \frac{\varepsilon w_+(x) - \xi w_-(x)}{\tau}, \quad B(x) \approx \frac{\varepsilon^2 w_+(x) + \xi^2 w_-(x)}{\tau}. \quad (2.5)$$

В частном случае, когда вероятности направлений не зависят от состояния и принимают значения $w_+ = w_- = 1/2$, $w_0 = 0$ (симметричная схема переходов), коэффициенты можно упростить:

$$a = \frac{\varepsilon^2 + \xi^2}{4\tau}, \quad b = \frac{\varepsilon - \xi}{2\tau}, \quad (2.6)$$

где a соответствует коэффициенту диффузии $(1/2)B$, а b – коэффициенту дрейфа A .

Коэффициент $A(x)$ задает средний тренд изменения загрузки, $B(x)$ – интенсивность случайных колебаний. Их зависимость от состояния позволяет учитывать нелинейные эффекты, в частности усиление разброса вблизи высокой загрузки узла. Поскольку характер флуктуаций процессорного времени и оперативной памяти часто различен, коэффициенты для каждого ресурса оцениваются независимо.

Уравнению (2.3) соответствует стохастическое дифференциальное уравнение Ито [22]:

$$dX_t = A(X_t)dt + \sqrt{B(X_t)}dW_t, \quad (2.7)$$

где W_t – стандартный винеровский процесс. Уравнение (2.7) удобно для реализации методом Монте-Карло; а (2.3) описывает эволюцию плотности сразу по всему ансамблю траекторий и используется далее для вычисления вероятности перегрузки.

Краевая задача для вероятности перегрузки

Пусть $x \in [0, L]$, $L = 1$. Зададим начальное условие в виде:

$$\rho(x, 0) = \delta(x - x_0), \quad x_0 \in (0, L), \quad (2.8)$$

где $\delta(\cdot)$ – дельта-функция Дирака.

Поток вероятности для уравнения (2.3) имеет вид:

$$J(x, t) = A(x)\rho(x, t) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial x}(B(x)\rho(x, t)). \quad (2.9)$$

Примем граничные условия:

$$J(0, t) = 0 \text{ (отражение)}, \quad \rho(L, t) = 0 \text{ (поглощение)}. \quad (2.10)$$

Первое условие исключает уход процесса в область $x < 0$; второе означает поглощение – при достижении критической границы процесс покидает расчетную область, а соответствующая вероятностная масса необратимо теряется.

Обозначим вероятность того, что к моменту t граница L не достигнута:

$$P_{\text{surv}}(t) = \int_0^L \rho(x, t) dx. \quad (2.11)$$

Тогда риск перегрузки есть дополнительная вероятность:

$$R(t) = 1 - \int_0^L \rho(x, t) dx. \quad (2.12)$$

Заметим, что $R(t)$ определяется не только текущим уровнем загрузки x_0 , но и коэффициентами $A(x)$, $B(x)$, поэтому два узла с одинаковой загрузкой могут иметь различные оценки риска. Для двух ресурсов интегральный риск узла определяется как $R_j(t) = \max_r R_{j,r}(t)$, $r \in \{\text{CPU}, \text{MEM}\}$, где CPU – central processing unit (центральный процессор), MEM – memory (оперативная память).

Аналитические решения

Рассмотрим частный случай постоянных коэффициентов, допускающий явное аналитическое решение:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - b \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad a > 0, \quad b \in \mathbb{R}. \quad (2.13)$$

Поток вероятности принимает вид $J = b\rho - a\rho_x$, где ρ_x – частная производная $\partial \rho / \partial x$ и условия (2.10) записываются как:

$$-a\rho_x(0, t) + b\rho(0, t) = 0, \quad \rho(L, t) = 0. \quad (2.14)$$

Введем подстановку, устраняющую конвективный член:

$$\rho(x, t) = e^{cx} u(x, t), \quad c = \frac{b}{2a}. \quad (2.15)$$

После подстановки в (2.13) приходим к уравнению теплопроводности с потенциалом:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \gamma u, \quad \gamma = \frac{b^2}{4a}. \quad (2.16)$$

Условия (2.14) переходят в:

$$u_x(0, t) = cu(0, t), \quad u(L, t) = 0. \quad (2.17)$$

Начальное условие для u принимает вид $u(x, 0) = e^{-cx_0} \delta(x - x_0)$.

Разделяя переменные, $u(x, t) = \phi(x)e^{-\lambda t}$, приходим к задаче Штурма – Лиувилля:

$$\phi''(x) + k^2 \phi(x) = 0, \quad \lambda = ak^2 + \gamma \quad (2.18)$$

с граничными условиями:

$$\phi'(0) = c\phi(0), \quad \phi(L) = 0. \quad (2.19)$$

С учетом первого граничного условия общее решение (2.18) записывается как:

$$\phi(x) = \cos(kx) + \frac{c}{k} \sin(kx). \quad (2.20)$$

Из условия $\phi(L) = 0$ получаем трансцендентное уравнение на спектр:

$$\tan(kL) = -\frac{k}{c}. \quad (2.21)$$

Пусть k_n , $n = 1, 2, \dots$, – положительные корни уравнения (2.21). Собственные функции

$$\phi_n(x) = \cos(k_n x) + \frac{c}{k_n} \sin(k_n x) \quad (2.22)$$

ортогональны на отрезке $[0, L]$ и образуют полный базис в $L_2(0, L)$.

Разлагая начальное условие по $\{\phi_n\}$ и возвращаясь к переменной ρ по формуле (2.15), получаем:

$$\rho(x, t) = e^{c(x-x_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(x_0)\phi_n(x)}{\|\phi_n\|^2} e^{-(ak_n^2 + \gamma)t}, \quad (2.23)$$

где $\|\phi_n\|^2 = \int_0^L \phi_n^2(x) dx$. Формула (2.23) дает точное решение задачи (2.13), (2.8), (2.14). На практике ряд усекается при $n \leq M$, а корни k_n определяются численно.

Рассмотрим также альтернативную постановку с условиями Дирихле на обеих границах:

$$\rho(0, t) = 0, \quad \rho(L, t) = 0. \quad (2.24)$$

Здесь состояние полного простоя ($x = 0$) трактуется как предельное и практически недостижимое. Такая постановка естественна для каналов связи и узлов, в которых нулевая загрузка также является граничным режимом.

Подстановка $\rho = e^{cx} u$, $c = b/(2a)$ приводит к (2.16) с однородными условиями Дирихле $u(0, t) = u(L, t) = 0$. Собственные функции $\psi_n(x) = \sin(\pi nx/L)$ и собственные числа $k_n = \pi n/L$ известны явно, и решение принимает вид:

$$\rho(x, t) = \frac{2}{L} e^{\frac{b(x-x_0)}{2a}} \times \sum_{n=1}^M \sin\left(\frac{\pi nx_0}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi nx}{L}\right) e^{-\left(\pi^2 n^2 a/L^2 + b^2/(4a)\right)t}. \quad (2.25)$$

Вероятность недостижения границы и риск вычисляются по формулам (2.11), (2.12). В отличие от (2.23), здесь спектр известен явно и не требуется численное решение трансцендентного уравнения. Выбор между двумя постановками определяется физикой задачи: если плотность вероятности при $x = 0$ может быть отлична от нуля, уместна отражающая граница; если нулевая загрузка есть предельный режим – условие Дирихле.

Численное решение: схема Кранка – Николсон

При произвольных $A(x)$, $B(x)$ замкнутого решения не существует, и необходимо применять численные методы [10, 24, 25].

Введем равномерную сетку на $[0, L]$:

$$x_i = i\Delta x, i = 0, N_x, \Delta x = \frac{L}{N_x}, \quad (2.26)$$

где Δx – шаг сетки, N_x – число узлов пространственной сетки.

Диффузионный член аппроксимируем центральной разностью:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(B\rho)|_{x_i} \approx \frac{(B\rho)_{i+1} - 2(B\rho)_i + (B\rho)_{i-1}}{(\Delta x)^2}, \quad (2.27)$$

а конвективный – разностью:

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\rho)|_{x_i} \approx \frac{(A\rho)_{i+1} - (A\rho)_{i-1}}{2\Delta x}. \quad (2.28)$$

Для аппроксимации условия $J(0, t) = 0$ введем призрачную точку x_{-1} . Производная на границе:

$$\frac{\partial}{\partial x}(B\rho)|_{x_0} \approx \frac{(B\rho)_1 - (B\rho)_{-1}}{2\Delta x}. \quad (2.29)$$

Отсюда:

$$A_0\rho_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(B\rho)_1 - (B\rho)_{-1}}{2\Delta x} = 0, \quad (2.30)$$

и значение в призрачной точке:

$$(B\rho)_{-1} = (B\rho)_1 - 4\Delta x A_0\rho_0. \quad (2.31)$$

Подставляя это выражение в уравнение для узла $i = 0$, сохраняем трехточечный шаблон.

Для продвижения по времени применим схему Кранка – Николсон (безусловная устойчивость, второй порядок по обоим переменным):

$$\frac{\rho_i^{n+1} - \rho_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{2}(\mathcal{L}(\rho^{n+1})_i + \mathcal{L}(\rho^n)_i), \quad (2.32)$$

где $\mathcal{L}$ – дискретный оператор Фоккера – Планка. Усреднение между двумя временными слоями дает неявную схему; благодаря трехточечному шаблону на каждом шаге по времени возникает система с трехдиагональной матрицей:

$$a_i\rho_{i-1}^{n+1} + b_i\rho_i^{n+1} + c_i\rho_{i+1}^{n+1} = d_i, \quad (2.33)$$

решаемая методом прогонки [26] за $O(N_x)$ операций.

Вероятностная масса монотонно перетекает через поглощающую границу $x = L$: интеграл $P_{\text{surv}}(t)$ убывает, а $R(t) = 1 - P_{\text{surv}}(t)$ растет, отражая накопление риска. При параметрах сетки $N_x = 200$, $N_t = 500$ одно вычисление $R(T_h)$ занимает доли миллисекунды, что допускает встраивание в цикл работы планировщика.

Оценивание коэффициентов по данным мониторинга

Обратимся к оцениванию коэффициентов $A(x)$ и $B(x)$ по данным мониторинга⁴. Зафиксируем шаг агрегации Δt и разобьем отрезок $[0, 1]$ на M_b равномерных интервалов $\mathcal{B}_m$. Оценки строятся по определению условных моментов:

$$A(x_m) = \frac{\mathbb{E}[\Delta x | x \in \mathcal{B}_m]}{\Delta t}, B(x_m) = \frac{\mathbb{E}[(\Delta x)^2 | x \in \mathcal{B}_m]}{\Delta t}, \quad (2.34)$$

с линейной интерполяцией между центрами интервалов и ограничением снизу $B(x) \geq B_{\min} = 10^{-6}$, гарантирующим устойчивость численной схемы. В экспериментах положено число интервалов (bins) разбиения отрезка $[0, 1]$ $M_b = 20$; шаг агрегации Δt совпадает с интервалом опроса телеметрии (15 с). Пересчет коэффициентов производился каждые 10 шагов по скользящему окну из 100 наблюдений.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ СРЕДА

Методика проверялась на дискретно-событийном имитаторе кластера *Kubernetes*; параметры среды приведены в табл. 1.

Таблица 1. Конфигурация экспериментальной среды

Параметр	Значение
Кластер	10 узлов × (8000m CPU, 16 GB RAM ⁵)
Число шагов моделирования	3 600
Число шагов прогрева	100
Число прогонов (seeds)	100
N_x (сетка по x)	200
N_t (сетка по t)	500
T_h (горизонт прогноза)	300
Число подов	40–50

Имитатор воспроизводит основные механизмы *Kubernetes*: пропорциональное разделение процессорного времени (completely fair scheduler – полностью справедливый планировщик, CFS), вытеснение контейнеров при нехватке памяти (kubelet out-of-memory eviction) с учетом приоритетов QoS⁶ и конечный автомат жизненного цикла

⁴ Prometheus Documentation. Cloud Native Computing Foundation. <https://prometheus.io/docs/>. Дата обращения 11.05.2026. / Accessed May 11, 2026.

⁵ Random access memory – память с произвольным доступом.

⁶ Quality of service – качество обслуживания.

пода (pending (ожидает) → starting (запускается) → running (выполняется) → terminated (завершен)). Нагрузка порождалась 11 профилями: стационарными, пульсирующими (пуассоновские всплески с логнормальной амплитудой), возвратными к среднему (Орнштейна – Уленбека) и диффузионными (система дистанционного управления с управляемым дрейфом), а также их комбинациями. Каждый эксперимент повторялся 100 раз.

Сопоставление модели с эмпирическими данными

Для проверки адекватности модели модельная функция распределения времени достижения критической загрузки сопоставлялась с эмпирической оценкой (рис. 1). Отклонение по метрике Колмогорова – Смирнова не превышает 0.05 на горизонтах до нескольких минут.

В сценарии с реалистичной производственной нагрузкой (50 подов шести различных типов, включая пуассоновские всплески, стационарные и диффузионные профили) риск $\bar{R} \approx 0.03$ соответствовал единичным стохастическим вытеснениям без системной перегрузки, тогда как в сценарии с дефицитом оперативной памяти (38 подов, суммарное потребление памяти превышает емкость кластера) $\bar{R} \approx 0.26$ указывал на невозможность безынцидентной работы без горизонтального масштабирования.

Чувствительность оценки риска к параметрам модели

Устойчивость оценки $R(T_h)$ исследовалась при вариациях горизонта прогноза T_h и порога допустимого риска $R_{\max}$.

При фиксированных коэффициентах дрейфа и диффузии, и средней утилизации около 28% (умеренная нагрузка) значение $R(T_h)$ оставалось близким к нулю при всех $T_h \in \{100, 200, 300, 500\}$, что согласуется с тем, что процесс находится далеко от критической границы. В сценарии с пульсирующей нагрузкой (70% стационарных и 30% стохастически пульсирующих подов) порог $R_{\max}$ существенно влиял на поведение: при $R_{\max} = 0.1$ модель инициировала в среднем 39.7 упреждающих миграций за прогон, при $R_{\max} = 0.3$ – менее 0.1 миграции, причем в обоих случаях частота нарушений требований обслуживания не превышала 0.1%. Монотонное снижение числа миграций при росте порога подтверждает, что модель адекватно ранжирует состояния по степени приближения к перегрузке.

Проверка численного решения

Корректность численного метода верифицирована путем сравнения с аналитическим спектральным решением (2.23) на шести тестовых

случаях с различными комбинациями коэффициентов дрейфа и диффузии (табл. 2). Начальное условие задавалось в виде локализованного распределения $\rho(x, 0) = \delta(x - x_0)$, аппроксимированного гауссовой функцией с параметром ширины $\sigma = 2\Delta x$, где $\Delta x = L/N_x$ – шаг пространственной сетки.

Таблица 2. Сравнение численного (R_{num}) и аналитического (R_{an}) решений

	a	b	x_0	T	R_{num}	R_{an}	$ \Delta $
1	0.005	0.01	0.5	100	0.0498	0.0503	0.0005
2	0.01	0.02	0.3	200	0.4412	0.4419	0.0007
3	0.01	0.0	0.5	150	0.0266	0.0268	0.0002
4	0.005	0.05	0.7	50	0.2877	0.2882	0.0005
5	0.02	0.01	0.4	300	0.4851	0.4855	0.0004
6	0.008	−0.005	0.6	80	0.0115	0.0118	0.0003

Максимальное расхождение между численным и аналитическим решениями не превышает 0.0007, что свидетельствует о высокой точности реализованной схемы. В ходе моделирования подтверждено монотонное убывание вероятности недостижения границы $P_{\text{surv}}(t)$, выполнение поглощающего условия на правой границе и сходимость решения при увеличении числа узлов пространственной сетки N_x .

На рис. 2 представлена эволюция плотности вероятности $\rho(x, t)$ при постоянных коэффициентах. По мере увеличения t распределение расплывается под действием диффузии и теряет массу на поглощающей границе $x = L = 1$, что отражает накопление вероятности перегрузки.

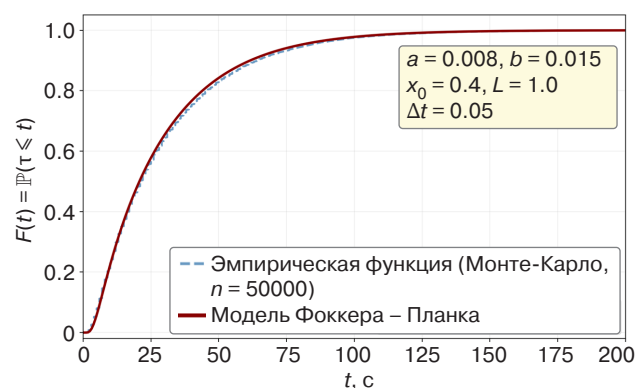


Рис. 1. Сопоставление эмпирической (пунктир) и модельной (сплошная линия) функций распределения времени достижения критической загрузки

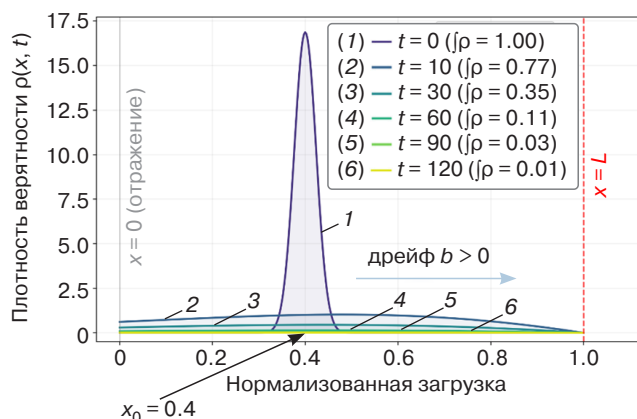


Рис. 2. Эволюция плотности вероятности $\rho(x, t)$ при постоянных коэффициентах дрейфа и диффузии. По мере увеличения t распределение теряет массу на поглощающей границе $x = L = 1$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РИСКА

Для оценки практической применимости предложенной модели выполнена систематическая проверка методом скользящего окна (rolling-window out-of-sample evaluation). Методика предполагает последовательное формирование обучающих окон для оценивания коэффициентов модели и тестовых горизонтов для проверки прогнозов. В качестве базовых методов сравнения рассмотрены четыре прогнозных подхода, широко используемые в системах мониторинга вычислительных кластеров.

Протокол эксперимента

Для формирования набора данных использовался описанный выше дискретно-событийный имитатор, запускавшийся в четырех сценариях нагрузки, различающихся характером динамики: линейный рост (ramp pressure), нагрузка на оперативную память (memory pressure), осциллирующая нагрузка (oscillating pressure) и смешанный реалистичный профиль (realistic mix), объединяющий пуассоновские всплески, стационарные и возвратные к среднему режимы. Каждый из сценариев повторялся с 20 различными инициализационными значениями; кроме того, для имитации шума реальной телеметрии ко всем временным рядам добавлялась нормально распределенная помеха с дисперсиями $\sigma_{\text{CPU}} = 0.02$ и $\sigma_{\text{MEM}} = 0.015$.

В результате был получен совокупный набор данных, охватывающий 170 уникальных узлов – из них 44 были классифицированы как стабильные, а 126 – как нестационарные (по критерию коэффициента вариации, большего, чем 0.15). Общий объем составил порядка 500000 наблюдений за 3600 шагов моделирования, что эквивалентно примерно 15 ч при шаге 15 с.

На основе этих данных для каждой пары (узел, ресурс) формировались серии скользящих окон. Обучающее окно длиной 240 шагов (60 мин) использовалось для оценивания коэффициентов модели, после чего качество прогноза проверялось на тестовых горизонтах $T_h \in \{4, 8, 20, 40\}$ шагов (1, 2, 5, 10 мин) со сдвигом 4 шага. Метка $Y = 1$ присваивалась окну, если хотя бы в одной точке горизонта загрузка достигала порога $L = 0.95$. При таком пороге было сформировано 904800 окон, причем доля окон, содержащих событие перегрузки, составила ~20.9%, что обеспечило достаточный баланс классов для корректной оценки метрик.

Методы прогнозирования

Модель Фоккера – Планка (Fokker–Planck, FP). На каждом обучающем окне сначала оцениваются коэффициенты дрейфа $A(x)$ и диффузии $B(x)$: отрезок $[0, 1]$ разбивается на 30 равномерных интервалов, в каждом из которых вычисляются условные моменты переходов, а полученный профиль сглаживается фильтром Савицкого – Голея. Затем для текущей загрузки x_0 извлекаются локальные значения $A(x_0)$ и $B(x_0)$ с помощью гауссова взвешивания по ± 2 соседним интервалам – такая процедура повышает устойчивость оценок в областях, где данных мало. Далее решается уравнение Фоккера – Планка с найденными постоянными коэффициентами на пространственно-временной сетке ($N_x = 100$, $N_t = 200$) по схеме Кранка – Николсона. Поскольку порог перегрузки L может отличаться от единицы, перед решением выполняется масштабирование: $x' = x/L$, $a' = a/L^2$, $b' = b/L$, приводящее поглощающую границу к стандартному значению. Риск вычисляется как $R(T_h) = 1 - \int_0^1 \rho(x', T_h) dx'$. Для улучшения калибровки

к полученным оценкам применяется изотоническая регрессия, обучаемая по схеме перекрестной проверки на двух половинах временного ряда.

Наивный прогноз (Persistence). Простейший детерминированный метод: $P = 1$ при $x(t) \geq L$, иначе $P = 0$. Отражает предположение о неизменности текущего состояния и используется как нижняя граница качества.

Линейный тренд (Linear trend). На обучающем окне подгоняется линейная регрессия $\hat{x}(t) = a + bt$, экстраполируется значение $\hat{x}(t + T_h)$, вероятность перегрузки вычисляется через функцию нормального распределения: $P = 1 - \Phi((L - \hat{x}) / \sigma_{\text{res}})$, где σ_{res} – стандартное отклонение остатков регрессии.

Марковский процесс первого порядка $AR^7(1)$. Модель $x(t + 1) = c + \phi x(t) + \varepsilon$, где параметры c , ϕ и σ_ε^2

⁷ Autoregression – авторегрессионный процесс.

оцениваются по обучающему окну. Прогноз на горизонт h шагов: $\mu_h = \mu_\infty + \varphi^h(x_{\text{last}} - \mu_\infty)$, $\sigma_h^2 = \sigma_\varepsilon^2(1 - \varphi^{2h}) / (1 - \varphi^2)$, $P = 1 - \Phi((L - \mu_h) / \sigma_h)$.

Историческая частота (Historical exceedance). Эмпирическая оценка: P равна доле наблюдений в обучающем окне, при которых $x \geq L$. Непараметрический метод, не использующий информацию о текущем состоянии x_0 .

Метрики качества

Качество вероятностных прогнозов оценивалось по четырем метрикам:

Brier Score (оценка Бриера) [27]:

$$BS = \frac{1}{N} \sum (p_i - y_i)^2,$$

где p_i – предсказанная вероятность, $y_i \in \{0, 1\}$ – факт. Измеряет совокупное качество, включающее калибровку и дискриминационную способность. Диапазон $[0, 1]$; $BS = 0$ – идеально.

ROC AUC⁸: площадь под кривой <<True Positive Rate – False Positive Rate>>. Характеризует способность модели ранжировать положительные примеры выше отрицательных. Не зависит от калибровки.

PR AUC⁹: площадь под кривой <<Precision – Recall>>. В отличие от ROC AUC, чувствительна к дисбалансу классов и штрафует за ложные срабатывания.

ECE (Expected calibration error)¹⁰:

$$ECE = \sum_m \frac{n_m}{N} |\bar{p}_m - \bar{y}_m|,$$

где n_m – число наблюдений, попавших в m -й интервал предсказанных вероятностей, а суммирование ведется по 10 равномерным интервалам предсказанных вероятностей. Измеряет степень согласованности прогнозируемых вероятностей с наблюдаемыми частотами. $ECE = 0$ означает идеальную калибровку.

⁸ Площадь под ROC-кривой (area under curve). Receiver operating characteristic – рабочая характеристика приемника – график, отображающий соотношение между долей объектов, верно классифицированных (True Positive Rate), и долей объектов, ошибочно классифицированных (False Positive Rate). [The area under the ROC curve. The receiver operating characteristic (ROC) is a graph showing the ratio between the share of objects correctly classified (True Positive Rate) and the share of objects incorrectly classified (False Positive Rate).]

⁹ Precision–recall area under the curve – площадь под кривой PR, где (P) Precision – точность, (R) Recall – полнота. [The precision–recall area under the curve is the area under the PR curve, where P stands for precision and R stands for recall.]

¹⁰ Expected calibration error – метрика, измеряющая, насколько предсказанные моделью вероятности соответствуют реальным вероятностям исходов. [The Expected Calibration Error (ECE) metric measures the degree of correspondence between the probabilities predicted by the model and the actual probabilities of outcomes.]

РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты агрегированного сравнения по всем горизонтам представлены в табл. 3, где стрелки $\downarrow/\uparrow$ указывают направление улучшения; Log Loss – логарифмическая функция потерь.

Таблица 3. Сравнение методов прогнозирования (порог $L = 0.95$), все горизонты

Метод	Brier Score $\downarrow$	Log Loss $\downarrow$	ROC AUC $\uparrow$	PR AUC $\uparrow$	ECE $\downarrow$
FP-модель	0.0245	0.0876	0.9915	0.9754	0.0028
Persistence	0.0372	1.2842	0.9139	0.8576	0.0372
AR(1)	0.0383	0.1285	0.9945	0.9824	0.0447
Historical exceedance	0.0412	0.1606	0.9879	0.9627	0.0376
Linear trend	0.0419	0,1545	0.9908	0,9682	0.0394

FP-модель демонстрирует наилучшие значения Brier Score (0.0245). Разница с ближайшим конкурентом (Persistence: 0.0372) соответствует снижению ошибки на 34.1%. Калибровка модели ($ECE = 0.0028$) на порядок выше, чем у базовых методов, что указывает на высокую достоверность предсказанных вероятностей.

В табл. 4 представлены результаты по горизонтам прогнозирования.

Таблица 4. Brier Score FP-модели и лучшего базового метода по горизонтам

T_h , мин	FP	Лучший базовый метод	ΔBS	Метод
1	0.0126	0.0197	–0.0071	Persistence
2	0.0154	0.0272	–0.0118	Persistence
5	0.0261	0.0423	–0.0162	Persistence
10	0.0438	0.0551	–0.0113	Historical exceedance

FP-модель превосходит базовые методы на всех четырех горизонтах, наибольшее преимущество наблюдается при $T_h = 5$ мин ($\Delta BS = -0.0162$), где базовые методы не справляются с нелинейной динамикой. На коротком горизонте ($T_h = 1$ мин) FP-модель достигает $BS = 0.0126$, что соответствует близкой к идеальной точности. Стоит отметить, что и без постпроцессинговой калибровки модель демонстрирует высокую дискриминационную способность ($ROC AUC = 0.9840$,

Таблица 5. Brier Score по подгруппам (ресурс × тип узла)

Подгруппа	FP	Лучший базовый метод	Метод	FP лучше?
CPU / стабильные	0.0486	0.0677	Historical exceedance	Да
CPU / нестационарные	0.0044	0.0062	Persistence	Да
MEM / стабильные	0.0546	0.0915	AR(1)	Да
MEM / нестационарные	0.0264	0.0366	AR(1)	Да

PR AUC = 0.9582), превосходя базовые методы, кроме AR(1), однако заметное нарушение калибровки (ECE = 0.1526) приводит к повышению Brier Score до 0.1013. Это объясняется тем, что решение краевой задачи систематически завышает прогнозируемые вероятности при умеренных нагрузках, поскольку аппроксимация коэффициентов дрейфа и диффузии вносит систематическую погрешность. Изотоническая регрессия исправляет это, монотонно перестраивая шкалу прогнозируемых вероятностей, при этом сохраняя и даже несколько улучшая ранжирование (ROC AUC: 0.9840 → 0.9915). Таким образом, основной вклад FP-модели состоит в способности отделить окна с предстоящей перегрузкой от безопасных, а изотоническая калибровка обеспечивает согласованность прогнозируемых вероятностей с реальными частотами.

Анализ по подгруппам (табл. 5) выявляет структуру преимуществ модели.

FP-модель превосходит базовые методы во всех 4 подгруппах. Даже в подгруппе CPU на нестационарных узлах, где метод Persistence показывает высокое

качество (BS = 0.0062), FP-модель с изотонической калибровкой достигает BS = 0.0044 (улучшение на 29%). Наибольшее преимущество FP-модели наблюдается на стабильных узлах, где динамика нагрузки не следует простым закономерностям, но хорошо описывается стохастическим процессом: для MEM/стабильных $\Delta BS = -0.0369$ (улучшение на 40%).

Калибровочные кривые, отражающие согласованность предсказанных вероятностей с наблюдаемыми частотами, представлены на рис. 3. Для иллюстрации динамики модели на рис. 4 показаны три сценария нагрузки с совмещенными временными рядами загрузки $x(t)$ и оценка риска $R(t)$ на горизонте $T_h = 5$ мин. В каждом случае $R(t)$ следует за изменениями $x(t)$: при росте загрузки риск заранее увеличивается и достигает ≈ 1 у порога $L = 0.95$; при колебаниях нагрузки риск синхронно растет и снижается; при низкой загрузке остается близким к нулю. Это подтверждает согласование предсказанного риска с наблюдаемыми данными.

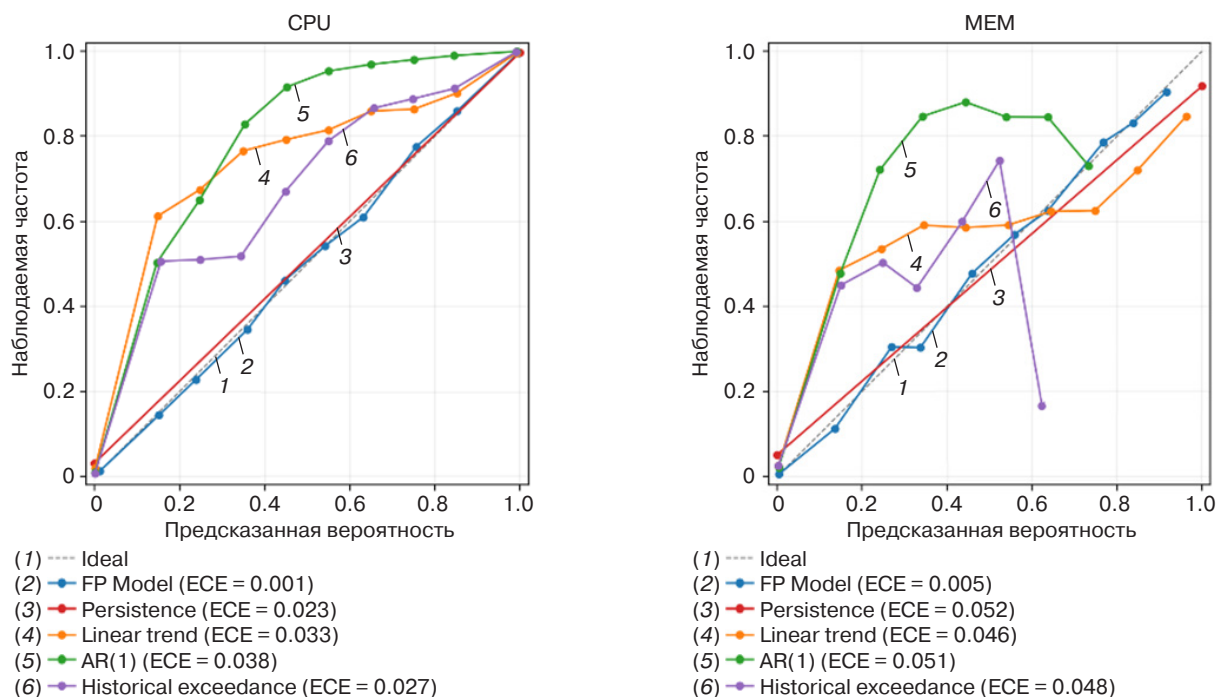


Рис. 3. Калибровочные кривые: предсказанная вероятность перегрузки и наблюдаемая частота ($L = 0.95$). Диагональ соответствует идеальной калибровке

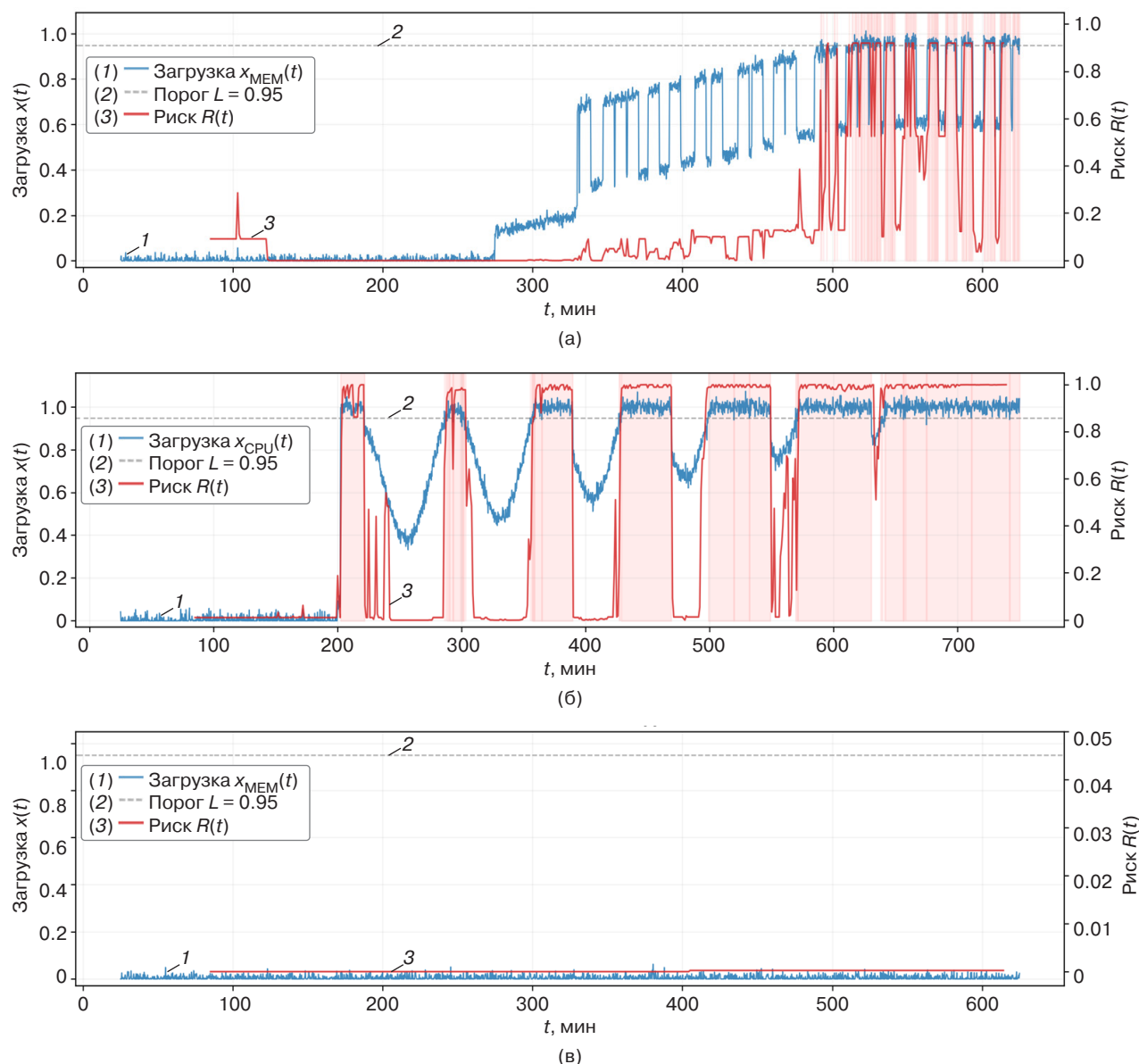


Рис. 4. Динамика загрузки узла и оценки риска для трех характерных фрагментов:
(а) нарастание загрузки MEM к порогу, (б) осциллирующая нагрузка CPU,
(в) стабильно низкая нагрузка

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Высокие показатели ФР-модели можно объяснить тремя факторами:

1. *Учет стохастической структуры нагрузки.* В отличие от базовых методов, которые, подобно линейному тренду и AR(1), сводят неопределенность к гауссову шуму с фиксированной дисперсией, уравнение Фоккера – Планка явно разделяет два источника динамики: направленный тренд (дрейф A) и интенсивность случайных отклонений (диффузия B). Благодаря тому, что коэффициенты $A(x_0)$ и $B(x_0)$ извлекаются локально – в окрестности текущего уровня загрузки, – ФР-модель адаптируется к конкретному рабочему режиму узла

и, в частности, улавливает возрастание волатильности вблизи полной загрузки, которое базовые подходы систематически недооценивают.

2. *Корректная постановка задачи перегрузки.* Принципиальное отличие состоит в самом определении оцениваемой величины. Базовые методы фактически вычисляют вероятность того, что нагрузка превысит порог в фиксированный момент времени – $\mathbb{P}(x(t + T_h) \geq L)$, тогда как ФР-модель оценивает вероятность хотя бы однократного пересечения порога на всем горизонте прогноза: $\mathbb{P}(\exists s \in (0, T_h]: x(s) \geq L)$. Именно вторая постановка отвечает практическому пониманию риска, поскольку для деградации производительности достаточно даже кратковременного выхода

загрузки за допустимую границу; соответственно, она дает более консервативные и при этом более адекватные оценки.

3. *Роль калибровки прогнозов.* Практическая ценность вероятностной модели определяется не только ее дискриминационной способностью, но и тем, насколько предсказанные вероятности согласуются с наблюдаемыми частотами. Сравнение результатов FP-модели до и после изотонической калибровки позволяет разделить вклад собственно физической модели (дискриминация) и постпроцессинга (калибровка). Без калибровки FP-модель уже демонстрирует высокое качество ранжирования (ROC AUC = 0.9840, PR AUC = 0.9582), превосходя по этим показателям большинство базовых методов. Однако «сырые» вероятности систематически завышены (ECE = 0.1526), что приводит к существенному ухудшению Brier Score (0.1013 против 0.0245). Изотоническая регрессия исправляет калибровку (ECE: 0.1526 $\rightarrow$ 0.0028), не нарушая порядка ранжирования, и снижает итоговый Brier Score на 76%. Отдельного внимания заслуживает подгруппа CPU на нестационарных узлах, где метод Persistence традиционно показывает высокое качество (BS = 0.0062) за счет почти детерминированной двухуровневой структуры загрузки. Тем не менее, данные результаты указывают и на потенциал ансамблевого подхода: в будущих работах представляется перспективным для каждого узла автоматически выбирать метод прогнозирования по характеристикам его временного ряда, совмещая преимущества стохастической и детерминированной моделей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена вероятностная модель риска перегрузки вычислительного узла *Kubernetes*, основанная на трактовке перегрузки как события первого достижения критической границы. Нормированная загрузка узла описана как одномерный стохастический процесс, эволюция плотности вероятности сформулирована в рамках уравнения Фоккера – Планка, а выбор граничных условий обоснован физикой контейнерной среды.

Для построенной модели сформулирована краевая задача и получено аналитическое решение для случая постоянных коэффициентов и смешанных граничных условий Робина – Дирихле. Дополнительно рассмотрена альтернативная постановка с условиями Дирихле на обеих границах. Для случая переменных коэффициентов предложен численный метод на основе схемы Кранка – Николсона с аппроксимацией, отражающей границы методом прозрачной точки.

Расхождение между численным и аналитическим решениями не превышает 0.001 на шести тестовых случаях при вычислительных затратах менее миллисекунды на одно решение.

Разработана методика оценивания коэффициентов дрейфа и диффузии по данным телеметрии с контролируемой частотой пересчета. Первичная проверка на дискретно-событийном имитаторе кластера из 10 узлов с реалистичными профилями нагрузки подтвердила адекватность модельных оценок: значение $\bar{R} \approx 0.03$ соответствовало единичным инцидентам при штатной нагрузке, тогда как $\bar{R} \approx 0.26$ корректно сигнализировало о системном дефиците ресурсов.

Систематическая экспериментальная проверка методом скользящего окна на расширенном наборе данных (170 узлов, 4 сценария нагрузки, 904800 тестовых окон) подтвердила практическое преимущество FP-модели перед четырьмя базовыми методами прогнозирования. FP-модель достигла наилучшего значения Brier Score (0.0245), превзойдя все базовые методы на каждом из четырех горизонтов прогнозирования (1, 2, 5 и 10 мин) и во всех 4 подгруппах узлов. Показатели дискриминации (ROC AUC = 0.9915) и калибровки (ECE = 0.0028) свидетельствуют о высоком качестве вероятностных прогнозов, пригодных для непосредственного использования в системах принятия решений.

Научная новизна работы состоит в следующем: 1) предложена модель оценки риска перегрузки узла *Kubernetes* как вероятности первого достижения критического порога загрузки; эволюция распределения загрузки описана уравнением Фоккера – Планка, а выбор граничных условий обоснован спецификой контейнерной среды; 2) разработана методика оценивания коэффициентов дрейфа и диффузии по телеметрическим данным с контролируемой частотой пересчета; 3) выполнена экспериментальная проверка модели на дискретно-событийном имитаторе кластера с реалистичными профилями нагрузки; 4) проведено систематическое сравнение с четырьмя базовыми методами прогнозирования с использованием метода скользящего окна, показавшее преимущество предложенного подхода по метрикам калибровки и дискриминации.

Полученные результаты создают основу для построения риск-ориентированных механизмов ранжирования узлов и интеграции вероятностной оценки риска в средства управления контейнерными кластерами. Перспективными направлениями дальнейших исследований являются адаптивный выбор метода прогнозирования на основе характеристик временного ряда (ансамблевый подход), многомерное моделирование нагрузки по нескольким ресурсам одновременно, а также оценка модели на данных промышленных кластеров с использованием телеметрии Prometheus.

Вклад авторов

С.А. Лесько – концепция исследования, методология, разработка математической модели, научное руководство, постановка задачи, интерпретация результатов, редактирование рукописи.

В.Н. Калинин – разработка математической модели и алгоритмов, программная реализация, обработка данных, проведение вычислительных экспериментов, верификация и анализ результатов.

Д.О. Жуков – концепция исследования, методологический надзор, научное консультирование, проверка корректности результатов, критическое редактирование и утверждение финальной версии рукописи.

Authors' contributions

S.A. Lesko – research concept, methodology, development of the mathematical model, scientific supervision, problem formulation, interpretation of results, and manuscript editing.

V.N. Kalinin – development of the mathematical model and algorithms, software implementation, data processing, computational experiments, verification and analysis of results.

D.O. Zhukov – research concept, methodological oversight, scientific consulting, verification of the correctness of results, critical editing, and approval of the final version of the manuscript.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Ahmad I., Alfaiakawi M.Gh., AlMutawa A., Alsalman L. Container scheduling techniques: A survey and assessment. *J. King Saud Univ. Comput. Inf. Sci.* 2022;34(7):3934–3947. <https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2021.03.002>
2. Carrión C. Kubernetes scheduling: Taxonomy, ongoing issues and challenges. *ACM Comput. Surv.* 2023;55(7):138.
3. Bashir N., Deng N., Rzaqca K., Irwin D., Kodak S., Jnagal R. Take it to the limit: Peak prediction-driven resource overcommitment in datacenters. In: *Proceedings of the 16th European Conference on Computer Systems (EuroSys '21)*. New York: ACM; 2021. P. 556–573.
4. Cohen M.C., Keller P., Mirrokni V., Zadimoghaddam M. Overcommitment in cloud services: Bin packing with chance constraints. *Management Sci.* 2019;65(7):3255–3271.
5. Tirmazi M., Barker A., Deng N., Haque M.E., Qin Z.G., Hand S., et al. Borg: the next generation. In: *Proceedings of the 15th European Conference on Computer Systems (EuroSys '20)*. New York: ACM; 2020. P. 1–14.
6. Lu C., Ye K., Xu G., Xu C.-Z., Bai T. Imbalance in the cloud: An analysis on Alibaba cluster trace. In: *2017 IEEE International Conference on Big Data (BigData)*. IEEE; 2017. P. 2884–2892. <https://doi.org/10.1109/BigData.2017.8258257>
7. Redner S. *A Guide to First-Passage Processes*. Cambridge: Cambridge University Press; 2001, 312 p.
8. Artime O., Khalil N., Toral R., San Miguel M. First-passage distributions for the one-dimensional Fokker–Planck equation. *Phys. Rev. E*. 2018;98(4):042143. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.98.042143>
9. Gardiner C.W. *Stochastic Methods: A Handbook for the Natural and Social Sciences*. 4th ed. Berlin: Springer; 2009, 447 p.
10. Risken H. *The Fokker–Planck Equation: Methods of Solution and Applications*. 2nd ed. Berlin: Springer; 1996, 472 p.
11. Senjab K., Abbas S., Ahmed N., et al. A survey of Kubernetes scheduling algorithms. *J. Cloud Comput.* 2023;12(1):87. <https://doi.org/10.1186/s13677-023-00471-1>
12. Burns B., Grant B., Oppenheimer D., Brewer E., Wilkes J. Borg, Omega, and Kubernetes. *Commun. ACM*. 2016;59(5):50–57.
13. Moritz de Carvalho Neto P., Castro M., Siqueira F. Dynamic load balancing in Kubernetes Environments with Kubernetes Scheduling Extension (KSE). *Concurr. Comput. Pract. Exp.* 2025;37(3):e8344. <https://doi.org/10.1002/cpe.8344>
14. Menouer T., Cérin C., Darmon P. Reactive autoscaling of Kubernetes nodes. In: *FRAME'24: Proceedings of the 4th Workshop on Flexible Resource and Application Management on the Edge*. New York: ACM; 2024. P. 31–38.
15. Yuan H., Liao S. A time series-based approach to elastic Kubernetes scaling. *Electronics*. 2024;13(2):285. <https://doi.org/10.3390/electronics13020285>
16. Nunes J.P.K.S., Nejati S., Sabetzadeh M., Nakagawa E.Y. Self-adaptive, requirements-driven autoscaling of microservices. In: *19th International Symposium on Software Engineering for Adaptive and Self-Managing Systems (SEAMS 2024)*. IEEE/ACM; 2024. P. 168–174.
17. Guruge P.B., Priyadarshana Y.H.P.P. Time series forecasting-based Kubernetes autoscaling using Facebook Prophet and Long Short-Term Memory. *Front. Comput. Sci.* 2025;7:1509165. <https://doi.org/10.3389/fcomp.2025.1509165>
18. Santos J., Reppas E., Wauters T., Volckaert B., De Turck F. Gwydion: Efficient auto-scaling for complex containerized applications in Kubernetes through reinforcement learning. *J. Netw. Comput. Appl.* 2025;234:104067. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2024.104067>
19. Yu L., Chen L., Cai Z., Shen H., Liang Y., Pan Y. Stochastic load balancing for virtual resource management in datacenters. *IEEE Trans. Cloud Comput.* 2020;8(2):459–472. <https://doi.org/10.1109/TCC.2016.2525984>
20. Marbukh V. On systemic risk in the cloud computing model. In: *26th International Teletraffic Congress (ITC 26)*. Karlskrona: IEEE; 2014. <https://doi.org/10.1109/ITC.2014.6932938>
21. Chamberlain J., Zheng J., Zhu Z., Liu Z., Starobinski D. Exploiting Kubernetes autoscaling for economic denial of sustainability. In: *Proceedings of the ACM Measurement Analysis Computing Systems*. 2025;9(2):22.
22. Белопольская Я.И. *Стохастические дифференциальные уравнения. Приложения к задачам математической физики и финансовой математики*. СПб.: Лань; 2023, 308 с. ISBN 978-5-507-47129-4
[Belopol'skaya Ya.I. *Stokhasticheskie differentsial'nye uravneniya. Prilozheniya k zadacham matematicheskoi fiziki i finansovoi matematiki (Stochastic Differential Equations. Applications to Problems of Mathematical Physics and Financial Mathematics)*. St. Petersburg: Lan; 2023, 308 p. (In Russ.). ISBN 978-5-507-47129-4]

23. Лесько С.А., Жуков Д.О., Истратов Л.А. Модели описания динамики блокировки узлов вычислительных сетей вирусами на основе использования перколяционных, кинетических и стохастических методов. *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2020;52:22–32. <https://doi.org/10.17223/19988605/52/3>
[Lesko S.A., Zhukov D.O., Istratov L.A. Models of describing the dynamics of blocking nodes of computer networks by viruses based on the use of percolation, kinetic and stochastic methods. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika = Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2020;52:22–32 (in Russ.). <https://doi.org/10.17223/19988605/52/3>]
24. Hwang H.J., Jang J., Jung J. The Fokker–Planck equation with absorbing boundary conditions in bounded domains. *SIAM J. Math. Anal.* 2018;50(2):2194–2232.
25. Самарский А.А. *Теория разностных схем*. М.: Наука; 1989, 616 с. ISBN 5-02-014576-9
[Samarskii A.A. *Teoriya raznostnykh skhem (Theory of Difference Schemes)*. Moscow: Nauka; 1989, 616 p. (In Russ.). ISBN 5-02-014576-9]
26. Thomas L.H. *Elliptic Problems in Linear Difference Equations over a Network*. Watson Scientific Computing Laboratory Report. New York: Columbia University; 1949, 71 p.
27. Brier G.W. Verification of forecasts expressed in terms of probability. *Monthly Weather Rev.* 1950;78(1):1–3.

Об авторах

Лесько Сергей Александрович, д.т.н., доцент, профессор кафедры «Информационно-аналитические системы кибербезопасности», Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: lesko@mirea.ru. Scopus Author ID 57189664364, ResearcherID AAF-5651-2019, <https://orcid.org/0000-0002-6641-1609>

Калинин Владимир Николаевич, ассистент, кафедра телекоммуникаций, Институт радиоэлектроники и информатики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: kalinin_v@mirea.ru. Scopus Author ID 57562579000, <https://orcid.org/0000-0003-1365-4639>

Жуков Дмитрий Олегович, д.т.н., профессор, профессор кафедры телекоммуникаций, Институт радиоэлектроники и информатики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: zhukov_do@mirea.ru. Scopus Author ID 57189660218, SPIN-код РИНЦ 1798-8891, <https://orcid.org/0000-0002-1211-5214>

About the Authors

Sergey A. Lesko, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Professor, Department of Information and Analytical Cybersecurity Systems, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: lesko@mirea.ru. Scopus Author ID 57189664364, ResearcherID AAF-5651-2019, <https://orcid.org/0000-0002-6641-1609>

Vladimir N. Kalinin, Assistant, Department of Telecommunications, Institute of Radioelectronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: kalinin_v@mirea.ru. Scopus Author ID 57562579000, <https://orcid.org/0000-0003-1365-4639>

Dmitry O. Zhukov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Telecommunications, Institute of Radioelectronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: zhukov_do@mirea.ru. Scopus Author ID 57189660218, RSCI SPIN-code 1798-8891, <https://orcid.org/0000-0002-1211-5214>

Роботизированные комплексы и системы. Технологии дистанционного
зондирования неразрушающего контроля
Multiple robots (robotic centers) and systems. Remote sensing and non-destructive testing

УДК 004.896

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-36-52>

EDN FJRJK



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Диагностика неисправностей в интеллектуальных системах управления автономными роботами на основе онтологического подхода

Ю.А. Быковцев @, В.М. Лохин,
С.В. Манько, М.П. Романов

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: bykovcev@mirea.ru

• Поступила: 23.12.2025 • Доработана: 23.01.2026 • Принята к опубликованию: 24.05.2026

Резюме

Цели. Целью работы является создание средств и методов диагностики автономных роботов для оперативного выявления неисправностей на основе анализа причинно-следственных связей между наблюдаемыми проявлениями и источниками возникновения отказов.

Методы. В ходе выполнения работы использовались методы аналитического обзора современной научно-технической литературы по тематике проводимых исследований; методы построения онтологий при разработке модели диагностики автономных роботов; методы булевой алгебры при формировании запросов к онтологической модели диагностики; модификации методов условной и безусловной диагностики в приложении к поиску причинно-следственных связей между отказами и неисправностями на основе использования онтологической модели; методы машинного эксперимента при оценке продолжительности обработки запросов к онтологической модели диагностики.

Результаты. Предложена онтологическая модель и методы условной и безусловной диагностики, позволяющие обеспечить установление причинно-следственных связей между наблюдаемыми отказами и вызывающими их неисправностями.

Выводы. Показано, что на основе онтологического подхода с учетом наличия развитой инструментальной поддержки, включая языки описания онтологий, средства их моделирования, а также технологии логического вывода и рассуждений на онтологиях, создается новая парадигма разработки перспективного класса автономных робототехнических комплексов, обладающих повышенной степенью отказоустойчивости и, соответственно, адаптивностью. Поскольку создание автономного робота предполагает наличие бортовой интеллектуальной системы управления, построенной по иерархическому принципу и содержащей исполнительный, тактический и стратегический уровни, повышение адаптивности может быть обеспечено за счет эффективного использования «богатых» баз алгоритмов интеллектуальной системы управления на всех уровнях иерархии управления, которые подключаются в зависимости от результатов работы онтологической модели.

Ключевые слова: автономные роботы, интеллектуальные системы, самодиагностика, отказоустойчивость, онтология

Для цитирования: Быковцев Ю.А., Лохин В.М., Манько С.В., Романов М.П. Диагностика неисправностей в интеллектуальных системах управления автономными роботами на основе онтологического подхода. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):36–52. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-36-52>, <https://elibrary.ru/FJRJYK>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Fault diagnostics in intelligent control systems of autonomous robots: An ontological approach

Yuri A. Bykovtsev[@], Valery M. Lokhin, Sergey V. Manko, Mikhail P. Romanov

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: bykovtsev@mirea.ru

• Submitted: 23.12.2025 • Revised: 23.01.2026 • Accepted: 24.05.2026

Abstract

Objectives. The work set out to develop diagnostic tools and methods for autonomous robots for the rapid detection of faults based on the analysis of cause-and-effect relationships between observed manifestations and the sources of failures.

Methods. The paper presents an analytical review of the current scientific and technical literature on the topic of the research, which includes ontology construction methods for developing a diagnostic model for autonomous robots, Boolean algebra methods for generating queries to the ontological diagnostic model, modifications to conditional and unconditional diagnostic methods for finding cause-and-effect relationships between failures and malfunctions based on the use of an ontological model, and machine experimentation methods for estimating the processing time of queries to the ontological diagnostic model.

Results. The presented ontological model and methods for conditional and unconditional diagnostics is used to establish cause-and-effect relationships between observed failures and the malfunctions that cause them.

Conclusions. Based on an ontological approach and taking into account the availability of advanced tool support, including ontology description languages, ontology modeling tools, and ontology-based inference and reasoning technologies, a new paradigm is identified for the development of a promising class of autonomous robotic systems with increased fault tolerance and, consequently, adaptability. The development of an autonomous robot presupposes the presence of an onboard intelligent control system built on a hierarchical principle that comprises executive, tactical, and strategic levels. The results of the ontological model provide an effective basis for activating and utilizing the intelligent control system's rich algorithm databases at all levels of the control hierarchy to support increased adaptability.

Keywords: autonomous robots, intelligent systems, self-diagnostics, fault tolerance, ontology

For citation: Bykovtsev Yu.A., Lokhin V.M., Manko S.V., Romanov M.P. Fault diagnostics in intelligent control systems of autonomous robots: An ontological approach. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):36–52. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-36-52>, <https://elibrary.ru/FJRJYK>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Создание перспективных образцов робототехники является одним из важнейших приоритетов технологического развития России в XXI веке. Интенсивные работы по созданию дистанционно-управляемых, полуавтоматических и автономных роботов ведутся многими коллективами академических и отраслевых научно-исследовательских институтов, специализированных конструкторских бюро и ведущих вузов страны. Разработанные образцы роботов различных типов и назначения начинают находить активное применение в широком спектре прикладных областей. Однако объективная оценка опыта эксплуатации современных робототехнических комплексов (РТК) свидетельствует о необходимости существенного повышения уровня автономности, адаптивности, надежности и отказоустойчивости их функционирования в условиях экстремальных сред при наличии факторов неопределенности и возмущающих воздействий случайного характера.

Один из наиболее важных и актуальных аспектов этой проблемы, связанной с обеспечением отказоустойчивости перспективных образцов автономных роботов, сопряжен с развитием средств и методов бортовой самодиагностики для оперативного

обнаружения возникающих неисправностей с последующим принятием решений о полном или частичном восстановлении утраченной работоспособности.

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ БОРТОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ АВТОНОМНЫМИ РОБОТАМИ

Автономность функционирования РТК обеспечивается совокупностью различных факторов, главный из которых связан с наличием бортовой системы управления, обладающей необходимым набором возможностей для планирования поведения, целесообразных действий и перемещений на основе анализа собираемой сенсорной информации об изменении собственного состояния и условий внешней среды (рис. 1). В то же время эффективность полномасштабной реализации функциональных возможностей системы во многом определяется ее адаптивными свойствами по подстройке своих параметров или трансформации структуры для поддержания требуемого качества управления при изменении окружающей среды, воздействии возмущений и многообразии факторов неопределенности.

До последнего момента основное внимание разработчиков средств робототехники специального,



Рис. 1. Обобщенная структура интеллектуальной системы управления автономного робота.

Цифрами 1, 2, 3 обозначены данные, которые от стратегического, тактического и исполнительного уровней передаются в подсистему диагностики. Цифрами 4, 5, 6 обозначены сигналы от подсистемы диагностики к уровням системы управления

промышленного и бытового назначения было сосредоточено главным образом на различных аспектах повышения степени автономности и адаптивности создаваемых образцов на основе комплексного применения технологий обработки знаний [1, 2].

Активные усилия, предпринимаемые на этом поприще, позволили добиться значительных успехов по целому ряду проблемных вопросов интеллектуального управления роботами, действующими в условиях неопределенности в автономном режиме. К числу такого рода достижений следует отнести развитие методов нейросетевого распознавания, интеллектуального планирования, локальной навигации и картографирования, глубинного анализа данных и самообучения.

Важно отметить, что одна из ключевых особенностей современного подхода к построению интеллектуальных систем управления автономными роботами связана с выделением подсистем информационно-измерительного, поведенческого, траекторного и исполнительного уровней, решение специфических задач каждого из которых обеспечивается с помощью механизмов обработки знаний для избирательного подключения необходимых алгоритмов в зависимости от характера текущих ситуаций [3, 4]. При этом вариативность используемых алгоритмов, содержащихся в соответствующих библиотеках, возможность их взаимного переключения и/или ситуативной подстройки параметров определяют широкий диапазон адаптивных возможностей системы управления на всех уровнях ее иерархии.

Вместе с тем совершенно очевидно, что надежность, а, в конечном итоге, и эффективность функционирования автономных роботов определяется не только совокупностью их интеллектуальных и адаптивных возможностей, но и устойчивостью к отказам, неизбежно вызываемым экстремальными условиями эксплуатации и агрессивными воздействиями среды.

Специфика проблемы обеспечения повышенного уровня отказоустойчивости и живучести перспективных образцов автономных РТК обусловлена необходимостью решения совокупности взаимосвязанных задач оперативного обнаружения отказов и их локализации, диагностики неисправностей и оценки тяжести ожидаемых последствий с принятием активных мер по их преодолению или компенсации.

При этом основные сложности этапа комплексной диагностики автономного робота сопряжены с двумя главными факторами:

- многообразием возможных причин, вызывающих отказ в работе той или иной функциональной подсистемы;
- многообразием проявлений одной и той же неисправности, приводящей к одновременному

возникновению отказов в работе нескольких подсистем.

В свою очередь успешность проведения этапа диагностики будет во многом предопределять результативность попыток частичного или полного восстановления работоспособности робота, осуществляемых за счет реконфигурации программно-аппаратных средств интеллектуальной бортовой системы управления с изменением режимов, порядка и/или целей функционирования.

Настоящая статья посвящена обсуждению вопросов, связанных с разработкой средств самодиагностики автономных роботов на основе онтологической модели причинно-следственных связей между наблюдаемыми отказами и вызывающими их неисправностями.

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

Результаты исследований, активно проводимых в области диагностики автономных роботов в США¹, странах Западной Европы и целом ряде других стран еще с конца XX в. в рамках более общего направления по созданию отказоустойчивых систем управления [5], начинают находить свое практическое воплощение в первых опытных разработках. Показательной иллюстрацией может служить автономный необитаемый подводный аппарат RAUVER (Лаборатория океанических систем, Университет Хериота – Уатта, Эдинбург, Великобритания), оснащаемый средствами самодиагностики, по итогам оперативного завершения которой бортовые планировщики осуществляют корректировку исходной целевой миссии в случае такой необходимости [6].

Опыт проведения поисково-спасательных и других специальных операций с использованием современной робототехники (как с автономным или полуавтоматическим, так и с дистанционным управлением) убедительно свидетельствует, что эффективность ее практического применения существенно ограничивается недостаточно высоким уровнем отказоустойчивости [7, 8]. При этом возникающие сбои, неисправности и отказы отдельных функциональных подсистем робота в общем случае имеют различную природу и вызываются случайными возмущениями внешнего и внутреннего характера, деградацией узлов, элементов и материалов, а также другими факторами. Анализ имеющейся статистики позволяет классифицировать реально наблюдаемые отказы как обусловленные неполадками в исполнительных механизмах, сенсорных подсистемах,

¹ Соединенные Штаты Америки.



Рис. 2. Классификация неисправностей в робототехнических системах

Таблица 1. Оценки вероятностей основных отказов для мобильных роботов специального назначения

Производитель	Исполнительные механизмы	Система управления	Система питания	Система связи	Сенсорная подсистема
Inuktun (Канада)	0.45	0.32	0.00	0.02	0.12
Irobot (США)	0.22	0.30	0.15	0.22	0.11

системах управления, питания и связи, так и рядом других обстоятельств, включая промахи оператора и разнородные внешние воздействия (рис. 2).

Реальные показатели среднего времени наработки на отказ имеют широкий разброс и варьируются в диапазоне от единиц до нескольких десятков часов (в зависимости от типа робота, специфики поставленных перед ним задач и условий их выполнения) [7–10]. В качестве примера в табл. 1 приведены статистические данные американского Центра поисково-спасательной робототехники (Center for Robot-Assisted Search and Rescue, США) по оценке вероятностей основных отказов для двух типов роботов специального назначения за трехлетний период эксплуатации².

Общепринятая трактовка понятия отказоустойчивых систем управления предполагает, что надежность их функционирования должна обеспечиваться за счет развитого набора функциональных возможностей для решения следующих основных задач диагностики возникающих неисправностей и их устранения или компенсации [10–12]:

- обнаружение отказа (как установление факта ненормального поведения системы);
- локализация неисправности (с точностью до определения места и типа произошедшего отказа);
- идентификация неисправности (как установление причин отказа на основе анализа его наблюдаемых проявлений);
- оценка серьезности найденных неисправностей и принятие решений о полном или частичном восстановлении работоспособности.

В контексте развития средств и методов автоматической диагностики неисправностей и восстановления работоспособности автономных роботов необходимо различать следующие критически важные типы отказов:

- полные и частичные, первые из которых вызывают потерю работоспособности объекта, а вторые обуславливают ее ограничение;
- устраняемые (вплоть до обретения объектом его исходной работоспособности) и компенсируемые (позволяющие восстановить утраченные функции в ограниченных объемах).

В свою очередь серьезность неисправностей, идентифицируемых в процессе диагностики, оценивается по шкале с четырьмя категориями:

² Carlson J. Analysis of How Mobile Robots Fail in the Field (2004). USF Tampa Graduate Theses and Dissertations. <https://digitalcommons.usf.edu/etd/980>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

- низкая, при которой робот, адаптируя некоторые параметры своего функционирования, может продолжать выполнение заданной целевой миссии на том же уровне автономности;
- средняя, при которой робот может продолжать выполнение сокращенного варианта заданной целевой миссии, оставаясь на том же уровне автономности функционирования;
- значительная, при которой робот не может продолжать выполнение заданной целевой миссии, оставаясь на том же уровне автономности функционирования;
- фатальная, при которой робот не может продолжать выполнение заданной целевой миссии.

Как показывает обзор литературы [10–21] конструктивной основой для развития методов обнаружения отказов и диагностики неисправностей служат три принципиально различных подхода, связанные соответственно с использованием аналитических моделей [11, 19], анализом данных [13, 17] и обработкой знаний [6, 16, 18]. Соответствующая классификация методов диагностики приведена на рис. 3.

Методы диагностики на моделях предполагают установление неисправности по отклонению фактически наблюдаемого и ожидаемого поведения системы. Главный недостаток подхода обусловлен сложностью создания адекватных математических моделей объектов диагностики [15]. Тем не менее, методы диагностики на моделях широко применяются для обнаружения неисправностей, возникающих в процессе функционирования РТК [11, 14, 18, 19, 22–27]. В рамках этого класса наибольшее распространение в силу своей эффективности получили методы с эталонной моделью и наблюдателем, реализуемые с помощью различных модификаций фильтра Калмана.

Принципиально иной подход (который активно применяется для диагностики роботов, равно как и других типов сложных динамических объектов в реальном масштабе времени, не требуя априорного создания математических моделей поведения

системы) основан на анализе потоков данных и оперативном обнаружении аномальных ситуаций в изменении контролируемых сигналов [20, 21]. При этом отклонение текущих данных от статистически ожидаемых рассматривается в качестве показателя возникновения неисправности. Для извлечения необходимых признаков, обеспечивающих возможность выявления неисправностей при обработке потока поступающих данных, применяются различные методы анализа сигналов во временной, частотной или частотно-временной областях, а также основанные на машинном обучении [20, 28].

Так, например, анализ сигналов во временной области позволяет получить целый ряд статистически важных характеристик, включая среднее и среднеквадратичное значение, площадь под кривой, наклон и коэффициент формы, дисперсию, энтропию и т.д.

В свою очередь, анализ сигналов в частотной области, выполняемый с помощью преобразований Фурье, также использует соответствующие статистические характеристики [29, 30], главными из которых являются центр частоты, среднеквадратичная частота и частота корневой дисперсии и ряд прочих [31].

Частотно-временной анализ, реализуемый с привлечением вейвлет-преобразования или кратковременного преобразования Фурье, дает подробное представление о характеристиках сигнала как во временной, так и в частотной областях [32, 33].

Совокупность признаков, сопоставление с которыми текущих данных позволяет обеспечить обнаружение отказов или диагностику неисправностей, может формироваться в режиме машинного обучения, проводимого с использованием аппарата нейронных или байесовских сетей, кластерного и регрессионного анализа или ряда других альтернативных механизмов на примерах априорно размеченной выборки или оперативных наблюдений из «скользящего окна» [20, 34].



Рис. 3. Классификация методов обнаружения отказов и диагностики неисправностей

Таблица 2. Основные характеристики современных подходов к диагностике неисправностей

Подходы	Преимущества	Проблемы практического применения
На основе моделей	• выполнение в реальном времени; • возможность обнаружения неизвестных неисправностей	• моделирование сложных систем; • моделирование контекста
На основе анализа данных	• не требует наличия модели; • возможность обнаружения неизвестных неисправностей	• выполнение в реальном времени
На основе знаний	• выполнение в реальном времени; • низкая вычислительная нагрузка	• обнаружение неизвестных неисправностей

Главный недостаток методов диагностики на основе анализа данных связан с проблемами обработки больших объемов информации в реальном масштабе времени.

Интеллектуальная диагностика на основе знаний предполагает, что поиск неисправностей может осуществляться или на уровне экспертных представлений, аккумулирующих опыт высококвалифицированных специалистов, или с использованием казуальных моделей, описывающих объект диагностики, его структуру³ и особенности выполняемых прикладных задач, а также проявления возможных отказов и их вероятные причины [6, 16, 18, 35–44].

Главный недостаток методов интеллектуальной диагностики связан с возможностью обнаружения и идентификации ограниченного набора неисправностей из числа типов, априорно заложенных в базу знаний.

Для построения моделей интеллектуальной диагностики применяются различные формы представления знаний, включая предикаты первого порядка, продукционные правила, семантические сети, фреймообразные структуры, онтологии и т.д. [16, 35, 36, 41, 45–48]. Выбранная форма представления знаний предопределяет совокупность средств и методов, необходимых для их логической обработки при проведении интеллектуальной диагностики. Следует особо отметить, что существующие подходы к диагностике неисправностей взаимно дополняют друг друга по своим возможностям [16, 20], представленным в табл. 2.

Так, например, методы диагностики на основе моделей позволяют обеспечить выявление

неисправностей исполнительных механизмов, приводов, датчиков внутреннего осязания и других компонентов системы, поведение которых может быть описано на уровне аналитических представлений.

В свою очередь методы диагностики на основе данных находят широкое применение при обработке показаний датчиков внешнего осязания для обнаружения и локализации отказов, вызываемых как внутренними неисправностями системы, так и воздействиями окружающей среды.

Эффективным подходом для диагностики неисправностей датчиков внешнего осязания в составе мультисенсорных систем может служить привлечение различных методов слияния данных, в т.ч. на основе использования фильтра Калмана или Демпстера – Шейфера.

Наиболее важное достоинство подхода к поиску неисправностей на основе знаний заключается в возможности его использования для объединения диагностических подходов на основе анализа данных и на основе моделей в рамках гибридной системы мониторинга, позволяющей установить причинно-следственные связи между наблюдаемым проявлением отказа и конкретной неполадкой или аварийной ситуацией.

Диагностика и восстановление неисправностей, связанных с различными типами программно-аппаратных сбоев в составе бортового комплекса вычислительных средств, осуществляется на основе устоявшихся и отработанных методик соответствующего плана.

Обобщение результатов проведенного обзора приводит к ряду принципиально важных выводов:

- комплексное применение современных методов технической диагностики позволяет обеспечить оперативное обнаружение отказов, возникающих в процессе функционирования автономного робота;
- надежное выявление типа неисправностей, которые в своем подавляющем большинстве оказывают негативное влияние на работоспособность сразу нескольких функциональных подсистем робота, предполагает необходимость привлечения специализированных моделей диагностики

³ ГОСТ Р 27.302-2009. Национальный стандарт Российской Федерации. *Надежность в технике. Анализ дерева неисправностей* (утв. и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 15 декабря 2009 г. № 1249-ст). М.: Стандартинформ, 2011, 22 с. [GOST R 27.302-2009. National Standard of the Russian Federation. *Reliability in Engineering: Fault Tree Analysis* (approved and put into effect by Order No. 1249-st of the Federal Agency for Technical Regulation and Metrology dated December 15, 2009). Moscow: Standartinform; 2011, 22 p. (In Russ.).]

для установления причинно-следственных связей между наблюдаемыми проявлениями отказов и их первопричинами;

- использование онтологического подхода позволяет обеспечить создание модели самодиагностики автономного робота, отражающей всю совокупность причинно-следственных связей его возможных отказов и конкретных неисправностей с учетом особенностей иерархического построения интеллектуальных бортовых систем управления.

В зависимости от серьезности найденных неисправностей восстановление работоспособности системы может обеспечиваться несколькими различными способами, связанными с подстройкой параметров алгоритмов управления, реконфигурацией аппаратно-программных средств, оперативной трансформацией планов выполнения поставленных задач или коррекцией целей функционирования [10].

Развитие средств и методов самодиагностики и восстановления работоспособности интеллектуальных бортовых систем управления обуславливает реальные перспективы создания нового поколения робототехнических систем, обладающих высокой степенью отказоустойчивости, автономности и надежности функционирования [20, 23].

ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ АВТОНОМНОГО РОБОТА

Наиболее современный и многообещающий подход к созданию отказоустойчивых систем управления автономными роботами со встроенными средствами бортовой самодиагностики связан с использованием онтологических форм представления знаний [45, 46, 48]. При этом под онтологией понимается формальное описание концептуальной модели предметной области в ее некотором контексте [49, 50].

Важно отметить, что главное преимущество онтологического представления знаний заключается в возможности их использования в решении различных функциональных и прикладных задач как на уровне отдельно взятого робота, так и на уровне робототехнической группировки.

Формально онтология определяется следующим кортежем:

$$O = \langle X, R, F \rangle,$$

где X – конечное множество понятий (концептов) предметной области; R – конечное множество отношений между понятиями; F – конечное множество функций интерпретации, заданных на концептах и/или отношениях.

В свою очередь онтологическая модель, позволяющая описывать взаимосвязь онтологий разных уровней, также задается в виде кортежа:

$$Z = \langle O, P, M \rangle,$$

где O – онтология верхнего уровня (метаонтология), которая содержит общие понятия и отношения, не зависящие от предметной области; P – множество предметных онтологий и онтологий задач предметной области (с учетом предпочтений пользователя); M – модель машины вывода данной онтологической системы (например, для изменения критериев релевантности поиска или критериев формирования репозитория).

Применение онтологий обеспечивает реализацию широкого набора функциональных возможностей, главными из которых являются:

- формализованное представление знаний, включая организацию общей и предметной терминологии, описание предметных областей для совместного использования различными интеллектуальными агентами, индексирование, фильтрацию и классификацию формализованных знаний;
- приобретение и структурирование знаний;
- семантическая интеграция информационных ресурсов (формирование единого сетевого пространства знаний);
- обеспечение возможности поиска нужной информации (индексирование, фильтрация и классификация формализованных знаний).

Важно отметить, что формирование и обработка онтологических моделей представления знаний поддерживаются развитым инструментарием, включая языки описания онтологий (SHOE⁴, XOL⁵, OIL⁶, RDFS⁷, DAML⁸+OIL и OWL⁹) [51], средства модели-

⁴ Simple HTML ontology extensions – язык описания онтологий, основанный на языке разметки данных HTML (hypertext markup language – язык гипертекстовой разметки). [Simple HTML ontology extensions is the ontology description language based on the HTML data markup language (hypertext markup language).]

⁵ XML-based ontology exchange language – язык описания онтологий, предназначен для обмена описаниями онтологий (XML – eXtensible Markup Language – расширяемый язык разметки). [XML-based ontology exchange language is the ontology description language designed for exchanging ontology descriptions (XML – eXtensible Markup Language).]

⁶ Ontology interchange language – язык описания онтологий. [Ontology interchange language.]

⁷ RDF Schema – язык описания онтологий, семантическое расширение языка RDF (resource description framework, среда описания ресурса). [RDF Schema is the ontology description language, a semantic extension of the RDF language (resource description framework).]

⁸ Digital asset modeling language – язык смарт-контрактов с открытым исходным кодом. [Digital asset modeling language is the open-source smart contract language.]

⁹ Web ontology language – язык описания онтологий для семантической паутины. [Web ontology language is the language for describing ontologies for the semantic web.]

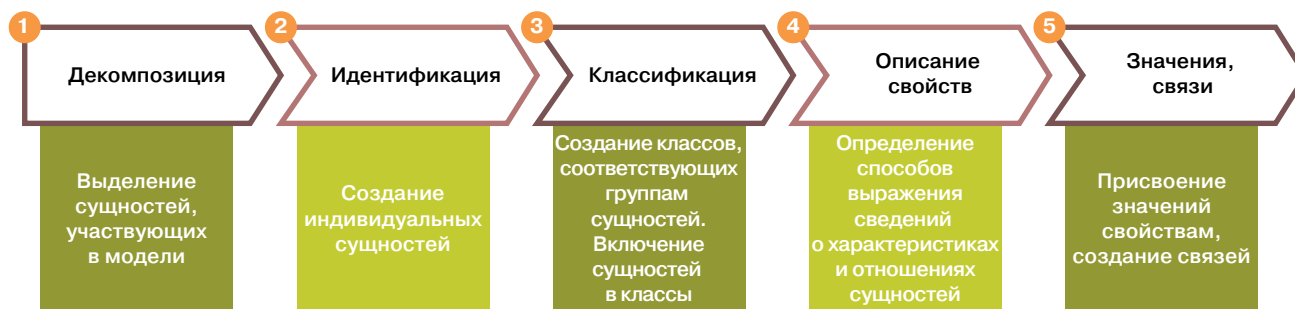


Рис. 4. Этапы разработки онтологии диагностической модели

рования онтологий (*Apollo*¹⁰, *WebOnto*¹¹, *WebODE*¹², *OntoEdit*¹³ и *Protégé*¹⁴) [52], а также технологические процедуры логического вывода и рассуждений на онтологиях (*Racer*¹⁵, *Pellet*¹⁶, *FaCT++*¹⁷, *FOWL*¹⁸, *KAON2*¹⁹, *Hoolet*²⁰, *Jess*²¹) [50, 53–58].

Эффективность использования онтологических моделей представления знаний в задачах поиска и идентификации неисправностей подтверждается примерами реальных образцов систем технической диагностики сложного электромеханического оборудования, станков с числовым программным управлением, автопогрузчиков, автономных роботов и других типов динамических объектов [36, 48, 50, 59, 60].

Более того, онтологические модели становятся конструктивной основой для становления новой парадигмы разработки перспективного поколения автономных РТК [45, 46, 61–63]. Ярким подтверждением этой тенденции может служить тот факт, что рабочая группа по стандартизации в области робототехники и автоматизации (IEEE Robotics

and Automation Society Ontologies for Robotics and Automation Working Group, IEEE ORA WG) в начале 2015 г. опубликовала первый в истории специальный стандарт IEEE 1872-2015²², который определяет набор онтологий, связанных с робототехникой и автоматизацией (Robotics and Automation, R&A) [64]. С позиции современных тенденций эта концепция соответствует идее интеграции интеллектуальных систем управления и диагностики автономных роботов.

Разработка любой онтологии, включая онтологическую модель диагностики автономного робота, носит итеративный характер и предполагает выполнение следующих основных этапов [50], последовательность которых показана на рис. 4:

- выделение сущностей, участвующих в модели (декомпозиция);
- создание индивидуальных сущностей (идентификация);
- создание классов, соответствующих группам сущностей, и включение сущностей в классы (классификация);
- определение способов выражения сведений о характеристиках и отношениях сущностей (описание свойств);
- присвоение значений свойствам, создание связей (значения, связи).

Такой подход позволяет разработчику сконцентрироваться на выделении основных понятий и объектов, закладываемых в модель, а уже потом определить общие свойства или признаки, по которым данные объекты могут быть объединены в классы для организации причинно-следственных, логических, количественных и других отношений между отдельными классами. При этом множество базовых понятий будет напрямую зависеть не только от предметной области или конкретного исследуемого объекта, но и задачи, которая решается онтологической моделью.

¹⁰ <https://www.apollographql.com/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹¹ <http://kmi.open.ac.uk/projects/webonto/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹² <https://oeg.fi.upm.es/index.php/en/old-technologies/60-webode/index.html>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹³ <https://www.softpedia.com/get/Science-CAD/OntoStudio.shtml>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹⁴ <https://protege.stanford.edu/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹⁵ <https://www.chai.uni-hamburg.de/~moeller/racer/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹⁶ <http://pellet.owldl.com/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹⁷ <http://owl.cs.manchester.ac.uk/tools/fact/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹⁸ <https://fowl.sourceforge.net/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

¹⁹ <https://km.aifb.kit.edu/projects/owltools/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

²⁰ <http://owl.man.ac.uk/hoolet/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

²¹ <https://www.ida.liu.se/~hener77/JessTab/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

²² <https://standards.ieee.org/ieee/1872/5354/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed April 30, 2026.

В качестве примера может быть приведена разработка онтологической модели диагностики подвижной платформы автономного РТК, включающей следующие основные компоненты:

- исполнительные приводы, объединяющие в своем составе двигатель, датчики обратной связи (ОС) и индивидуальный контроллер системы управления (СУ) приводом;
- система управления исполнительным уровнем платформы, содержащим комплект приводов, систему технического зрения (СТЗ) и глобальную

навигационную спутниковую систему (ГНСС), а также центральный вычислитель, формирующий задающие воздействия (на СУ приводов);

- система питания с контроллером;
- блок связи с тактическим уровнем системы управления РТК.

В этом случае в качестве основных сущностей создаваемой онтологической модели, которая представлена на рис. 5, должны рассматриваться не составные компоненты подвижной платформы, а их возможные отказы и неисправности.

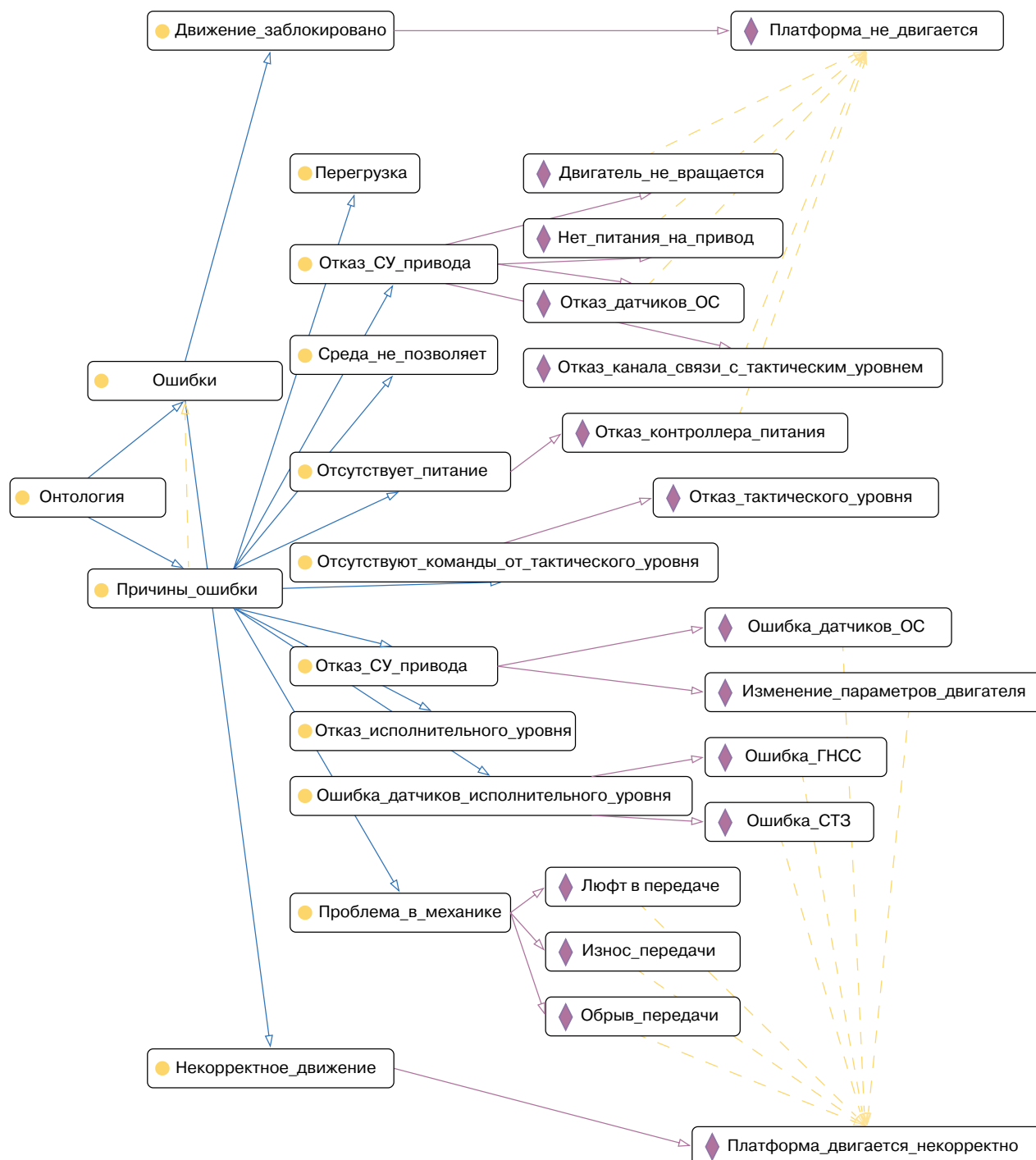


Рис. 5. Онтологическая модель диагностики мобильной платформы автономного РТК

Так, для системы управления приводом к подобному типу отказов, объединяемых в отдельный класс «Отказ СУ привода», можно отнести ситуации полной остановки двигателя, отсутствие питания на привод или отказы датчиков ОС.

Аналогичные рассуждения, проводимые по отношению к каждому конкретному компоненту или подсистеме подвижной платформы, позволяют определить следующий набор классов:

- отказ исполнительного уровня;
- ошибка датчиков исполнительного уровня;
- отказ СУ привода;
- ошибка СУ привода;
- отсутствие питания;
- отсутствие команды от тактического уровня;
- проблема в механике;
- отказ, обусловленный взаимодействием со средой;
- перегрузка.

Для выделенных классов возможных неисправностей в конкретных подсистемах платформы, потенциально приводящих к ошибкам в ее движении, дополнительно вводится один более общий класс «Причины ошибки». Вместе с тем, сами ошибки, представленные подклассами «Движение заблокировано» и «Некорректное движение», объединяются в класс «Ошибки». Взаимосвязи неисправностей с их проявлением на уровне наблюдаемых отказов задаются с помощью свойств-указателей «влечет» и «вызвано», которые будут определять соответствующие отношения между классами «Ошибки» и «Причины ошибки».

При этом в качестве свойств-значений, характеризующих возможные состояния установленных сущностей (истинное (true) или ложное (false)) в составе онтологической модели, рассматриваются два параметра – «Состояние ошибки» и «Подозрение на ошибку», первое из которых определено как на множестве объектов в классе «Ошибки», так и в классе «Причины ошибки», а второе – только на объектах последнего класса.

Очевидно, что разработанная онтологическая модель, приведенная на рис. 5, допускает возможность своего наращивания при необходимости учета более широкого спектра неисправностей и отказов, проявляемых не только на уровне подвижной платформы, но и РТК в целом.

АЛГОРИТМЫ БЕЗУСЛОВНОГО И УСЛОВНОГО ПОИСКА НЕИСПРАВНОСТЕЙ

Диагностика неисправностей и анализ их возможных последствий на основе наблюдаемых отказов с использованием онтологической модели предполагает необходимость организации запросов.

В соответствии с алгоритмом безусловной диагностики при изменении свойства-значения или

свойства-указателя отдельного объекта онтологии механизм логического вывода обрабатывает каждый запрос из своей базы знаний независимо от результатов обработки предыдущих запросов.

Общий вид запросов, формируемых на языке SWRL²³ (как наиболее богатом и часто применяемом) представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} &\text{Класс_1}(x) \wedge \text{свойство-значение_1}(x, \text{значение_1}) \wedge \\ &\quad \wedge \text{свойство-указатель}(x, y) \wedge \text{Класс_2}(y) \rightarrow \\ &\quad \rightarrow \text{свойство-значение_2}(y, \text{значение_2}), \end{aligned}$$

где x и y – объекты классов 1 и 2 соответственно; свойство-значение_1 и свойство-значение_2 – значение (числовое, строковое, логическое и т.д.) некоторого параметра, относящегося к объектам класса 1 и 2 соответственно; свойство-указатель – отношение, связывающее объекты классов 1 и 2.

Подобная структура запроса позволяет на основе информации о состоянии объектов одного класса сделать заключение об изменении состояния объекта другого класса.

Так, в частности, «восходящий» тип запроса, позволяющего проследить проявление отказа на уровне платформы от возникновения ошибки в конкретном компоненте, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} &\text{Отказ_СУ_привода}(?c) \wedge \\ &\quad \wedge \text{Состояние_ошибки}(?c, \text{true}) \wedge \text{влечет}(?c, ?y) \rightarrow \\ &\quad \rightarrow \text{Состояние_ошибки}(?y, \text{true}). \end{aligned}$$

Обработка сформированного запроса обеспечивается процедурой логического вывода с последовательным выполнением серии соответствующих шагов, включая:

- отбор тех компонент (c) из класса «Отказ СУ привода», для которых значение свойства-значения «Состояние ошибки» является истинным (true);
- отыскание всех объектов (y), которые связаны с отобранными свойством-указателем «влечет» и установить истинным (true) свойство-значение «Состояние ошибки» для объектов y .

Таким образом, если для одного или нескольких объектов, входящих в класс «Отказ СУ привода» (например, «Двигатель не вращается»), свойство-значение «Состояние ошибки» принимает значение «истина» (true), то по итогам обработки запроса механизмом логического вывода свойству-значению «Состояние ошибки» для объекта «Платформа не двигается» также присваивается значение «истина» (true) (рис. 6).

В свою очередь «нисходящий» тип запроса, позволяющий обеспечить диагностику неисправности

²³ Semantic web rule language – язык описания правил для общедоступной глобальной семантической сети Semantic web. [Semantic web rule language is the rule description language for the publicly accessible global Semantic web.]

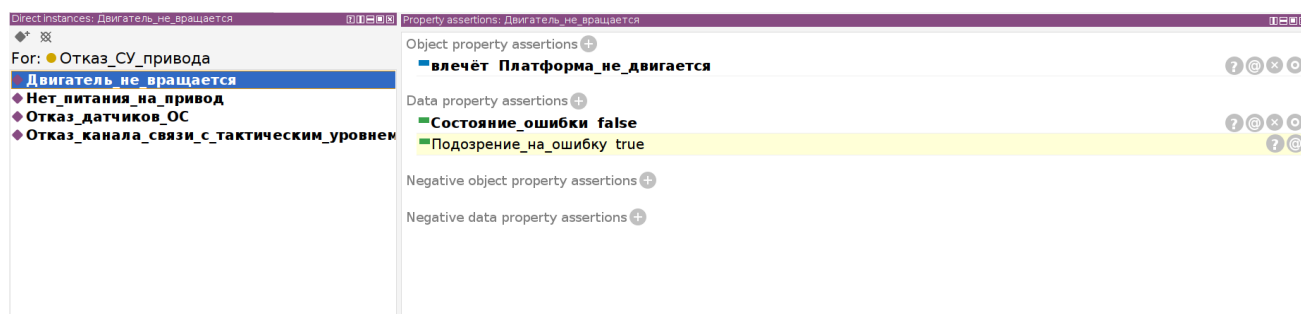


Рис. 6. Результаты модельного эксперимента по обработке «восходящего» запроса о возможных последствиях неисправности

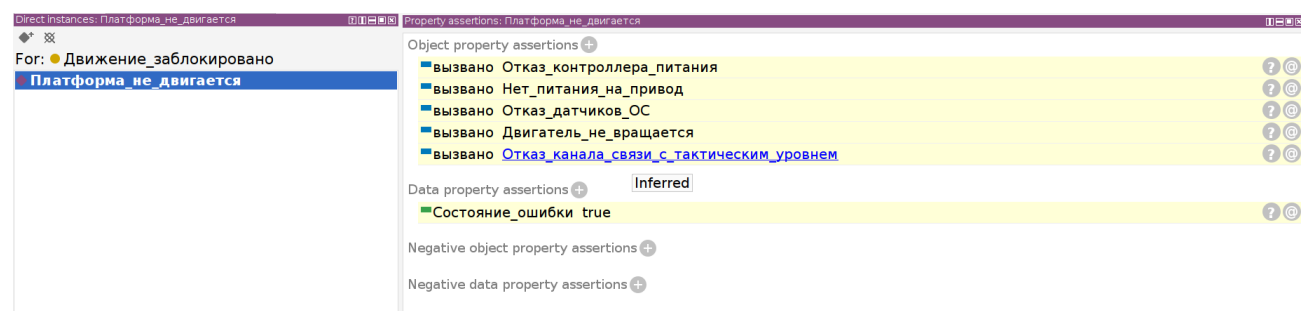


Рис. 7. Результаты модельного эксперимента по обработке «нисходящего» запроса о возможных причинах наблюдаемого отказа

по ее проявлению на уровне отказа платформы, формируется аналогичным образом:

$$\begin{aligned} & \text{Движение_заблокировано}(?c) \wedge \\ & \wedge \text{Состояние_ошибки}(?c, \text{true}) \wedge \text{вызвано}(?c, ?y) \rightarrow \\ & \rightarrow \text{Подозрение_на_ошибку}(?y, \text{true}). \end{aligned}$$

Результаты модельного эксперимента по обработке «нисходящего» запроса о возможных причинах наблюдаемого отказа представлены на рис. 7.

Отсутствие условий на обработку запросов, с одной стороны, существенно упрощает анализ результатов работы онтологической модели диагностики, однако, по мере увеличения размерности как самой онтологии, так и базы запросов, может привести к критическому превышению времени отклика диагностической системы при возникновении неисправности. В связи с этим крайне перспективной представляется организация условного поиска неисправностей, обеспечивающего выбор обрабатываемых запросов из базы знаний на текущем шаге на основе результатов выполнения предыдущего шага в целях сокращения общей продолжительности процесса диагностики.

Отличительная особенность предлагаемого алгоритма связана с обработкой только тех запросов из числа содержащихся в базе знаний, которые могут привести к изменению состояния онтологической модели. При этом под состоянием модели будем понимать совокупность свойств-значений сущностных

объектов онтологии, а отбор запросов осуществлять на основе анализа их антецедентной части.

Пусть $\mathbf{X}_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n})$ – вектор состояния онтологической модели на текущем шаге (под состоянием будем понимать свойства-значения объектов); $\mathbf{X}_{i-1} = (x_{i-1,1}, x_{i-1,2}, \dots, x_{i-1,n})$ – вектор состояния на предыдущем шаге; $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$ – новое состояние, связанное с возникновением неисправности; $\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{i-1})$ – вектор изменения состояния.

Тогда формальное описание алгоритма условного поиска неисправностей будет иметь следующий вид:

1. Принять $\mathbf{X}_i = \tilde{\mathbf{X}}$;
2. Вычислить $\hat{\mathbf{X}}$;
3. Если $\hat{\mathbf{X}} \neq 0$, то для каждого ненулевого компонента вектора найти в базе знаний запрос, содержащий данный компонент в антецедентной части. В противном случае алгоритм завершается;
4. Принять $\mathbf{X}_{i-1} = \mathbf{X}_i$;
5. Сформировать новый вектор $\mathbf{X}_i$ на основе результатов обработки выбранных запросов с помощью механизма логического вывода;
6. Перейти к шагу 2.

Очевидно, что потенциальная применимость разрабатываемых алгоритмов диагностики во многом определяется их вычислительной сложностью и средним показателем временных затрат, связанных в первую очередь с обработкой запросов к онтологической модели и зависящих не только от ее структуры и размерности, но и от особенностей механизма логического вывода.

Следует отметить, что одним из наиболее эффективных инструментальных средств формирования смысловых рассуждений является механизм логического вывода *Pellet*, который в отличие от множества известных аналогов (*Hermit*²⁴, *RacerPro*²⁵, *FaCT++* и т.д.) поддерживает работу с онтологиями не только на уровне классов и свойств-указателей, но и на уровне отдельных объектов, что имеет принципиальное важное значение для решения задач диагностики с использованием алгоритмов безусловно- и условного поиска.

Оценки вычислительной сложности механизма логического вывода *Pellet*, приводимые в ряде работ [65, 66], соответствуют квадратичной зависимости ($O(n^2 + m^2)$) от количества классов n и отношений m и линейной зависимости $O(k)$ от количества запросов k . Исходя из этих данных, можно утверждать, что расширение модели диагностики (если это необходимо) должно вестись с позиции увеличения количества запросов, а не детализации состава самой онтологии, ориентируемой на поиск причинно-следственных связей между наблюдаемыми отказами и вызывающими их неисправностями. При этом контроль корректности функционирования отдельных компонентов, узлов и подсистем робота должен осуществляться с помощью средств и методов локальной диагностики на основе моделей и анализа данных. Серия экспериментов, проведенных на персональном компьютере с четырехъядерным центральным процессором i5-7200U с тактовой частотой 2.50 ГГц, показала, что максимальное время обработки запроса к представленной онтологической модели диагностики составляет 61 мс, что является вполне приемлемым показателем в контексте задач отказоустойчивого управления автономными роботами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обеспечение устойчивости к отказам, которое является одним из важнейших требований к перспективным образцам автономных роботов, предполагает необходимость разработки средств оперативного обнаружения отказов и реконфигурации бортовой системы управления для компенсации их последствий. При всем многообразии современных методов технической диагностики комплексная

проверка работоспособности робота остается весьма непростой задачей, сложность которой связана с выявлением истинных причин, влекущих наблюдаемые нарушения в поведении его функциональных подсистем.

В статье предложены онтологическая модель и алгоритмы самодиагностики автономного робота для выявления конкретных неисправностей на основе анализа причинно-следственных взаимосвязей между совокупностью реальных проявлений и источниками возникновения возможных отказов.

Технология онтологического моделирования (в отличие от известных подходов, основанных на применении аналитических моделей и анализе данных) может стать конструктивной базой для построения комплексной системы самодиагностики, отражающей всю совокупность причинно-следственных связей возможных отказов и конкретных неисправностей автономного робота с учетом особенностей иерархического построения интеллектуальной бортовой системы управления и специфики задач каждого из ее уровней.

Экспериментальные исследования по оценке времени обработки запросов к онтологической модели диагностики показали в частности, что время обработки десяти запросов составляет порядка 60 мс, что является вполне приемлемым с учетом инерционных параметров мобильных роботов.

Применение онтологической модели открывает также дальнейшие перспективы для решения задач повышения живучести и работоспособности автономных роботов в экстремальных условиях за счет реконфигурации программно-аппаратных средств интеллектуальной системы управления по результатам проводимой самодиагностики.

Вклад авторов

Ю.А. Быковцев – разработка примера онтологической модели и симуляция.

В.М. Лохин – общее руководство и рецензирование.

С.В. Манько – поиск и анализ литературы.

М.П. Романов – постановка задачи.

Authors' contributions

Yu.A. Bykovtsev – development of an example ontology model and simulation.

V.M. Lokhin – general guidance and review.

S.V. Manko – literature review and analysis.

M.P. Romanov – problem statement.

²⁴ <http://www.hermit-reasoner.com/>. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed 30.04.2026.

²⁵ https://franz.com/agraph/racer/racer_features.lhtml. Дата обращения 30.04.2026. / Accessed 30.04.2026.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Jang D.S., Cho D.H., Lee W.C., Ryu S.K., Jeong B., Hong M., Jung M., Kim M., Lee M., Lee S., Choi H.L. Unlocking Robotic Autonomy: A Survey on the Applications of Foundation Models. *International Journal of Control, Automation, and Systems (IJCAS)*. 2024;22(8):2341–2384. <https://doi.org/10.1007/s12555-024-0438-7>
2. Zghair N.A., Al-Araji A.S. A One Decade Survey of Autonomous Mobile Robot Systems. *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*. 2021;11(6):4891–4906. <http://doi.org/10.11591/ijece.v11i6.pp4891-4906>
3. Интеллектуальные системы автоматического управления; под ред. Макарова И.М., Лохина В.М. М.: Физматлит; 2001, 576 с. ISBN 5-9221-0162-5
[Makarov I.M., Lokhin V.M. (Eds.). *Intellektual'nye sistemy avtomaticheskogo upravleniya (Intelligent Automatic Control Systems)*. Moscow: Fizmatlit; 2001, 576 p. (In Russ.). ISBN 5-9221-0162-5]
4. Quan N.D., Ha H.H., Son L.D., An T.V., Hung N.T., Linh C.V. Control system architecture of an intelligent humanoid robot. *Vietnam Journal of Science and Technology*. 2022;60(6):1162–1178.
5. Zhang Y., Jiang J. Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control System. *Ann. Rev. Contr.* 2008;32(2): 229–252. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2008.03.008>
6. Hamilton K., Lane D., Taylor N., Brown K. Fault diagnosis on autonomous robotic vehicles with RECOVERY: an integrated heterogeneous-knowledge approach. In: *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2001. V. 4. P. 3232–3237. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2001.933116>
7. Carlson J., Murphy R.R. How UGVs physically fail in the field. *IEEE Trans. Robotics*. 2005;21(3):423–437. <https://doi.org/10.1109/TRO.2004.838027>
8. Carlson J., Murphy R. Reliability analysis of mobile robots. In: *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2003. V. 1. P. 274–281. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2003.1241608>
9. Khalastchi E., Kaminka G.A., Kalech M., Lin R. Online anomaly detection in unmanned vehicles. In: *10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems*. 2011. V. 1–3. P. 105–112.
10. Crestani D., Godary-Dejean K., Lapierre L. Enhancing Fault Tolerance of Autonomous Mobile Robots. *Robot. Auton. Syst.* 2015;68:140–155. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2014.12.015>
11. Hasan A., Tahavori M., Midtiby H. Model-Based Fault Diagnosis Algorithms for Robotic Systems. *IEEE Access*. 2023;11:2250–2258. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3233672>
12. Abdilatif Alobaidy M., Alobaidy A., Abdul-Jabbar J., Saeed S. Faults Diagnosis in Robot Systems: A Review. *Al-Rafidain Engineering Journal (AREJ)*. 2020;25:164–175.
13. Golombek R., Wrede S., Hanheide M., Heckmann M. Online data-driven fault detection for robotic systems. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2011. P. 3011–3016. <https://doi.org/10.1109/IROS.2011.6095034>
14. Isermann R. Model-based fault-detection and diagnosis—Status and applications. *Ann. Rev. Contr.* 2005;29(1):71–85. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2004.12.002>
15. Chandola V., Banerjee A., Kumar V. Anomaly detection: A survey. *ACM Computing Surveys (CSUR)*. 2009;41(3):Article 15.
16. Xu S. A Survey of Knowledge-Based Intelligent Fault Diagnosis Techniques. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019;1187:032006. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1187/3/032006>
17. Khalastchi E., Kalech M., Rokach L. Sensor fault detection and diagnosis for autonomous systems. In: *Proceedings of the 2013 International Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*. 2013. P. 15–22. <https://doi.org/10.65109/RKJM1183>
18. Xu F., Liu X., Chen W., Zhou C., Cao B. Ontology-Based Method for Fault Diagnosis of Loaders. *Sensors*. 2018;18(3):729. <https://doi.org/10.3390/s18030729>
19. Alikhani A., Sharifi G. Application of a Model-Based Fault Detection Approach on a Spacecraft. *International Journal of Reliability, Risk and Safety: Theory and Application (IJRRS)*. 2020;3(2):19–26.
20. Khalastchi E., Kalech M. On Fault Detection and Diagnosis in Robotic Systems. *ACM Computing Surveys (CSUR)*. 2018;51(1):1–24. <https://doi.org/10.1145/3146389>
21. Quamar M., Nasir A. Review on Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Scheme for Robotic Manipulators: Recent Advances in AI, Machine Learning, and Digital Twin. *arXiv preprint. arXiv:2402.02980*. 2024. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2402.02980>
22. Brandstötter M., Hofbaur M., Steinbauer-Wagner G., Wotawa F. Model-based fault diagnosis and reconfiguration of robot drives. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2007. P. 1203–1209. <https://doi.org/10.1109/IROS.2007.4399092>
23. Pettersson O. Execution monitoring in robotics: A survey. *Robot. Auton. Syst.* 2005;53(2):73–88. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2005.09.004>
24. Aguiar A.P. Multiple-model adaptive estimators: Open problems and future directions. In: *Proceedings of ECC'07 – European Control Conference*. IEEE. 2007. P. 5544–5545. <https://doi.org/10.23919/ECC.2007.7069028>
25. Lao L., Ellis M., Christofides P.D. Proactive fault-tolerant model predictive control. *AIChE J.* 2013;59(8):2810–2820. <https://doi.org/10.1002/aic.14074>
26. Yao J., Wang D., Cai D., Xu Y., Zhao Y. Fault-tolerant strategy and experimental study on compliance assembly of a redundant parallel six-component force sensor. *Sens. Actuators A: Phys.* 2018;272:114–124. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2017.12.036>
27. Du Pu, Venkidasalapathy J.A., Venkateswaran S., Wilhite B., Kravaris C. Model-Based Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control for Safety-Critical Chemical Reactors: A Case Study of an Exothermic Continuous Stirred-Tank Reactor. *Ind. Eng. Chem. Res.* 2023;62(34):13554–13571. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.3c01205>

28. Mogal S., Lalwani D. A brief review on fault diagnosis of rotating machineries. *Appl. Mech. Mater.* 2014;541-542:635–640. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.541-542.635>
29. Li S., Xin Y., Li X., Wang J., Xu K. A review on the signal processing methods of rotating machinery fault diagnosis. In: *Proceedings IEEE 8th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC)*. IEEE. 2019. P. 1559–1565. <https://doi.org/10.1109/ITAIC.2019.8785572>
30. Niu G., Dong X., Chen Y. Motor Fault Diagnostics Based on Current Signatures: A Review. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 2023;72:Article 3520919.
31. Niu G. Data Acquisition and Preprocessing. In: *Data-Driven Technology for Engineering Systems Health Management: Design Approach, Feature Construction, Fault Diagnosis, Prognosis, Fusion and Decisions*. Singapore: Springer; 2017. P. 49–99. https://doi.org/10.1007/978-981-10-2032-2_4
32. Islam A., Amin R., Sharan M.H., Ushno J.A., Islam K.M.T., Hossen D., Hossain M.S., Alam M.S. Designing an autonomous framework to detect and classify the fabric defects using wavelet transform and neural network. *AIP Conf. Proc.* 2023;2788:050003. <https://doi.org/10.1063/5.0148618>
33. Bai Y., Cheng W., Wen W., Liu Y. Application of time-frequency analysis in rotating machinery fault diagnosis. *Shock and Vibration*. 2023;2023:Article 9878228. <https://doi.org/10.1155/2023/9878228>
34. Surucu O., Gadsden S., Yawney J. Condition Monitoring using Machine Learning: A Review of Theory, Applications, and Recent Advances. *Expert Syst. Applicat.* 2023;221:19738. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.119738>
35. Manzoor S., Rocha Y.G., Joo S.H., Bae S.H., Kim E.J., Joo K.J., Kuc T.Y. Ontology-Based Knowledge Representation in Robotic Systems: A Survey Oriented toward Applications. *Appl. Sci.* 2021;11(10):4324. <https://doi.org/10.3390/APP11104324>
36. Diab M., Pomarlan M., Borgo S., et al. FailRecOnt – An ontology-based framework for failure interpretation and recovery in planning and execution. In: *Proceedings of the 2nd International Workshop on Ontologies for Autonomous Robotics*. 2021. P. 1–14. URL: <https://hdl.handle.net/2117/357471>. Дата обращения 19.07.2025. / Accessed July 19, 2025.
37. Yan B., Zhang T., Xie C. Fuzzy expert system for fault diagnosis of robotic assembly. In: *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation*. IEEE. 2002. P. 445–449. <https://doi.org/10.1109/WCICA.2002.1022148>
38. De la Sen M., Minambres J.J., Garrido A.J., Almansa A., Soto J.S., Basic theoretical results for expert systems: application to the supervision of adaptation transients in planar robots. *Artif. Intell.* 2004;152(2):173–211. [https://doi.org/10.1016/S0004-3702\(03\)00136-X](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(03)00136-X)
39. Lamine K.B., Kabanza F. History checking of temporal fuzzy logic formulas for monitoring behavior-based mobile robots. In: *Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence*. IEEE. 2000. P. 312–319. <https://doi.org/10.1109/TAI.2000.889888>
40. Lamine K.B., Kabanza F. Using temporal fuzzy logic for monitoring behavior based mobile robots. In: *Proceedings of the IASTED Conference in Robotics and Applications*. 2000. P. 116–121.
41. Gao D., Wu Ch., Zhang B., Ma X. Signed Directed Graph and Qualitative Trend Analysis Based Fault. *Chinese J. Chem. Eng.* 2010;18(2):265–276. [https://doi.org/10.1016/S1004-9541\(08\)60352-3](https://doi.org/10.1016/S1004-9541(08)60352-3)
42. Берман А.Ф., Павлов Н.Ю., Николайчук О.А. Метод синтеза и анализа деревьев отказов на основе понятий механизма и кинетики событий. *Проблемы анализа риска*. 2018;15(3):62–77. <https://www.elibrary.ru/xwpijif>
[Berman A.F., Pavlov N.Yu., Nikolaichuk O.A. Method for synthesis and analysis of “failure trees” based on the concepts of mechanism and events kinetics. *Problemy analiza riska = Issues of Risk Analysis*. 2018;15(3):62–77 (in Russ.). <https://www.elibrary.ru/xwpijif>]
43. Byun S., Papaalias M., Márquez F.P.G., Lee D. Fault-Tree-Analysis-Based Health Monitoring for Autonomous Underwater Vehicle. *J. Mar. Sci. Eng.* 2022;10(12):1855. <https://doi.org/10.3390/jmse10121855>
44. Bai B., Xie C., Liu X., Li W., Zhong W. Application of integrated factor evaluation–analytic hierarchy process–T-S fuzzy fault tree analysis in reliability allocation of industrial robot systems. *Appl. Soft Comp.* 2022;115:108248. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.108248>
45. Manzoor S., Rocha Y.G., Joo S.H., Bae S.H., Kim E.J., Joo K.J., Kuc T.Y. Ontology-Based Knowledge Representation in Robotic Systems: A Survey Oriented toward Applications. *Appl. Sci.* 2021;11(10):4324. <https://doi.org/10.3390/app11104324>
46. Olivares-Alarcos A., Bessler D., Khamis A., et al. A review and comparison of ontology-based approaches to robot autonomy. *The Knowledge Engineering Review*. 2019;34:e29. <https://doi.org/10.1017/S0269888919000237>
47. Грибова В.В., Шалфеева Е.А. Онтология диагностики процессов. *Онтология проектирования*. 2019;4(34):449–461. <https://doi.org/10.18287/2223-9537-2019-9-4-449-461>
[Gribova V.V., Shalfeeva E.A. The Ontology of processes diagnosis. *Ontologiya proektirovaniya = Ontology of Designing*. 2019;4(34):449–461 (in Russ.). <https://doi.org/10.18287/2223-9537-2019-9-4-449-461>]
48. Тимошенко А.А., Зуев А.В., Мурсалимов Э.Ш., Грибова В.В., Инзарцев А.В. Описание и диагностирование неисправностей в автономных необитаемых подводных аппаратах на основе онтологий. *Онтология проектирования*. 2022;3(45):310–324. <https://doi.org/10.18287/2223-9537-2022-12-3-310-324>
[Timoshenko A.A., Zuev A.V., Mursalimov E.S., Gribova V.V., Inzartsev A.V. Description and diagnosis of malfunctions in autonomous uninhabited underwater vehicles based on ontologies. *Ontologiya proektirovaniya = Ontology of Designing*. 2022;3(45):310–324 (in Russ.). <https://doi.org/10.18287/2223-9537-2022-12-3-310-324>]
49. Gruber T.R. A Translation Approach to Portable Ontology Specifications. *Knowledge Acquisition*. 1993;5(2):199–220. <https://doi.org/10.1006/knac.1993.1008>
50. Xu Y., Zhang S., Li Y., Liu J. Ontology-based Fault Diagnosis and Maintenance Process Generation of Electromechanical System. *Int. J. Performability Eng.* 2019;15(2):454–463. <https://doi.org/10.23940/ijpe.19.02.p10.454463>

51. Taye M. Understanding Semantic Web and Ontologies: Theory and Applications. *J. Computing*. 2010;2(6):182–192.
52. Su X.M., Ilebrikke L. A Comparative Study of Ontology Languages and Tools. In: Pidduck A.B., Ozsu M.T., Mylopoulos J., Woo C.C. (Eds.). *Advanced Information Systems Engineering (CAISE)*. 2002. P. 761–765. https://doi.org/10.1007/3-540-47961-9_62
53. Haarslev V., Moller R. Racer: A Core Inference Engine for the Semantic Web. In: *Proceedings of the 2nd International Semantic Web Conference (ISWC2003)*. 2003. P. 292–297.
54. Sirin E., Parsia B., Grau B.C., et al. Pellet: A Practical OWL-DL Reasoner. *J. Web Semantics*. 2007;5(2):51–53. <https://doi.org/10.1016/j.websem.2007.03.004>
55. Tsarkov D., Horrocks I. FaCT++ Description Logic Reasoner: System Description. In: *Proceedings of the 3rd International Joint Conference on Automated Reasoning*. 2006. P. 292–297. https://doi.org/10.1007/11814771_26
56. Tsarkov D., Riazanov A., Bechhofer S., Horrocks I. Using Vampire to Reason with OWL. In: *Proceedings of the 3rd International Semantic Web Conference (ISWC2004)*. 2004. P. 471–485. https://doi.org/10.1007/978-3-540-30475-3_33
57. Abburi S. A Survey on Ontology Reasoners and Comparison. *Int. J. Computer Applications*. 2012;57(17):33–39. URL: <https://www.ijcaonline.org/archives/volume57/number17/9208-3748/>. Дата обращения 19.07.2025. / Accessed July 19, 2025.
58. Rubin D.L., Noy N.F., Musen M.A., Protégé: A Tool for Managing and using Terminology in Radiology Applications. *J. Digit. Imaging*. 2007;20(1):34–46. <https://doi.org/10.1007/s10278-007-9065-0>
59. Shen B., Zhao S.Y., Wang J.H. Ontology-Based Fault Diagnosis Knowledge Representation of CNC Machine Tool. *Appl. Mech. Mater.* 2013;427–429:1372–1375. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.427-429.1372>
60. Wang D., Tang W.H., Wu Q.H. Ontology-based fault diagnosis for power transformers. In: *IEEE PES General Meeting*. IEEE. 2010. P. 1–8. <https://doi.org/10.1109/PES.2010.5589575>
61. Dogmus Z., Erdem E., Patoglu V. RehabRobo-Onto: Design, development and maintenance of a rehabilitation robotics ontology on the cloud. *Robot. Comput. Integr. Manuf.* 2015;33:100–109. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2014.08.010>
62. Соколов С.М. Онтологический подход в создании робототехнических комплексов с повышенной степенью автономности. *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2022;1(225):42–58. <https://doi.org/10.18522/2311-3103-2022-1-42-59> [Sokolov S.M. An ontological approach to the creation of robotic complexes with an increased degree of autonomy. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki = Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2022;1(225):42–58 (in Russ.). <https://doi.org/10.18522/2311-3103-2022-1-42-59>]
63. Лебедев С.В., Пантелеев М.Г. Онтологическое проектирование подсистемы оценки обстановки интеллектуальных агентов. *Онтология проектирования*. 2016;3(21):297–316. [Lebedev S.L., Panteleyev M.G. Ontology-driven design approach to development of situation awareness subsystem of intelligent agents. *Ontologiya proektirovaniya = Ontology of Designing*. 2016;3(21):297–316 (in Russ.).]
64. Bayat B., Bermejo-Alonso J., Carbonera J., et al. Requirements for building an ontology for autonomous robots. *Industrial Robot*. 2016;43(5):469–480. <https://doi.org/10.1108/IR-02-2016-0059>
65. Sirin E., Parsia B., Grau B., Kalyanpur A., Katz Y. Pellet: a practical OWL-DL reasoner. *J. Web Semantics*. 2007;5(2):51–53. <https://doi.org/10.1016/j.websem.2007.03.004>
66. Alaya N., Ben Yahia S., Lamolle M. Towards Unveiling the Ontology Key Features Altering Reasoner Performances. *arXiv preprint*. arXiv:1509.087172015. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.08717>

Об авторах

Быковцев Юрий Алексеевич, к.т.н., доцент, кафедра проблем управления, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: bykovcev@mirea.ru. Scopus Author ID 57302607300, ResearcherID KRQ-5339-2024, SPIN-код РИНЦ 9961-4437, <https://orcid.org/0009-0003-6671-5674>

Лохин Валерий Михайлович, д.т.н., профессор, кафедра проблем управления, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). Лауреат государственной премии РФ в области науки и техники. Лауреат премии Правительства РФ в области образования. Член научного Совета Российской академии наук по робототехнике и мехатронике. Заслуженный деятель науки РФ. E-mail: kpu-mirea@yandex.ru. Scopus Author ID 6602931640, <https://orcid.org/0000-0001-6708-9124>

Манько Сергей Викторович, д.т.н., профессор, кафедра проблем управления, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). Лауреат премии Правительства Российской Федерации в области образования. Член научного Совета Российской академии наук по робототехнике и мехатронике. E-mail: manko@mirea.ru. Scopus Author ID 55761014700, SPIN-код РИНЦ 2070-1592, <https://orcid.org/0000-0002-6297-8894>

Романов Михаил Петрович, д.т.н., профессор, научный руководитель Института искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: m_romanov@mirea.ru. Scopus Author ID 14046079000, SPIN-код РИНЦ 5823-8795, <https://orcid.org/0000-0003-3353-9945>

About the Authors

Yuri A. Bykovtsev, Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor, Department of Management Problems, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: bykovtsev@mirea.ru. Scopus Author ID 57302607300, ResearcherID KRQ-5339-2024, RSCI SPIN-code 9961-4437, <https://orcid.org/0009-0003-6671-5674>

Valery M. Lokhin, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Management Problems, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). Laureate of the State Prize of the Russian Federation in the field of science and technology. Russian Federation State Prize Laureate in the field of education. Member of the Scientific Council of the Russian Academy of Sciences on robotics and mechatronics. Honored Worker of Science of the Russian Federation. E-mail: kpu-mirea@yandex.ru. Scopus Author ID 6602931640, <https://orcid.org/0000-0001-6708-9124>

Sergey V. Manko, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Management Problems, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). Laureate of the State Prize of the Russian Federation in the field of science and technology. Russian Federation State Prize Laureate in the field of education. Member of the Scientific Council of the Russian Academy of Sciences on robotics and mechatronics. E-mail: manko@mirea.ru. Scopus Author ID 55761014700, RSCI SPIN-code 2070-1592, <https://orcid.org/0000-0002-6297-8894>

Mikhail P. Romanov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Academic Supervisor of the Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454 Russia). E-mail: m_romanov@mirea.ru. Scopus Author ID 14046079000, RSCI SPIN-code 5823-8795, <https://orcid.org/0000-0003-3353-9945>

Роботизированные комплексы и системы. Технологии дистанционного
зондирования неразрушающего контроля
Multiple robots (robotic centers) and systems. Remote sensing and non-destructive testing

УДК 631.37

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-53-67>

EDN FJRWXM



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Конструкция и технология изготовления складного конвейера роботизированной платформы межполетного обслуживания мультикоптеров

В.П. Дашевский[@], М.М. Бизин, Ю.В. Галыкин

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук,
Санкт-Петербург, 199178 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: dashevskiy.v@iias.spb.su

• Поступила: 27.10.2025 • Доработана: 21.02.2026 • Принята к опубликованию: 29.05.2026

Резюме

Цели. Целью исследования является повышение автономности функционирования и длительности бесперебойной работы беспилотных летательных аппаратов за счет разработки наземной роботизированной платформы сервисного обслуживания с оригинальной конвейерной системой транспортировки. Ключевым технологическим требованием к системе транспортировки является создание легкого складного конвейера высокой пропускной способности, обеспечивающего синхронизацию всех процессов: выравнивания после посадки, перемещения и выполнения сервисных операций.

Методы. Оценка эффективности разработанного комплекса программно-аппаратных средств конвейера осуществлялась с помощью методов компьютерного и натурного моделирования. Разработка конвейера осуществлялась в рамках методологии системного инженерного проектирования под заданные эксплуатационные требования. На этапе проектирования применялся сравнительный анализ кинематических схем (ленточный, цепной, шестеренчатый, зубчато-ременной).

Результаты. Создана и апробирована конструкция прототипа роликового конвейера дронопорта, которая по совокупности критериев превосходит возможные альтернативы: конвейер с лентой, роликовый конвейер с шестереночной передачей вращения, роликовый конвейер с цепной передачей. При изготовлении образца использовалась 3D-печать из конструкционных термопластов (полиэтилентерефталат-гликоль, PETG) для производства шкивов основных роликов и опорных роликов ремня, технологии трехосевых фрезерных станков с числовым программным управлением – для изготовления опорных планок для роликов, а также стандартные алюминиевые профили и полимерные трубы. Экспериментальные исследования прототипа роликового конвейера с зубчато-ременным приводом под нагрузкой до 100 кг подтвердили стабильную работу на скоростях 5–15 см/с, в т.ч. на подъеме до 6°. Энергопотребление не превышало 20–25 Вт при крейсерской скорости 10 см/с и габаритах рабочей области роликов 1900 × 900 мм.

Выводы. Разработаны и экспериментально апробированы новая конструкция и технология изготовления складного конвейера, отвечающие требованиям роботизированной платформы межполетного обслуживания. Секция конвейера успешно прошла испытания и готова к интеграции в платформу в качестве ключевого транспортирующего модуля, обеспечивающего высокую пропускную способность платформы при минимальном энергопотреблении.

Ключевые слова: сервисное обслуживание, беспилотные летательные аппараты, дрон, посадка, дроно-порт, роликовый конвейер, наземные мобильные платформы, робототехника

Для цитирования: Дашевский В.П., Бизин М.М., Галыкин Ю.В. Конструкция и технология изготовления складного конвейера роботизированной платформы межполетного обслуживания мультикоптеров. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):53–67. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-53-67>, <https://elibrary.ru/FJRWXM>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Design and manufacturing technology of a folding conveyor for a robotic platform for interflight servicing of multicopters

Vladimir P. Dashevsky[®], Maxim M. Bizin, Yuri V. Galykin

St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg,
199178 Russia

[®] Corresponding author, e-mail: dashevskiy.v@ias.spb.su

• Submitted: 27.10.2025 • Revised: 21.02.2026 • Accepted: 29.05.2026

Abstract

Objectives. The study aims to enhance the operational independence and uptime of unmanned aerial vehicles by developing a ground-based robotic service platform equipped with a unique conveyor system. The key technological requirement for the system is to create a lightweight, foldable conveyor that has a high throughput capacity to ensure the synchronization of all processes involved, including alignment after landing, movement, and maintenance operations.

Methods. Computer simulations and physical modeling approaches were used to evaluate the effectiveness of the proposed conveyor hardware and software solutions. In order to meet the specified operational requirements of the conveyor, a suitable system engineering methodology was employed. During the design phase, a comparative analysis of various kinematic drive systems based on chains, gears, and belts was carried out.

Results. The developed and tested prototype roller conveyor system for a drone port outperforms potential alternative systems, such as belt conveyors, gear-driven roller conveyors, and chain-driven roller conveyor systems, across a range of performance criteria. The main roller pulleys and belt support rollers are manufactured using 3D printing of engineering thermoplastics. The roller support bars are produced using 3-axis computer numerical control milling technology. The design was based on standard aluminum profiles and polymer pipes. Experimental tests of the toothed-belt-driven roller conveyor prototype under loads of up to 100 kg confirmed stable operation at speeds of 5–15 cm/s, including on inclines of up to 6°. Power consumption did not exceed 20–25 W at a working speed of 10 cm/s and a roller working area measuring 1900 × 900 mm.

Conclusions. A new design and manufacturing technology for a folding conveyor was developed and tested experimentally to meet the requirements of a robotic interflight service platform. Testing successfully confirmed the reliability of the conveyor, which is now ready to be integrated into the platform as a critical transport module. This will ensure high platform throughput while minimizing energy consumption.

Keywords: service maintenance, unmanned aerial vehicles, drone, landing, drone port, roller conveyor, ground mobile platforms, robotics

For citation: Dashevsky V.P., Bizin M.M., Galykin Yu.V. Design and manufacturing technology of a folding conveyor for a robotic platform for interflight servicing of multicopters. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):53–67. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-53-67>, <https://elibrary.ru/FJRWXM>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие автономной инфраструктуры для обслуживания беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) является ключевым фактором повышения их операционной эффективности, что отражено в работах по логистике доставки [1], городским транспортным системам [2] и автоматизированным «дропопортам» [3, 4].

Проектированию мобильных дропопортов, обеспечивающих автоматизированное обслуживание БПЛА, посвящен ряд современных исследований [1–5]. Задачу обслуживания БПЛА на наземной платформе можно декомпозировать на три основных этапа: посадка БПЛА, его обслуживание и, наконец, взлет. Каждый из этапов отличается своим набором трудностей, связанных с автономностью функционирования наземной и воздушной техники по трем аспектам: позиционирование, управление и энергетика [6–8].

Для безопасной посадки БПЛА наземная платформа оснащается дополнительными средствами локальной навигации по оптическому и радиоканалам, обеспечивающим комплексирование данных и повышение надежности посадки в условиях ветра, сниженной массы БПЛА с пустым баком и высокой парусности, низкой освещенности в вечернее, ночное время и других возмущающих факторов [9, 10]. Аспекты физического взаимодействия роботов во время стыковки и манипуляций с объектами обслуживания в работах [11–13].

Увеличение длительности автономного полета БПЛА прежде всего решается за счет кабельных систем передачи энергии [14], но применение таких систем возможно в ограниченных задачах, где радиус действия лимитирован и геометрическое расположение наземных объектов не препятствует движению кабеля, связывающего БПЛА с наземной инфраструктурой. В других случаях более перспективными являются подходы с зарядкой и заменой аккумуляторов БПЛА на наземной станции, оснащенной бортовым генератором или подключенной к электросети.

За счет автоматизированного обслуживания на наземной платформе увеличивается возможность автономного функционирования отдельного БПЛА и группы гомогенных БПЛА. Для реализации

обслуживания нескольких БПЛА на платформе необходимо привлечение методов группового управления роботами и теории систем массового обслуживания [15–19].

Особую актуальность эта задача приобретает для групп мультикоптеров, таких как агродроны, где увеличение налета напрямую влияет на экономическую эффективность сельскохозяйственных работ. При этом специфика агродрона как «грузовика», несущего полезную нагрузку (рабочие жидкости), делает бессмысленное висение в очереди на обслуживание или выполнение технологических кругов крайне неэффективной растратой ценного ресурса заряда батареи, пополнение которого требует дополнительного времени при обслуживании. Для радикального сокращения межполетных интервалов необходимы мобильные сервисные платформы, способные в полевых условиях выполнять ключевые операции (замену аккумуляторов и пополнение баков) параллельно [13].

Как показывает анализ существующих концепций [4, 13], в большинстве из них мультикоптер садится на статичную площадку, где и происходит его обслуживание. Такой подход создает «узкое место»: площадка блокируется на все время процедуры, что резко снижает потенциальную пропускную способность системы при групповом применении.

Новизна предлагаемого подхода заключается в переходе от статичной площадки к конвейерному дропопорту, где операции посадки, сервиса и взлета пространственно разделены и выполняются параллельно [5]. Это требует разработки принципиально нового элемента платформы – конвейера для внутренней транспортировки дронов между зонами.

Создание такой системы сопряжено с решением ряда смежных технологических задач. Посадка на подвижную платформу требует точной навигации и управления [7, 10]. Взаимодействие с дроном (фиксация, манипуляции с батареей) опирается на алгоритмы стыковки [11] и захвата объектов [12]. Оптимизация работы группы аппаратов рассматривается в рамках теории многоагентных систем [15, 16] и массового обслуживания [17].

Таким образом, критическим и наименее изученным компонентом концепции конвейерного дропопорта является сам транспортирующий модуль.

Для мобильной платформы, разворачиваемой в полевых условиях, он должен обладать уникальным сочетанием свойств: быть складным, иметь низкое энергопотребление и допускать ремонт в полевых условиях с минимальным набором инструментов.

Целью данной работы является проработка конструкции и технологии изготовления складного конвейера, отвечающего этим требованиям. Предлагаемое решение на основе модульной структуры, группового зубчато-ременного привода и аддитивных технологий (3D-печать) призвано обеспечить техническую реализуемость концепции [5] и достижение ее главного преимущества – максимальной пропускной дронопорта способности при минимальных энергозатратах.

Далее в тексте статьи для краткости под БПЛА будут пониматься только мультикоптеры, обладающие свойством вертикального взлета и посадки. Под обслуживанием понимаются действия с БПЛА, позволяющие подготовить его к следующей миссии: замена аккумуляторной батареи (АКБ) и заправка другими расходными материалами, как, например наполнение бака агродрона рабочим раствором.

1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИ АВТОМАТИЗИРОВАННОМ НАЗЕМНОМ ОБСЛУЖИВАНИИ БПЛА

В рамках исследований Санкт-Петербургского Федерального исследовательского центра Российской академии наук¹ (СПб ФИЦ РАН) по разработке технологических основ и новых технических решений бесшовного управления группой БПЛА в недетерминированных средах предложены подход к автоматизации наземной инфраструктуры сервисного обслуживания БПЛА и модель автономной роботизированной платформы для обслуживания агродронов [20]. Были выделены следующие основные задачи, решаемые при автоматизированном обслуживании.

Автоматическая посадка БПЛА на платформу. Традиционное позиционирование полетного контроллера БПЛА по сигналам спутниковой навигации не гарантирует высокой точности определения координат на местности, в связи с чем точное приземление в небольшую зону посадочной площадки может оказаться проблемой. Такая задача сложнее посадки на землю, где точность посадки в несколько метров не играет большой роли. Поскольку площадка платформы, которая уместается на прицепе, имеет размеры порядка 2×2.5 м, отклонение от центра площадки желательно иметь не более 0.5–0.7 м. С этой

целью система позиционирования БПЛА после прилета в зону платформы по сигналам спутниковой навигации должна переключиться на сигналы ошибки, формируемые местными источниками. Таковыми могут быть данные с видеокамер наблюдения за посадочной зоной самой платформы, камера БПЛА, обращенная на световые маяки, нанесенные на платформу и зону обслуживания.

Геолокация по местным радиомаякам. Сигналы спутниковой навигации универсальны для позиционирования практически в любой точке Земли, но они имеют малую мощность и могут быть заглушены средствами радиоэлектронной борьбы. При этом возможности спутниковой навигации могут быть избыточными для локализации БПЛА в пределах одного поля. Для обеспечения работы в условиях помех задача измерения координат по радиомаякам, расставленным на одном поле, является актуальной. В частности, платформа обслуживания является естественной базовой станцией, которая имеет известные координаты и источник энергии для организации радиосвязи на весь период полетов БПЛА.

Организация единой сети передачи данных между платформой и бортовой ЭВМ² БПЛА при нахождении в зоне посадки. Нахождение в зоне обслуживания платформы увеличивает необходимость обмена информацией между ней и дроном. Помимо задач управления полетом активизируются другие программные модули, связанные с обеспечением посадки, которые могут потребовать более широкополосный канал связи, например при потребности в трансляции нескольких видеокамер для оценки ошибки точки приземления. В ближней зоне платформа может обеспечивать беспроводную сеть Wi-Fi, к которой автоматически подключается заходящий на посадку или уже обслуживаемый БПЛА.

Передача части управляющих команд с платформы в полетный контроллер БПЛА. Если в простейшем режиме полетный контроллер поддерживает только управление со стороны оператора, то в режиме посадки сигналы управления, идущие от пульта управления оператора, должны быть заменены на сигналы, генерируемые бортовой ЭВМ платформы на основе анализа изображений, получаемых камерой наблюдения за посадочной площадкой.

Передвижение дрона по конвейеру в автоматическом режиме. Посадка дрона на площадку в общем случае происходит с ошибкой позиционирования, и требуются дополнительные механизированные операции, чтобы переместить его в зону действия манипулятора. Прежде всего, необходимо выровнять дрон и переместить его на конвейер. Для

¹ <https://spcras.ru/>. Дата обращения 24.05.2026. / Accessed May 24, 2026.

² Электронно-вычислительная машина.

передвижения тяжелого дрона по площадке его опоры должны содержать ролики, позволяющие смещать его в поперечном направлении. Однако после установки на конвейер ролики должны быть заблокированы, чтобы предотвратить скатывание с конвейера при вероятном небольшом крене платформы. Управление роликами физически осуществляется бортовым компьютером дрона, но команда передается по радио со стороны бортовой ЭВМ платформы.

Передача данных о характеристиках и текущем состоянии БПЛА для корректировки задания на заправку. В течение периода эксплуатации платформы вполне вероятна ситуация, когда ее придется эксплуатировать с разными видами дронов. Каждый вид может иметь разные размеры, объемы рабочего бака, емкость батареи и т.д. Кроме того, дроны могут возвращаться с задания в аварийном режиме, не используя все расходные материалы или имея неисправными полностью автоматические системы, когда потребуется переход на резервные полуавтоматические. Информация об этом должна передаваться на платформу и использоваться в алгоритмах обслуживания.

Оптический контроль состояния БПЛА для оценки необходимости вмешательства человека в процесс обслуживания. В штатной ситуации человек не должен находиться в непосредственной близости от платформы из-за риска получения травм, наличия шума и пыли от работающих у земли моторных установок, риска разбрызгивания рабочих растворов. В нештатной ситуации только человек может осуществить необходимый ремонт, оценить целесообразность проведения работ. Система оптического контроля позволит выявлять потенциальные нештатные ситуации и сигнализировать о необходимости коррекции поведения.

И наконец последней, но не менее важной задачей является запись видеокамер платформы и дрона, а также данных телеметрии в реальном времени при нахождении в единой сети платформы.

2. СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ РОБОТИЗИРОВАННОЙ ПЛАТФОРМЫ СЕРВИСНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Платформа выполнена в виде модуля, устанавливаемого на базе трехосного автомобильного прицепа размером 2×4 м. Ключевой идеей, направленной на радикальное повышение пропускной способности, является переход от общей площадки для посадки, обслуживания и взлета в пользу конвейерной схемы [5]. В такой схеме операции посадки, сервисного обслуживания (заправка, замена АКБ) и взлета пространственно разделены и выполняются параллельно.

Для обеспечения компактности мобильной платформы конвейер выполнен складным, он состоит из четырех створок, соединенных петлями и сервоприводами. При складывании конвейера створки образуют пол, стены и потолок пространства платформы на прицепе (рис. 1).

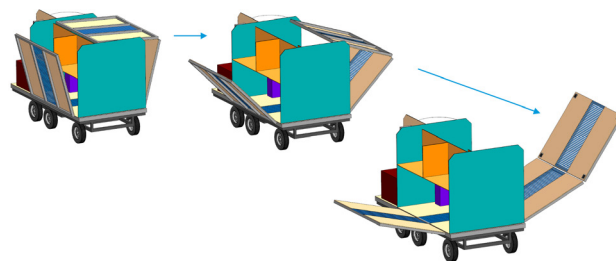


Рис. 1. Раскладывание конвейера мобильной платформы обслуживания БПЛА

Разработанная структурно-функциональная модель роботизированной платформы сервисного обслуживания представлена на рис. 2. В рабочем положении все створки разворачиваются в единую плоскую площадку, разделенную на зоны посадки (1), обслуживания (2) и старта (3). Зона посадки формируется на створке конвейера, являющейся потолком в сложенном состоянии. Зона обслуживания располагается на неподвижной створке, являющейся полом, и размещается на несущей раме платформы, смонтированной непосредственно на прицепе. Боковая створка, соединяющая петлями с полом и потолком, является промежуточной и предназначена для отдаления посадочной площадки от кузова прицепа, чтобы снизить риск задевания винтами БПЛА за стенки прицепа при неточном приземлении. Взлетная площадка располагается в оставшейся боковой створке, откидывающейся в другую сторону.

Перемещение БПЛА после посадки в зону обслуживания и старта осуществляется автоматически при помощи конвейера, что позволяет организовать параллельную работу всех рабочих зон. Все операции производятся либо полностью автоматически, либо в режиме телеуправления. Перевод межполетного обслуживания БПЛА в такой режим позволяет повысить эффективность использования ресурса платформы, а также обеспечить безопасность людей, исключив риск их нахождения в зоне действия БПЛА.

В зоне обслуживания (2), расположенной на центральной неподвижной створке, сосредоточены автоматизированные системы для подготовки БПЛА к следующему вылету. В этой зоне установлен порталный манипулятор, обеспечивающий операции замены тяжелых АКБ и заправки бака БПЛА рабочими растворами. Зона обслуживания занимает пространство около 2×2.8 м, за которой на основании

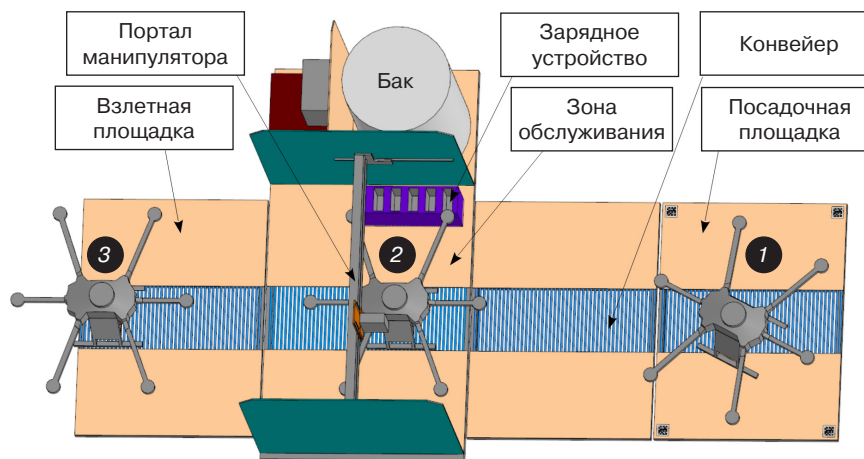


Рис. 2. Основные элементы мобильной платформы сервисного обслуживания

платформы располагается также техническая зона платформы: баки с рабочими жидкостями, устройство подготовки растворов, насосная станция для перекачки растворов, зона электрогенератора, зона автоматики всей платформы.

Процесс обслуживания происходит в следующей последовательности. После посадки и перемещения в зону обслуживания БПЛА фиксируется. Портальный манипулятор извлекает разряженную АКБ и устанавливает заряженную. Параллельно или последовательно система заправки через штатные разъемы наполняет бак БПЛА рабочими растворами. После завершения всех операций конвейер перемещает готовый к вылету БПЛА в стартовую зону (3), а освободившаяся зона обслуживания готова к приему следующего БПЛА. Таким образом, обеспечивается непрерывный конвейерный цикл.

Конвейер выполняет критически важную функцию, связывая технологические зоны в единую систему обслуживания. Его бесперебойная и эффективная работа напрямую определяет пропускную способность всей платформы и экономическую эффективность обслуживания группы БПЛА. При этом мобильность платформы, необходимость ее складной конструкции и автономной работы в полевых условиях формируют уникальный набор требований к конвейеру, не встречающийся в стационарных промышленных решениях. Формулировка этих требований составляет содержание следующего раздела.

3. ОБОСНОВАНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К ТРАНСПОРТИРУЮЩЕМУ МОДУЛЮ

Исходя из описанной компоновки платформы, ее мобильного характера и целевой задачи обслуживания группы тяжелых агродронов, к транспортирующему модулю были сформулированы следующие ключевые требования:

1. Грузоподъемность и динамическая нагрузка до 100 кг. Требование обусловлено взлетной массой целевых БПЛА (60–80 кг) с учетом аварийной посадки и возможной вертикальной скорости, создающей динамическую нагрузку.
2. Скорость перемещения по конвейеру 5–15 см/с. При длине перемещения между центрами зон посадки и обслуживания около 4 м данная скорость обеспечивает приемлемое время перемещения 25–80 с, которая с учетом времени обслуживания в 5–8 мин вполне укладывается в общий межполетный интервал (10–15 мин полета на одной АКБ), не создавая при этом избыточных динамических нагрузок на конструкцию БПЛА и самого конвейера.
3. Габариты и адаптивность. Ширина конвейера – 700–900 мм, необходима для надежного попадания всех опорных стоек БПЛА с габаритами основания около 600 × 600 мм на конвейер. Длина секции – переменная, адаптируемая под размер створки конвейера (1600–2000 мм), что продиктовано необходимостью складывания в габариты автомобильного прицепа.
4. Энергоэффективность. Целевой уровень потребления энергии приводом одной створки на уровне $\leq 30\text{--}50$ Вт – критическое требование, вытекающее из ограниченного энергобюджета автономной платформы в полевых условиях. Предварительная оценка для груза 100 кг по упрощенной модели (преодоление сил трения качения и подъем на уклон до 10 см/м) дала значение 20–30 Вт для модельного коэффициента трения 0.2.
5. Масса конструкции – минимальная. Прямое требование для обеспечения мобильности и возможности складывания створок компактными приводами умеренной мощности.
6. Ремонтопригодность в полевых условиях. Возможность замены любого отказавшего элемента без демонтажа соседних узлов и применения специального инструмента, силами 1–2 чел.

7. Отказоустойчивость. Конструкция должна сохранять функциональность при выходе из строя одного или нескольких соседних элементов, как, например, отдельных роликов конвейера.
8. Работа на невыровненной по горизонту поверхности. Способность транспортировать груз на подъем с уклоном не менее 5° – 6° ($\approx 10\%$) для упрощения требований к точности установки платформы в поле на неровном грунте.
9. Технологичность изготовления. Конструкция должна допускать изготовление с использованием доступного цифрового оборудования (3D-печать, фрезерование на станках с числовым программным управлением (ЧПУ) [21]) для снижения стоимости и упрощения адаптации под конкретные габариты.

Представленный комплекс требований является системообразующим и формирует принципиальное отличие задачи проектирования конвейера платформы от проектирования стационарных промышленных конвейеров. Ключевые приоритеты последних – максимальная производительность, долговечность при круглосуточной работе и минимизация удельной стоимости перевозки массовых грузов – достигаются применением тяжелых, высокопрочных конструкций и двигателей значительной мощности, часто измеряемой киловаттами. Методики их расчета, например [22], не оперируют такими критичными для мобильной платформы параметрами, как легкость конструкции, технологичность изготовления или ремонтпригодность в полевых условиях. Поэтому единственной корректной методологией, позволяющей напрямую верифицировать выполнение сформулированных требований в совокупности, был избран экспериментальный подход. Его этапами стали: сравнительный анализ кинематических схем, изготовление прототипа с использованием адаптивных технологий (3D-печать, станки ЧПУ) и проведение натурных измерений ключевых параметров под нагрузкой. Детальный анализ непригодности типовых конвейерных решений и результаты данных экспериментов составляют содержание следующих разделов.

4. АНАЛИЗ КОНСТРУКТИВНЫХ СХЕМ И ВЫБОРА ПРИВОДА

В процессе выбора конструкции конвейера были рассмотрены два варианта его реализации: ленточный и роликовый. Рассмотрим далее оба варианта, их достоинства и недостатки.

Ленточный конвейер имеет единую гибкую ленту (полотно), натянутую на ведущий и натяжной барабаны, являющуюся и несущим, и тяговым механизмом. Более детально с расчетами параметров

различных вариантов конвейеров можно ознакомиться в работе [18]. Беспилотный летательный аппарат стоит на ленте, которая перемещается за счет трения между ее внутренней поверхностью и барабанами. Ленточный конвейер обладает потенциальными достоинствами, такими как непрерывная опорная поверхность, плавность хода, но имеет ряд существенных недостатков.

- Ленту необходимо изготавливать и сваривать под определенную длину. Такая заказная позиция требует специального оборудования и ее изготовление является экономически затратным.
- Для обеспечения требуемой прочности и жесткости при длине 2 м и нагрузке ~ 100 кг необходима тяжелая рама и массивные барабаны. Сама конвейерная лента также имеет значительный вес. Это противоречит требованию 5 (легкость конструкции).
- Замена или ремонт ленты (например, при разрыве или повреждении) требует ее полного демонтажа со всей секции, что является трудоемкой операцией и противоречит требованию 6.
- Для натяжения ленты после ремонта часто требуются специальные инструменты (натяжные устройства), что труднодостижимо в полевых условиях. Процесс натяжения ленты является критически важной и нетривиальной операцией.
- Требуется очень точная параллельность и соосность барабанов для предотвращения схода (сползания) ленты. Обеспечить это при ремонте крупногабаритной ленточной секции силами 1–2 чел. в полевых условиях сложно.
- Ленточные транспортеры требуют регулярного обслуживания в зоне контакта ленты и деки – чистки и силиконовой смазки для снижения трения и предотвращения износа. В полевых условиях, когда БПЛА регулярно поднимают пыль, осаждающуюся на все элементы конструкции, потребность в чистке и смазке оказывается существенно выше, и это будет ложиться бременем на конечного пользователя.
- Для преодоления сил трения между всей площадью ленты и стационарной опорной поверхностью (деком), а также для подъема груза в горку при уклоне платформы, требуется значительная мощность. Даже компактные беговые дорожки меньших габаритов оснащаются двигателями мощностью 1–3 кВт. Это связано с необходимостью преодолевать трение скольжения по всей площади ленты.
- Лента создает сплошную, непрерывную и гладкую поверхность по всей площади конвейера. При посадке на край такая платформа формирует ярко выраженный «аэродинамический обрыв». Эффект воздушной подушки резко обрывается,

создавая максимально возможную асимметрию и, следовательно, сильный опрокидывающий момент. Это ведет к неустойчивости управления на финальной стадии посадки и чревато возникновением аварийных ситуаций.

На роликовом конвейере груз перемещается по ряду вращающихся роликов (валов), которые приводятся в движение общим тяговым органом – цепью, ремнем или взаимным зацеплением через промежуточные зубчатые колеса. Ролики выполняют несущую функцию, а привод – транспортирующую. Такое решение имеет следующие достоинства:

- Легкость конструкции и модульность. Рама может быть выполнена более легкой и разборной, т.к. она не воспринимает значительных растягивающих нагрузок, как в ленточном конвейере. Индивидуальные ролики, изготовленные из алюминия или инженерного пластика (марок PETG, PA6, PA12, ASA³), имеют малый вес. Каждый ролик является независимым модулем. В случае выхода из строя одного или нескольких роликов их можно заменить, просто вынув из подшипниковых узлов и установив новые, без разборки всей секции конвейера. В крайнем случае можно поменять местами ролики, работа которых критична (например, на стыке створок), с другими, которые редко задействуются.
- Технологичность сборки. Все точные операции (установка подшипников, сборка роликов с шестернями/шкивами) производятся в цехе на специализированных станках. При окончательной сборке предварительно собранные блоки (например, рама с установленными роликами и натянутым приводным ремнем) монтируются на каркас платформы как единое целое. Регулировка сводится к натяжению одного общего ремня, что значительно проще, чем юстировка всей ленточной системы.
- Поломка или отсутствие одного ролика не приводит к потере работоспособности конвейера. Дрон проходит дефектный участок, используя соседние ролики, с минимальным увеличением усилия и без потери устойчивости.
- В роликовом конвейере используется трение качения. Момент, требуемый для вращения каждого ролика на подшипниках, крайне мал. Как показали дальнейшие испытания, для транспортировки БПЛА массой ~100 кг, включая подъем с уклоном, достаточно мощности привода всего 25–30 Вт. Поэтому роликовый конвейер – это

не только технологичное, но и крайне энергоэффективное решение, что критично для автономной платформы с ограниченным энергобюджетом.

- Конструкция роликового конвейера по своей природе является щелевой (перфорированной). Воздух, отбрасываемый винтами, не формирует сплошной стабильной подушки. Значительная его часть проходит в зазоры между роликами, рассеиваясь вниз. Это значительно снижает опрокидывающий момент и повышает устойчивость дрона на последнем метре посадки.

К недостаткам роликового конвейера можно отнести относительно большое количество деталей и необходимость их точного изготовления. Решение с цепью позволяет легко подогнать размер цепи под необходимую длину конвейера, однако цепь тяжелее, дороже, а главное, появляется проблема изготовления звездочек для каждого ролика нужного размера и их крепления к роликам. В случае ремня проблема звездочек и крепления к роликам решается путем 3D-печати монолитных фланцев, которые соответствуют роликам и размерам ремня, и единственной проблемой является подбор ремня необходимой длины и его натяжение.

Сравнение двух схем (ленточной и роликовой) конвейера, приведено в табл. 1.

Таблица 1. Сравнение реализаций конвейера

Критерий	Ленточный конвейер	Роликовый конвейер
Стоимость	Высокая	Низкая/средняя
Легкость конструкции	Низкая	Высокая
Технологичность сборки	Низкая	Высокая
Ремонтопригодность	Низкая	Очень высокая
Отказоустойчивость	Низкая	Высокая
Плавность хода	Высокая	Средняя
Защита от среды	Высокая	Средняя/низкая
Энергопотребление	Очень высокое	Низкое
Требования к обслуживанию	Высокие	Низкие
Стойкость к абразиву	Низкая	Средняя
Аэродинамическая устойчивость при посадке	Низкая	Высокая

В итоге по результатам анализа был сделан следующий вывод: для мобильного складного дрона, где ключевыми являются требования легкости, простоты сборки и, что немаловажно,

³ Полиэтилентерефталат-гликоль, полиамид 6, полиамид 12, акрилонитрил-стирол-акрилат. [Polyethylene terephthalate-glycol, polyamide 6, polyamide 12, acrylonitrile styrene-acrylate.]

ремонтпригодности в полевых условиях, роликовая схема конвейера является явно предпочтительной. Ее недостатки (потенциальная вибрация и открытость) являются решаемыми на этапе проектирования:

- за счет использования 3D-печати можно добиться высокой точности роликов и легко адаптировать их под любые параметры ремня;
- установка легкоъемных защитных кожухов или использование закрытых подшипниковых узлов нивелирует проблему загрязнения.

Ленточный конвейер, несмотря на кажущуюся простоту, проигрывает по всем критическим параметрам, особенно из-за сложностей с ремонтом и большим весом.

5. КОНСТРУКЦИЯ КОНВЕЙЕРА С ГРУППОВЫМ ЗУБЧАТО-РЕМЕННЫМ ПРИВОДОМ

Реализация выбранной схемы направлена на воплощение ключевых принципов: модульности, технологичности изготовления, минимальной массы и максимальной ремонтпригодности. Модуль конвейера представляет собой независимую секцию, интегрируемую в складную створку платформы. Основные параметры для образца: длина – 1880 мм, ширина рабочей зоны – 800 мм, количество роликов – 20, шаг роликов – 96 мм.

Конвейер построен по модульному принципу, что позволяет разделить точную цеховую сборку и простые операции в полевых условиях. Основой служит рама из двух алюминиевых профилей (направляющих), соединенных распорками. На каждую направляющую монтируется набор унифицированных опорных панелей, изготовленных фрезерованием на станках с ЧПУ из листового алюминия. Эти панели являются центральным элементом, обеспечивающим точное позиционирование всех остальных компонентов.

Рассмотрим ключевые узлы и гибридную технологию изготовления. Основной ролик является составной сборочной единицей, состоящей из (рис. 3):

- вал – алюминиевая труба $\varnothing 15$ мм;
- тело – труба из полипропилена (ППР) $\varnothing 50$ мм;
- торцевые элементы – 3D-печатные из PETG шкив (14 зубьев) и глухой фланец;
- усилитель жесткости – 3D-печатная вставка, обеспечивающая соосность вала и тела ролика, и предотвращающая прогиб ППР трубы под нагрузкой.

Узел зубчато-ременной передачи реализует групповой привод (рис. 4) и состоит из:

- зубчатого ремня (ширина 20 мм, шаг 8 мм);
- опорных роликов ремня (3D-печатные из PETG с запрессованными подшипниками,



Рис. 3. Вал основного ролика с установленными усилителями, фланцем и шкивом, внешняя труба перед сборкой

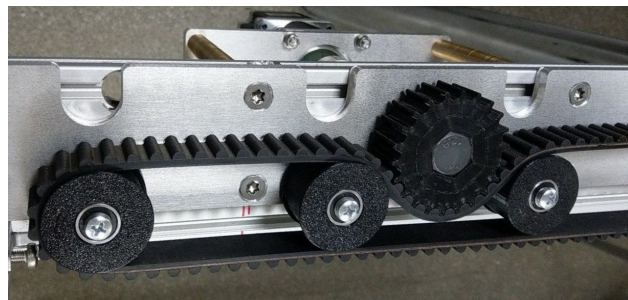


Рис. 4. Опорная направляющая с зубчато-ременной передачей в месте крепления привода с шаговым двигателем и ведущим шкивом



Рис. 5. Крепление двигателя через пластину позволяет адаптировать крепление к любому шагу основных роликов

устанавливаются под каждым основным роликом, прижимая ремень к его шкиву и гарантируя зацепление без проскальзывания);

- ведущего узла (3D-печатный ведущий шкив (22 зуба) с запрессованным стальным валом на базе высокопрочного болта, соединенный через муфту с редуктором двигателя).

Силовая установка включает шаговый двигатель NEMA23/NEMA24⁴ в сборе с планетарным редуктором, закрепленный на отдельной монтажной пластине (рис. 5).

⁴ Шаговые двигатели NEMA23 и NEMA24 отличаются диаметром и длиной вала (NEMA23: 6.35 мм, 20 мм, NEMA24: 8 мм, 24 мм). [The NEMA23 and NEMA24 frame sizes (57 × 57 mm and 60 × 60 mm) differ slightly. However, they share the same mounting hole pattern (bolt circle), allowing them to be used interchangeably on the same bracket. This provides design flexibility for torque upgrades without mechanical modification.]

Разработанная технология сборки обеспечивает ремонтпригодность. Процесс сборки разделен на цеховой и полевой этапы:

1. Цеховая предварительная сборка. На каждую опорную направляющую монтируются все панели, опорные ролики ремня и натягивается зубчатый ремень. Формируются два законченных модуля – «левая» и «правая» стороны конвейера с установленным ремнем и ведущим шкивом.
2. Сборка рамы. Обе направляющие предварительно устанавливаются в платформу, наживляются их регулируемые крепления к раме платформы, далее они соединяются поперечными распорками заданной длины, согласованной с длиной основных роликов.
3. Установка двигателя. Двигатель в сборе с редуктором устанавливается на крепежную пластину и прикрепляется к опорным стойкам, продетым через несущую раму платформы. Вал ведущего шкива ремня закрепляется в муфте, установленной на выходном валу редуктора для компенсации неточной соосности валов.
4. Установка роликов. Заранее собранные основные ролики укладываются в подшипниковые гнезда.
5. Завершение сборки. Натяжение ремня, затяжка всех креплений к раме платформы, подключение двигателя к системе управления.

Ключевое преимущество такой технологии состоит в том, что для замены любого основного ролика достаточно извлечь его из подшипников, не затрагивая натяжение или целостность ременной передачи. При необходимости демонтажа самого привода можно снять целиком только один ведущий шкив и двигатель. При необходимости снять ремень достаточно снять все ролики и ослабить опорные ролики. Все эти операции ввиду легкости элементов может выполнить один человек, имея минимум сложного инструмента.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Целью экспериментальной части являлась комплексная верификация характеристик разработанной секции конвейера (рис. 6) и подтверждение выполнения сформулированных требований. Испытания проводились на горизонтальной поверхности и с уклоном, при различных нагрузках (70–100 кг) и скоростях (5–15 см/с), с контролем потребляемой мощности.

Для проверки отказоустойчивости и оценки поведения конвейера в нештатной ситуации были проведены эксперименты с искусственным удалением роликов из рабочей зоны (рис. 7). Конвейер успешно перемещал груз массой 70 кг как при отсутствии одного ролика (образуя провал ~140 мм), так и двух последовательных роликов (провал ~240 мм). Наблюдалось незначительное усиление вибрации

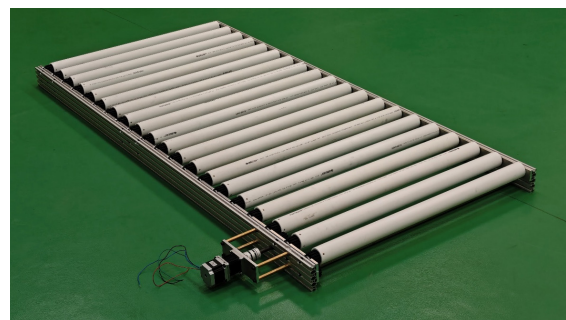
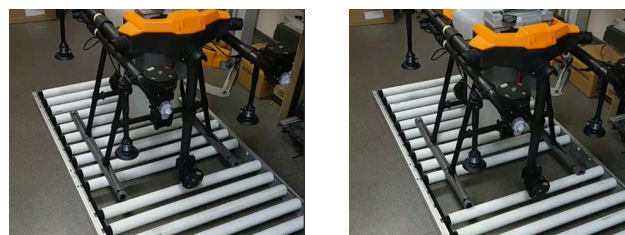


Рис. 6. Собранный опытный образец секции роликового конвейера



(а) (б)

Рис. 7. Эксперименты с преодолением препятствия из удаленных роликов:

(а) без одного ролика, (б) без двух роликов

в момент перекатывания груза через провал, однако система сохраняла полную управляемость, не было зафиксировано срывов управления или остановок двигателя. Нагрузка эффективно перераспределялась на соседние ролики.

Таким образом, конструкция обладает высокой отказоустойчивостью. Выход из строя до двух соседних роликов не блокирует работу транспортировки, что подтверждает правильность выбора модульной роликовой схемы с групповым приводом роликов. Данный результат также обосновывает возможность создания технологических стыков между секциями конвейера, где разрыв между роликами приходится увеличивать из-за появления несущих конструкций платформы.

Для проверки работы в неидеальных условиях конвейер был установлен с перепадом 10 и 20 см на длине 2 м. Конвейер с силовой установкой на базе двигателя NEMA23/24 и планетарным редуктором NEMA23 1 : 20 уверенно перемещал контрольный груз массой 100 кг вверх по уклону на скоростях 5–15 см/с. Потребляемая мощность в этом режиме не превышала 25–30 Вт. При испытаниях с агродроном (70 кг) было выявлено дополнительное ограничение, связанное не с возможностями привода, а с недостаточным сцеплением мягких опор аппарата с полипропиленовыми роликами на крутом подъеме. При уменьшении уклона до 2.9° проблема исчезала.

Таблица 2. Характеристики конвейера с тремя разными силовыми установками

Линейная скорость, см/с	Мощность источника питания для силовой установки, Вт		
	JK57HS56-2804 + 1 : 10 (производитель – Changzhou Jkongmotor Co., Ltd, Китай)	57AM23 + 1 : 20 (производитель – Shenzhen Rtelligent Technology Co., Ltd, Китай)	60HB87F5AB + 1 : 20 (производитель – Changzhou Holry Electric Technology Co., Ltd, Китай)
5	19–22	20–25	19–24
10	21–33, срыв	18–22	18–23
15	Срыв управления	22–32	23–30

Таблица 3. Основные результаты и их соответствие требованиям

Требование	Целевой показатель	Экспериментально подтвержденный результат
Энергопотребление	$\leq 30\text{--}50$ Вт	18–25 Вт (скорость 10 см/с, масса 70 кг)
Отказоустойчивость	Работа при отказе роликов	Подтверждена (удаление 1–2 роликов)
Работа на уклоне	До $5^\circ\text{--}6^\circ$	Подтверждена для механической части и привода
Грузоподъемность	100 кг	Подтверждена
Скорость	5–10 см/с	Обеспечена (5–15 см/с)
Ремонтопригодность	Замена ролика в поле	Реализована конструктивно (модульность)

Таким образом, механическая часть и привод конвейера обладают достаточным запасом момента для работы на значительном уклоне, превышающем ожидаемые погрешности установки платформы в поле. Фактическим ограничением является обеспечение надежного сцепления транспортируемого аппарата с роликами.

Ключевым требованием было обеспечение низкого энергопотребления ($\leq 30\text{--}50$ Вт). Для его выполнения был проведен сравнительный анализ трех конфигураций привода (табл. 2).

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Слабая установка (JK57HS56) с недостаточным моментом не могла обеспечить стабильную работу, что подтвердило важность запаса по моменту для преодоления переменного сопротивления в протяженной ременной передаче.
2. Установки с увеличенным моментом (NEMA23/24, редуктор 1 : 20) обеспечили стабильную работу во всем диапазоне скоростей без увеличения общего уровня энергопотребления. Их потребляемая мощность при крейсерской скорости 10 см/с составила 18–23 Вт.
3. Наблюдаемые флуктуации мощности ($\pm 20\%$) связаны с переменным трением в многоточечной передаче и динамическим изменением нагрузки на подшипники роликов при движении груза.

Таким образом, для финальной конструкции рекомендована силовая установка на базе шагового

двигателя NEMA23/NEMA24 с током фазы не менее 5 А и планетарным редуктором 1 : 20. Она обеспечивает не только необходимую надежность и стабильность, но и рекордно низкое энергопотребление на уровне 20–25 Вт для транспортировки груза 100 кг, что на порядок меньше энергозатрат ленточных конвейеров.

В ходе всех испытаний отмечены следующие положительные характеристики:

- плавность и синхронность хода. Отсутствие рывков, равномерное вращение всех роликов в крейсерском режиме;
- низкий уровень шума. Работа сопровождается только ровным гулом двигателя и редуктора, небольшой вибрацией по корпусу БПЛА и небольшой раскачкой из-за гибкости роликов;
- надежность ременной передачи. Не зафиксировано ни одного случая проскальзывания или схода ремня;
- стабильность управления. Отсутствие срывов шагов у мощных двигателей во всем диапазоне скоростей. Возможность резкого старта на полной скорости без срыва управления, что сопровождается рывком БПЛА и небольшой пробуксовкой роликов под его опорами.

В целом экспериментальные исследования подтвердили, что разработанный прототип конвейера удовлетворяет всем ключевым требованиям, сформулированным в разделе 3 (табл. 3).

Таким образом, проведенный комплекс испытаний не только доказал работоспособность предложенной конструкции, но и количественно подтвердил ее уникальные преимущества для применения в мобильных автономных платформах: экстремальную энергоэффективность, высокую надежность и адаптивность к неидеальным условиям эксплуатации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты разработки и комплексных экспериментальных исследований ключевого модуля мобильной роботизированной платформы для межполетного обслуживания БПЛА мультикоптерного типа – складного конвейера. Проведенное исследование включало полный цикл: от формулировки уникальных требований, вытекающих из условий мобильного развертывания и автономной работы в полевых условиях, через сравнительный анализ конструктивных схем к изготовлению прототипа и его всесторонним натурным испытаниям. Предлагаемый подход к автоматизации наземной инфраструктуры сервисного обслуживания БПЛА позволяет минимизировать межполетный интервал, повысить темп работы воздушной техники и полностью исключить присутствие персонала в непосредственной близости от работающих механизмов и опасных материалов.

Основные научно-технические результаты работы заключаются в следующем:

1. Разработана оригинальная структурно-функциональная модель роботизированной платформы сервисного обслуживания БПЛА мультикоптерного типа, отличающаяся выделенными технологическими зонами посадки, обслуживания и взлета БПЛА, применением складного роликового конвейера с зубчато-ременным приводом для автоматической транспортировки БПЛА между зонами и обеспечивающая повышение пропускной способности всей платформы при обслуживании группы БПЛА, включая замену аккумулятора, заправку рабочей жидкости и транспортировку на стартовую площадку.
2. Разработана новая конструкция модульного роликового конвейера, отличающаяся применением группового зубчато-ременного привода с одним ведущим шкивом и увеличенным моментом силовой установки для преодоления переменного сопротивления в протяженной ременной передаче при перемещении тяжелых БПЛА и обеспечивающая формирование четырехсекционной конвейерной линии, компактно складывающейся в транспортном состоянии на наземной роботизированной платформе сервисного обслуживания сельскохозяйственных мультикоптеров.

3. Экспериментально доказаны критические эксплуатационные преимущества созданного прототипа:

- реальное энергопотребление составило 18–25 Вт при транспортировке нагрузки 70–100 кг при скорости 10 см/с, что на порядок меньше потребления ленточных конвейеров;
- высокая отказоустойчивость: сохранение работоспособности при выходе из строя одного или двух соседних роликов;
- адаптивность к неидеальным условиям: сохранение работоспособности на уклоне до 5° – 6° (перепад 10–20 см/м), что снижает требования к точности установки платформы в поле;
- ремонтпригодность: возможность быстро заменить любой основной ролик, двигатель или ведущий шкив без разборки всего конвейера.

4. Определена оптимальная конфигурация силовой установки (шаговый двигатель NEMA23/24 с редуктором 1 : 20), обеспечивающая стабильность работы протяженной ременной передачи при минимальном энергопотреблении.

Практическая значимость работы заключается в создании и экспериментальной отработке ключевого элемента платформы – транспортирующего модуля. Без эффективной внутренней транспортной системы организация непрерывного цикла обслуживания группы аппаратов становится крайне расточительной: мультикоптер, ожидающий своей очереди на посадку, оказывается перед необходимостью либо бесполезно расходовать основной ограниченный ресурс (заряд батареи) на висение вблизи посадочной площадки, либо совершать посадку вне платформы, что снижает операционную эффективность. Предложенная конвейерная схема устраняет этот недостаток, решая проблему непроизводительных потерь и обеспечивая основу для реализации полнофункциональных мобильных платформ, способных обслуживать группы БПЛА мультикоптерного типа с минимальным межполетным интервалом.

Таким образом, результаты работы подтверждают реализуемость и высокую эффективность предложенного конструктивно-технологического решения. Дальнейшие исследования целесообразно сосредоточить на интеграции конвейера с системами автоматической замены аккумуляторов и заправки, а также на оптимизации алгоритмов управления для минимизации временных затрат в рамках всего сервисного цикла.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено в рамках государственного задания № FFZF-2025-0012.

ACKNOWLEDGMENTS

This study was conducted under the state assignment
No. FFZF-2025-0012.

Вклад авторов

В.П. Дашевский – концепция исследования, формулировка основной идеи и ключевых технических требований, обоснование конструктивного решения, выбор компонент, аналитические вычисления, разработка экспериментальной установки и проведение экспериментов, написание и редактирование рукописи.

М.М. Бизин – изготовление механических компонентов, сборка прототипа, экспериментальные испытания и измерения, сбор данных, обзор литературы.

Ю.В. Галыкин – САПР-проектирование и 3D-моделирование, выбор и закупка компонентов, изготовление деталей, сборка прототипа, экспериментальные испытания, обзор литературы.

Authors' contributions

V.P. Dashevsky – study concept, formulating the main idea and key technical requirements, structural design, selecting components, analytical calculations, developing the experimental setup and conducting experiments, writing and editing the manuscript.

M.M. Bizin – fabrication of mechanical components, assembly of the prototype, experimental testing and measurements, data collection, literature review.

Yu.V. Galykin – CAD design and 3D modeling, component selection and procurement, fabrication of parts, assembly of the prototype, experimental testing, literature review.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kong J., Xie M., Wang H. Integrating Autonomous Vehicles and Drones for Last-Mile Delivery: A Routing Problem with Two Types of Drones and Multiple Visits. *Drones*. 2025;9(4):280. <https://doi.org/10.3390/drones9040280>
2. Rinaldi M., Primatesta S. Comprehensive Task Optimization Architecture for Urban UAV-Based Intelligent Transportation System. *Drones*. 2024;8(9):473. <https://doi.org/10.3390/drones8090473>
3. Sun W., Luo Z., Huang K., Shi J. Joint Deployment and Coverage Path Planning for Capsule Airports with Multiple Drones. *Drones*. 2023;7(7):457. <https://doi.org/10.3390/drones7070457>
4. Blaha L., Severa O., Goubey M., Myslivec T., Reitinger J. Automated Drone Battery Management System—Droneport: Technical Overview. *Drones*. 2023;7(4):234. <https://doi.org/10.3390/drones7040234>
5. Савельев А.И., Лебедева В.В., Лебедев И.В., Камынин К.В., Кузнецов Л.Д., Ронжин А.Л. Управление группой БПЛА при отработке кризисных полетных ситуаций в решении транспортных задач. *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2022;1(225):110–120. <https://doi.org/10.18522/2311-3103-2022-1-110-120>
6. Родионов А.С., Маткурбанов Т.А. Планирование траектории полета БПЛА при мониторинге большой области. *Информатика и автоматизация*. 2025;24(3):791–827. <https://doi.org/10.15622/ia.24.3.3>
7. Кулешов С.В., Кваснов А.В., Зайцева А.А., Ронжин А.Л. Комплексный подход к визуальной навигации по естественным ориентирам для БПЛА, работающих в условиях недоступности ГНСС. *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2025;2(244):269–278. <https://doi.org/10.18522/2311-3103-2025-2-269-278>
8. Муслимов Т.З. Предотвращение столкновений при круговом движении группы дронов самолетного типа на основе вращательной модификации искусственного потенциального поля. *Информатика и автоматизация*. 2025;24(1):72–98. <https://doi.org/10.15622/ia.24.1.4>
9. Беляков М.Э., Диане С. Алгоритмы визуального анализа внешней среды автономным мобильным роботом в задаче уборки территории. *Russian Technological Journal*. 2023;11(4):26–35. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-4-26-35>
10. Антипов А.С., Кокуныко Ю.Г., Вольф Д.А., Широков А.С. Синтез комбинированного управления ориентацией и высотой квадрокоптера на основе блочного подхода с сигмовидными обратными связями. *Информатика и автоматизация*. 2025;24(3):745–790. <https://doi.org/10.15622/ia.24.3.2>
11. Голубов В.В., Манько С.В. Автоматизация стыковки автономных мобильных роботов на основе развития метода поисковых случайных деревьев со встречным ростом. *Russian Technological Journal*. 2024;12(1):7–14. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-1-7-14>
12. Воронков А.Д., Диане С.А. Непрерывный генетический алгоритм в задаче захвата манипуляционным роботом объекта априорно неизвестной формы. *Russian Technological Journal*. 2023;11(1):18–30. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-1-18-30>
13. Нго К.Т., Соленая О.Я., Ронжин А.Л. Анализ подвижных роботизированных платформ для обслуживания аккумуляторов беспилотных летательных аппаратов. *Труды МАИ*. 2017;95:11. <https://elibrary.ru/zhnxyh>
14. Давлюд И.И. Расчет основных эксплуатационных характеристик привязной высотной системы корабельного базирования. *Russian Technological Journal*. 2024;12(4):40–50. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-4-40-50>
15. Манько С.В., Лохин В.М., Диане С.К. Принципы построения и экспериментальные исследования прототипного образца многоагентной робототехнической системы для разбора завалов. *Russian Technological Journal*. 2022;10(6):28–41. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-6-28-41>
16. Ле В.Н., Ронжин А.Л. Обзор интеллектуальных систем управления и робототехнических задач в производстве аквакультуры. *Морские интеллектуальные технологии*. 2024;1-1(63):171–180. <https://doi.org/10.37220/MIT.2024.63.1.021>
17. Архипов И.С., Ерофеева В.А., Граничин О.Н., Киселев В.А., Чернов А.О. Ускоренный протокол локального голосования для группы роботов с одним пультом дистанционного управления. *Информатика и автоматизация*. 2025;24(4):1029–1058. <https://doi.org/10.15622/ia.24.4.2>

18. Saveliev A., Anikin D., Ronzhin A., Erokhin G., Agafonov V. System for Planing Seismic Sensors Based on Actions of UAVs Group with Optimized Flight Plan. In: Ronzhin A., Savage J., Meshcheryakov R. (Eds.). *Interactive Collaborative Robotics. Lecture Notes in Computer Science*. Cham: Springer; 2024. V. 14898. P. 334–343. https://doi.org/10.1007/978-3-031-71360-6_25
19. Гончаренко В.А., Хомоненко А.Д., Абу Хасан Р. Композиционный подход к имитационному моделированию систем массового обслуживания со случайными параметрами. *Информатика и автоматизация*. 2024;23(6):1577–1608. <https://doi.org/10.15622/ia.23.6.1>
20. Ронжин А.Л., Дашевский В.П., Крестовников К.Д. Взаимодействие воздушных дронов с наземными роботизированными средствами. В сб.: *XVIII Всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ – 2025): Материалы мультиконференции*. Т. 1. *Робототехника и мехатроника (РиМ – 2025)*. Тула: Изд-во ТулГУ; 2025. С. 145–148. <https://elibrary.ru/ibktbu>
21. Галыкин Ю.В., Дашевский В.П. Автоматизация производства приборных корпусов с применением специализированного станка с ЧПУ для изготовления крепежных брусков. *Вестник МГТУ «Станкин»*. 2024;1(68):119–128. <https://elibrary.ru/mcymqz>
22. Поскрёбышев В.А., Зиновьев А.А., Лохова Н.А., Исько А.Б., Белых С.А. *Механическое оборудование для производства строительных материалов и изделий*. Братск: ГОУ ВПО «БрГУ»; 2009, 378 с. ISBN 978-5-8166-0261-7

REFERENCES

1. Kong J., Xie M., Wang H. Integrating Autonomous Vehicles and Drones for Last-Mile Delivery: A Routing Problem with Two Types of Drones and Multiple Visits. *Drones*. 2025;9(4):280. <https://doi.org/10.3390/drones9040280>
2. Rinaldi M., Primatesta S. Comprehensive Task Optimization Architecture for Urban UAV-Based Intelligent Transportation System. *Drones*. 2024;8(9):473. <https://doi.org/10.3390/drones8090473>
3. Sun W., Luo Z., Huang K., Shi J. Joint Deployment and Coverage Path Planning for Capsule Airports with Multiple Drones. *Drones*. 2023;7(7):457. <https://doi.org/10.3390/drones7070457>
4. Blaha L., Severa O., Goubey M., Myslivec T., Reitingner J. Automated Drone Battery Management System—Droneport: Technical Overview. *Drones*. 2023;7(4):234. <https://doi.org/10.3390/drones7040234>
5. Saveliev A.I., Lebedeva V.V., Lebedev I.V., Kamynin K.V., Kuznetsov L.D., Ronzhin A.L. UAV group management when working out of crisis flight situations in solving transport problems. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki = Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2022;1(225):110–120 (in Russ.). <https://doi.org/10.18522/2311-3103-2022-1-110-120>
6. Rodionov A.S., Matkurbanov T.A. Planning UAV flight trajectories for monitoring large areas. *Informatika i avtomatizatsiya = Informatics and Automation*. 2025;24(3):791–827 (in Russ.). <https://doi.org/10.15622/ia.24.3.3>
7. Kuleshov S.V., Kvasnov A.V., Zaytseva A.A., Ronzhin A.L. Multipurpose approach to visual navigation based on landscapes for UAVs operating in GNSS-unavailable conditions. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki = Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2025;2(244):269–278 (in Russ.). <https://doi.org/10.18522/2311-3103-2025-2-269-278>
8. Muslimov T.Z. Collision Avoidance in Circular Motion of a Fixed-Wing Drone Formation Based on Rotational Modification of Artificial Potential Field. *Informatika i avtomatizatsiya = Informatics and Automation*. 2025;24(1):72–98 (in Russ.). <https://doi.org/10.15622/ia.24.1.4>
9. Beliaikov M.E., Diane S. Algorithms for the visual analysis of an environment by an autonomous mobile robot for area cleanup. *Russian Technological Journal*. 2023;11(4):26–35. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-4-26-35>
10. Antipov A.S., Kokunko Yu.G., Wolf D.A., Shirokov A.S. Synthesis of Combined Quadcopter Attitude and Altitude Control Based on Block Approach with Sigmoidal Feedbacks. *Informatika i avtomatizatsiya = Informatics and Automation*. 2025;24(3):745–790 (in Russ.). <https://doi.org/10.15622/ia.24.3.2>
11. Golubov V.V., Manko S.V. Automation of autonomous mobile robot docking based on the counter growth rapidly exploring random tree method. *Russian Technological Journal*. 2024;12(1):7–14. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-1-7-14>
12. Voronkov A.D., Diane S.A. Continuous genetic algorithm for grasping an object of a priori unknown shape by a robotic manipulator. *Russian Technological Journal*. 2023;11(1):18–30. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-1-18-30>
13. Ngo K.T., Solenaya O.Ya., Ronzhin A.L. Analysis of mobile robotic platforms used to batteries service of unmanned aerial vehicles in autonomous missions. *Trudy MAI*. 2017;95:11 (in Russ.). <https://elibrary.ru/zhnxyh>
14. Davlyud I.I. Calculation of the main operational characteristics of a tethered high-altitude ship-based system. *Russian Technological Journal*. 2024;12(4):40–50. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-4-40-50>
15. Manko S.V., Lokhin V.M., Diane S.K. Prototype multi-agent robotic debris removal system: principles of development and experimental studies. *Russian Technological Journal*. 2022;10(6):28–41. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-6-28-41>
16. Le V.N., Ronzhin A.L. Review of intelligent control systems and robotic tasks in aquaculture production. *Morskie intellektual'nye tekhnologii = Marine Intellectual Technologies*. 2024;1-1(63):171–180 (in Russ.). <https://doi.org/10.37220/MIT.2024.63.1.021>
17. Arkhipov I.S., Erofeeva V.A., Granichin O.N., Kiselev V.A., Chernov A.O. Accelerated Local Voting Protocol for Single Remote Controller Robot Swarm System. *Informatika i avtomatizatsiya = Informatics and Automation*. 2025;24(4):1029–1058 (in Russ.). <https://doi.org/10.15622/ia.24.4.2>
18. Saveliev A., Anikin D., Ronzhin A., Erokhin G., Agafonov V. System for Planing Seismic Sensors Based on Actions of UAVs Group with Optimized Flight Plan. In: Ronzhin A., Savage J., Meshcheryakov R. (Eds.). *Interactive Collaborative Robotics. Lecture Notes in Computer Science*. Cham: Springer; 2024. V. 14898. P. 334–343. https://doi.org/10.1007/978-3-031-71360-6_25

19. Goncharenko V.A., Khomenko A.D., Abu Hasan R. A Compositional Approach to the Simulation of Queuing Systems with Random Parameters. *Informatika i avtomatizatsiya = Informatics and Automation*. 2024;23(6):1577–1608 (in Russ.). <https://doi.org/10.15622/ia.23.6.1>
20. Ronzhin A.L., Dashevsky V.P., Krestovnikov K.D. Interaction of aerial drones with ground-based robotic vehicles. In: *Proceedings of the 18th All-Russian Multiconference on Control Problems (MKPU – 2025)*. V. 1. *Robotics and Mechatronics (RM – 2025)*. Tula; 2025. P. 145–148 (in Russ.). <https://elibrary.ru/ibktbu>
21. Galykin Yu.V., Dashevsky V.P. Automation of the manufacturing of device enclosures using a specialized CNC machine for the production of fastening bars. *Vestnik MGTU “Stankin” = Vestnik MSUT “Stankin”*. 2024;1(68):119–128 (in Russ.). <https://elibrary.ru/mcymqz>
22. Poskrebyshch V.A., Zinov’ev A.A., Lokhova N.A., Is’ko A.B., Belykh S.A. *Mekhanicheskoe oborudovanie dlya proizvodstva stroitel’nykh materialov i izdelii (Mechanical Equipment for the Production of Building Materials and Products)*. Bratsk; 2009, 378 p. (In Russ.). ISBN 978-5-8166-0261-7

Об авторах

Дашевский Владимир Павлович, к.т.н., старший научный сотрудник, ФГБУН «Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук» (199178, Россия, Санкт-Петербург, 14-я линия Васильевского острова, д. 39). E-mail: dashevskiy.v@iias.spb.su. Scopus Author ID 6603052314, SPIN-код РИНЦ 7675-2463, <https://orcid.org/0000-0002-2285-1936>

Бизин Максим Михайлович, ведущий инженер, ФГБУН «Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук» (199178, Россия, Санкт-Петербург, 14-я линия Васильевского острова, д. 39). E-mail: bizin@iias.spb.su. SPIN-код РИНЦ 5499-4214, <https://orcid.org/0009-0006-2314-9715>

Галыкин Юрий Валерьевич, младший научный сотрудник, ФГБУН «Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук» (199178, Россия, Санкт-Петербург, 14-я линия Васильевского острова, д. 39). E-mail: yuri.galykin@strategic-it.ru. <https://orcid.org/0009-0000-1274-9754>

About the Authors

Vladimir P. Dashevsky, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (39, Vasil’evskii ostrov, 14-ya liniya, St. Petersburg, 199178 Russia). E-mail: dashevskiy.v@iias.spb.su. Scopus Author ID 6603052314, RSCI SPIN-code 7675-2463, <https://orcid.org/0000-0002-2285-1936>

Maxim M. Bizin, Leading Engineer, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (39, Vasil’evskii ostrov, 14-ya liniya, St. Petersburg, 199178 Russia). E-mail: bizin@iias.spb.su. RSCI SPIN-code 5499-4214. <https://orcid.org/0009-0006-2314-9715>

Yuri V. Galykin, Junior Researcher, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (39, Vasil’evskii ostrov, 14-ya liniya, St. Petersburg, 199178 Russia). E-mail: yuri.galykin@strategic-it.ru. <https://orcid.org/0009-0000-1274-9754>

УДК 621.396.96

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-68-81>

EDN IZWLXU



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Синтез согласованной многоканальной обработки ортогональных сигналов ММО радиолокационных станций

Б.М. Вовшин^{1, 2, @},
А.А. Пушков¹

¹ ПАО «НПО «Алмаз», Москва, 127411 Россия

² МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: boris@eleron.net

• Поступила: 31.07.2024 • Доработана: 03.02.2026 • Принята к опубликованию: 01.06.2026

Резюме

Цели. В современной теории радиолокации все большее внимание уделяется ММО (англ. «много входов – много выходов») радиолокационных станций (РЛС), для которых прогнозируются важные преимущества перед традиционными РЛС с фазированными антенными решетками (ФАР). ММО РЛС имеют дополнительную степень свободы за счет одномоментного излучения системы когерентных ортогональных радиосигналов, что однозначно определяет параллельный обзор пространства. Для ММО РЛС возникает актуальная задача синтеза оптимальной по критерию Неймана – Пирсона пространственно-временной обработки (ПВО) всей совокупности эхо-сигналов на фоне белого гауссова шума. Целями данной статьи являются: статистический синтез ПВО в ММО РЛС, обеспечивающий оптимальные показатели качества обнаружения; получение вариантов структурных схем ПВО и выявление их особенностей по сравнению с ПВО традиционных РЛС с ФАР; анализ углового разрешения ММО РЛС с полученной структурой ПВО.

Методы. Используются методы статистической оптимизации процедуры обнаружения сигналов на фоне помех по критерию Неймана – Пирсона, а также методы теории диаграммообразования в многолучевых антенных решетках (АР).

Результаты. Синтезированы два варианта ПВО, формирующие оптимальную предпороговую статистику обнаружителя ММО РЛС с M -элементной передающей и N -элементной приемной АР. Показано, что структурные схемы этих вариантов различаются последовательностями пространственной и временной обработки. Доказано, что за счет увеличенного размера «эквивалентной» апертуры приемной АР разрешающая способность ММО РЛС по угловым координатам существенно лучше, чем у традиционной РЛС при одинаковом отношении сигнал/шум.

Выводы. Показано, что структурные схемы синтезированных обнаружителей ММО РЛС обеспечивают статистически оптимальные показатели качества обнаружения.

Ключевые слова: ММО РЛС, многоканальная пространственно-временная обработка, алгоритм быстрого преобразования Фурье, многолучевая антенная решетка, предпороговая статистика обнаружителя, разрешающая способность по угловым координатам

Для цитирования: Вовшин Б.М., Пушков А.А. Синтез согласованной многоканальной обработки ортогональных сигналов MIMO радиолокационных станций. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):68–81. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-68-81>, <https://elibrary.ru/IZWLXU>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Synthesis of matched multichannel processing of orthogonal MIMO radar signals

Boris M. Vovshin^{1, 2, @},
Alexander A. Pushkov¹

¹ NPO Almaz, Moscow, 127411 Russia

² MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

@ Corresponding author, e-mail: boris@eleron.net

• Submitted: 31.07.2024 • Revised: 03.02.2026 • Accepted: 01.06.2026

Abstract

Objectives. In contemporary radar studies, increasing attention is being paid to MIMO (Multiple-Input, Multiple-Output) radars, which are predicted to offer significant advantages over traditional phased-array radars. MIMO radars increase spatial degrees of freedom by simultaneously transmitting coherent, orthogonal radio waveforms in parallel. The main challenge for MIMO radars is to optimize space-time processing (STP) of the entire set of echo signals against a white Gaussian noise background according to the Neyman–Pearson criterion. In order to ensure optimal detection performance, the work statistically synthesizes STP in MIMO radars to derive variants of STP structural schemes for identifying their features as compared to STP in traditional phased-array radars, and analyze the angular resolution of the MIMO radar with the resulting STP structure.

Methods. Statistical optimization methods for signal detection against interference using the Neyman–Pearson criterion were used in accordance with approaches informed by the theory of beamforming in multibeam antenna arrays.

Results. Two STP variants were synthesized to generate optimal pre-threshold statistics for a MIMO radar detector with an M -element transmitting and N -element receiving antenna array. The structural diagrams of these variants were found to differ in their sequences of spatial and temporal processing. Due to the increased size of the equivalent aperture of the receiving antenna array, the angular resolution of the MIMO radar is demonstrated to be significantly better than that of a traditional radar at the same signal-to-noise ratio.

Conclusions. The structural diagrams of the synthesized MIMO radar detectors confirm their statistically optimal detection performance.

Keywords: MIMO radar, multichannel space-time processing, fast Fourier transform algorithm, multi-beam antenna array, detector pre-threshold statistics, angular resolution

For citation: Vovshin B.M., Pushkov A.A. Synthesis of matched multichannel processing of orthogonal MIMO radar signals. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):68–81. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-68-81>, <https://elibrary.ru/IZWLXU>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим ММО (от англ. Multiple-Input, Multiple-Output – «много входов – много выходов») радиолокационных станций (РЛС), построенную на основе эквидистантных антенных решеток (АР) – M -элементной передающей и N -элементной приемной – с расстояниями между излучателями d_t и d_r соответственно (англ. t – transmitting, r – receiving). Согласно принципу ММО-технологии каналы передающей АР излучают систему (вектор) из M взаимноортогональных когерентных сигналов $\mathbf{U}(t) = \{U_m(t)\}_{m=1}^M$ с парциальными комплексными огибающими $U_m(t)$, где t – время [1, 2]. Как показано в [3, 4], такой подход однозначно определяет параллельный обзор пространства в секторе $\Delta\theta_{обз}$, согласованном с шириной диаграммы направленности (ДН) излучателей АР в режиме поиска целей (рис. 1).

Частный случай, когда на прием используется одиночная ($N = 1$) слабонаправленная антенна (СНА), трансформирующаяся в виртуальную подрешетку (ВПР) в результате апертурного синтеза, был рассмотрен в работе [5]. В этой работе синтезирована разделяющаяся ПВО и доказана эквивалентность результатов обнаружения целей на фоне некоррелированного белого гауссова шума (БГШ) при параллельном обзоре пространства в ММО РЛС со СНА

на прием и АР на передачу и в традиционной РЛС со СНА на передачу и АР на прием.

В данной статье ставится задача обобщения результатов [5] на случай многоканального ($N > 1$) построения ММО РЛС на прием без изменения построения передающей АР и параметров излучаемых сигналов. В рассматриваемом здесь случае следует ожидать не эквивалентности результатов наблюдения целей в сравниваемых вариантах, а существенного выигрыша при использовании ММО РЛС. В первую очередь это относится к улучшению разрешающей способности по угловым координатам при фиксированном энергетическом потенциале. В сравниваемых РЛС синтез ПВО рассматривается для режима поиска точечной цели с априори неизвестным трехмерным вектором информативных параметров $\mathbf{a} = \{R_{ц}, V_{гц}, \theta_{ц}\}$, где $R_{ц} = ct_{ц}/2$ – дальность, $V_{гц}$ – радиальная скорость, $\theta_{ц}$ – угловая координата цели, c – скорость света, $t_{ц}$ – временная задержка эхо-сигнала.

Прогнозируемые преимущества ММО РЛС перед традиционными качественно связаны с тем, что в ММО РЛС имеется дополнительная степень свободы, позволяющая увеличить размерность задачи для пространственных координат. В традиционных РЛС передающая СНА (или АР) имеет единый фазовый центр излучения когерентного зондирующего сигнала $\dot{\mathbf{u}}_0(t)$. В ММО РЛС каждый парциальный сигнал с комплексной амплитудой $\dot{U}_m(t)$, $m \in 1, M$

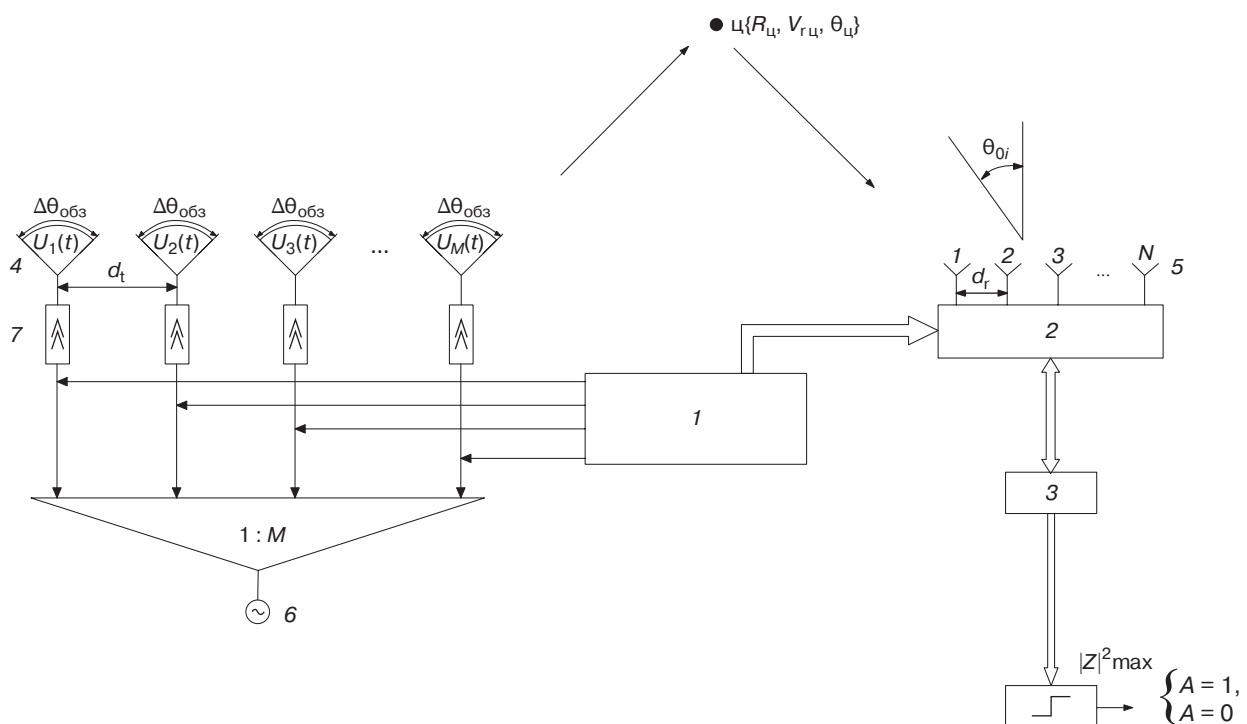


Рис. 1. Структура ММО РЛС с параллельным обзором пространства:

- (1) формирователь ортогональных зондирующего сигнала, (2) пространственно-временная обработка (ПВО),
- (3) формирователь предпороговой статистики (ППС), (4) передающая АР, (5) приемная АР,
- (6) задающий генератор, (7) усилитель мощности. $\mathbf{a} = \{R_{ц}, V_{гц}, \theta_{ц}\}$ – цель, A – порог, по которому принимается решение о наличии или отсутствии сигнала, $|Z|^2_{\max}$ – максимальное значение ППС

имеет индивидуальный, точно известный фазовый центр с координатами (x_m, y_m) , что приводит к его фазовой «окраске». В сочетании с применением N -элементной АР на прием этот факт позволяет считать, что в этом случае следует ожидать угловое разрешение, обратно пропорциональное произведению $M \times N$, что во много раз лучше, чем в традиционной РЛС с N -элементной приемной АР и СНА на передачу.

Целью работы является синтез структуры согласованного многоканального обнаружителя пространственно-временного сигнала, отраженного от цели и принятого MIMO РЛС, анализ его особенностей по сравнению с традиционным обнаружителем радиолокационных сигналов на фоне БГШ, а также определение разрешающей способности такой РЛС по угловым координатам.

При решении поставленной задачи будем оставаться в рамках предположения об узкополосности системы зондирующих сигналов, ортогональность которых может быть обеспечена либо во временной, либо в частотной области [6, 7]. В первом случае все парциальные сигналы могут быть получены за счет применения в каналах передающей АР ортогональных кодов начальных фаз дискретных сигналов $\tau_{\text{дср}}$ на несущей частоте f_0 ($1/\tau_{\text{дср}} \ll f_0$) – аналог фазово-кодово-манипулированного сигнала. Во втором – ортогональность обеспечивается за счет разноса несущих частот на Δf между смежными парциальными зондирующими сигналами в передающей АР, являющейся аналогом ступенчатого линейно-частотно-модулированного сигнала, для которого $(M-1)\Delta f \ll f_0$. Предположение об узкополосности систем зондирующих сигналов упрощает задачу, т.к. позволяет:

- разделить обработку на пространственную и временную (неразделяющаяся ПВО для широкополосных сигналов рассматривалась в [7]);
- полагать, что MIMO РЛС работает на длине волны $\lambda_0 = c/f_0$, а, следовательно, считать, что доплеровский сдвиг частоты $F_D = 2V_{r\text{ц}}/\lambda_0$ приблизительно одинаков для всех компонент векторного сигнала;
- считать время запаздывания зондирующего сигнала на апертуре передающей АР:

$$T_{\text{ан.т}} = \frac{(M-1)d_t}{c} \ll \tau_{\text{экр}},$$

где $\tau_{\text{экр}}$ – эквивалентная длительность импульса, соответствующего полосе $\Delta f = 1/\tau_{\text{экр}}$ (для приемной АР MIMO РЛС).

Кроме того, положим, что внутри сектора обзора $\pm\theta_{\text{обз}}/2$ отсутствуют переотражения и какие-либо источники внешних излучений. В рамках этих условий будем считать, что излучатели приемной АР возбуждаются M -мерным векторным сигналом $\mathbf{U}_{\text{ц}}$, отраженным от точечной цели:

$$\mathbf{U}_{\text{ц}}(R_{\text{ц}}, V_{r\text{ц}}, \theta_{\text{ц}}) = \left\{ U_m(\tau_{\text{ц}}, V_{r\text{ц}}) \exp \left[j \frac{2\pi d_t}{\lambda_0} (m-1) \sin \theta_{\text{ц}} \right] \right\}_{m=1}^M. \quad (1)$$

При этом полагается, что компоненты вектора $\mathbf{a}$ априори неизвестны. После возбуждения N -элементной приемной АР M -мерный вектор (1) трансформируется в $N \times M$ -вектор принятого сигнала, который может быть представлен через кронекеровское произведение вида

$$\mathbf{U}_r(\tau_{\text{ц}}, t', \theta_{\text{ц}}) = \mathbf{B}^H(\theta_{\text{ц}}) \otimes \mathbf{U}_{\text{ц}}(t, \mathbf{a}), \quad (2)$$

где $\mathbf{B}^H(\theta_{\text{ц}}) = \left\{ \exp \left[j \frac{2\pi d_t}{\lambda_0} (m-1) \sin \theta_{\text{ц}} \right] \right\}_{n=1}^N$ – вектор пространственного набега фазы между излучателями приемной АР, «Н» – знак эрмитовой сопряженности (транспонирование «Т» и комплексное сопряжение «*»).

Исходя из принятых условий и допущений, рассмотрим традиционный статистический подход к синтезу ПВО, оптимальный по критерию Неймана – Пирсона.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ВЕСОВОГО ВЕКТОРА ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ В MIMO РЛС

Задачу синтеза многоканальной ПВО на выходе приемной АР MIMO РЛС будем рассматривать на фоне δ -коррелированного БГШ в традиционной постановке на основе отношения правдоподобия [8, 9]. Входную дискретизированную выборку $\mathbf{y}$ представим N -мерным вектором $\mathbf{u}$ смеси помехи (шума) $\mathbf{p}$ и, возможно, полезного сигнала (при $A = 1$) в виде

$$\mathbf{y} = A\mathbf{u} + \mathbf{p}, \quad \mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1}^N, \quad A = [1, 0]. \quad (3)$$

Согласно известным результатам теории оптимального обнаружения по критерию Неймана – Пирсона [10] весовой вектор многоканальной обработки равен

$$\mathbf{r} = \mathbf{\Phi}^{-1} \mathbf{u}^*(\alpha_0), \quad \mathbf{\Phi} = \{\phi_{ij}\}_{i,j}^N = \overline{\mathbf{p}\mathbf{p}^H}, \quad (4)$$

где $\mathbf{\Phi}^{-1} - N \times N$ -мерная матрица, обратная корреляционная матрица (КМ) помехи $\mathbf{\Phi}$, черта сверху – знак статистического усреднения.

В формуле (4) N -мерный вектор $\mathbf{u}(\alpha_0)$ представляет собой сигнал с ожидаемым трехмерным вектором информативных параметров $\alpha_0 = \{\tau_0, V_{r0}, \theta_0\}$. Корреляционная матрица $\mathbf{\Phi}$ с элементами $\phi_{ij}(t, s) = \overline{\phi_i(t)\phi_j^*(s)}$ показывает взаимную корреляцию

между i -м и j -м каналами приема в моменты t и s , а для существования матрицы, ей обратной, Φ^{-1} , необходимо, чтобы КМ была эрмитовой и положительно определенной [11].

Результатом синтеза ПВО в рассматриваемой задаче является отыскание вектора $\mathbf{r}$ в (4), который обеспечивает достаточную ППС в виде скалярной весовой суммы [12]:

$$\xi = \mathbf{y}^T \Phi^{-1} \mathbf{u}(\alpha_0) = \sum_{i=1}^N y_i r_i, \quad (5)$$

с энергетическим параметром обнаружения

$$q = [\mathbf{u}^H(\alpha_0) \Phi^{-1} \mathbf{u}(\alpha_0)]^{1/2}. \quad (6)$$

Такая ППС оптимальна с точки зрения максимизации показателей качества обнаружения и позволяет пользоваться известными характеристиками обнаружения [8, 9] при условии линейности обработки.

Способ вычисления случайной величины ξ в (5) определяет структурную схему оптимальной обработки, согласованную на фоне БГШ.

В силу узкополосности, сигнал, отраженный от цели с координатами $\alpha_{\text{ц}} = \{\tau_0, V_{\text{гц}}, \theta_{\text{ц}}\}$, допускает возможность разделения параметров на частотно-временные и пространственные:

$$u(t, \alpha_{\text{ц}}) = \left\{ u_m(t, \tau_{\text{ц}}, V_{\text{гц}}) e^{j\phi_m(\theta_{\text{ц}})} \right\}_{m=1}^M, \quad (7)$$

где $\phi_m(\theta_{\text{ц}}) = \frac{2\pi}{\lambda} d_t (m-1) \sin \theta_{\text{ц}}$ – пространственный

набег фазы m -й компоненты сигнала.

Следовательно, и обработка компонент может разделяться на частотно-временную и пространственную в любой последовательности.

Определим виды КМ Φ , входящей в (4), (5), и отметим ее особенности для ПВО на фоне БГШ в ММО РЛС рассматриваемого построения (рис. 1). Справедливо полагать, что шумы в каналах N -элементной приемной АР независимы $\mathbf{p}\mathbf{p}_j^H = 0$ при $i \neq j$, $i, j = 1, N$.

При этом они δ -коррелированы во времени, и для произвольного i -го канала со спектральной плотностью мощности шума P_{0i} КМ имеет вид

$$\Phi_m(t, s) = P_{0i} \mathbf{I} \delta(t - s), \quad (8)$$

где $\mathbf{I} = \text{diag}\{\phi_{ii}\}_{i=1}^N$ – единичная диагональная матрица.

Также можно полагать независимость и δ -коррелированность шумов в частотно-временных каналах приема, если ортогональные компоненты $\mathbf{u}(\alpha_{\text{ц}})$ проходят через соответствующие согласованные фильтры (СФ) [13].

Для удобства записи КМ отсчетам входной выборки присвоим двойную нумерацию $y_{(t)} = \{y_n^m\}_{n,m=1}^{N,M}$, где n – номер канала приемной АР, m – номер

компоненты сигнала, соответствующий номеру канала в передающей АР.

С учетом сделанных предположений и фильтрующих свойств δ -функции КМ стационарного БГШ примет вид

$$\begin{aligned} \Phi(t, s) &= \delta(t - s) \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^*(s) = \left\{ y_n^m(t) y_p^q(s) \right\} = \\ &= \text{diag} \left\{ y_{n,n}^{m,m} \right\}_{n,m=1}^{N,M} = \Phi. \end{aligned} \quad (9)$$

В (9) учтено, что при $n \neq p$ и $m \neq q$ элементы КМ равны нулю.

В зависимости от порядка группирования $N \times M$ диагональных элементов по индексам матрицу Φ можно представить в двух вариантах, в дальнейшем определяющих последовательность этапов ПВО [14].

Вариант 1. КМ Φ представляется $N \times M$ -мерной диагонально-блочной матрицей

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{01}^{(m)} & & & \\ & \mathbf{B}_{02}^{(m)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{B}_{0n}^{(m)} \\ & & & & \ddots \\ & & & & & \mathbf{B}_{0N}^{(m)} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Здесь каждый из N блоков также представляется диагональной КМ шумов между частотно-временными каналами, образованными M СФ, для каждой m -й компоненты сигнала в n -м канале приемной АР

$$\mathbf{B}_{0n}^{(m)} = \text{diag} \left\{ p_{0n}^{(m)} \right\}_{m=1}^M, \quad \mathbf{B}_{0n} = p_{0n} \mathbf{I}$$

при $p_{0n}^{(1)} = p_{0n}^{(2)} = \dots = p_{0n}^{(M)} = p_{0n}$. (11)

Вариант 2. КМ Φ представляется $M \times N$ -мерной диагональной блочной матрицей

$$\Phi_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{01}^{(n)} & & & \\ & \mathbf{B}_{02}^{(n)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{B}_{0m}^{(n)} \\ & & & & \ddots \\ & & & & & \mathbf{B}_{0M}^{(n)} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

В этом представлении каждый из M блоков КМ является диагональной КМ шумов между N пространственными каналами АР для одной m -й компоненты сигнала

$$\mathbf{B}_{0m}^{(n)} = \text{diag} \left\{ p_{0m}^{(n)} \right\}_{n=1}^N, \quad \mathbf{B}_{0m} = p_{0m} \mathbf{I}$$

при $p_{0m}^{(1)} = p_{0m}^{(2)} = \dots = p_{0m}^{(M)} = p_{0m}$. (13)

Как следует из (10) и (12), статистический подход к синтезу ПВО ММО РЛС отличается от традиционного размерностью КМ помех $M \times N$ (вместо N -мерного вектора), а также возможностью сочетать частотно-временную и пространственную обработки в любом порядке.

АНАЛИЗ ДОСТАТОЧНОЙ СТАТИСТИКИ

Выражение (5) для достаточной ППС обнаружителя представим в аналоговой форме, используя корреляционный интеграл комплексных огибающих принятой смеси и ожидаемого сигнала $Z = \int \mathbf{Y}^H(t, \mathbf{a}_u) \dot{\mathbf{U}}(t, \mathbf{a}_0) dt$. Для определенности в характеристиках обнаружения будем считать, что принятый сигнал имеет случайные рэлеевскую амплитуду и равномерную $(0-2\pi)$ начальную фазу. Тогда достаточная ППС на фоне БГШ с учетом (11) и (12) записывается через квадрат модуля корреляционного интеграла [10, 12]:

$$\xi = |Z|^2 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{1}{P_{0n,m}^{(m)(n)}} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \dot{U}_m(t, \tau_u, \theta_u) \dot{U}_m(t, \tau_0, \theta_0) \exp[j2\pi(f_0 + \Delta f_{Dm})(t - t_{0m})] dt \right|^2 \times \exp \left[j \frac{2\pi d_t(m-1)}{\lambda} (\sin \theta_u - \sin \theta_0) \right] \exp \left[j \frac{2\pi d_r(n-1)}{\lambda} (\sin \theta_u - \sin \theta_0) \right], \quad (14)$$

где Δf_{Dm} – доплеровская добавка частоты для m -й компоненты сигнала, t_{0m} – постоянная задержка в фильтре временного накопления m -й компоненты, $\tau_u = 2R_u/c$ – временная задержка ожидаемого эхо-сигнала.

Формулу (14) можно рассматривать как четырехмерную функцию рассогласования в координатах «дальность – скорость – угол», где двойное суммирование сводится к произведению множителей передающей и приемной АР, что является специфической особенностью ММО РЛС [15]. Под ДН здесь понимается сечение функции рассогласования, когда частотно-временные параметры τ_0 и V_{r0} зафиксированы.

Для упрощения анализа будем полагать, что в силу узкополосности всех компонент сигнала их доплеровский сдвиг частоты примерно одинаков $\Delta f_{Dm} \approx \Delta f_D$, также, как и временная задержка во всех фильтрах накопления $t_{0m} = t_0$.

Важно отметить, что здесь ММО РЛС рассматривается в режиме обнаружения цели, а, следовательно, нас интересует только максимальное значение ξ , подаваемое на порог. Будем полагать, что временное накопление реализуют M СФ, максимальный отклик которых инвариантен к задержке сигнала $\tau_u = 2R_u/c$. В момент t_0 достигается максимальное значение интеграла в (14) и, соответственно, оптимальное значение отношения сигнал/шум (ОСШ) на выходе СФ.

При этом значение максимального отклика СФ для m -й компоненты сигнала $\dot{U}_{m \text{ mf}}$ (индекс «mf» – match filter, англ.) пропорционально ее энергии E_m :

$$\dot{U}_{m \text{ mf}}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |U_m(t, 0, 0)|^2 dt = kE_m, \quad (15)$$

где k – коэффициент пропорциональности.

В связи с этим для формулы (14) понятие ДН будет иметь смысл мгновенного сечения функции рассогласования для условного момента времени $t_0 = 0$, т.е. появления максимума на выходе СФ.

Как следует из (14), способ вычисления ППС определяет структурную схему обнаружителя, которая зависит от порядка суммирования по индексам « m » и « n », т.е. от последовательности временного и пространственного накопления. В первом случае временное накопление предшествует пространственному, а во втором – порядок накопления обратный. При этом КМ шумов будет соответствовать (11) и (12). С учетом сделанных замечаний и упрощений перейдем к вариантам построения структурных схем ПВО.

СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ ММО РЛС

Вариант 1 (временное + пространственное накопление)

Данный вариант ПВО подразумевает, что в формуле (14) в первую очередь реализуется когерентное суммирование по индексу « m », а во вторую – по индексу « n ».

Перепишем формулу (14) в следующем виде, используя условие $p_{0n}^{(m)} = p_{0n}$:

$$\xi = \left| \sum_{m=1}^M \dot{U}_{m \text{ mf}}(0) \exp \left[j \frac{2\pi d_t(m-1)}{\lambda} (\sin \theta_u - \sin \theta_0) \right] \right|^2 \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{P_{0n}} \exp \left[j \frac{2\pi d_r(n-1)}{\lambda} (\sin \theta_u - \sin \theta_0) \right], \quad (16)$$

и разделим обработку на два последовательных этапа.

Этап 1.1

В (16) выражение в фигурных скобках представляет собой суммирование результатов временного накопления M компонентов сигнала при компенсации их пространственной фазы для ожидаемого направления θ_0 . Вторая сумма здесь является множителем N -элементной приемной АР с шагом d_r и амплитудным распределением $\{A_n\}_{n=1}^N$, нормированным к мощности шумов в каналах излучателей.

Можно заметить, что сумма по индексу « m » формально совпадает с множителем M -элементной АР с шагом d_r , где роль амплитудного распределения играют максимумы откликов СФ на компоненты сигнала $A_m = U_{m\text{ mf}}(0)$. В такую ВПР трансформируются N слабонаправленных излучателей приемной АР [5, 16]. ДН такой ВПР $F_v(\theta_n, \theta_0)$ (индекс « v » – virtual, англ.) определяется параметрами передающей АР. Например, при $V_{m\text{ mf}}(0) = \text{const}$ получим:

$$F_v(\theta_n, \theta_0) = \text{sinc} \left[\frac{\pi L_{\text{ан.т}}}{\lambda_0} (\sin \theta_n - \sin \theta_0) \right], \quad (17)$$

где $\text{sinc } x = \sin x/x$, $L_{\text{ан.т}} = (M-1)d_t$ – длина передающей АР.

Если выбрать шаг передающей АР из условия однозначности сканирования в угловом секторе обзора $\Delta\theta_{\text{обз}}$, то он будет ограничен соотношением $d_t \leq \lambda_0 [1 + |\sin \theta_0|]^{-1}$. Поэтому в ДН ВПР $F_v(\theta_n, \theta_0)$ дифракционные лепестки не возникнут.

Этап 1.2

При реализации этапа пространственного накопления в приемной АР следует учесть, что виртуально она состоит из N подрешеток с ДН вида (17).

Если принять шаг приемной АР равным длине передающей АР $d_r = L_{\text{ан.т}}$, то можно считать, что ее эквивалентная длина составит $L_{\text{экв.г}} = (N-1)L_{\text{ан.т}} = (N-1)(M-1)d_t$. При этом «эквивалентная» приемная АР будет полностью заполнена $N \times M$ элементами с шагом d_r , а ее ДН с учетом (17) примет вид:

$$\begin{aligned} F_r(\theta_n, \theta_0) &= F_{\text{эл}}(\theta_n) F_v(\theta_n, \theta_0) \sum_{n=1}^N \frac{1}{P_{0n}} \left[j2\pi \frac{d_r}{\lambda_0} (n-1)(\sin \theta_n - \sin \theta_0) \right] \approx \\ &\approx F_v(\theta_n, \theta_0) \sum_{n=1}^N \frac{1}{P_{0n}} \left[j2\pi \frac{d_t}{\lambda} (M-1)(n-1)(\sin \theta_n - \sin \theta_0) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

не имеющий дифракционных максимумов. Здесь во втором равенстве учтен изотропный характер ДН элементарных излучателей $F_{\text{эл}}(\theta) = \text{const}$.

Для ММО РЛС в режиме поиска цели принципиален параллельный обзор пространства, т.к. компоненты излучаемого сигнала одновременно «освещают» весь сектор обзора. Отсутствие априорной информации об ожидаемом направлении на цель однозначно требует многолучевого диаграммообразования, чтобы параллельный обзор не имел энергетических потерь.

С этой целью «эквивалентная» приемная АР должна сформировать $M \times N$ ортогональных лучей (каналов приема) в следующей последовательности. Сначала во всех N ВПР сформируем веер из M лучей, образующих «вторичные» каналы приема (под «первичными» понимаются N каналов излучателей). Затем сформируем «третичные» каналы, соответствующие вееру из N остронаправленных лучей внутри каждого из M «вторичных» лучей.

Полагая $M = 2^p$ и $N = 2^q$, $q = 2, 3, 4, \dots$, для формирования «вторичных» и «третичных» лучей можно воспользоваться диаграммообразующими схемами в виде аналоговой матрицы Батлера [17] или ее цифровыми эквивалентами M и N -точечным быстрым преобразованием Фурье (БПФ) [18].

Для формирования «вторичных» каналов на выходе ВПР для i -й ДН, ориентированной в направление

$$\theta_{0i} = \arcsin \left[\left(i - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda_0}{(M-1)d_t} \right], \text{ используем матрицу преобразования } \mathbf{W}(\theta_{0i}) = \left\{ \exp \left(-j \frac{2\pi i m}{M} \right) \right\}_{i=-M/2}^{M/2}.$$

Если вектор $\mathbf{V}_{0\text{ mf}}(0)$ представляет собой оцифрованные отсчеты в момент $t = 0$, то для произвольного направления на цель в i -м «вторичном» канале получим отклик:

$$F_v(0, \theta_n, \theta_{0i}) = \sum_{m=1}^{M/2} U_{m\text{ mf}}(0) \cos \left[\frac{2\pi d_t}{\lambda_0} \left(m - \frac{1}{2} \right) \left(\sin \theta_n - \frac{\left(i - \frac{1}{2} \right) \lambda_0}{L_{\text{ан.т}}} \right) \right]. \quad (19)$$

В результате на выходе N ВПР формируются одинаковые M -лучевые амплитудные ДН, но лучи с одинаковой нумерацией будут различаться фазовыми набегам, определяемыми шагом d_r приемной АР.

Для формирования «третичных» лучей эти фазовые набег должны быть скомпенсированы, а сигналы «вторичных» лучей с одинаковыми номерами (i) с учетом этого перенумерованы. Поскольку $L_{\text{экв.г}} = (N - 1)L_{\text{ан.г}}$, ширина «третичных» лучей в N раз уже «вторичных». Соотношение между «первичными», «вторичными» и «третичными» лучами наглядно иллюстрирует рис. 2.

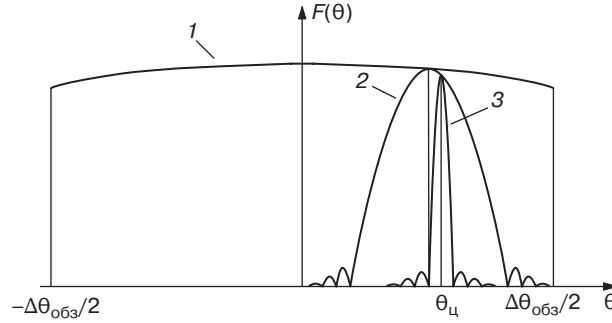


Рис. 2. ДН приемных каналов: (1) ДН «первичного» приемного излучателя, (2) ДН i -го «вторичного» канала на выходе ВПР, (3) ДН s -го «третичного» канала на выходе i -го «вторичного»

Формирование «третичных» лучей также обеспечивается матрицей БПФ $\mathbf{W}(\theta_{0s}) = \left\{ \exp\left(-j \frac{2\pi s n}{N}\right) \right\}_{n=-N/2}^{N/2}$.

Лучи с ориентацией $\theta_{0s} = \arcsin\left[\left(s - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 / (N - 1)d_r\right]$ реализуются в каждом i -м «вторичном» канале приема ($i \in \overline{1, M}$).

Поэтому углам фазирования «третичных» лучей в количестве $M \times N$ удобно присвоить двойную нумерацию θ_{0is} , что означает s -й луч внутри i -го направления в многолучевой ДН ВПР. Таким образом, веер «третичных» лучей формируется из отсчетов мгновенных (при $t = 0$) значений огибающих сигналов с $N \times M$ выходов ВПР.

В результате приходим к $N \times M$ -лучевой ДН приемной АР, состоящей из N виртуальных подрешеток с M -лучевыми парциальными ДН (19). Тогда зависимость отклика «третичного» канала is для сигнала с произвольного направления $\theta_{\text{ц}}$ примет вид:

$$F_r(0, \theta_{\text{ц}}, \theta_{0is}) = F_{\text{эл}}(\theta_{\text{ц}}) F_v(0, \theta_{\text{ц}}, \theta_{0is}) \sum_{n=1}^{N/2} \frac{A_n}{P_{0n}} \cos \left\{ \frac{\pi(M-1)d_t}{\lambda_0} \left(n - \frac{1}{2} \right) \left(\sin \theta_{\text{ц}} - \frac{\left(s - \frac{1}{2}\right)\lambda_0}{L_{\text{ан.г}}} \right) \right\}. \quad (20)$$

Формулу можно интерпретировать как «третичную» ДН пространственного канала is или сечение функции рассогласования для момента $t = 0$ в «нулевом» скоростном канале.

Вариант 2 (пространственное + временное накопление)

Данный вариант ПВО подразумевает, что в формуле (14) в первую очередь реализуется когерентное суммирование по индексу « n », а во вторую – по индексу « m ».

Перепишем формулу (14) в другой последовательности, используя условие $p_{0n}^{(m)} = p_0^{(m)}$:

$$\xi = \left\| \sum_{n=1}^N A_n \exp \left[j \frac{2\pi d_r (n-1)}{\lambda} (\sin \theta_{\text{ц}} - \sin \theta_0) \right] \right\| \sum_{m=1}^M \frac{1}{P_0^{(m)}} U_{m \text{ mf}} \exp \left[j \frac{2\pi d_t (m-1)}{\lambda} (\sin \theta_{\text{ц}} - \sin \theta_0) \right] \quad (21)$$

и также, как в первом случае, разобьем обработку на два этапа.

Этап 2.1

В этом варианте сначала необходимо осуществить пространственное когерентное накопление для N ожидаемых направлений прихода сигнала, т.к. $\theta_{\text{ц}}$ в (21) априори неизвестно. Используя алгоритм БПФ с матрицей преобразования $\mathbf{W}(\theta_{0s}) = \left\{ \exp\left(-j \frac{2\pi s n}{N}\right) \right\}_{n=-N/2}^{N/2}$, первую сумму в (21) для произвольного s -го угла фазирования представим выражением:

$$F_r(0, \theta_{\text{ц}}, \theta_{0s}) = \sum_{n=0}^{N/2} A_n \cos \left[\frac{\pi d_r}{\lambda_0} \left(n - \frac{1}{2} \right) \left(\sin \theta_{\text{ц}} \frac{\left(s - \frac{1}{2} \right) \lambda_0}{(N-1)d_r} \right) \right]. \quad (22)$$

Здесь важно, чтобы для максимального угла фазирования $\sin \theta_{0N/2}$ на шаг приемной решетки накладывалось условие $d_r \leq \lambda_0(1 + |\sin \theta_{0N/2}|)^{-1}$, обеспечивающее отсутствие дифракционных максимумов в ДН. Тогда на первом этапе в приемной АР может быть сформирована N -лучевая ДН, перекрывающая заданный сектор обзора, что соответствует реализации «вторичных» каналов приема.

Отметим, что в отличие от предыдущего варианта у ДН в (22) отсутствует индекс « v », т.к. каналы приемной АР физически существуют и, в частности, при цифровом диаграммообразовании аналого-цифровые преобразователи (АЦП) должны быть установлены в каждом из N первичных каналов. Диаграммы направленности $F_r(0, \theta_{\text{ц}}, \theta_{0s/2})$ можно интерпретировать как «виртуальные», если в формуле (21) сумму по индексу « m » считать множителем решетки, а сумму по индексу « n » – парциальной ДН подрешетки.

Теперь внутри каждого s -го «вторичного» канала должны быть сформированы M «третичных» каналов. Также, как в первом варианте, и во втором будет реализовано $N \times M$ приемных каналов.

Этап 2.2

Используя СФ в каждом s -м «вторичном» канале, реализуем временное накопление компонент сигнала и компенсацию их пространственных фазовых набегов. После временного накопления для момента $t = 0$ вторая сумма в (21) может интерпретироваться как множитель АР, состоящий из M элементов, где роль амплитудного распределения играют максимальные значения компонент сигнала на выходе СФ.

В данном варианте «эквивалентная» приемная АР ММО РЛС рассматривается как решетка, состоящая из M подрешеток, по N элементов с однозначным шагом d_r в каждой. Для того, чтобы «эквивалентная» $N \times M$ -элементная АР была полностью заполнена излучателями с таким шагом и имела такую же длину, как в варианте 1, передающая АР может быть разрежена и иметь эквидистантный шаг, равный $d_t = (N-1)d_r$.

Далее в «эквивалентной» приемной АР реализуем многолучевое диаграммообразование таким образом, чтобы остронаправленный «третичный» луч попадал в одно и тоже i -е направление внутри s -го «вторичного» луча. Поэтому и в данном варианте лучи имеют двойную нумерацию « si », но не « is », как в варианте 1. Применим алгоритм БПФ к отсчетам выходных сигналов «вторичных» каналов, используя матрицу преобразования

$\mathbf{W}(\theta_{0i}) = \left\{ \exp \left(-j \frac{2\pi i m}{M} \right) \right\}_{i=1}^M$. Таким образом, ДН si -го «третичного» канала с учетом (22) примет вид:

$$F_r(0, \theta_{\text{ц}}, \theta_{0si}) = F_{\text{эл}}(\theta_{\text{ц}}) F_v(0, \theta_{\text{ц}}, \theta_{0s}) \sum_{n=0}^{M/2} \frac{A_n}{P_0^{(m)}} \cos \left[\frac{\pi d_t}{\lambda_0} \left(m - \frac{1}{2} \right) \left(\sin \theta_{\text{ц}} \frac{\left(i - \frac{1}{2} \right) \lambda_0}{(N-1)d_r} \right) \right], \quad (23)$$

где под $F_v(0, \theta_{\text{ц}}, \theta_{0s})$ будем понимать ДН, определяемую формулой (22).

Таким образом, в направлениях фазирования достаточная статистика ξ (16) приводится к максимуму.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВАРИАНТОВ ПВО

В синтезированных вариантах ПВО достаточная ППС ξ одинакова, равна квадрату модуля корреляционного интеграла (14) и соответствует классическому обнаружителю квазидетерминированного сигнала со случайной равномерной фазой и случайной рэлеевской амплитудой на фоне БГШ [9, 12]. Поэтому в обоих случаях можно воспользоваться известными формулами и кривыми для характеристик обнаружения, зависящими только от ОСШ по мощности (q^2). Согласно критерию Неймана – Пирсона

показатели качества обнаружения D , F , а также порог обнаружения η связаны приближенными соотношениями:

$$D = F^{\frac{1}{1+q^2}}, \quad \eta = \sqrt{2 \ln \frac{1}{F}}, \quad (24)$$

где D , F – условные вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги соответственно.

Следует также отметить, что в любой РЛС параллельного обзора необходимым элементом является устройство отбора пространственного канала с максимальным ОСШ. По номеру этого канала

принимается решение о направлении на цель, т.к. порог обнаружения может быть превышен сразу в нескольких каналах приема.

Сравниваемые варианты ПВО различаются последовательностью временного и пространственного накопления сигнала. Несмотря на то, что эта последовательность не влияет на конечный результат, от нее может существенно зависеть практическая реализация MIMO РЛС. В первую очередь она влияет на построение передающей и приемной АР.

В варианте 1 на прием используется разреженная решетка с шагом $d_r = (M - 1)d_t$, равным длине передающей АР. Во втором варианте разреженной является передающая АР с шагом $d_t = (N - 1)d_r$. Причем шаг d_t в варианте 1 и шаг d_r в варианте 2 можно считать одинаковыми, поскольку они выбираются из одного и того же условия – отсутствия дифракционных максимумов в угловой области видимости для всех углов сканирования.

Для обоих вариантов ПВО структурная схема передающей M -элементная АР одинакова и показана на рис. 3.

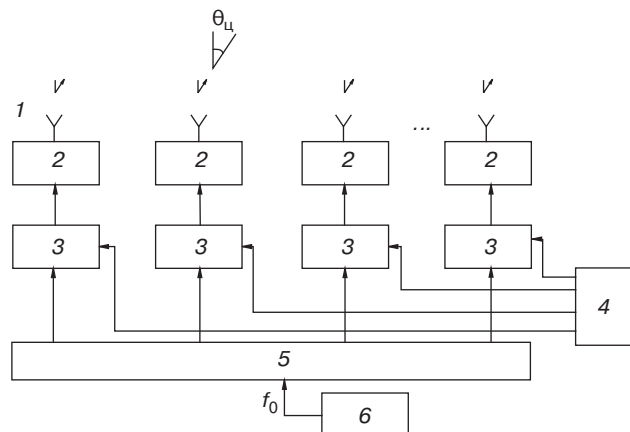


Рис. 3. Структурная схема передающей АР:
(1) излучатели, (2) усилитель мощности,
(3) модуляторы (смесители), (4) формирователь сложного сигнала, (5) делитель $1 : M$,
(6) задающий генератор

Перейдем к качественному анализу вариантов ПВО на выходе приемной АР с точки зрения возможностей и целесообразности их практической реализации. Структурная схема варианта 1 с первоначальным временным накоплением показана на рис. 4. В ней предполагается $M > N$, что упрощает построение приемной АР. Многолучевая ДН ВПР обеспечивается M -точечным БПФ по сигналам ее «первичных» каналов. Сигналы во всех «вторичных» каналах обрабатываются N -точечным БПФ, в результате чего формируется $M \times N$ «третичных» каналов с остронаправленными ДН, которые соответствуют эквивалентной длине приемной АР, равной $L_{ан.экв} = (M - 1)(N - 1)d_t$.

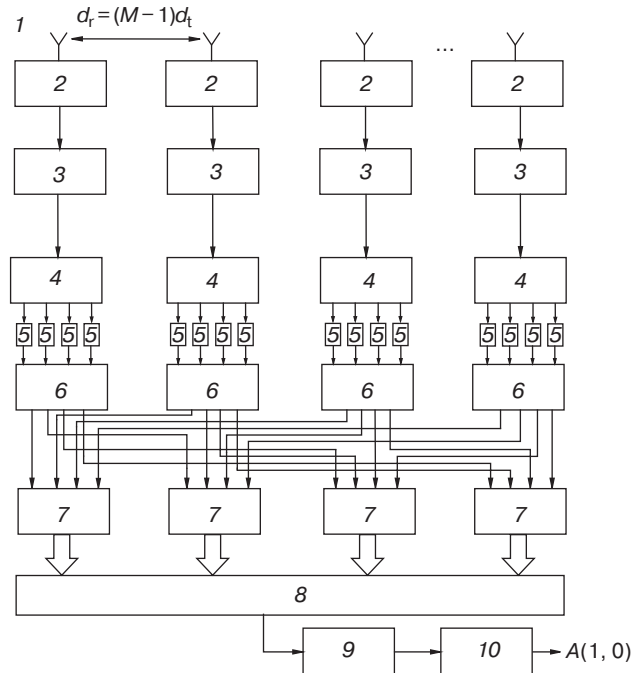


Рис. 4. Структурная схема первого варианта ПВО (широкие стрелки – M -мерные векторы):
(1) «первичные» излучатели, (2) усилительно-преобразовательный блок, (3) АЦП, (4) делитель $1 : M$,
(5) СФ компонент сложного сигнала, (6) БПФ-временное накопление (формирование «вторичных» каналов), (7) БПФ-пространственное накопление (формирование «третичных» каналов), (8) формирование ППС, (9) пороговое устройство (принятие решения), (10) отбор максимума

Для варианта 2 с первоначальным пространственным накоплением структурная схема ПВО представлена на рис. 5. В этом варианте предполагается $M < N$, что упрощает построение передающей АР. Пространственная обработка здесь обеспечивается N -точечным БПФ отсчетов в «первичных» каналах и сводится к формированию N «вторичных» каналов (лучей). После временного накопления в СФ отсчетов «вторичных» каналов за счет M -точечного БПФ так же, как и в варианте 1, формируется $M \times N$ «третичных» каналов с ДН, определяемыми длиной АР, равной $L_{ан.экв} = (M - 1)(N - 1)d_r$.

Поскольку шаг d_t в варианте 1 равен шагу d_r в варианте 2 (при заданном секторе сканирования), то при фиксированном ОСШ можно считать, что угловое разрешение MIMO РЛС для сравниваемых вариантов ПВО одинаково, т.к. определяется $L_{ан.экв}$. Заметим, что в сравниваемых вариантах ПВО блоки формирования ППС (блок 8, отбора «третичного» канала с максимальным значением $\xi = \max|Z|^2$ (блок 10) и порогового устройства (блок 9) идентичны и не имеют специфических особенностей по сравнению с аналогичными в традиционных РЛС.

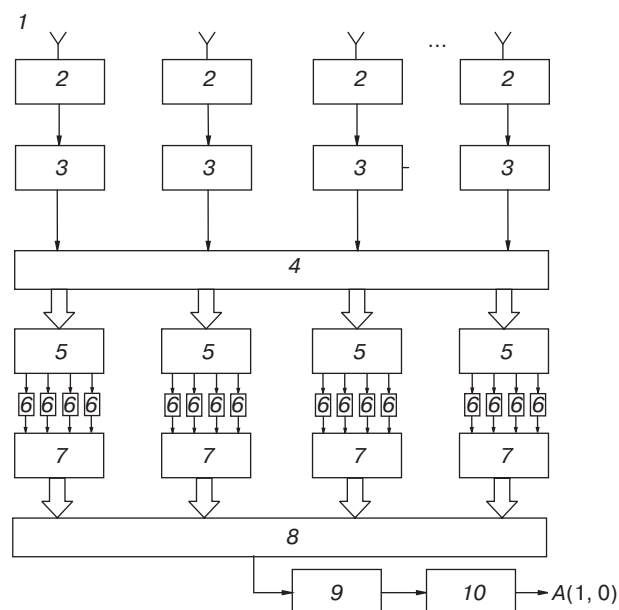


Рис. 5. Структурная схема второго варианта ПВО (широкие стрелки – N - и M -мерные вектора): (1) «первичные» излучатели, (2) усилительно-преобразовательный блок, (3) АЦП, (4) БПФ-пространственное накопление (формирование «вторичных» каналов), (5) делитель $1 : M$, (6) СФ компоненты сложного сигнала, (7) БПФ-временное накопление (формирование «третичных» каналов), (8) формирование ППС, (9) пороговое устройство (принятие решения), (10) отбор максимума

Анализ схем ПВО на рис. 4 и 5 показал, что вариант 1 является предпочтительным в случае удобства реализации многоэлементной компактной передающей АР на основе относительно маломощных усилительных модулей. В компактной АР легче обеспечить синхронизацию работы модуляторов с целью достижения требуемой когерентности ортогональных компонент сигнала. Для разреженной приемной АР в данном варианте сокращается число усилительно-преобразовательных блоков и АЦП. Однако пространственный разнос АЦП может привести к трудностям реализации их синхронной работы.

Следует отметить, что в ряде источников, например, [19, 20], вариант 1 ПВО рассматривается как едва ли не единственно возможный для наземных РЛС. Напомним, что в варианте 1 для таких РЛС средней и большой дальности в качестве ВПР «эквивалентной» приемной АР выступает передающая АР МИМО РЛС.

Второму варианту ПВО можно отдать предпочтение в том случае, если практически удобно реализовать многолучевую компактную приемную АР с аналоговым (матрица Батлера) или цифровым (БПФ) диаграммообразованием. В этом варианте разреженной является передающая АР,

которая за счет повышенной мощности канальных усилителей должна обеспечить такой же энергетический потенциал, как в варианте 1, но при меньшем числе каналов M . Из-за пространственного разноса между каналами здесь могут возникнуть трудности с обеспечением когерентности компонент сигнала. Вариант 2 в последнее время получил применение в бортовых МИМО РЛС самолетов [21].

Таким образом, качественный анализ сравнения показал, что целесообразность реализации того или иного варианта может существенно зависеть от ряда субъективных технических факторов. К ним относятся: частотный диапазон, применяемые сверхвысоко частотные и цифровая элементные базы, допустимые конструктивные размеры МИМО РЛС и т.д.

В заключении поясним выигрыш в угловом разрешении, который дает МИМО РЛС с любым вариантом ПВО относительно РЛС традиционного построения при фиксированном ОСШ. В теории радиолокации принято, что разрешающая способность РЛС по угловым координатам на рабочей длине волны λ_0 с длиной апертуры антенны L равна

$$\Delta\theta_0 = \frac{\lambda_0}{L \cos \theta}, \text{ где } \theta - \text{угол отклонения луча от нормали}$$

ли (часто разрешающую способность определяют по эквивалентному критерию Рэлея через ширину луча антенны $\Delta\theta_{0.5}$ на уровне половинной мощности).

Вышеприведенное соотношение для $\Delta\theta_0$ вытекает из следующего условного критерия. Пусть в пространстве находятся два источника излучения с амплитудами A_1 и A_2 , разнесенные на угол $\delta\theta$. Тогда суммарное поле в раскрыве линейной антенны, ориентированной вдоль оси z , представляется в виде:

$$E(x) = A_1 \exp(j2\pi f_0 t) \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda_0} z \sin \theta\right) \times \left[1 + \frac{A_2}{A_1} \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda_0} z \delta\theta \cos \theta\right) \right]. \quad (25)$$

В формуле (25) множитель перед квадратной скобкой соответствует линейному набегу фазы по апертуре (вдоль оси z) от первого источника A_1 . Наличие второго источника можно определить по медленно меняющемуся в зависимости от z модулирующему множителю внутри квадратной скобки. Предполагается, что эта модуляция установлена, если наблюдается хотя бы один ее полный период. Отсюда вытекает условие ограничения снизу для длины апертуры $2\pi L \delta\theta \cos \theta / \lambda \geq 2\pi$. Из условия равенства следует выражение для $\Delta\theta_0 = \delta\theta_{\min}$.

Для рассмотренных вариантов ПВО 1 и 2 в формулах (16) и (21) для достаточных статистик двойные суммирования по индексам $n \in (1 - N)$ и $m \in (1 - M)$

соответствуют получению ДН эквивалентных приемных АР, состоящих из $M \times N$ элементов с однозначными шагами для сканирования d_t и d_r соответственно. Этот факт определяет удлинение апертуры АР в ММО РЛС, а, следовательно, и пропорциональное улучшение углового разрешения по сравнению с N -элементной АР в традиционной РЛС.

Например, в варианте 1 «физический» шаг приемной АР равен длине передающей АР, поскольку в результате временной обработки на выходе излучателей их можно интерпретировать как ВПР длиной $L_{ан.т}$. В этой ситуации эквивалентная длина апертуры приемной АР в $(M - 1)$ раз больше, чем в обычной N -элементной решетке с шагом d_t . Поэтому модулирующий фазовый множитель в (25) достигает значение 2π при меньшем в $(M - 1)$ раз разnose источников $\delta\theta$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты данной статьи, посвященной синтезу ПВО на фоне БГШ в ММО РЛС с передающей M -элементной и приемной N -элементной АР, позволяют сформулировать следующие выводы:

1. Оптимальная по критерию Неймана – Пирсона ПВО на фоне БГШ сводится к сочетанию временного и пространственного накопления M ортогональных компонент сигнала, излученного передающей АР. Последовательность накопления зависит от способа представления КМ помехи в виде (10) или (11), что приводит к двум вариантам построения согласованной ПВО, схемы которых показаны на рис. 4 и 5. В обоих вариантах длина «эквивалентной» (виртуальной) апертуры $L_{ан.экв}$ приемной АР пропорциональна произведению $M \times N$ с однозначным шагом между элементами, определяемым сектором сканирования.
2. Первый вариант согласованной ПВО последовательно реализует:
 - временное накопление в СФ M компонент сигнала с N выходов «первичных» излучателей приемной АР;
 - пространственное накопление при M -лучевом диаграммообразовании в N ВПР за счет M -точечного БПФ (формирование «вторичных» каналов приема);
 - пространственное накопление за счет N -точечного БПФ на выходе всех «вторичных» каналов, в результате чего формируются $M \times N$ ортогональных лучей эквивалентной АР (формирование «третичных» каналов приема).
3. Второй вариант согласованной ПВО последовательно реализует:
 - пространственное накопление сигнала за счет N -точечного БПФ на выходе «первичных»

излучателей приемной АР (формирование N -лучевой ДН «вторичных» каналов приема);

- временное накопление в СФ M компонент сигнала с N выходов «вторичных» каналов;
 - пространственное накопление за счет M -точечного БПФ на выходе СФ всех «вторичных» каналов, в результате чего формируются $M \times N$ ортогональных лучей эквивалентной АР (формирование «третичных» каналов приема).
4. В обоих вариантах ПВО потенциально достигаются одинаковые показатели качества обнаружения, если в них обеспечиваются одинаковая излучаемая мощность и одинаковое произведение $M \times N$ при однозначном шаге сканирования. Поэтому этапы обработки на рис. 4 и 5, связанные с формированием ППС и порогом обнаружения для принятия решения, идентичны.
 5. Размер эквивалентной апертуры приемной АР в сравниваемых вариантах одинаков, вследствие чего они реализуют одинаковую разрешающую способность по угловым координатам, обратно пропорциональную $L_{ан.экв}$. В первом варианте эквивалентная АР интерпретируется как $M \times N$ -элементная решетка, состоящая из $N \times M$ -элементных ВПР ($M > N$), а во втором – из $M \times N$ -элементных ВПР ($M < N$).

Сокращения

АР – антенная решетка,
АЦП – аналого-цифровой преобразователь,
БГШ – белый гауссов шум,
БПФ – быстрое преобразование Фурье,
ВПР – виртуальная подрешетка,
ДН – диаграмма направленности,
КМ – корреляционная матрица,
ОСШ – отношение сигнал-шум,
ПВО – пространственно-временная обработка,
ППС – предпороговая статистика,
РЛС – радиолокационная станция,
СНА – слабонаправленная антенна,
СФ – согласованный фильтр,
ММО – Multiple-Input, Multiple-Output.

Вклад авторов

Б.М. Вовшин – общая постановка задачи, разработка принципов построения двух вариантов ПВО, разработка методик для их сравнения.

А.А. Пушков – разработка структурных схем построения, вывод аналитических соотношений, анализ результатов сравнения двух вариантов ПВО.

Authors' contributions

B.M. Vovshin – general statement of the problem, development of principles for constructing two options of STP, development of methods for their comparison.

A.A. Pushkov – development of structural design schemes, derivation of analytical ratios, analysis of the results of comparison two options of STP.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bergin J., Guerci J.R. *MIMO Radar. Theory and Application*. Artech House; 2018, 229 p.
2. *Прикладные задачи теории ММО систем радиолокации и радиолографии*; под ред. Г.П. Слукина, В.В. Чапурского. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2024, 276 с. ISBN 978-5-7038-6393-0
3. Vovshin B.M. Parallel Surveillance Ultra-wide-band Radars with Orthogonal Ranging Signals. In: *Proceedings on International Radar Symposium (IRS-2007)*. Cologne, Germany. P. 461–466.
4. Li J., Stoica P. *MIMO Radar Signal Processing*. Wiley; 2009, 472 p. ISBN 978-0-470-17898-0
5. Вовшин Б.М., Пушков А.А., Халтурина Е.М. Об эквивалентности характеристик и «зеркальности» построения традиционных и ММО РЛС при параллельном обзоре пространства на основе антенных решеток. *Russian Technological Journal*. 2025;13(3):73–83. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-3-73-83>
6. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Елохин А.В., Сорокин И.С. *Пространственная обработка сигналов в ММО системах сотовой связи*. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ; 2020, 134 с.
7. Вовшин Б.М., Куликов К.В. Пространственно-многоканальный прием в ММО РЛС параллельного обзора пространства с ортогональными многочастотными сигналами. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2016;8:67–79. <https://elibrary.ru/wjilgx>
8. Черняк В.С. Обнаружение сигналов в ММО РЛС. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2014;7:35–48. <https://elibrary.ru/sjlqgt>
9. *Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория*; под ред. Я.Д. Ширмана. М.: Радиотехника; 2007, 512 с.
10. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. *Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех*. М.: Радио и связь; 1981, 416 с.
11. Стренг Г. *Линейная алгебра и ее применения*: пер. с англ. М.: Мир; 1980, 454 с.
12. Вовшин Б.М. *Теоретические основы радиолокационного наблюдения целей*. М.: ПАО «НПО «Алмаз»; 2022, 312 с. ISBN 978-5-6042294-5-3
13. Tahcfulloh S., Hendrantoro G. FPMIMO: A General MIMO Structure with Overlapping Subarrays for Various Radar Applications. *IEEE Access*. 2020;8:11248–11267. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2965192>
14. Вовшин Б.М. *Случайные процессы в радиотехнике и радиолокации*. М.: ПАО «НПО «Алмаз»; 2024, 296 с. ISBN 978-5-6052360-0-9
15. Чапурский В.В., Слукин Г.П., Филатов А.А., Коротеев Д.Е. Виртуальное ММО РЛС и их сравнение на основе обобщенных функций неопределенности. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2023;77(5):5–19. <https://doi.org/10.18127/j20700784-202305-01>
16. Wang H., Yu J., Yu W., De Ben. Adaptive waveform design for distributed OFDM MIMO radar system in multi-target scenario. *Chinese J. Aeronautics*. 2018;31(3):567–574. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.01.016>
17. *Антенны, СВЧ устройства и их технологии*; под ред. А.А. Косогорова. М.: Физматлит; 2023, 400 с. ISBN 978-5-9221-1966-5
18. Tan L., Jiang J. *Digital Signal Processing. Fundamentals and Applications*. Academic Press; 2019, 838 p.
19. Черняк В.С. О новых и старых идеях в радиолокации: ММО РЛС. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2011;2:5–20. <https://elibrary.ru/ntmkap>
20. Dorey J., Blanchard Y., Christophe F. The RIAS project, a new approach to air surveillance radar. *Radiant. J. Dutch. Meteor. Soc.* 1984;20:21–24.
21. Klare J., Saalman O. MIRA-CLE X: A new Imaging MIMO Radar for Multi-Purpose Applications. In: *Proceedings of the 7th European Radar Conference (EuRAD)*, Paris, France. IEEE. 2010. P. 129–132.

REFERENCES

1. Bergin J., Guerci J.R. *MIMO Radar. Theory and Application*. Artech House; 2018, 229 p.
2. Slukin G.P., Chapurskii V.V. (Eds.). *Prikladnye zadachi teorii MIMO sistem radiolokatsii i radiologografii (Applied Problems of the Theory of MIMO Radar and Radiology Systems)*. Moscow: Bauman Press; 2024, 275 p. (In Russ.). ISBN 978-5-7038-6393-0
3. Vovshin B.M. Parallel Surveillance Ultra-wide-band Radars with Orthogonal Ranging Signals. In: *Proceedings on International Radar Symposium (IRS-2007)*. Cologne, Germany. P. 461–466.
4. Li J., Stoica P. *MIMO Radar Signal Processing*. Wiley; 2009, 472 p. ISBN 978-0-470-17898-0
5. Vovshin B.M., Pushkov A.A., Khalturina E.M. On the equivalence of characteristics and specularity of the construction of the traditional and MIMO radars with parallel view of space based on antenna arrays. *Russian Technological Journal*. 2025;13(3):73–83. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-3-73-83>
6. Ermolaev V.T., Flaksman A.G., Elokhin A.V., Sorokin I.S. *Prostranstvennaya obrabotka signalov v MIMO sistemakh sотовой связи (Spatial Signal Processing in MIMO Cellular Communication Systems)*. Nizhny Novgorod; 2020, 134 p. (In Russ.).
7. Vovshin B.M., Kulikov K.V. Spatial multi-channel reception in MIMO radar with parallel survey of space with orthogonal multi-frequency signals. *Uspekhi sovremennoy radioelektroniki = J. Achievements of Modern Radioelectronics*. 2016;8: 67–79 (in Russ.). <https://elibrary.ru/wjilgx>
8. Chernyak V.S. Signal detection in MIMO radars. *Uspekhi sovremennoy radioelektroniki = J. Achievements of Modern Radioelectronics*. 2014;7:35–48 (in Russ.). <https://elibrary.ru/sjlqgt>
9. Shirman Ya.D. (Ed.). *Radioelektronnye sistemy. Osnovy postroeniya i teoriya (Radioelectronic systems. Fundamentals of Construction and Theory)*. Moscow: Radiotekhnika; 2007, 512 p. (In Russ.).

10. Shirman Ya.D., Manzhos V.N. *Teoriya i tekhnika obrabotki radiolokatsionnoi informatsii na fone pomekh (Theory and Technology of Processing Radar Information Against a Background of Interference)*. Moscow: Radio i svyaz'; 1981, 416 p. (In Russ.).
11. Strang G. *Lineinaya algebra i ee primeneniya (Linear Algebra and its Applications)*: transl. from Engl. Moscow: Mir; 1980, 454 p. (In Russ.).
[Strang G. *Linear Algebra and its Applications*. Elsevier Sci.; 1976, 428 p.]
12. Vovshin B.M. *Teoreticheskie osnovy radiolokatsionnogo nablyudeniya tselei (Theoretical Foundations of Radar Surveillance of Targets)*. Moscow: Almaz; 2022, 312 p. (In Russ.). ISBN 978-5-6042294-5-3
13. Tahcfulloh S., Hendranto G. FPMIMO: A General MIMO Structure with Overlapping Subarrays for Various Radar Applications. *IEEE Access*. 2020;8:11248–11267. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2965192>
14. Vovshin B.M. *Sluchainye protsessy v radiotekhnike i radiolokatsii (Random Processes in Radio Engineering and Radar)*. Moscow: Almaz; 2024, 296 p. (In Russ.). ISBN 978-5-6052360-0-9
15. Chapurskii V.V., Slukin G.P., Filatov A.A., Koroteev D.E. Virtual MIMO radars and their comparison based on generalized uncertainty functions. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki = J. Achievements of Modern Radioelectronics*. 2023;77(5):5–19 (in Russ.).
16. Wang H., Yu J., Yu W., De Ben. Adaptive waveform design for distributed OFDM MIMO radar system in multi-target scenario. *Chinese J. Aeronautics*. 2018;31(3):567–574. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.01.016>
17. Kosogorov A.A. (Ed.). *Antenny, SVCh ustroystva i ikh tekhnologii (Antennas, Microwave Devices and Their Technologies)*. Moscow: Fizmatlit; 2023, 400 p. (In Russ.). ISBN 978-5-9221-1966-5
18. Tan L., Jiang J. *Digital Signal Processing. Fundamentals and Applications*. Academic Press; 2019, 838 p.
19. Chernyak V.S. About new and old ideas in radar: MIMO radars. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki = J. Achievements of Modern Radioelectronics*. 2011;2:5–20 (in Russ.). <https://elibrary.ru/ntmkap>
20. Dorey J., Blanchard Y, Christophe F. The RIAS project, a new approach to air surveillance radar. *Radiant. J. Dutch. Meteor. Soc.* 1984;20:21–24.
21. Klare J., Saalman O. MIRA-CLE X: A new Imaging MIMO Radar for Multi-Purpose Applications. In: *Proceedings of the 7th European Radar Conference (EuRAD)*, Paris, France. IEEE. 2010. P. 129–132.

Об авторах

Вовшин Борис Михайлович, д.т.н., профессор, кафедра радиоволновых процессов и технологий, Институт радиоэлектроники и информатики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78); главный научный сотрудник, ПАО «Научно-производственное объединение «Алмаз» имени академика А.А. Расплетина (ПАО «НПО «Алмаз») (127411, Россия, Москва, Дмитровское шоссе, д. 110). E-mail: boris@eleron.net. Scopus Author ID 7801355022, <https://orcid.org/0009-0003-1357-5866>

Пушков Александр Александрович, к.т.н., начальник НТЦ, ПАО «Научно-производственное объединение «Алмаз» имени академика А.А. Расплетина (ПАО «НПО «Алмаз») (127411, Россия, Москва, Дмитровское шоссе, д. 110). E-mail: aapushkov@mail.ru. Scopus Author ID 54407412700, <https://orcid.org/0009-0005-3831-4528>

About the Authors

Boris M. Vovshin, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Radio Wave Processes and Technology, Institute of Radio Electronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia); Chief Researcher, ALMAZ R&P Corp. (110, Dmitrovskoe sh., Moscow, 127411 Russia). E-mail: boris@eleron.net. Scopus Author ID 7801355022, <https://orcid.org/0009-0003-1357-5866>

Alexander A. Pushkov, Cand. Sci. (Eng.), Chief Researcher, ALMAZ R&P Corp. (110, Dmitrovskoe sh., Moscow, 127411 Russia). E-mail: aapushkov@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0005-3831-4528>

УДК 621.391.8

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-82-95>

EDN VLPBLV



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Гибридная архитектура нейронной сети ResBiLSTM-BiGRU для эффективного подавления шума в радиоканале с цифровыми модулированными сигналами

В.З. Нгуен[®], Ч.Х. Фан

Вьетнамский государственный технический университет им. Ле Куй Дона, Ханой, Вьетнам

[®] Автор для переписки, e-mail: nguyenvandungvtdt@lqdtu.edu.vn

• Поступила: 24.11.2025 • Доработана: 24.01.2026 • Принята к опубликованию: 25.05.2026

Резюме

Цели. Целью данной работы является разработка эффективного метода подавления аддитивного гауссовского шума в радиоканале, обеспечивающего высокое качество восстановления цифровых модулированных сигналов при низких значениях отношения сигнал/шум (signal-to-noise ratio, SNR).

Методы. Для решения поставленной задачи предложена гибридная архитектура, объединяющая рекуррентные нейронные сети типов долгой краткосрочной памяти (long short-term memory, LSTM) и управляемых рекуррентных блоков (gated recurrent unit, GRU). Модель ResBiLSTM-BiGRU обеспечивает более стабильное обучение, повышенное качество восстановления и более точное моделирование временной структуры сигналов. Эффективность модели оценивалась на многомодуляционном наборе данных при различных уровнях входного SNR.

Результаты. Экспериментальные исследования показали, что предложенная модель в среднем обеспечивает увеличение выходного SNR на 2–3 дБ по сравнению с релятивистской усредненной генеративно-состязательной сетью (relativistic average generative adversarial networks, RaGAN) и более чем на 10 дБ по сравнению с методом на основе вейвлет-преобразования при одинаковых условиях моделирования. Модель характеризуется меньшими значениями среднеквадратической ошибки и более высокими коэффициентами корреляции во всем диапазоне входных SNR от –10 до 10 дБ. Значения пикового SNR также свидетельствуют о высоком качестве восстановления сигналов, особенно при низких уровнях входного SNR. Анализ архитектурных параметров показал, что наилучшие результаты достигаются при использовании 128 скрытых узлов и глубокой архитектуры ResBiLSTM-BiGRU.

Выводы. Полученные результаты подтверждают эффективность и практическую применимость гибридной архитектуры ResBiLSTM-BiGRU для подавления аддитивного гауссовского шума в радиоканале и восстановления цифровых модулированных сигналов, особенно в условиях низкого SNR.

Ключевые слова: когнитивные радиосети, автоматическая классификация модуляции, сигналы цифровой модуляции, глубокое обучение, гибридная сеть ResBiLSTM-BiGRU, подавление шума, отношение сигнал/шум, среднеквадратическая ошибка, коэффициент корреляции, пиковое отношение сигнал/шум

Для цитирования: Нгуен В.З., Фан Ч.Х. Гибридная архитектура нейронной сети ResBiLSTM-BiGRU для эффективного подавления шума в радиоканале с цифровыми модулированными сигналами. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):82–95. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-82-95>, <https://elibrary.ru/VLPBLV>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Hybrid neural network architecture ResBiLSTM-BiGRU for efficient noise suppression in radio channels with digitally modulated signals

Nguyen Van Dung[@], Phan Trong Hanh

Le Quy Don Technical University, Hanoi, Vietnam

[@] Corresponding author, e-mail: nguyenvandungvtdt@lqdtu.edu.vn

• Submitted: 24.11.2025 • Revised: 24.01.2026 • Accepted: 25.05.2026

Abstract

Objectives. The work sets out to develop an effective method for suppressing additive Gaussian noise in radio channels to ensure the high-quality reconstruction of digitally modulated signals at low signal-to-noise ratio (SNR) levels.

Methods. To address this problem, a hybrid architecture is proposed that combines Long Short-Term Memory (LSTM) and Gated Recurrent Unit (GRU) recurrent neural networks. The ResBiLSTM-BiGRU model enables more stable training and improved reconstruction quality, as well as more accurate modeling of the temporal structure of signals. The performance of the model was evaluated using a multi-modulation dataset with various input SNR levels.

Results. As confirmed by the experimental results, the proposed model achieves an average improvement of 2–3 dB in output SNR compared with the Relativistic Average Generative Adversarial Network (RaGAN) under identical simulation conditions, as well as a more than a 10-dB improvement as compared with the wavelet-transform-based method. The model is characterized by lower mean squared error values and higher correlation coefficients across the entire input SNR range from –10 to 10 dB. The peak SNR values also indicate high signal reconstruction quality, especially at low input SNR levels. Analysis of architectural parameters shows that the best performance is achieved with 128 hidden units and a deep ResBiLSTM-BiGRU architecture.

Conclusions. The obtained results confirm the effectiveness and practical applicability of the proposed ResBiLSTM-BiGRU hybrid architecture for suppressing additive Gaussian noise in radio channels and reconstructing digitally modulated signals, particularly under low-SNR conditions.

Keywords: cognitive radio networks, automatic modulation classification, digitally modulated signals, deep learning, hybrid ResBiLSTM-BiGRU network, noise suppression, signal-to-noise ratio, mean squared error, correlation coefficient, peak signal-to-noise ratio

For citation: Nguyen V.D., Phan T.H. Hybrid neural network architecture ResBiLSTM-BiGRU for efficient noise suppression in radio channels with digitally modulated signals. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):82–95. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-82-95>, <https://elibrary.ru/VLPBLV>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Современные технологии связи, включая сети 5G/6G и интернет вещей (Internet of things, IoT), создают повышенные требования к передаче сигналов высокого качества в условиях сложных и зашумленных каналов. Одной из ключевых помех является аддитивный белый гауссовский шум (additive white Gaussian noise, AWGN), который существенно снижает качество передачи сигнала и усложняет работу таких приложений, как автоматическая классификация модуляции, спектральное сенсорное восприятие и управление ресурсами в когнитивных радиосетях.

На протяжении нескольких десятилетий для подавления шума применялись традиционные методы, включая линейную фильтрацию, преобразования сигналов во временной и частотной областях, а также статистические методы [1–8]. Эти подходы показывают удовлетворительную эффективность при линейных каналах и средних или высоких значениях отношений сигнал/шум (signal to noise ratio, SNR). Однако в условиях нелинейных сигналов или низкого SNR их производительность значительно снижается, что ограничивает их практическое применение.

В последние годы глубокое обучение открыло новые перспективы для обработки радиосигналов. Модели, такие как автоэнкодеры для удаления шума (denoising autoencoder, DAE) [9, 10], генеративно-состязательные сети (generative adversarial network, GAN) [11–13], диффузионные модели (diffusion models) [14, 15] и трансформерная модель (transformer), показали возможности эффективного подавления шума. Однако каждая из этих моделей имеет ограничения: DAE теряет эффективность при низком SNR; GAN и его модификации сложны в обучении и требуют больших вычислительных ресурсов; diffusion models и transformer демонстрируют высокую производительность при сильном шуме, но с высокой вычислительной нагрузкой и задержкой вывода; отдельные сети типов долгой краткосрочной памяти (long short-term memory, LSTM) или управляемых рекуррентных блоков (gated recurrent unit, GRU) не используют полностью свой взаимодополняющий потенциал.

Исходя из этих наблюдений, в данной работе предлагается гибридная архитектура ResBiLSTM-BiGRU, объединяющая преимущества обеих моделей: LSTM обеспечивает обучение долгосрочным зависимостям, тогда как GRU обеспечивает компактность и быструю сходимость.

Основная цель исследования – разработка эффективного и практически реализуемого метода подавления AWGN в цифровых радиоканалах для систем связи нового поколения.

Основные задачи статьи включают: разработку специализированной гибридной архитектуры ResBiLSTM-BiGRU для подавления шума в цифровых радиоканалах, проведение всесторонней оценки результатов в широком диапазоне SNR (от -10 до 10 дБ) и для различных схем модуляции, демонстрацию эффективности предложенного метода по сравнению с традиционными методами подавления шума на основе показателей SNR, среднеквадратической ошибки (mean square error, MSE), корня квадратного из среднеквадратической ошибки (root mean square error, RMSE) и пикового SNR (peak signal-to-noise ratio, PSNR).

1. СВЯЗАННЫЕ РАБОТЫ

В течение нескольких десятилетий для подавления AWGN применялись как традиционные методы, так и современные подходы на основе глубокого обучения. Традиционные методы остаются популярными благодаря простоте реализации и предсказуемости, однако их эффективность снижается в сложных условиях низкого SNR или нелинейных каналов. Таблица 1 обобщает основные характеристики, преимущества и ограничения наиболее распространенных традиционных методов подавления шума.

Современные методы, основанные на глубоком обучении, демонстрируют высокую гибкость и эффективность при подавлении AWGN, особенно в условиях низкого SNR. Однако применение моделей глубокого обучения к задаче подавления шума в цифровых радиоканалах все еще сопряжено с рядом ограничений. Некоторые из существующих исследований, посвященных подавлению AWGN в цифровых модуляционных схемах, представлены в табл. 2.

Сравнительный анализ метода подавления шума на основе вейвлет-преобразования (wavelet transform, WT) и метода, основанного на релятивистской усредненной генеративно-состязательной сети (relativistic average generative adversarial networks, RaGAN), проведенный в рамках экспериментальной части работы, показывает, что при низких значениях SNR и в условиях сложного канала использование гибридной архитектуры ResBiLSTM-BiGRU демонстрирует более устойчивое качество восстановления сигнала при подавлении AWGN для различных схем модуляции.

Таблица 1. Характеристики традиционных методов шумоподавления

Группа методов	Основные методы	Основные особенности	Ограничения
Линейная фильтрация [1, 2]	Фильтрация Винера, фильтрация Калмана, адаптивный алгоритм наименьших средних квадратов (least mean squares, LMS), рекурсивный алгоритм наименьших квадратов (recursive least squares, RLS)	• фильтр Винера оптимизирует MSE в линейной среде; • фильтрация Калмана эффективна для линейных динамических систем; • LMS/RLS обеспечивает адаптивную фильтрацию для изменяющегося канала	• требуются линейные свойства сигнала и шума; • снижение эффективности при низком SNR; • ограничения при работе в нелинейных каналах или с нестационарными шумами
Подавление шума в преобразованной области [3–6]	WT, преобразование Фурье, дискретное косинусное преобразование (discrete cosine transform, DCT)	• WT обеспечивает анализ сигнала одновременно во временной и частотной областях; • преобразование Фурье и DCT представляют сигнал исключительно в частотной области; • эти методы наиболее эффективны для сигналов с выраженной и устойчивой частотной структурой	• эффективность WT зависит от выбора базисной функции и порога; • преобразование Фурье и DCT малоэффективны при AWGN; • возможна частичная потеря локальной информации
Статистические методы [7, 8]	Метод наименьшей средней квадратической ошибки (minimum mean square error, MMSE), метод максимума апостериорной вероятности (maximum a posteriori probability, MAP), метод главных компонент (principal component analysis, PCA), сингулярное разложение матрицы (singular value decomposition, SVD)	• MMSE/MAP используют вероятностные модели сигнала и шума; • PCA/SVD позволяют выделять сигнальные и шумовые компоненты; • эффективны при полном статистическом описании среды	• требуется точное знание распределений сигнала и шума; • высокая вычислительная сложность; • эффективность существенно снижается при неточной модели

Таблица 2. Характеристики методов глубокого обучения

Авторы, год, исследование	Архитектура	Данные / Канал	Основные идеи и преимущества	Ограничения
Ruifeng Duan, Ziyu Chen, Haiyan Zhang, Xu Wang, Wei Meng, Guodong Sun, 2023 [10]	Автоэнкодер с остаточными связями и механизмом внимания к каналам	Цифровые модулированные сигналы; AWGN	Комбинация двух остаточных соединений в сети энкодер-декодер и усовершенствованного модуля SE-ResNet ¹ для усиления способности извлечения признаков и снижения вычислительной сложности	Сравнение только с RLS, LMS, PCA
Shoushuai He, Lei Zhu, Changhua Yao, Lei Wang, Zhen Qin, 2022 [11]	Модифицированная архитектура GAN	Цифровые модулированные сигналы; AWGN + интерференция	Восстановление деталей лучше традиционных фильтров	Сложность обучения, трудности настройки
Liang Peng, Shengliang Fang, Youchen Fan, Mengtao Wang, Zhao Ma, 2023 [12]	RaGAN	Цифровые модулированные сигналы; AWGN	Использование GAN для генерации чистого сигнала из зашумленного, повышение качества восстановления по сравнению с традиционными фильтрами	Сложность обучения, высокая вычислительная нагрузка

¹ Squeeze-and-Excitation ResNet (SE-ResNet) – архитектура сверточных нейронных сетей, объединяющая остаточные связи ResNet с механизмом канального внимания на основе блоков Squeeze-and-Excitation, позволяющим адаптивно перекалибровать каналы признаков путем моделирования их взаимозависимостей. [The Squeeze-and-Excitation Residual Network (SE-ResNet) is a convolutional neural network architecture combining the skip connections of ResNet with a channel-wise attention mechanism based on Squeeze-and-Excitation blocks. This enables the adaptive recalibration of feature channels by modeling their mutual dependencies.]

Таблица 2. Продолжение

Авторы, год, исследование	Архитектура	Данные / Канал	Основные идеи и преимущества	Ограничения
Tong Wu, Zhiyong Chen, Dazhi He, Liang Qian, Yin Xu, Meixia Tao, Wenjun Zhang, 2023 [14]	Модель диффузии используется для прогнозирования и подавления шума после выравнивания канала	Канал связи Релея и AWGN	Определяет процесс диффузии по условному распределению принимаемого сигнала, может интегрироваться как модуль подавления шума для повышения качества сигнала	Высокая вычислительная сложность
Zelin Ji, Shuo Wang, Kuojun Yang, Qinchuan Zhang, Peng Ye, 2024 [16]	GRU-модуль подавления шума с классификатором	Циклический сигнал; цифровой модулированный сигнал; канал AWGN	Предварительное обучение шумоподавителя на циклическом сигнале с последующей донастройкой (fine-tuning) на цифровом модулированном сигнале; повышение точности более чем на 20% при низких значениях SNR	Ограниченный набор модуляций; не проведена оценка с использованием чистых метрик подавления шума (MSE/SNR)

2. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ МЕТОД

2.1. Архитектура сети ResBiLSTM-BiGRU для подавления аддитивного гауссовского шума и компенсации неидеального канала передачи базовых I/Q-данных²

В данной статье предполагается, что принимаемые данные представляют собой базовые I/Q-данные, переданные по каналу связи и искаженные аддитивным гауссовским шумом. Для построения эффективной модели подавления шума для сигналов такого типа предлагается архитектура типа ResNet³, названная ResBiLSTM-BiGRU, в которой обучаемая ветвь представляет собой гибридную архитектуру, включающую каскадное соединение LSTM и GRU.

Перед описанием архитектуры гибридной сети приведем сравнительный анализ ключевых характеристик LSTM и GRU [17]. В табл. 3 представлены их основные различия.

Общая архитектура сети ResBiLSTM-BiGRU представлена на рис. 1. Как видно, предлагаемая сеть имеет структуру ResNet и включает две параллельные ветви. Правая ветвь представляет собой прямое соединение и выполняет функцию основного потока данных, обеспечивая стабилизацию передачи информации и предотвращение затухания или взрыва градиента во всей сети. Левая ветвь является обучаемой и реализует гибридную архитектуру LSTM-GRU совместно со вспомогательными слоями (далее – Hybrid LSTM-GRU).

² I – in-phase, синфазный компонент, Q – quadrature, квадратурный компонент – две ортогональные компоненты комплексного сигнала. [I stands for the in-phase component, Q stands for the quadrature component, and the quadrature component refers to two orthogonal components of a complex signal.]

³ Residual networks – архитектура сверточных нейронных сетей, использующая остаточные связи (skip connections). [A residual network is an architecture for convolutional neural networks that uses skip connections.]

Таблица 3. Сравнительные характеристики архитектур LSTM и GRU

Характеристика	LSTM	GRU
Количество ворот (gates)	Три: вход, забывание, выход	Два: обновление, сброс
Количество состояний	Два: состояние ячейки и скрытое состояние	Одно: скрытое состояние
Механизм памяти	Линейное перенесение информации через состояние ячейки, устойчивое к долгим зависимостям	Слияние новой и предыдущей информации в скрытом состоянии, эффективное для средних и коротких зависимостей
Сложность модели	Более высокая	Более низкая
Число параметров	Значительно больше	Меньше (на 25–30% по сравнению с LSTM)
Скорость обучения	Ниже	Выше
Моделирование долгосрочных зависимостей	Очень высокое	Высокое, но уступает LSTM
Моделирование кратковременной динамики	Менее чувствительное	Более чувствительное
Склонность к переобучению	Выше	Ниже
Затраты памяти	Выше	Ниже
Характер сходимости	Медленнее, чувствительно к гиперпараметрам	Быстрее и стабильнее
Типовые приложения	Длинные последовательности, сигналы с трендом или дрейфом	Зашумленные сигналы, обработка в реальном времени, ограниченные ресурсы

Входом сети является базовый I/Q-сигнал, искаженный аддитивным гауссовским шумом, представленный в виде тензора размерности $[B, T, 2]$, где B – размер батча, T – длина временной последовательности, а значение 2 соответствует двум каналам I и Q. Поскольку правая ветвь является прямым соединением, далее подробно рассматривается только обработка данных в ветви Hybrid LSTM-GRU.

На первом этапе данные обрабатываются двунаправленными слоями LSTM (BiLSTM) для извлечения временных зависимостей в обоих направлениях, а также для запоминания долгосрочных корреляций данных. Далее сигнал с выхода LSTM подается на двунаправленные слои GRU (BiGRU) для уточнения признаков и запоминания локальных зависимостей с более высокой скоростью обновления и меньшими вычислительными затратами благодаря упрощенной структуре вентиляей.

Затем выходные данные GRU нормализуются с помощью нормализации слоя (layer normalization) для стабилизации процесса обучения и подаются на линейный слой для согласования размерности с ветвью прямой передачи. На заключительном этапе данные суммируются с выходными данными прямого соединения, формируя итоговый выходной сигнал сети.

Целью структуры, показанной на рис. 1, является подавление аддитивного гауссовского шума и компенсация искажений, обусловленных неидеальностью канала передачи, влияющих на принимаемый сигнал.

2.2. Обоснование целесообразности структуры Hybrid LSTM-GRU

Как показано на рис. 1, наиболее важной частью предлагаемой модели является гибридная архитектура, объединяющая LSTM и GRU (Hybrid LSTM-GRU). Более подробное представление данной архитектуры приведено на рис. 2.

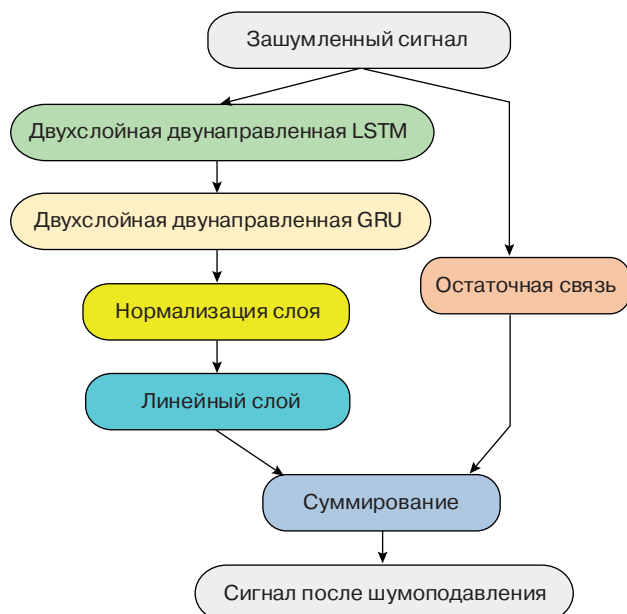


Рис. 1. Архитектура гибридной сети ResBiLSTM-BiGRU для подавления шума в смеси с сигналом цифровой модуляции

Сеть, представленная на рис. 2, работает с базовыми I/Q-данными, представляющими собой модулированный сигнал, приведенный к базовой полосе частот и содержащий информацию об амплитудной, частотной и фазовой модуляции. При передаче по каналу сигнал подвергается воздействию аддитивного шума и может быть смоделирован следующим образом:

$$x(n) = A(n)e^{j\phi} + \eta(n), \quad (1)$$

где $A(n)$ и $\phi(n)$ – медленно изменяющиеся компоненты, несущие информацию о модуляции, взаимосвязи между символами, а также информацию о канале передачи, включая эффекты многолучевости и замирания, а $\eta(n)$ – аддитивный шум, который в общем случае моделируется как белый гауссовский процесс.

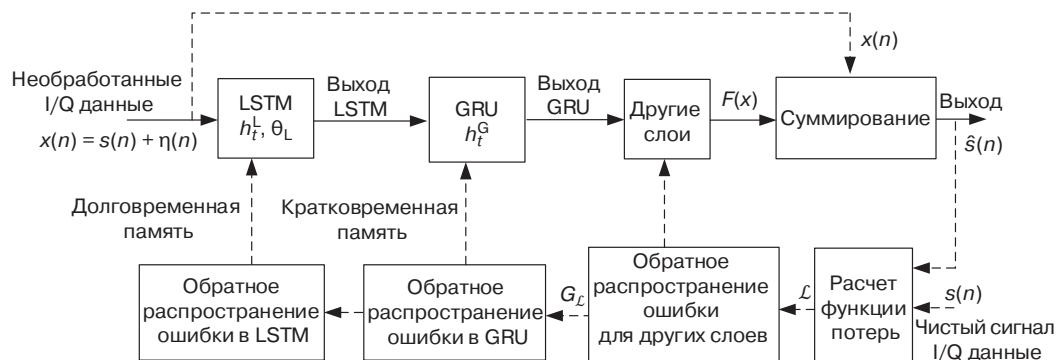


Рис. 2. Структура последовательной гибридной архитектуры LSTM-GRU. $x(n)$ – зашумленный сигнал, $s(n)$ – чистый сигнал; $\hat{s}(n)$ – восстановленный сигнал; h_t^L, h_t^G – скрытые состояния LSTM и GRU соответственно; θ_L – параметры LSTM; $F(x)$ описывает преобразование входного сигнала сетью, итоговый выход формируется с использованием остаточной связи: $\hat{s}(n) = x(n) + F(x)$; $\mathcal{L}$ – функция потерь; G_L – градиент функции потерь; n – номер отсчета; t – временной шаг

В такой постановке задачи обработка I/Q-данных заключается не только в подавлении аддитивного шума $\eta(n)$, но и в выявлении характерных структур сигнала (signal patterns), а также эффектов многолучевости и замираний (effects of multipath/fading), содержащихся в $A(n)$ и $\phi(n)$. Во временной области AWGN $\eta(n)$ является быстроизменяющейся компонентой (несущей краткосрочную информацию), тогда как структура сигнала и многолучевость/замирение относятся к медленно изменяющимся компонентам (несущим долгосрочную информацию). Иными словами, сигнал $x(n)$ в формуле (1) обладает многошкальной временной структурой.

Математическая модель I/Q-данных, представленная в формуле (1), и проведенный выше анализ непосредственно обуславливают структуру сети, показанную на рис. 2. Базовые I/Q-данные обладают многошкальной временной структурой и, более того, могут рассматриваться как статистически независимые в том смысле, что белый гауссовский шум некоррелирован с остальными компонентами. В процессе обучения архитектура, представленная на рис. 2, позволяет LSTM преимущественно запоминать долгосрочные компоненты, тогда как GRU специализируется на моделировании краткосрочных. С физической точки зрения LSTM ориентирована на извлечение характерных структур сигнала и эффектов многолучевости/замираний, в то время как GRU преимущественно выделяет информацию, связанную с аддитивным белым шумом.

Таким образом, многошкальная временная структура и статистическая независимость компонентов I/Q-сигналов формируют естественную предпосылку для того, чтобы гибридная сеть автоматически распределяла роли между LSTM и GRU без введения априорных ограничений.

2.3. Набор данных

В данном исследовании используется открытый набор данных DeepSig⁴: RadioML 2018.01A [18], широко применяемый для задач распознавания модуляции радиосигналов. Набор включает 24 вида модуляции, каждая из которых представлена на 26 уровнях SNR в диапазоне от -20 до +30 дБ с шагом 2 дБ. Для каждой пары «модуляция – SNR» доступно 4096 фреймов, и каждый фрейм содержит 1024 отсчета комплексного сигнала, представленного в виде компонент I/Q размерности (1024, 2). Общий объем набора данных составляет 2555904 фрейма.

Для адаптации набора данных к задаче подавления шума были выделены сигналы с SNR = 30 дБ, которые рассматриваются как эталонные «чистые»

сигналы с минимальным уровнем шума. На их основе формировался зашумленный набор, где к каждому сигналу добавлялся AWGN на уровнях SNR от -10 до +10 дБ с шагом 2 дБ согласно гауссовскому распределению. Таким образом, были сформированы два поднабора: чистые модулированные сигналы и зашумленные модулированные сигналы.

Основные параметры набора данных приведены в табл. 4.

Таблица 4. Основные параметры набора данных

Параметр	Значение
Виды модуляции	8 видов: BPSK ⁵ , QPSK ⁶ , OQPSK ⁷ , 8PSK ⁸ , 16QAM ⁹ , 64QAM ¹⁰ , GMSK ¹¹ , OOK ¹²
Диапазон SNR	11 значений: от -10 до 10 дБ с шагом 2 дБ
Число отсчетов в одном фрейме	1024
Число фреймов на одну пару «модуляция – SNR»	4096
Формат данных во фрейме	1024 комплексных отсчета I/Q (синфазная и квадратурная компоненты), размер (1024, 2)
Общее число фреймов	360448 фреймов (8 × 11 × 4096)
Канал связи	AWGN

Набор данных был разделен на обучающую, валидационную и тестовую части в пропорции 80% – 10% – 10%. Обучающая и валидационная части использовались для обучения предлагаемой гибридной модели LSTM-GRU и модели RaGAN, тогда как тестовая выборка предназначена для сравнения их эффективности, а также оценки производительности методов подавления шума на основе WT.

⁵ Binary Phase Shift Keying – двоичная фазовая манипуляция.

⁶ Quadrature Phase Shift Keying – квадратурная фазовая манипуляция.

⁷ Offset Quadrature Phase Shift Keying – квадратурная фазовая манипуляция со смещением.

⁸ 8-Phase Shift Keying – восьмипозиционная фазовая манипуляция.

⁹ 16-Quadrature Amplitude Modulation – 16-позиционная квадратурная амплитудная модуляция.

¹⁰ 64-Quadrature Amplitude Modulation – 64-позиционная квадратурная амплитудная модуляция.

¹¹ Gaussian Minimum Shift Keying – гауссовская манипуляция с минимальным сдвигом частоты.

¹² On-Off Keying – амплитудная манипуляция «включено-выключено».

⁴ <https://www.deepsig.ai/datasets/>. Дата обращения 24.11.2025. / Accessed November 11, 2025.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для оценки эффективности предложенной гибридной архитектуры ResBiLSTM-BiGRU проведены эксперименты на тестовой выборке. Производительность модели сравнивалась с двумя репрезентативными методами: глубокой моделью RaGAN и традиционным методом подавления шума на основе WT.

Модель RaGAN использует генеративно-сопоставительную сеть с релятивистским дискриминатором, построенную на основе двунаправленных LSTM (Bi-LSTM). Обозначим чистый (реальный, real) сигнал как s_r , а сгенерированный (fake) сигнал – как s_f . Дискриминатор оценивает вероятность того, что реальные данные более реалистичны по сравнению со сгенерированными, а функции потерь дискриминатора (D) и генератора (G) задаются следующим образом:

$$L_D^{\text{Ra}} = -E \left[\log \left(D_{\text{RaGAN}}(s_r, s_f) \right) \right] - E \left[\log \left(1 - D_{\text{RaGAN}}(s_f, s_r) \right) \right],$$

$$L_G^{\text{Ra}} = -E \left[\log \left(1 - D_{\text{RaGAN}}(s_r, s_f) \right) \right] - E \left[\log \left(D_{\text{RaGAN}}(s_f, s_r) \right) \right],$$

где $E[\cdot]$ обозначает математическое ожидание, а D_{RaGAN} – релятивистский дискриминатор, используемый в модели RaGAN.

Для повышения качества восстановления чистого сигнала общий функционал потерь генератора формируется как взвешенная сумма контентной потери и сопоставительной потери:

$$L_G = L_{\text{con}} + \lambda L_G^{\text{Ra}},$$

где λ – коэффициент балансировки. Контентная потеря основана на MSE и абсолютной разности:

$$L_{\text{MSE}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(s_{r_i} - G(s_f)_i \right)^2, \quad L_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| s_{r_i} - G(s_f)_i \right|,$$

$$L_{\text{con}} = \frac{L_{\text{MSE}} + L_1}{2}.$$

Такое сочетание потерь позволяет генератору более точно восстанавливать зашумленный сигнал, учитывая качество контента и сопоставительную составляющую.

Классический метод WT работает в частотной области. Зашумленный сигнал $y(t)$ разлагается в набор вейвлет-коэффициентов:

$$c_{j,k} = \int y(t) \psi_{j,k}(t) dt,$$

где $\psi_{j,k}(t)$ – базисные вейвлет-функции на масштабе j и позиции k . Далее применяют пороговую фильтрацию коэффициентов:

$$\tilde{c}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(c_{j,k}) \left(|c_{j,k}| - \lambda \right), & |c_{j,k}| > \lambda, \\ 0, & |c_{j,k}| \leq \lambda, \end{cases}$$

после чего сигнал восстанавливается обратным WT:

$$\hat{x}(t) = \sum_{j,k} \tilde{c}_{j,k} \psi_{j,k}(t).$$

Такой подход позволяет удалять шумовые высокочастотные компоненты за счет порогового обнуления соответствующих коэффициентов.

Эффективность подавления шума оценивалась по стандартным метрикам качества восстановления, включая MSE, SNR, коэффициент корреляции (correlation coefficient, CC) и PSNR. Формулы для расчета этих метрик приведены в табл. 5.

Таблица 5. Метрики для оценки качества подавления шума

Метрика	Формула
Отношение сигнал/шум (SNR)	$\text{SNR} = 10 \cdot \lg \left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2} \right) \text{ дБ},$ где x – исходный чистый сигнал, $\hat{x}$ – восстановленный сигнал, N – количество отсчетов
Среднеквадратическая ошибка (MSE)	$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2$
Коэффициент корреляции (CC)	$\text{CC} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(\hat{x}_i - \bar{\hat{x}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - \bar{\hat{x}})^2}},$ где $\bar{x}$ – средние значения исходного чистого сигнала, $\bar{\hat{x}}$ – средние значения восстановленного сигнала
Пиковое отношение сигнал/шум (PSNR)	$\text{PSNR} = 10 \cdot \lg \frac{x_{\max}^2}{\text{MSE}}.$ Параметр $x_{\max}$ определяется как максимальное амплитудное значение чистого одномерного сигнала, вычисляемое по его дискретной временной реализации в тестовой выборке

Модель обучалась с использованием функции потерь MSE и оптимизатора Adam¹³ в течение 150 эпох. В процессе обучения применялся механизм адаптивного уменьшения скорости обучения (reduce

¹³ Adaptive moment estimation (адаптивная оценка момента) – алгоритм оптимизации, используемый для обучения нейронных сетей, который объединяет идеи метода импульса и адаптивного масштабирования градиента. [Adaptive moment estimation is an optimization algorithm used for training neural networks that combines the concepts of the momentum method and adaptive gradient scaling.]

learning rate on plateau, ReduceLROnPlateau), при котором значение темпа обучения (learning rate) снижалось при отсутствии улучшения метрики на протяжении пяти последовательных эпох. Для предотвращения переобучения и сокращения времени вычислений также использовалась стратегия early stopping¹⁴, срабатывающая при остановке уменьшения функции потерь. Результаты обучения, представленные на рис. 3, демонстрируют стабильное снижение функции потерь на обучающей и тестовой выборках, а также достижение модели устойчивых и оптимальных значений ошибки.

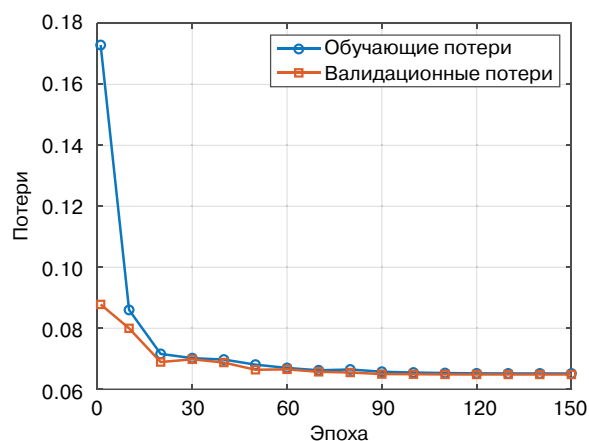


Рис. 3. Значения обучающих и валидационных потерь в процессе обучения

На рис. 4а представлены результаты сравнения по метрике SNR между различными методами подавления шума. Предлагаемая модель демонстрирует наилучшую производительность на всем диапазоне входных значений SNR от -10 до $+10$ дБ. В сравнении с RaGAN среднее улучшение составляет около 2.27 дБ. При очень низком уровне SNR (-10 дБ) прирост достигает лишь 0.41 дБ, однако затем постепенно увеличивается и стабилизируется в пределах 3.0–3.5 дБ на высоких значениях SNR. По сравнению с WT преимущество еще более заметно: среднее улучшение составляет 10.5 дБ. В области низких SNR (от -10 до 0 дБ) улучшение варьируется в диапазоне 6.1–12.3 дБ, а в области высоких SNR (от 2 до 10 дБ) удерживается на уровне 11–13.5 дБ.

На рис. 4б приведены результаты сравнения средних значений MSE. Предлагаемая модель стабильно обеспечивает минимальное значение MSE,

демонстрируя более точное восстановление сигнала по сравнению с RaGAN и WT. Особенно значительное улучшение наблюдается по сравнению с WT: при SNR = -10 дБ MSE составляет 0.2556, тогда как у WT — 1.077, а при 10 дБ снижается до 0.0024, в то время как WT остается на уровне 0.0233 (почти в 10 раз хуже). В сравнении с RaGAN разница менее выражена, но сохраняется на всем диапазоне SNR. Например, при -10 дБ MSE модели составляет 0.255 против 0.279 у RaGAN, а при 10 дБ — 0.0024 против 0.0042 (примерно в 1.7 раза лучше).

На рис. 4в представлено сравнение коэффициента корреляции между исходным и восстановленным сигналами. Предлагаемая модель достигает наивысших значений на всем диапазоне SNR, что подтверждает ее лучшую способность сохранять временную структуру сигнала. При SNR = -10 дБ коэффициент корреляции составляет 0.726, что выше результата RaGAN (0.718) и почти вдвое превышает значение WT (0.366). По мере увеличения SNR показатели всех моделей улучшаются, однако предлагаемая модель сохраняет устойчивое преимущество. При SNR = 0 дБ коэффициент корреляции достигает 0.980, что выше соответствующих значений, полученных для RaGAN (0.971) и WT (0.822). На высоких уровнях SNR (≥ 6 дБ) все методы приближаются к области насыщения (более 0.99 для предлагаемой модели и RaGAN), однако предлагаемая модель по-прежнему демонстрирует лучшие результаты, тогда как WT заметно отстает (0.979 при 10 дБ против 0.998 у предлагаемой модели).

На рис. 4г представлены результаты сравнения величины PSNR. Предлагаемая модель демонстрирует максимальные значения PSNR по всему диапазону SNR, что подтверждает ее высокую способность к восстановлению сигнала. При SNR = -10 дБ значение PSNR составляет 11.72 дБ, что выше соответствующих значений, полученных для RaGAN (11.31 дБ) и WT (3.47 дБ). По мере увеличения SNR разница между предлагаемой моделью и RaGAN остается стабильной — примерно 2–3 дБ. По сравнению с WT преимущество особенно заметно: при 0 дБ PSNR составляет 25.38 дБ против 10.89 дБ у WT; при 10 дБ модель достигает 33.93 дБ, что почти на 14 дБ выше WT (20.06 дБ).

Влияние количества скрытых узлов в гибридной архитектуре ResBiLSTM-BiGRU представлено на рис. 5а. Увеличение числа узлов с 32 до 64 приводит к заметному росту качества восстановления сигнала: например, при SNR = 0 дБ значение метрики возрастает с 14.54 до 15.59 дБ. Дальнейшее увеличение до 128 узлов обеспечивает оптимальную производительность: при 0 дБ показатель достигает 17.07 дБ, что на 1.5 дБ выше относительно конфигурации с 64 узлами и на 2.5 дБ выше по сравнению с 32 узлами. Однако при 256 узлах улучшение не наблюдается: производительность сопоставима с конфигурацией 64 узла

¹⁴ Early stopping (ранняя остановка) — метод регуляризации, при котором процесс обучения нейронной сети прерывается, когда ошибка на валидационных данных перестает уменьшаться (и, как правило, начинает расти), что позволяет предотвратить переобучение (overfitting). [Early stopping is a regularization method in which the learning process of a neural network is interrupted when the error on the validation data stops decreasing (and usually begins to increase), which prevents overfitting.]

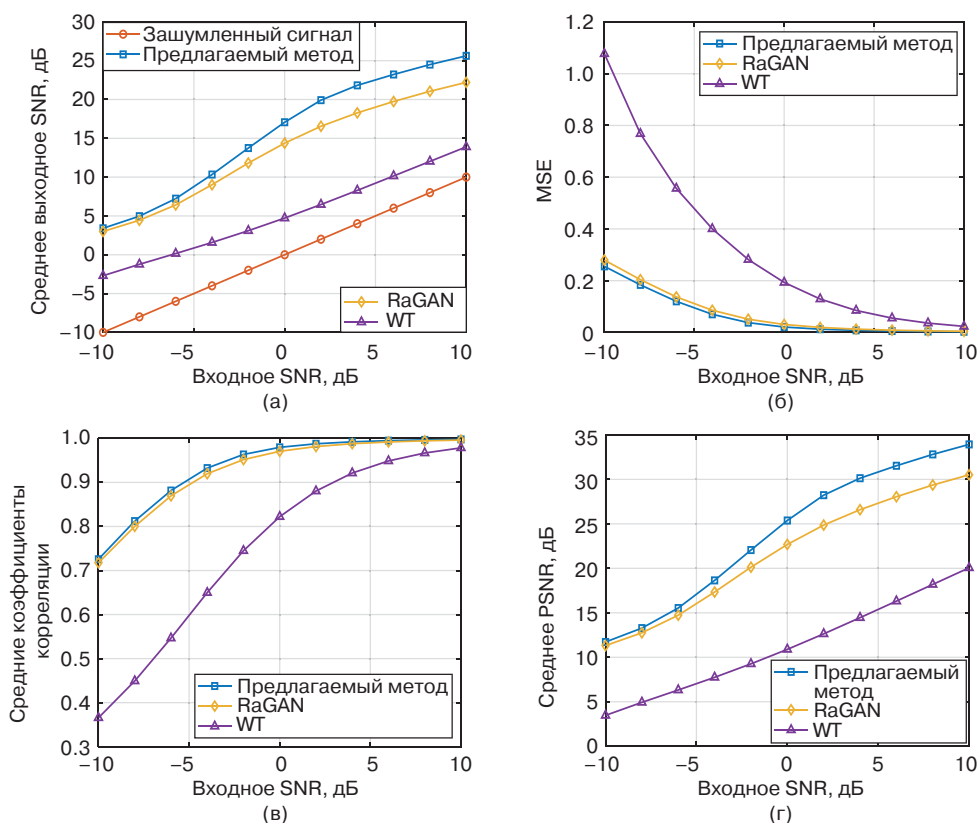


Рис. 4. Результаты сравнения методов подавления шума: (а) выходное SNR, (б) MSE, (в) коэффициент корреляции, (г) PSNR

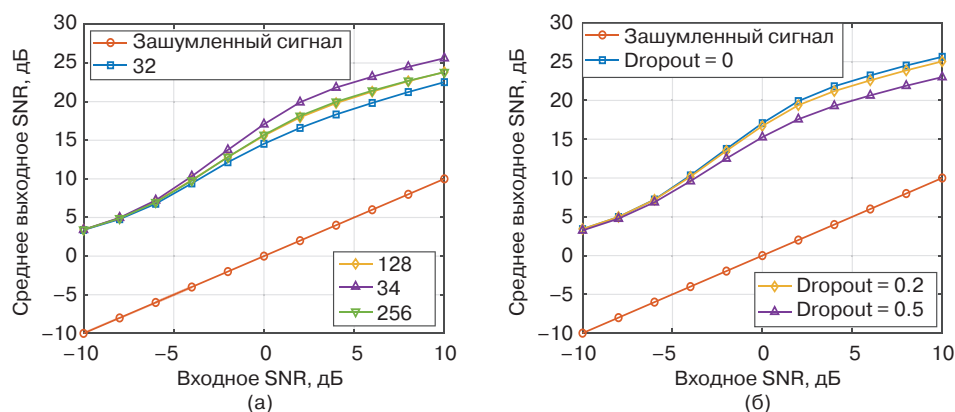


Рис. 5. Результаты сравнения методов подавления шума по: (а) количеству скрытых узлов, (б) значению dropout

и остается ниже, чем у варианта с 128 узлами, на всем диапазоне SNR. Эти результаты подтверждают, что использование 128 скрытых узлов является наиболее эффективным выбором с учетом баланса между качеством восстановления и сложностью модели.

На рис. 5б показано влияние коэффициента dropout¹⁵ на производительность. В отсутствие dropout модель демонстрирует максимальную эффективность.

При значении dropout = 0.2 наблюдается лишь небольшое снижение качества восстановления, при этом общая стабильность модели сохраняется. Увеличение dropout до 0.5 приводит к существенному снижению производительности на всем диапазоне SNR.

На рис. 6 представлены результаты сравнения различных вариантов комбинации блоков LSTM и GRU. Использование только LSTM обеспечивает

¹⁵ Гиперпараметр метода регуляризации нейронных сетей, определяющий вероятность случайного исключения нейронов в процессе обучения для предотвращения переобучения. [A hyperparameter of the neural network regularization method that determines the probability of unintentional pruning of neurons during the training process in order to prevent overfitting.]

ограниченную производительность (например, 13.33 дБ при SNR = 0 дБ). Добавление блока GRU (конфигурация LSTM-GRU) значительно повышает качество восстановления сигнала, достигая 16.08 дБ при 0 дБ. Более глубокая архитектура LSTM2-GRU2 с остаточным соединением (ResBiLSTM-BiGRU) демонстрирует наилучшие показатели: 17.07 дБ при 0 дБ и 25.62 дБ при 10 дБ – это максимальные значения среди всех рассмотренных конфигураций. Варианты LSTM-GRU-STM-GRU и LSTM2-GRU2 без остаточных соединений также обеспечивают высокую производительность, однако уступают архитектуре LSTM2-GRU2-Res как по стабильности, так и по абсолютным значениям метрики на всем диапазоне SNR.

На рис. 7 показаны результаты работы предлагаемого метода для восьми видов модуляции: BPSK, QPSK, OQPSK, 8PSK, 16QAM, 64QAM, GMSK и OOK. На низких входных SNR наименьшую эффективность показывают 64QAM, 16QAM и 8PSK – у них ниже выходное SNR, PSNR и коэффициент корреляции, а MSE – выше. BPSK, GMSK и OOK демонстрируют лучшие результаты при тех же условиях. При увеличении SNR различия между модуляциями уменьшаются, однако высокие порядки QAM и 8PSK продолжают показывать чуть меньшую эффективность.

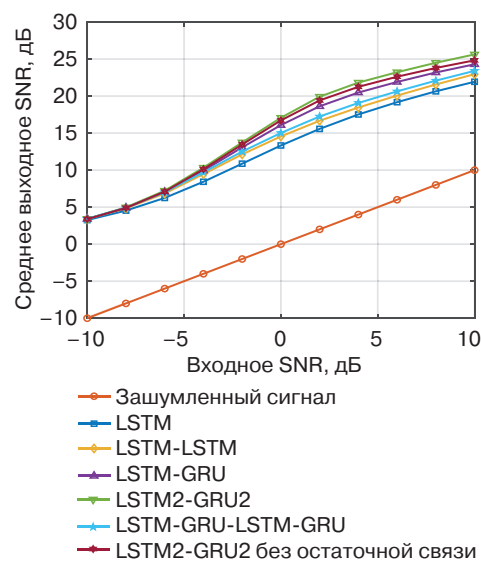


Рис. 6. Результаты сравнения производительности различных вариантов гибридной архитектуры LSTM-GRU

Некоторые примеры сравнения сигналов во временной области при различных уровнях SNR после применения методов подавления шума приведены на рис. 8.

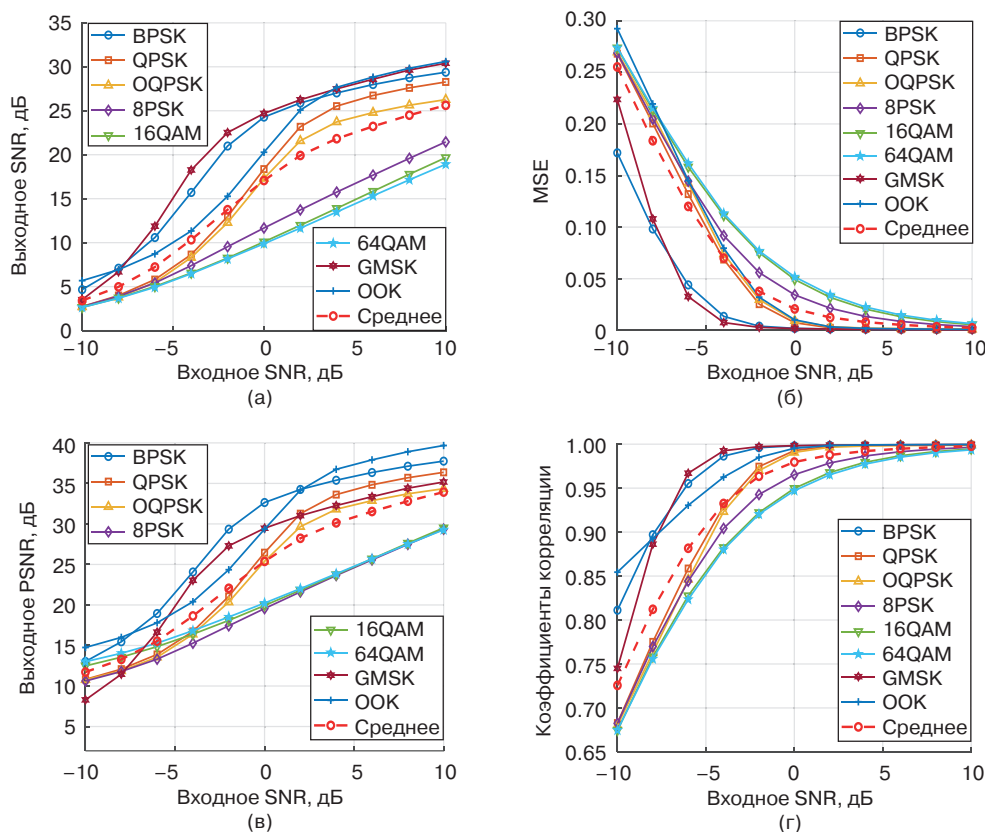


Рис. 7. Результаты оценки качества предлагаемого метода для восьми видов модуляции: BPSK, QPSK, OQPSK, 8PSK, 16QAM, 64QAM, GMSK и OOK при различных входных уровнях SNR: (а) выходное SNR, (б) MSE, (в) PSNR, (г) коэффициент корреляции

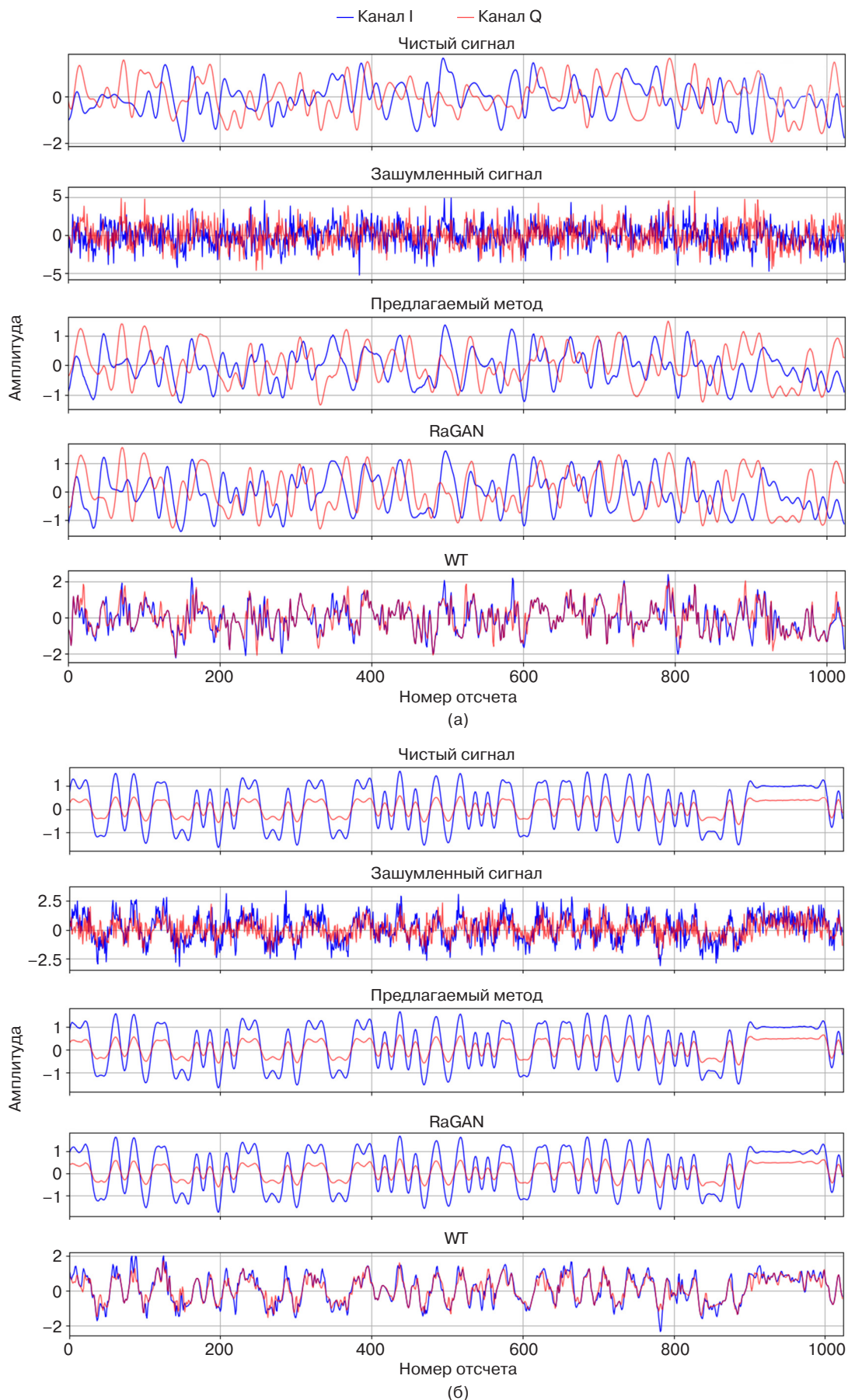


Рис. 8. Сигналы после подавления шума различными моделями для модулированного сигнала:
(а) 16QAM при SNR = -6 дБ, (б) BPSK при SNR = 0 дБ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложена гибридная архитектура ResBiLSTM-BiGRU для задачи подавления шума в смеси с сигналами цифровой модуляции в канале AWGN. Экспериментальные результаты показали, что предлагаемая модель обеспечивает среднее улучшение восстанавливаемого SNR на 2–3 дБ по сравнению с RaGAN и более чем на 10 дБ по сравнению с WT, а также демонстрирует наименьшие значения MSE и наибольшие коэффициенты корреляции на всем диапазоне входных SNR от –10 до 10 дБ. Значения PSNR дополнительно подтверждают высокую способность модели к восстановлению сигнала, особенно при низких уровнях SNR.

Анализ параметров показал, что конфигурация с 128 скрытыми узлами является оптимальной;

увеличение значения dropout приводит к заметному снижению качества, а наивысшую эффективность среди исследованных вариантов обеспечивает глубокая архитектура ResBiLSTM-BiGRU. Полученные результаты подтверждают эффективность и перспективность гибридной модели ResBiLSTM-BiGRU в задачах подавления аддитивного гауссовского шума.

В дальнейшем планируется исследовать возможность интеграции модуля подавления шума непосредственно с системой автоматической классификации модуляции для повышения эффективности всей радиосистемы.

Вклад авторов

Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution

All authors contributed equally to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Wang W. Evaluation of Adaptive Filtering Algorithms in Signal Denoising: Insights from Simulation and Algorithmic Enhancement. *Theoretical and Natural Science*. 2025;101(1):61–69. <https://doi.org/10.54254/2753-8818/2025.CH22293>
2. Lei J., Zhou J., Jian Z., Liu H., Zhang L., Feng Y., Wu Z. A Wiener Filter Denoising Based Intelligent Modulation Recognition. In: *2022 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*. IEEE. 2022. P. 88–93. <https://doi.org/10.1109/ICCC55456.2022.9880789>
3. Guo T., Zhang T., Lim E., López-Benítez M., Ma F., Yu L. A Review of Wavelet Analysis and Its Applications: Challenges and Opportunities. *IEEE Access*. 2022;10:58869–58903. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3179517>
4. Akkaya S. Wavelet-Based Denoising Strategies for Non-Stationary Signals in Electrical Power Systems: An Optimization Perspective. *Electronics*. 2025;14(16):3190. <https://doi.org/10.3390/electronics14163190>
5. Facciolo G., Pierazzo N., Morel J.-M. Conservative Scale Recomposition for Multiscale Denoising. (The Devil is in the High Frequency Detail). *SIAM J. Imaging Sci.* 2017;10(3):1603–1626. <https://doi.org/10.1137/17M1111826>
6. Wahab M.F., Gritti F., C. O'Haver T. Discrete Fourier transform techniques for noise reduction and digital enhancement of analytical signals. *TrAC Trends in Analytical Chemistry*. 2021;143(4):116354. <https://doi.org/10.1016/j.trac.2021.116354>
7. Zhao S., Ma L., Xu L., Liu M., Chen X. A Study of Fault Signal Noise Reduction Based on Improved CEEMDAN-SVD. *Appl. Sci.* 2023;13(19):10713. <https://doi.org/10.3390/app131910713>
8. Wang H., Yao Y., Zhang G., Pan J., Gao L., Jin H., Wang C. Enhanced Noise Suppression in Partial Discharge Signals via SVD and VMD with Wavelet Thresholding. *Modelling and Simulation in Engineering*. 2024;2024:5676986. <https://doi.org/10.1155/2024/5676986>
9. Almazrouei E., Gianini G., Almoosa N., Damiani E. A Deep Learning Approach to Radio Signal Denoising. In: *2019 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshop (WCNCW)*. IEEE. 2019. <https://doi.org/10.1109/WCNCW.2019.8902756>
10. Duan R., Chen Z., Zhang H., Wang X., Meng W., Sun G. Dual Residual Denoising Autoencoder with Channel Attention Mechanism for Modulation of Signals. *Sensors*. 2023;23(2):1023. <https://doi.org/10.3390/s23021023>
11. He S., Zhu L., Yao C., Wang L., Qin Z. A Novel Approach Based on Generative Adversarial Network for Signal Enhancement in Wireless Communications. *Wireless Communications and Mobile Computing*. 2022. <https://doi.org/10.1155/2022/7050573>
12. Peng L., Fang S., Fan Y., Wang M., Ma Z. A Method of Noise Reduction for Radio Communication Signal Based on RaGAN. *Sensors*. 2023;23(1):475. <https://doi.org/10.3390/s23010475>
13. Yao H., Zhou Q., Chen Z., Huang L., Xu D., Xuan Q. Denoising of Radio Modulation Signal Based on Deep Learning. In: Xuan Q., Xiang Y., Xu D. (Eds.). *Deep Learning Applications*. 2023. Ch. 7. P. 125–143. https://doi.org/10.1142/9789811266911_0007
14. Wu T., Chen Z., He D., Qian L., Xu Y., Tao M. CDDM: Channel Denoising Diffusion Models for Wireless Semantic Communications. *IEEE Trans. on Wireless Commun.* 2024;23(9):11168–11183. <https://doi.org/10.1109/TWC.2024.3379244>
15. Letafati M., Ali S., Latva-Aho M. Conditional Denoising Diffusion Probabilistic Models for Data Reconstruction Enhancement in Wireless Communications. *IEEE Trans. on Machine Learning in Communications and Networking*. 2025;3:133–146. <https://doi.org/10.1109/TMLCN.2024.3522872>
16. Ji Z., Wang S., Yang K., Zhang Q., Ye P. Transfer Learning Guided Noise Reduction for Automatic Modulation Classification. In: *2025 IEEE 102nd Vehicular Technology Conference (VTC2025-Fall)*. IEEE. 2025. <https://doi.org/10.1109/VTC2025-Fall65116.2025.11310099>

17. Chung J., Gulcehre C., Cho K.H., Bengio Y. Empirical Evaluation of Gated Recurrent Neural Networks on Sequence Modeling. *arXiv preprint*. arXiv:1412.3555. 2014. <http://arxiv.org/abs/1412.3555>
18. O'Shea T.J., Roy T., Clancy T.C. Over-the-Air Deep Learning Based Radio Signal Classification. *IEEE J. Selected Topics in Signal Process.* 2018;12(1):168–179. <https://doi.org/10.1109/JSTSP.2018.2797022>

Об авторах

Нгуен Ван Зунг, к.т.н., преподаватель, кафедра теории цепей – измерения, Факультет радиотехники и электроники, Вьетнамский государственный технический университет им. Ле Куй Дона (Вьетнам, Ханой, ул. Хоанг Куок Вьет, д. 236). E-mail: nguyenvandungvtdt@lqdtu.edu.vn. <https://orcid.org/0000-0002-2810-1204>

Фан Чонг Хань, к.т.н., преподаватель, кафедра теории цепей – измерения, Факультет радиотехники и электроники, Вьетнамский государственный технический университет им. Ле Куй Дона (Вьетнам, Ханой, ул. Хоанг Куок Вьет, д. 236). E-mail: maitrongphan@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0006-2093-7150>

About the Authors

Nguyen Van Dung, Cand. Sci. (Eng.), Lecturer, Department of Circuit Theory – Measurement, Faculty of Radio-Electronic Engineering, Le Quy Don Technical University (236, Hoang Quoc Viet, Ha Noi, Viet Nam). E-mail: nguyenvandungvtdt@lqdtu.edu.vn. <https://orcid.org/0000-0002-2810-1204>

Phan Trong Hanh, Cand. Sci. (Eng.), Lecturer, Department of Circuit Theory – Measurement, Faculty of Radio-Electronic Engineering, Le Quy Don Technical University (236, Hoang Quoc Viet, Ha Noi, Viet Nam). E-mail: maitrongphan@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0006-2093-7150>

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

Modern radio engineering and telecommunication systems

УДК 537.874+537.877+621.37

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-96-105>

EDN TAFVVJ



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Трекинг-формирование векторных радиоизображений

С.С. Шадинов[@],
М.С. Костин

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: shadinov@mirea.ru

• Поступила: 26.12.2025 • Доработана: 06.02.2026 • Принята к опубликованию: 26.05.2026

Резюме

Цели. Целью статьи является исследование особенностей формирования векторных радиоизображений малоразмерных объектов (МРО) при помощи цифрового векторного анализатора цепей (ВАЦ) с управляемыми полосой и шагом перестройки частоты трекинг-генератора.

Методы. Работа основана на комплексном применении следующих методов: анализ радиоволновых процессов в контексте радиовидения, теория N -полюсников, численные методы статистической радиотехники и компьютерное моделирование (включая электродинамическое и функционально-блочное).

Результаты. Разработан новый метод векторного трекинг-формирования сигнальных радиоизображений МРО. Его принципиальное отличие от традиционных импульсных методов ближнего радиовидения заключается в использовании S -параметрической модели пространственного N -полюсника для описания неоднородной среды вместо подходов, основанных на скалярном сигнальном преобразовании. Для анализа точности метода предложено операторное Ψ -преобразование, позволяющее оценить проекционные искажения векторных радиоизображений сигнатур МРО. Верификация метода осуществлена на созданном программно-аппаратном комплексе на базе ВАЦ R&S ZNLE6 (производитель – Rohde & Schwarz, Германия). Комплекс обеспечивает согласованную обработку и верификацию сигнальных радиоизображений МРО, регистрируемых в условиях воздействия нефлуктуационных помех, а также аддитивного белого гауссовского шума.

Выводы. В ходе исследования предложен метод векторного трекинг-формирования радиоизображений со спектрально-временной разверткой функции спектральной плотности мощности, свободный от ограничений импульсных аналогов, который может быть использован в качестве одного из решений верификации МРО в ближнем радиовидении. Основой предложенного метода может служить модель неоднородной среды как пространственно-ориентированной системы связанных N -полюсников, описываемой S -параметрами. Практическая эффективность подтверждена экспериментально: вероятность верификации МРО достигает не менее 0.95 (критерий Неймана – Пирсона) при отношении сигнал/шум ≥ 15 дБ и отношении сигнал/помеха ≥ 9 дБ. Результаты представляют практическую ценность для развития технологий ближнего радиовидения.

Ключевые слова: векторное радиоизображение, радиоидентификация, малоразмерный объект, сигнатура объекта, радиогеном

Для цитирования: Шадинов С.С., Костин М.С. Трекинг-формирование векторных радиоизображений. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):96–105. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-96-105>, <https://elibrary.ru/TAFVVJ>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Tracking-based formation of vector radio images

Sergey S. Shadinov[@],
Mihail S. Kostin

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: shadinov@mirea.ru

• Submitted: 26.12.2025 • Revised: 06.02.2026 • Accepted: 26.05.2026

Abstract

Objectives. The aim of this article is to investigate the possibility of forming vector radio images of small-size objects (SSO) using a digital vector network analyzer (VNA) with a controllable bandwidth and frequency step of the tracking generator.

Methods. The work is based on the comprehensive application of the following methods: analysis of radio wave processes in the context of radio vision, the apparatus of N -pole theory, numerical methods of statistical radio engineering, and computer modeling (including both electromagnetic and functional-block simulation).

Results. A new method for vector tracking-formation of signal radio images of SSO has been developed. Its fundamental difference from traditional pulsed methods of near-field radio vision lies in the use of an S -parametric model of a spatial N -pole to describe the inhomogeneous medium, as opposed to approaches based on scalar signal transformation. To analyze the accuracy of the method, a model of operator ψ -transformation has been proposed, allowing for the evaluation of projective distortions in vector radio images of SSO signatures. Verification of the method was carried out on a custom-developed software-hardware complex based on the R&S ZNLE6 VNA. The complex provides coherent processing and verification of signal radio images of SSOs recorded under the influence of non-fluctuating interference.

Conclusions. During the research, a method for vector tracking-based formation of radio images with spectro-temporal unfolding of the power spectral density function was proposed. This method is free from the limitations of pulsed analogs and can be used as one of the solutions for verifying SSO in near-range radio vision. The foundation of the proposed method can be a model of an inhomogeneous medium as a spatially-oriented system of coupled N -poles, described by S -parameters. The practical effectiveness has been experimentally confirmed: the probability of verifying a SSO reaches at least 0.94 (Neumann–Pearson criterion) with a signal-to-noise ratio ≥ 15 dB and a signal-to-interference ratio ≥ 9 dB. These results are of practical value for the development of near-field radio vision technologies.

Keywords: vector radio image, radio identification, small-size object, object signature, radiogenome

For citation: Shadinov S.S., Kostin M.S. Tracking-based formation of vector radio images. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):96–105. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-96-105>, <https://elibrary.ru/TAFVVJ>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Верификация сигналов в радиовизионных системах ближнего действия, предназначенных для малоразмерных объектов (МРО), определяется рядом факторов. Ключевыми аспектами являются подбор аутентификаторов, конфигурация системы и алгоритмы постобработки. Аутентификаторы, формирующие свойства объекта, проявляются как специфические деформации в спектре рассеянного сигнатурой объекта поля. Следовательно, главный этап построения радиоизображения – анализ структуры отраженного поля и выявление особенностей в сигнальном радиоизображении. Для зондирования может быть использован импульсный сигнал или сигнал с линейно-изменяемой функцией спектральной плотности мощности (ФСПМ) [1].

Использование сигналов с постепенной (линейной) частотно-временной разверткой обладает преимуществами перед классическим импульсным методом. К ключевым достоинствам относятся: высокая стабильность синхронизации фазы сигнала, гибкое векторное и скалярное масштабирование, возможность избирательного анализа отклика объекта на различные частоты с одновременным подавлением помех, высокая эффективность согласованной фильтрации, способность адаптировать форму зондирующего сигнала под заданную импульсную характеристику (ИХ) объекта [2].

Кроме того, данный метод позволяет строить радиоизображения МРО в сложных дисперсионных, реактивных и нелинейных средах, что в целом подтверждает актуальность работы.

Таким образом, благодаря тому, что материальную среду и радиовизионный объект, создающие сложные радиофизические искажения, можно рассматривать как N -полюсник с S -матрицей, предложенный метод позволяет учесть вклад каждой гармоники в синтезируемое радиоизображение по заданному кластеру признаков. Следовательно, эффективным решением для помехоустойчивого ближнего радиовидения является векторное трекинг-формирование радиоизображений со спектрально-временной разверткой, которое обеспечивает с достоверной вероятностью эффективное обнаружение и верификацию сигнальных радиоизображений МРО в условиях нефлуктуационных помех и шума [3].

Как известно, классические системы радиовидения используют скалярные сигналы – сверхкороткие импульсы, либо радиоимпульсы с линейной частотной модуляцией. При этом векторные сигналы, представленные массивом амплитуд и фаз, позволяют восстановить временной профиль радиоизображения через полином, а управление шагом перестройки частоты трекинг-генератора дает возможность применить

технологии сжатого зондирования по спектру, т.е. уменьшить число измерений в выборке с сохранением информации. Это открывает новые возможности в решении задач радиовидения, в т.ч. для комплексов приоритетного радионаведения [4]. Так, в настоящей работе предлагается формирование векторных радиовизионных сигналов в виде S -параметров неоднородной среды. Предложенный S -параметрический метод имеет ряд преимуществ, в т.ч. при радиоидентификации МРО на фоне шума и нефлуктуационных помех за счет согласованного приема радиовизионного сигнала. В ряде работ зарубежных исследователей обработка разряженных радиоизображений требует синфазного приема по технологии MIMO SAR¹ [5]. Основная часть исследований в области радиовидения посвящена методам 2D-визуализации радиоизображений объектов [6], основанным на многопозиционном сканировании [7]. Предложенный в настоящей работе метод предполагает возможность формирования сигнальных радиоизображений в однопозиционном режиме без растрового сканирования путем получения векторного S_{21} -профиля [8].

1. S -ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕОДНОРОДНОГО ГЕТЕРОИМПЕДАНСНОГО ПРОСТРАНСТВА

Предлагаемый метод основан на представлении МРО и окружающего его околосредного гетероимпедансного пространства (сцены) в виде системы N -полюсников, к которой применима теория векторного S -параметрического анализа. Так, например, МРО квадрокоптерного типа, радиоизображения сигнатур которого далее анализируются в работе, представлен на рис. 1.



Рис. 1. МРО квадрокоптерного типа при захвате радиоизображения

¹ Multiple Input Multiple Output Synthetic Aperture Radar – сочетание двух технологий: MIMO при которой используется несколько входных и выходных каналов передачи и SAR – технология, реализующая синтезированную апертуру антенны. [Multiple Input Multiple Output Synthetic Aperture Radar is a combination of two technologies: MIMO (Multiple Input Multiple Output), which uses multiple input and output transmission channels; and SAR (Synthetic Aperture Radar), which employs a synthetic aperture antenna.]

В частном случае, неоднородная система в виде четырехполосника, представляющего собой две антенны, подключенные к векторному анализатору цепей (ВАЦ) и МРО, определяется радиоизображением, сформированным на основе параметра $\dot{S}_{21}$. Этот параметр описывается следующим аналитическим выражением:

$$\dot{S}_{21} = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}(n)}{\dot{U}_{\text{изл}}(n)}, \quad (1)$$

где $\dot{U}_{\text{отр}}(n) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M k_n A_{\text{изл}} \exp(j(\omega_n t + \varphi_{nm})) * h_a * h_{\text{ср}}$ –

принятый рассеянный сигнатурой МРО сигнал;

$$\dot{U}_{\text{изл}}(n) = \sum_{n=1}^N A_{\text{изл}} \exp(j(\omega_n t + \varphi_n)) * h_a$$
 – излученный

сигнал; $A_{\text{изл}}$ – амплитуда сигнала; $\omega_n = 2\pi f_n$ – угловая частота n -й гармоники синтезируемого радиовизионного сигнала; φ_n – фаза n -й гармоники; h_a – ИХ антенны; $h_{\text{ср}}$ – ИХ среды; $N = 200$ – число гармоник в синтезированном сигнале; M – число элементарных отражающих плоскостей, формирующих мгновенную сигнатуру объекта; $*$ – оператор математической свертки, k_n – декремент затухания, задаваемый для каждого дискретного значения форманты как

$$k_n = \sqrt{\frac{P_{\text{изл}} D_1 D_2 \lambda_n^2}{(4\pi R)^2}}, \quad (2)$$

где $P_{\text{изл}}$ – мощность форманты трекинг-сигнала, λ_n – длина волны n -й гармоники синтезированного сигнала, D_1 и D_2 – коэффициенты направленного действия передающей и приемной антенн соответственно, R – расстояние от передающей антенны до точки приема сигнала.

Дискретное изменение частоты синтезированного сигнала в заданном диапазоне описывается в (1) суммированием по n , а его взаимодействие с МРО – суммированием по m . Важно отметить, что, несмотря на наличие в (1) фазовой информации, возникает фундаментальная неоднозначность (фазовая неопределенность): в отсутствие затухания прибавление к фазе слагаемого, кратного 2π , не меняет значения всего выражения.

Так, для верификации МРО необходимо произвести захват и обработку радиоизображений сигнатур МРО, т.е. его радиоизображений в заданном углометрическом положении для формирования базы реперных радиоизображений. При этом объем выборки и корректность базы реперных радиоизображений определяют вероятность распознавания по заданному критерию верификации МРО.

2. ОПЕРАТОРНОЕ Ψ -ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЕКТОРНЫХ РАДИОИЗОБРАЖЕНИЙ

В ряде работ зарубежных исследователей предлагается метод компенсации амплитудного затухания радиовизионного сигнала для компенсации искажений

в получаемых радиоизображениях [9]. В настоящей работе предложен амплитудно-фазовый оператор, позволяющий компенсировать искажения в радиоизображениях, вызванные линейным сдвигом объекта вдоль нормали к радиовизионной антенне. При регистрации радиоизображений сигнатур МРО важным параметром является положение МРО относительно антенной установки, поскольку незначительные флуктуации, соизмеримые с длиной волны, приводят к существенному искажению радиоизображений [10]. Поскольку регистрация МРО при множестве различных расстояний относительно антенной установки является трудоемкой задачей, предложено использование операторного Ψ -преобразования, состоящего из двух операторов: амплитудного и фазового, применение которого позволяет существенно уменьшить выборку реперных радиоизображений МРО. Амплитудный оператор $A\{\cdot\}$ моделирует естественное затухание радиоволн и задается набором коэффициентов, рассчитываемых через декремент затухания (2). Фазовый оператор $\Psi\{\cdot\}$ определяет фазовый набег для каждой n -й гармонической составляющей трекинг-сигнала. Начальное расстояние от МРО до фазового центра антенны равно F . Длина волны λ_1 для гармоники с частотой f_1 определяется как c/f_1 , где c – скорость света. Каждая m -я элементарная плоскость объекта вносит свой фазовый вклад φ_m при отражении сигнала. Таким образом, результирующая фаза φ_n для n -й гармоники с частотой f_n является суперпозицией (суммой)

$$\varphi_n = \varphi_{m=1} + \varphi_{m=2} + \dots + \varphi_{m=M} = \sum_{m=1}^M \varphi_m$$
 всех этих

элементарных вкладов. Общая геометрия задачи для произвольного расстояния F показана на рис. 2.

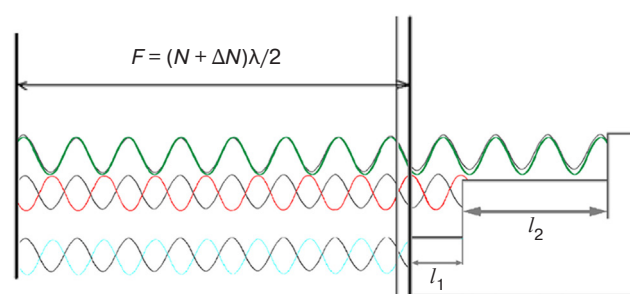


Рис. 2. Разряженные гармоники, рассеянные фрагментом сигнатуры МРО. l_1 и l_2 – расстояния между плоскостями в сигнатуре МРО

Для гармоники с частотой f_n расстояние F ратно длине волны ($F = N\lambda_n$). Фазовый множитель $2\pi N$ является целочисленным, не изменяет значение суммарной фазы φ_n и может быть исключен. Следовательно, фаза φ_n , определяемая геометрией объекта (расположением элементарных плоскостей), инвариантна к слагаемому $2\pi N$ и несет информацию о форме МРО.

Рассмотрим смещение и соответствующее искажение сигнатуры радиовизионного объекта, расположенного на расстоянии $F + \Delta F$ (рис. 3).

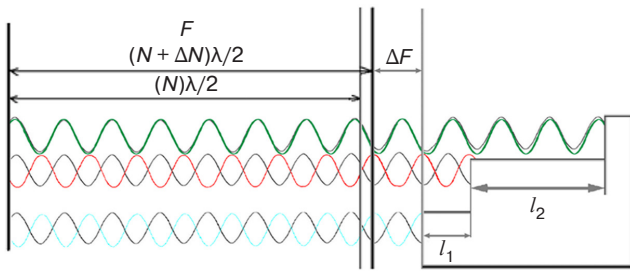


Рис. 3. Отражение от топологических неоднородностей МРО для гармоники при изменении расстояния на ΔF

При этом смещение определяется как $\frac{\lambda}{2}(N + \Delta N) + \frac{\lambda}{2}(N_1 + \Delta N_1)$. ΔN_1 – остаточное смещение для расстояния ΔF , $\Delta N = \frac{\varphi}{2\pi} \leq 1$, $\varphi = \Delta N 2\pi$ – фаза при исход-

ном расстоянии F . Тогда $\Delta\varphi = \Delta N_1 2\pi$ – добавочная фаза при новом расстоянии $F + \Delta F$ для каждой элементарной плоскости объекта. Результирующая фаза

определяется как $\varphi_n = \sum_{m=1}^M \varphi_m + M\Delta\varphi$. Число элемен-

тарных плоскостей M , на которые разбивается топология поверхности МРО, не является фиксированным параметром. Значение этого параметра зависит от частотного диапазона сигнала: с уменьшением длины волны, т.е. с увеличением частоты, производится анализ более мелких поверхностей, что приводит к росту числа M . Эта зависимость проиллюстрирована на рис. 4.

Используемый зондирующий сигнал синтезирован, и его спектр представляет собой сумму гармоник, разделенных во времени. Это приводит к зависимости числа элементарных плоскостей M от частоты. Расчет значения M выполняется индивидуально для каждой спектральной компоненты f_n в соответствии с ее длиной волны [11]. Таким образом, для n -й гармоники частоты f_n число учитываемых плоскостей обозначим как M_n .

Так как величина $\Delta\varphi M_n$ обычно превышает 2π , важным представляется остаток от деления

$$\Delta\varphi_R = \frac{\Delta\varphi M_n}{2\pi R}, \text{ где } R - \text{целое число. Тогда результирующая фаза при расположении объекта на расстоянии } F + \Delta F \text{ от антенной установки равна}$$

рующая фаза при расположении объекта на расстоянии $F + \Delta F$ от антенной установки равна

$$\varphi_n = \sum_{m=1}^M \varphi_m + \Delta\varphi_R.$$

Величина элементарных плоскостей M_n для n -й гармоники прямо пропорциональна ее длине волны,

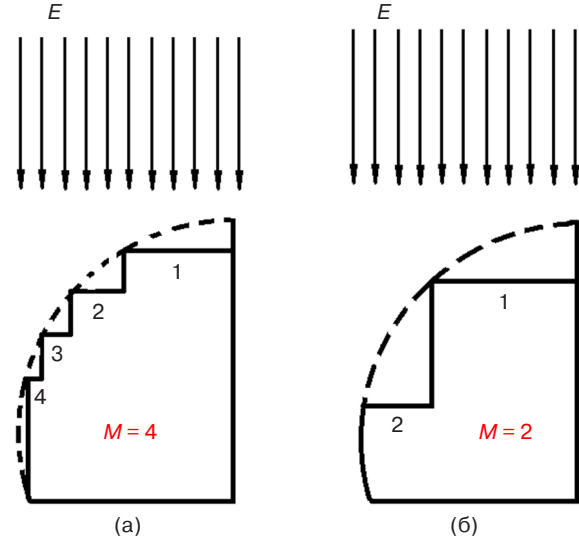


Рис. 4. Дискретизация поверхности МРО при различных длинах волны ($\lambda_1 > \lambda_2$): (а) $\lambda_1 = c/f_1$, (б) $\lambda_2 = c/f_2$, E – напряженность падающего электрического поля

а с ростом частоты увеличивается число M_n . Таким образом, заданная алгоритмом частотная сетка $\{f_n\}$ однозначно определяет соответствующий набор значений $\{M_n\}$. Для расчета достаточно определить базовое значение M_1 из условия малоразмерности на частоте f_n .

Прямое измерение параметра M_n в рамках реализованного метода не предусмотрено. Однако при регистрации временной реализации сигнала можно зафиксировать количество фазовых скачков, которое соответствует искомому значению M_n .

Таким образом, для получения преобразованного радиоизображения $\langle \dot{S}_{21} \rangle$ из реперного $\dot{S}_{21}$ при смещении антенны на расстояние F вдоль ее оси симметрии применяется композиция операторов $\langle \dot{S}_{21} \rangle = A\{\Psi\{\dot{S}_{21}\}\}$.

3. ПРОГРАММНО-АППАРАТНЫЙ РАДИОВИЗИОННЫЙ КОМПЛЕКС РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ НА БАЗЕ ВАЦ

Радиовизионная установка, структурная схема которой приведена на рис. 5, включает две антенны HE400UW с рабочим диапазоном 0.03–6.0 ГГц и ВАЦ ZNLE6 с рабочим диапазоном 0.001–6.0 ГГц (производитель антенн и ВАЦ – Rohde & Schwarz, Германия).

Взаимное направление максимумов диаграмм направленности антенн соответствует углу 60° , при этом расстояние между фазовыми центрами антенн – 1 м. ВАЦ подключен к управляющему компьютеру по протоколу Ethernet. На компьютере установлен разработанный программный комплекс, структурная схема реализации которого в среде *Simulink* представлена на рис. 6.

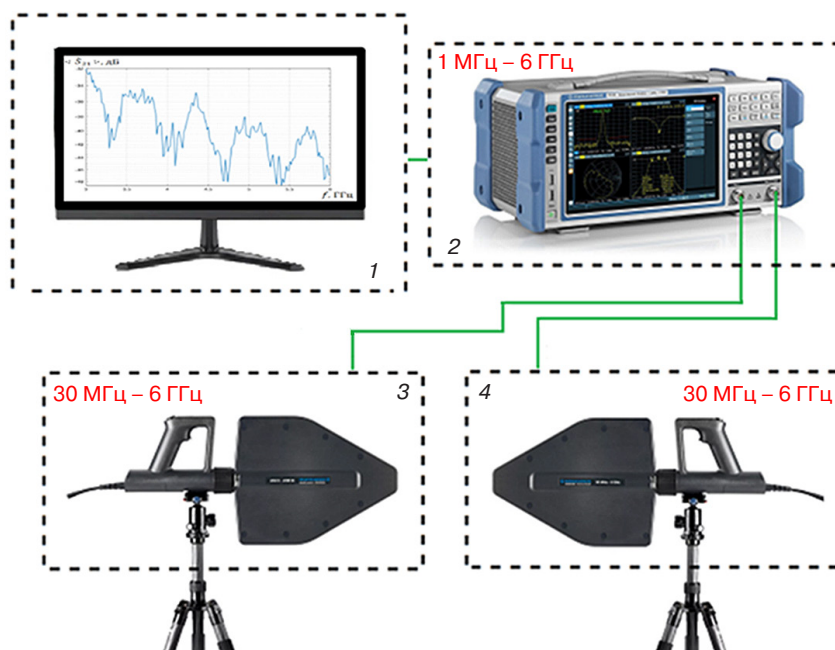


Рис. 5. Схема радиовизионной установки реального времени:
(1) программная реализация среде *Simulink*²; (2) ВАЦ; (3), (4) приемная и передающая антенны

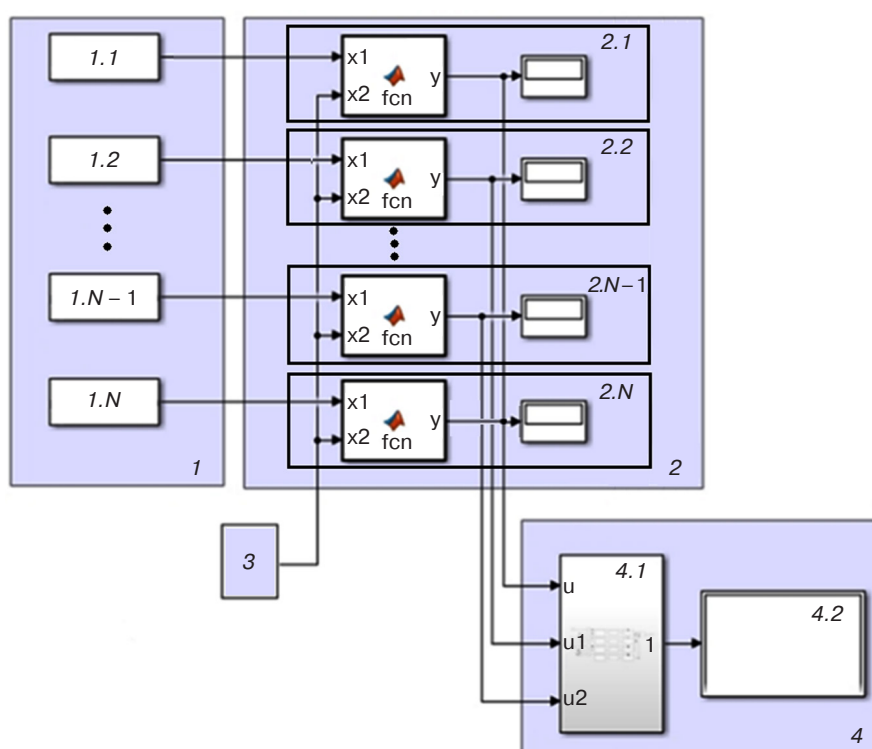


Рис. 6. Схема программного комплекса радиовизионной системы:
(1) блок базы данных реперных радиоизображений (1.1, ..., 1.N – реперные радиоизображения);
(2) блок корреляционной обработки (2.1, ..., 2.N – корреляторы с графическим выводом значения коэффициента корреляции (КК)); (3) блок трансляции векторных данных ВАЦ;
(4) блок идентификации (4.1 – модуль нахождения наибольшего КК; 4.2 – модуль вывода названия соответствующего реперного радиоизображения). x1, x2 – входы блока fcn, в котором реализуется корреляционное сравнение двух радиоизображений; u, u1 и u2 – входы блока 4.1

² <https://www.mathworks.com/products/simulink.html>. Дата обращения 22.05.2026. / Accessed May 22, 2026.

Сформированные реперные радиоизображения хранятся в базе данных – блок 1. Исследуемое радиоизображение МРО, полученное через блок 3 от ВАЦ, поступает в блок 2 для расчета КК. Далее модуль принятия решения (блок 4) выводит реперное радиоизображение, соответствующее исследуемому МРО. Если значение КК превышает установленный порог 0.9, выбранный на основе оценок отношения сигнал/шум (ОСШ) и отношения сигнал/помеха (ОСП), система идентифицирует МРО.

На рис. 7 в качестве примера приведены радиоизображения сигнатур МРО (квадрокоптер) для трех угловых положений.

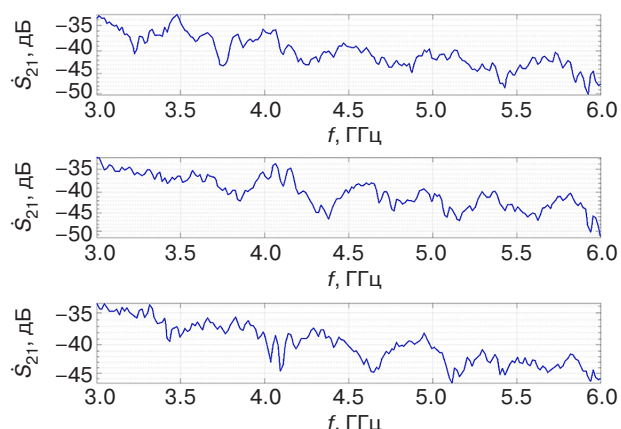


Рис. 7. Радиоизображения МРО квадрокоптерного типа для трех сигнатур при углах сканирования (1) 0°, (2) 45°, (3) 90°

Наблюдаемое на изображениях снижение амплитуды является следствием частотной дисперсии затухания: радиоволны высокой частоты затухают в среде быстрее, чем низкочастотные.

На рис. 8 показан экран ВАЦ при регистрации радиоизображения сигнатуры МРО в режиме реального времени.

Радиоизображение сигнатуры МРО показано на экране ВАЦ на нижней кривой, верхняя кривая соответствует набегу фаз с характерными фазовыми

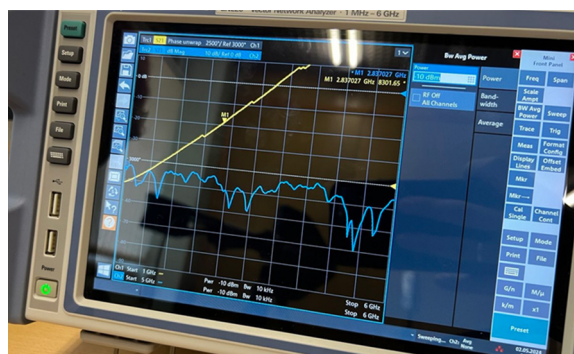


Рис. 8. Экран ВАЦ при регистрации радиоизображения сигнатур МРО

скачками, соответствующими отражению радиовизионного сигнала от элементарных плоскостей сигнатуры МРО.

4. ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ ВЕКТОРНЫХ РАДИОИЗОБРАЖЕНИЙ МРО

Для оценки эффективности метода проведена серия экспериментов, в рамках которых выполнено 30 последовательных захватов радиоизображений для выбранных сигнатур трех МРО. Для каждого объекта съемка велась при трех различных углах, что в сумме дало выборочную совокупность из 270 радиоизображений. В выборке для каждого сочетания «МРО – угол» была рассчитана доля успешных идентификаций. Успешным считалось радиоизображение, для которого КК с реперным превышал порог 0.9 по шкале Чеддока. Таким образом, для каждого углового положения каждого МРО было определено отношение числа успешных идентификаций к общему числу испытаний.

Так, усредненная по экспериментальной выборке для трех сигнатур МРО эффективность метода, удовлетворяющая условию $КК \geq 0.9$, по критерию Неймана – Пирсона составляет 95%.

Помехоустойчивость метода была оценена на основе анализа эффективности согласованного приема применительно к трекинг-сигналу, что составляет его преимущество перед импульсным радиовидением [12]. Благодаря гармонической природе сигнала с известной частотой и фазой в каждый момент времени, задача синтеза согласованного фильтра имеет каноническое решение: амплитудно-частотная характеристика фильтра соответствует спектру сигнала (с точностью до коэффициента), а ИХ представляет собой его зеркальное отражение с задержкой, равной длительности сигнала [13]. Спектральное представление $|U(f)|$ накопленной ФСПМ сигнала ($N = 200$ гармоник) и помех приведено на рис. 9.

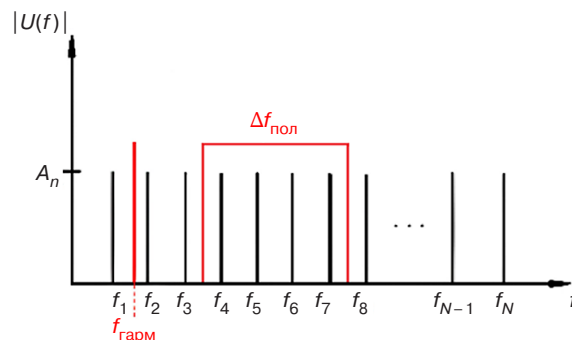


Рис. 9. Синтезированный ФСПМ сигнала, ФСПМ помех: гармонической $f_{\text{гарм}}$ и полосовой $\Delta f_{\text{пол}}$

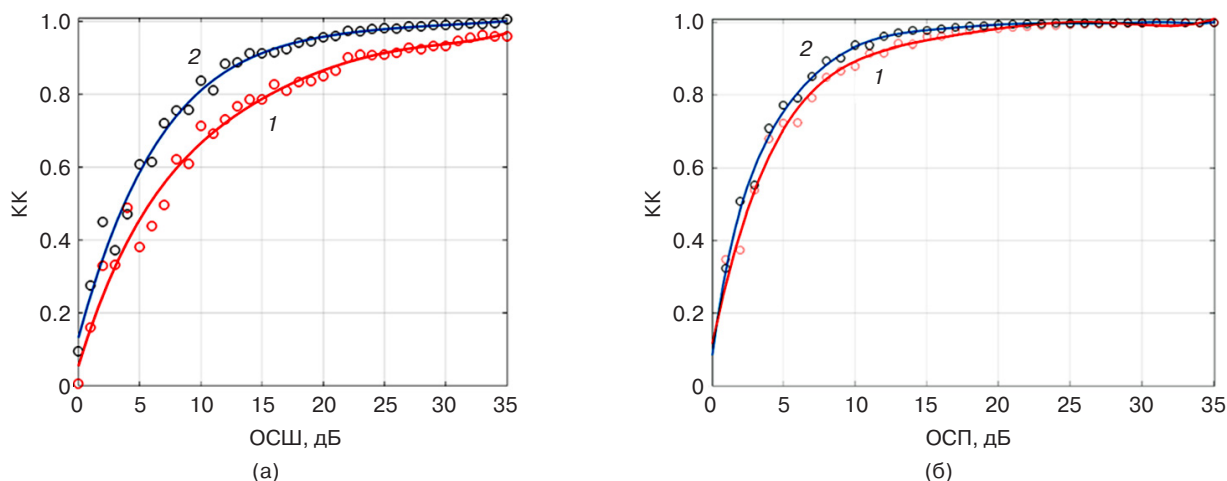


Рис. 10. Распределение функции КК восстановленного радиоизображения сигнатуры МРО по отношению к реперному изображению в зависимости от ОСШ (а) и ОСП (б)

Проведена сравнительная оценка помехоустойчивости двух методов формирования ФСПМ (рис. 10): импульсного (кривая 1) и с частотно-временной разверткой ФСПМ (кривая 2) [14]. Для этого на графиках показаны зависимости КК случайных сигнатур от ОСШ и ОСП в условиях аддитивного белого гауссовского шума и нефлуктуационной полосовой помехи [15].

Как видно из графиков, за счет согласованного приема метод векторного трекинг-формирования сигнальных радиоизображений в сравнении с импульсным радиовидением имеет преимущество 8 и 5 дБ соответственно при $KK = 0.9$, обеспечивая верификацию МРО при $ОСШ \geq 15$ дБ и $ОСП \geq 9$ дБ для частотно-временной развертки и $ОСШ \geq 23$ дБ и $ОСП \geq 14$ дБ для импульсного формирования ФСПМ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены научно-практические результаты применимости метода трекинг-формирования при верификации векторных радиоизображений сигнатур МРО с помощью созданного на базе цифрового ВАЦ R&S ZNLE6 и двух сверхширокополосных антенн HE400UWB лабораторного прототипа радиовизора, реализующего полуавтоматический цикл обработки в *Simulink* с корреляционным анализом в режиме реального времени, что позволило получить следующие научно-практические результаты:

- разработан метод векторного трекинг-формирования сигнальных радиоизображений, устраняющий ограничения, присущие скалярным подходам на основе импульсного формирования спектра;
- обосновано представление неоднородной среды распространения радиоволн в виде S -параметрической системы связанных N -полюсников с учетом их пространственной ориентации;
- предложен алгоритм операторного Ψ -преобразования, устанавливающий зависимость проекционных искажений векторных радиоизображений сигнатур от пространственного положения объекта;
- показано, что распознавание сигнатур МРО по векторным радиоизображениям обеспечивает верификацию МРО при $ОСШ \geq 15$ дБ и $ОСП \geq 9$ дБ при установленном $KK = 0.9$;
- экспериментально подтверждено, что при использовании выборки из $N \geq 200$ гармоник в согласованном радиовизионном приеме обеспечивается воспроизводимость распознавания МРО на уровне 95% при $ОСШ \geq 15$ дБ и $ОСП \geq 9$ дБ.

Вклад авторов

Вклад авторов в подготовку теоретической части и проведение экспериментов распределен в равной степени.

Authors' contribution

The authors' contributions to the preparation of the theoretical section and the conduct of the experiments were distributed equally.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шадинов С.С. Метод сканирующей спектрально-временной развертки для получения радиоизображений. *Оборонный комплекс – научно-техническому прогрессу России*. 2024;4(164):57–60. <https://elibrary.ru/bmhwsc>
2. Шадинов С.С., Костин С.С., Коняшкин Г.В., Корчагин А.С., Романовский М.Ю., Гусейн-заде Н.Г. Векторный S-параметрический анализ сигнальных фазодинамических радиоизображений. *Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки*. 2023;512(1):78–86. <https://doi.org/10.31857/S2686740023050115>
3. Шадинов С.С., Коняшкин Г.В. *Программа захвата и распознавания векторных радиоизображений*: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2025614644 РФ; опубл. 25.02.2025.
4. Костин М.С., Бойков К.А. Цифровые технологии сигнального радиовидения и радиомониторинга. *Russian Technological Journal*. 2024;12(4):59–69. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-4-59-69>
5. Song S., Lu J., Xing S., et al. Near Field 3D Millimeter-Wave SAR Image Enhancement and Detection with Application of Antenna Pattern Compensation. *Sensors*. 2022;22(1):4509. <https://doi.org/10.3390/s22124509>
6. Xie Q., Quan X., He B. A Remote Sensing and Meteorological Data-Based Methodology for Wildfire Danger Assessment for China. In: *IGARSS 2020 – 2020 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. 2020. P. 6798–6801. <https://doi.org/10.1109/IGARSS39084.2020.9324063>
7. Li X., Li D., Liu H., Wan J., Chen Z., Liu Q. A-BFPN: An Attention-Guided Balanced Feature Pyramid Network for SAR Ship Detection. *Remote Sens*. 2022;14(15):3829–3847. <https://doi.org/10.3390/rs14153829>
8. Papadopoulos K., Jelali M. A Comparative Study on Recent Progress of Machine Learning-Based Human Activity Recognition with Radar. *Appl. Sci*. 2023;13(23):12728–12761. <https://doi.org/10.3390/app132312728>
9. Куликов Г.В., Данг С.Х. Влияние разбаланса квадратурного преобразования на помехоустойчивость приема сигналов с амплитудно-фазовой манипуляцией. *Russian Technological Journal*. 2024;12(1):59–68. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-1-59-68>
10. Yanik M.E., Wang D., Torlak M. Development and Demonstration of MIMO-SAR mmWave Imaging Testbeds. *IEEE Access*. 2020;8:126019–126038. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3007877>
11. Chen H., Long Z., Niu L., et al. Millimeter-wave SFCW SAR imaging system based on in-phase signal measurement with simplified transceiver. *Opt. Express*. 2020;28(2):1526–1538. <https://doi.org/10.1364/oe.380266>
12. Kim S., Krieger G., Villano M. Volume Structure Retrieval Using Drone-Based SAR Interferometry with Wide Fractional Bandwidth. *Remote Sens*. 2024;16(8):1352. <https://doi.org/10.3390/rs16081352>
13. Manzoni M., Tebaldini S., Monti-Guarnieri A.V., et al. Automotive SAR imaging: potentials, challenges, and performances. *Int. J. Microwave Wireless Technol.* 2023;16(1):3–12. <https://doi.org/10.1017/S1759078723000326>
14. Bolkhovskaya O., Maltsev A., Sergeev V. The wavefront estimation and signal detection in multi-element antenna arrays at low SNR. In: *Proceedings 2018 2nd European Conference on Electrical Engineering and Computer Science (EECS)*. 2018. P. 497–501. <https://doi.org/10.1109/EECS.2018.00097>
15. Болховская О.В., Мальцев А.А., Сергеев В.А. Система пассивного обнаружения и измерения расстояния до источника на основе оценки волнового фронта сигнала. *Радиотехника*. 2022;86(9):98–112. <https://doi.org/10.18127/j00338486-202209-11>

REFERENCES

1. Shadinov S.S. Method of scanning spectral-temporal sweep for obtaining radio images. *Oboronnyi kompleks – nauchno-tekhnicheskomu progressu Rossii = Defense Industry Achievements – Russian Scientific and Technical Progress*. 2024;4(164):57–60 (in Russ.). <https://elibrary.ru/bmhwsc>
2. Shadinov S.S., Kostin S.S., Konyashkin G.V., Korchagin A.S., Romanovskii M.Y., Gusein-zade N.G. Vector S-parametric analysis of signal phase dynamic radio images. *Doklady Rossiiskoi akademii nauk. Fizika, tekhnicheskie nauki = Doklady Physics*. 2023;512(1):78–86 (in Russ.). <https://doi.org/10.31857/S2686740023050115>
3. Shadinov S.S., Konyashkin G.V. *Program for Capturing and Recognizing Vector Radio Images*: Certificate of State Registration of Computer Program 2025614644 RF. Publ. 25.02.2025 (in Russ.).
4. Kostin M.S., Boikov K.A. Digital technologies of signal radio vision and radio monitoring. *Russian Technological Journal*. 2024;12(4):59–69. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-4-59-69>
5. Song S., Lu J., Xing S., et al. Near Field 3D Millimeter-Wave SAR Image Enhancement and Detection with Application of Antenna Pattern Compensation. *Sensors*. 2022;22(1):4509. <https://doi.org/10.3390/s22124509>
6. Xie Q., Quan X., He B. A Remote Sensing and Meteorological Data-Based Methodology for Wildfire Danger Assessment for China. In: *IGARSS 2020 – 2020 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. 2020. P. 6798–6801. <https://doi.org/10.1109/IGARSS39084.2020.9324063>
7. Li X., Li D., Liu H., Wan J., Chen Z., Liu Q. A-BFPN: An Attention-Guided Balanced Feature Pyramid Network for SAR Ship Detection. *Remote Sens*. 2022;14(15):3829–3847. <https://doi.org/10.3390/rs14153829>
8. Papadopoulos K., Jelali M. A Comparative Study on Recent Progress of Machine Learning-Based Human Activity Recognition with Radar. *Appl. Sci*. 2023;13(23):12728–12761. <https://doi.org/10.3390/app132312728>
9. Kulikov G.V., Dang X.Kh. Influence of quadrature transformation imbalance on the noise immunity of signal reception with amplitude-phase shift keying. *Russian Technological Journal*. 2024;12(1):59–68. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-1-59-68>

10. Yanik M.E., Wang D., Torlak M. Development and Demonstration of MIMO-SAR mmWave Imaging Testbeds. *IEEE Access*. 2020;8:126019–126038. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3007877>
11. Chen H., Long Z., Niu L., et al. Millimeter-wave SFCW SAR imaging system based on in-phase signal measurement with simplified transceiver. *Opt. Express*. 2020;28(2):1526–1538. <https://doi.org/10.1364/oe.380266>
12. Kim S., Krieger G., Villano M. Volume Structure Retrieval Using Drone-Based SAR Interferometry with Wide Fractional Bandwidth. *Remote Sens*. 2024;16(8):1352. <https://doi.org/10.3390/rs16081352>
13. Manzoni M., Tebaldini S., Monti-Guarnieri A.V., et al. Automotive SAR imaging: potentials, challenges, and performances. *Int. J. Microwave Wireless Technol*. 2023;16(1):3–12. <https://doi.org/10.1017/S1759078723000326>
14. Bolkhovskaya O., Maltsev A., Sergeev V. The wavefront estimation and signal detection in multi-element antenna arrays at low SNR. In: *Proceedings 2018 2nd European Conference on Electrical Engineering and Computer Science (EECS)*. 2018. P. 497–501. <https://doi.org/10.1109/EECS.2018.00097>
15. Bolkhovskaya O.V., Maltsev A.A., Sergeev V.A. A passive system for source detection and distance measurement based on signal wavefront estimation. *Radiotekhnika = J. Radioengineering*. 2022;86(9):98–112 (in Russ.). <https://doi.org/10.18127/j00338486-202209-11>

Об авторах

Шадинов Сергей Семенович, к.т.н., доцент, кафедра радиоволновых процессов и технологий, Институт радиоэлектроники и информатики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: shadinov@mirea.ru. <https://orcid.org/0009-0002-3798-5723>

Костин Михаил Сергеевич, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой радиоволновых процессов и технологий, заместитель директора Института радиоэлектроники и информатики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: kostin_m@mirea.ru. Scopus Author ID 57208434671, SPIN-код РИНЦ 5819-2178, <http://orcid.org/0000-0002-5232-5478>

About the Authors

Sergey S. Shadinov, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Radio Wave Processes and Technologies, Institute of Radio Electronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: shadinov@mirea.ru. <https://orcid.org/0009-0002-3798-5723>

Mikhail S. Kostin, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of the Department of Radio Wave Processes and Technologies, Deputy Director, Institute of Radio Electronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: kostin_m@mirea.ru. Scopus Author ID 57208434671, RSCI SPIN-code 5819-2178, <http://orcid.org/0000-0002-5232-5478>

УДК 538.945

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-106-115>

EDN TTKFOC



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Моделирование фотоэмиссии двухжидкостной системы носителей заряда, формирующейся при сильном электрон-фононном взаимодействии

С.В. Доронкина^{1, @}, А.С. Бабаянц²,
И.В. Лисица³, А.Э. Мясникова²

¹ МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

² Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, 344090 Россия

³ Ростовский государственный медицинский университет, Ростов-на-Дону, 344022 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: doronkina@mirea.ru

• Поступила: 11.01.2026 • Доработана: 28.01.2026 • Принята к опубликованию: 03.06.2026

Резюме

Цели. С целью объяснения природы «водопадов», наблюдаемых в фотоэмиссионных спектрах купратных высокотемпературных сверхпроводников, в работе выполнен расчет фотоэмиссионных спектров с угловым разрешением систем с сильным электрон-фононным взаимодействием (ЭФВ) и законом дисперсии, характерным для купратов, и произведено сравнение полученного спектра с результатами экспериментов на сверхпроводящих купратах.

Методы. Фотоэмиссионные спектры рассчитаны на основе золотого правила Ферми при использовании энергии связи биполярона и полярона, энергии поля поляризации и волновых функции носителей заряда в них, полученных в рамках двукомпонентной модели, включающей жидкость биполяронов большого радиуса и ферми-жидкость делокализованных носителей заряда. Ранее было показано, что такая двухжидкостная система образует основное и слабо возбужденные состояния систем с сильным фрэлиховским ЭФВ.

Результаты. Рассчитаны спектры фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением от систем с сильным ЭФВ и купратоподобной дисперсией при использовании параметров двухжидкостной системы носителей заряда, полученных минимизацией свободной энергии системы. Полученные спектры демонстрируют особенности, наблюдаемые в экспериментальных спектрах купратных сверхпроводников с соответствующим уровнем допирования, что позволяет разобраться в физических причинах этих особенностей.

Выводы. В использованной для расчета модели различная энергетическая цена релаксации системы после фотоэмиссии из автолокализованного и делокализованного состояний, которые при дальнодействующем сильном ЭФВ сосуществуют и делят импульсное пространство в соответствии с принципом Паули, приводит к возникновению «водопадов» в спектрах ARPES¹ в нодальном направлении. Высота «водопада» определяется различием в энергетической стоимости релаксации. Волновой вектор «водопада» связан с равновесным размером биполяронов при данном уровне допирования и температуре соотношением неопределенностей, изменение его величины с допированием согласуется с наблюдаемым в экспериментальных спектрах.

¹ Angle-resolved photoemission spectroscopy – фотоэлектронная спектроскопия с угловым разрешением.

Ключевые слова: купратные сверхпроводники, сильное электрон-фононное взаимодействие, биполярон большого радиуса, фотоэмиссионная спектроскопия

Для цитирования: Доронкина С.В., Бабаянц А.С., Лисица И.В., Мясникова А.Э. Моделирование фотоэмиссии двухжидкостной системы носителей заряда, формирующейся при сильном электрон-фононном взаимодействии. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):106–115. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-106-115>, <https://elibrary.ru/TTKFOC>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Photoemission modeling of a two-liquid charge-carrier system formed at strong electron–phonon coupling

Stanislava V. Doronkina ^{1, @}, Anastasia S. Babayants ²,
Ivan V. Lisitsa ³, Anna E. Myasnikova ²

¹ MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

² Southern Federal University, Rostov-on-Don, 344090 Russia

³ Rostov State Medical University, Rostov-on-Don, 344022 Russia

@ Corresponding author, e-mail: doronkina@mirea.ru

• Submitted: 11.01.2026 • Revised: 28.01.2026 • Accepted: 03.06.2026

Abstract

Objectives. The nature of the “waterfalls” observed in the photoemission spectra of cuprate high-temperature superconductors is explained by calculating the angle-resolved photoemission spectra of systems with significant electron–phonon interaction and dispersion law characteristic of cuprates. The resulting spectrum is compared with the results of experiments on superconducting cuprates.

Methods. Photoemission spectra obtained within a two-component model, comprising a liquid of large-radius bipolarons and a Fermi liquid of delocalized charge carriers, are calculated based on Fermi’s golden rule using the bipolaron and polaron binding energies, polarization field energy, and wave functions of charge carriers in them. The approach is based on previous findings that such a two-liquid system forms the ground and weakly excited states of systems with strong Fröhlich electron–phonon interaction.

Results. Angle-resolved photoemission spectra of systems with strong electron–phonon interaction and cuprate-like dispersion were calculated using the parameters of a two-fluid charge-carrier system, which were obtained by minimizing the free energy of the system. Features of the resulting spectra observed in the experimental spectra of cuprate superconductors with the corresponding doping level provide a basis to analyze their physical causes.

Conclusions. The model used for the calculations is characterized by different energies of relaxation following the photoemission from the self-trapped state and delocalized state, which coexist and divide the momentum space in accordance with the Pauli exclusion principle under long-range strong electron–phonon interaction. This energy difference, which leads to the formation of so-called waterfalls in the angle-resolved photoemission spectra (ARPES spectra) in the nodal direction, also determines their heights. The wave vector of the waterfall is associated with the equilibrium size of bipolarons at given doping level and temperature by the uncertainty principle, as well as the change in this wave vector with varying doping level that agrees with the phenomena observed in the experimental spectra.

Keywords: cuprate superconductors, strong electron–phonon interaction, large-radius bipolaron, photoemission spectroscopy

For citation: Doronkina S.V., Babayants A.S., Lisitsa I.V., Myasnikova A.E. Photoemission modeling of a two-liquid charge-carrier system formed at strong electron–phonon coupling. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):106–115. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-106-115>, <https://elibrary.ru/TTKFOC>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

С момента открытия высокотемпературной сверхпроводимости получили развитие как экспериментальные, так и теоретические методы исследования купратных высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). Однако механизм образования пар носителей заряда, являющийся фундаментальной причиной сверхпроводимости в купратах, остается неясным. В настоящее время отсутствует единое, общепринятое объяснение происхождения множественных фаз в купратах. В частности, для дырочно-допированных систем наблюдается до семи различных фаз, и механизм формирования некоторых из них (например, фаз псевдощели и «странного металла») пока не имеет четкого толкования [1]. Требуют объяснения и свойства нормального состояния купратных ВТСП: возникновение энергетической щели в спектре носителей заряда при температурах, превышающих температуру перехода в сверхпроводящее состояние T_c (critical temperature), различная зависимость периода зарядового упорядочения от уровня допирования в фазе волны зарядовой плотности в различных купратных системах, резкое изменение формы поверхности Ферми от малых электронных карманов к большой дырочной поверхности с шестикратным увеличением ее объема при незначительном повышении уровня допирования, изменение знака коэффициента Холла.

Не объяснена на настоящий момент явная и сильная зависимость свойств системы от состава материала: так, T_c сильно отличается у различных купратных семейств (у однослойного купрата на основе лантана критическая температура $T_c = 40$ К, у ВТСП на основе иттрия $T_c = 93$ К, а максимальную критическую температуру на данный момент имеет ртутьсодержащий сверхпроводник – 133 К). Еще одной нерешенной задачей является существование сверхпроводимости в системах, различающихся по свойствам и структуре. Например, в пниктидах (ВТСП на основе железа) имеется сверхпроводящая фаза, однако их родительское соединение – металл, а не диэлектрик, симметрия параметра порядка (т.е. волновая функция бозе-конденсата) имеет s' -симметрию в отличие от d -симметрии в купратах, а существование

электронных корреляций в пниктидах однозначно не выяснено [2].

Купраты представляют собой системы с сильными электронными корреляциями, поэтому традиционно для их изучения применялись модели сильной связи. Однако исследователями было отмечено [1], что с помощью данных моделей невозможно объяснить полную совокупность экспериментальных данных, полученных при исследовании купратов [3]. Важным фактором, ускоряющим прогресс в этом направлении, является учет влияния кристаллической решетки на состояния носителей в ВТСП-материалах помимо корреляций электронов [1]. Именно это влияние призвано внести в теорию сверхпроводимости зависимость свойств системы от структуры материала [4], которая, как было описано выше, существенно влияет на свойства купратов. Уже стало общепринятым представление о том, что для появления в теории зависимости свойств ВТСП от его структуры необходим учет электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ).

1. МОДЕЛЬ КУПРАТА, ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ПРИ РАСЧЕТЕ СПЕКТРОВ ARPES²

Необходимо отметить существование двух типов ЭФВ – сильного и слабого. Сильное взаимодействие может возникать либо вследствие деформации кристаллической решетки, которая изменяет электрическое поле и создает деформационный потенциал, либо вследствие кулоновского отталкивания между электронами. В первом случае формируются локализованные состояния носителей, имеющие размер меньше размера элементарной ячейки. Такие состояния называются поляронами и биполяронами малого радиуса. Во втором случае кулоновское взаимодействие приводит к формированию поляронов и биполяронов большого радиуса с размером, в несколько раз превышающим размер элементарной ячейки. Этот второй тип взаимодействия, называемый дальнodelствующим, более подходит для описания свойств купратных ВТСП, поскольку они

² Angle-resolved photoemission spectroscopy – фотоэлектронная спектроскопия с угловым разрешением.

имеют ионную кристаллическую решетку, которая, как известно, обладает высокой поляризуемостью.

О наличии сильного ЭФВ в купратах свидетельствует выраженный спад в дисперсии фононов вблизи волнового вектора зарядового упорядочения [5], называемый «смягчением» фононных мод. Другим из наиболее явных проявлений сильного ЭФВ в купратах является гигантское уширение полос в спектрах ARPES [4]. Несоответствие модели короткодействующего ЭФВ наблюдаемым свойствам купратов заключается в различном способе перемещения малых и больших биполяронов. Известно, что в купратных ВТСП даже при низком уровне допирования наблюдается достаточно высокая проводимость. Однако биполяроны малого радиуса не могут двигаться когерентно, их перемещение по кристаллу возможно только посредством термически активированных перескоков, при которых носитель покидает поляризационную потенциальную яму на одном узле и формирует ее на соседнем. Вероятность таких перескоков мала, а сосуществование биполяронов малого радиуса с делокализованными носителями не возникает, в отличие от случая биполяронов большого радиуса, из-за малого размера биполяронов малого радиуса. Поэтому системы с короткодействующим взаимодействием не могут проявлять высокую проводимость, которая имеет место в купратах. Таким образом, наиболее подходящей моделью для описания свойств купратных ВТСП является модель сильного дальнегодействующего ЭФВ.

Ранее было показано [6], что основное и слабо возбужденные состояния такой системы представляют собой двухкомпонентную систему сосуществующих биполяронов размером много больше постоянной решетки и делокализованных носителей. Для расчета параметров этого состояния в модели сжимаемой биполярной жидкости авторами настоящей статьи обобщен вариационный метод на системы взаимодействующих сжимаемых автолокализованных носителей, сосуществующих с делокализованными. Полученные в результате фазовая диаграмма «допирование – температура», период зарядового упорядочения и температура перехода, как и ее зависимость от числа проводящих слоев в элементарной ячейке, находятся в качественном и количественном согласии с экспериментами на купратах. Также не только качественно, но и количественно согласуются с экспериментом рассчитанные ранее спектры ARPES [7]. Однако, поскольку они были рассчитаны до получения параметров основного и слабо возбужденных состояний двухжидкостной системы носителей заряда [6], при их расчете использовались радиусы, энергии связи и энергии деформации решетки в поляроне и биполароне, рассчитанные для изолированного полярона и биполярона. В связи

с этим необходимо проверить, сохранится ли согласие результатов расчета с экспериментом при использовании этих величин, полученных минимизацией свободной энергии системы [6]. Дело в том, что радиус полярона и биполярона в проводящей плоскости и в перпендикулярном к ней направлении, а также энергия связи полярона и биполярона и энергия деформации кристаллической решетки в поляроне и биполароне, довольно сильно отличаются в биполяронной жидкости от случая изолированных полярона и биполярона в среде с той же поляризуемостью кристаллической решетки как за счет учета сильной анизотропии (квазидвумерности) купратов, так и за счет сжатия автолокализованных состояний по сравнению с их размером в случае одиночного полярона или биполярона.

Важно отметить, что фотоэмиссионные спектры купратов, полученные для различных направлений в импульсном пространстве, имеют различные особенности [8]. В антинодальном направлении, т.е. вдоль граней зоны Бриллюэна, в экспериментальных спектрах наблюдается отсутствие спектрального веса вблизи поверхности Ферми, или псевдощель, ширина которой может достигать 0.06 эВ. В отличие от обычной сверхпроводящей щели, псевдощель остается открытой как в сверхпроводящем, так и в нормальном состоянии. Природа так называемой псевдощелевой фазы на фазовой диаграмме купратов в координатах «уровень допирования – температура» остается предметом дискуссий. В рамках рассматриваемого подхода для получения стационарных состояний делокализованных носителей, находящихся в дополнительном потенциале биполяронов, был развит метод решения уравнения Шрёдингера, подобный методу конечных элементов, который позволил показать, что псевдощель возникает вследствие отсутствия стационарных состояний носителей заряда со средними импульсами вблизи антинодальных направлений [9].

В нодальных спектрах купратов, полученных в направлении диагонали зоны Бриллюэна, помимо рассмотренного выше уширения пиков наблюдаются две характерные особенности: кинк (излом) [10] в низкоэнергетической части спектра и область вертикальной дисперсии, которую также называют «водопадом» и высокоэнергетической аномалией [11–14]. Вторую особенность удалось объяснить в рамках модели сильного дальнегодействующего ЭФВ как следствие существования в одной системе носителей в делокализованном и локализованном состояниях, которые делят импульсное пространство в соответствии с правилом запрета Паули и дают разный энергетический вклад при фотоэмиссии, что и проявляется в экспериментальных спектрах как области вертикальной дисперсии [7]. Также

удалось определить полуширину и положение полос в фотоэмиссионном спектре и вычислить волновой вектор вертикальной дисперсии k_0 .

Величина волнового вектора k_0 определяется радиусом биполярона R через соотношение неопреде-

ленностей как $k_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{R}$ [6], радиус биполярона

определяется минимизацией свободной энергии системы. Минимизация свободной энергии системы при низких температурах и уровнях допирования, характерных для сверхпроводящих купратов, показала, что в системе практически отсутствуют поляроны [6]. Однако дырка, появившаяся при фотоэмиссии электрона, будет образовывать дырочный полярон после релаксации в область минимума энергии дырок, если допирование ниже оптимального, поскольку в такой системе энергетически выгодно сжатие автолокализованных состояний при увеличении плотности носителей. При оптимальном и более высоком допировании дальнейшее сжатие автолокализованных состояний становится энергетически невыгодным, поэтому фотодырка остается делокализованной.

Для расчета использовались значения диэлектрических проницаемостей (статической и высокочастотной), которые были взяты из оптических спектров, и эффективной массы носителей, которая была взята из данных экспериментов ARPES [15].

2. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Сложность рассматриваемой системы требует применения совокупности нескольких моделей и методов, а также их развития для достижения цели исследования. Дисперсия носителей в купратах может быть получена непосредственно из экспериментальных спектров ARPES, поскольку дисперсия полосы ARPES в системах с сильным ЭФВ соответствует дисперсии носителей без ЭФВ. Согласно данным ARPES [16], дисперсия электронов и дырок вблизи экстремумов в купратах, допированных дырками, выражается параболической функцией, а поверхность Ферми состоит из четырех дуг окружностей с центрами в точке $(\pm\pi/a, \pm\pi/a)$ (a – постоянная решетки). Для расчета энергии связи биполярона и энергии деформированного фононного вакуума в разреженных и плотных системах используется вариационный метод; в функционале средней энергии электронные корреляции учитываются в приближении эффективной массы [15]. Вектор состояния системы записывается в адиабатическом приближении с использованием представления когерентных состояний для фононного поля [17]. Применение этого представления позволяет провести аналитический

расчет высокоэнергетической части спектра ARPES согласно золотому правилу Ферми [15]. Исходная теория биполяронов рассматривала поле поляризации как классическое с энергией, равной ее среднему значению (удвоенной энергии связи [15]). В результате ширина предсказанной полосы в спектре оптического поглощения, вызванной фотодиссоциацией поляронов, определялась только волновой функцией электрона в поляроне [18]. Учет квантовых флуктуаций фононного поля в поляроне с использованием базиса квантовых когерентных состояний [17] позволил аналитически рассчитать широкие гауссовские полосы в оптической проводимости [19] и спектрах ARPES [20], возникающие в результате генерации различного числа фононов в различных актах фотораспада поляронов с пуассоновской вероятностью.

Основное и слабо возбужденные состояния системы определяются минимизацией ее свободной энергии по радиусу автолокализованных состояний [6]. Для получения свободной энергии используется функция распределения носителей заряда в системах с сильным фрёлиховским ЭФВ, построенная по методу Гиббса [21]. Как указывалось выше, ее главной особенностью является возможное сосуществование автолокализованных и делокализованных носителей, занимающих различные области импульсного пространства. В результате фотоэмиссия из этих различных областей импульсного пространства имеет различную энергетическую стоимость. Она рассчитывается согласно уравнениям сохранения энергии, включающим изменение энергии электронного и фононного полей вследствие релаксации после фотоэмиссии.

Закон сохранения энергии (аргумент δ -функции в выражении для вероятности перехода из начального в конечное состояние системы) связывает энергию фотоэлектрона (представляемую обычно через так называемую энергию связи) и число излученных фононов ν . Например, для случая, когда фотоэмиссия происходит из делокализованного состояния, а фотодырка, оставшаяся после фотоэмиссии, образует дырочный полярон: $\hbar\Omega + E(k) = E_{\text{kin}} + \Phi + E_p + \nu\hbar\omega$, где $\hbar\Omega$ – энергия фотона с частотой Ω ; $E(k)$ – закон дисперсии носителя заряда; E_{kin} – кинетическая энергия фотоэлектрона; Φ – работа выхода; E_p – энергия связи образующегося дырочного полярона; $\nu\hbar\omega$ – энергия фононов с частотой ω . Обычно в фотоэмиссионной спектроскопии последние три величины заменяют энергией связи фотоэлектрона: $\varepsilon = E_{\text{kin}} - (\hbar\Omega - \Phi)$. Тогда закон сохранения энергии принимает вид: $E(k) = \varepsilon + E_p + \nu\hbar\omega$. Помимо импульса носителя заряда в исходном состоянии он содержит только две переменные величины ε и ν , что позволяет выразить вторую через первую и подставить

в вероятность излучения ν фононов P_ν . Тогда, пренебрегая дисперсией фононов, можно выразить вероятность $A(k, \varepsilon)$ обнаружить фотоэлектрон с импульсом k и энергией связи ε в виде [19, 20]:

$$A(k, \varepsilon) \propto |\psi_k|^2 P_{\nu(\varepsilon)}, \quad (1)$$

$$P_{\nu(\varepsilon)} = \sum_{\{v_{\vec{q}}\}=\nu} \prod_{\vec{q}} \left| \left\langle v_{\vec{q}} \left| d_{\vec{q}} \right. \right\rangle \right|^2 = \frac{\bar{\nu}^{\nu(\varepsilon)-1}}{(\nu(\varepsilon)-1)!} e^{-\bar{\nu}}, \quad (2)$$

$$\nu(\varepsilon) = \frac{E_p - \varepsilon}{\hbar\omega}, \quad \bar{\nu} = \sum_{\vec{q}} |d_{\vec{q}}|^2 = \frac{\Delta E_{pvd}}{\hbar\omega}, \quad (3)$$

где ψ_k – Фурье-образ волновой функции электрона в начальном состоянии; $\bar{\nu}$ – среднее количество фононов, испущенных в результате релаксации системы; ΔE_{pvd} – энергия деформации решетки (phonon vacuum deformation) ЭФВ; суммирование в (2) идет по наборам $v_{\vec{q}}$, в которых сумма $v_{\vec{q}}$ по всем гармоникам фононного поля равна ν ; $d_{\vec{q}}$ – среднее значение оператора рождения продольного оптического фонона с энергией $\hbar\omega$ и волновым вектором $\vec{q}$. В случае фотоэмиссии делокализованного электрона с формированием дырочного полярона $\Delta E_{pvd} = E_{pvd}^p$ – энергия деформации решетки в поляроне.

В случае фотоэмиссии носителя из электронного биполярона релаксация системы после фотоэмиссии включает переход электрона с поверхности Ферми в автолокализованное состояние, при этом избыточная кинетическая энергия этого электрона передается фононной подсистеме, что приводит к дополнительному излучению в среднем $\bar{\nu}' = \hbar^2 k_F^2 / (2m^* \hbar\omega)$ фононов, где k_F – волновой вектор Ферми электрона, m^* – эффективная масса электрона). Помимо этого, восстановление биполярона из полярона также сопровождается излучением фононов, их среднее количество $\bar{\nu}_2 \approx \bar{\nu}_1$, где $\bar{\nu}_1$ – число фононов, излученных при распаде биполяронной поляризационной «шубы» до поляронной, поскольку начальное и конечное состояния фононного вакуума для случаев распада и восстановления меняются местами. В соответствии со свойствами распределения Гаусса средние числа излученных фононов складываются:

$$\begin{aligned} \bar{\nu} &= \bar{\nu}_1 + \bar{\nu}_2 + \bar{\nu}' \cong 2\bar{\nu}_1 + \bar{\nu}' \cong \\ &\cong 2(E_{pvd}^b - E_{pvd}^p) / \hbar\omega + \hbar^2 k_F^2 / (2m^* \hbar\omega). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь E_{pvd}^b, E_{pvd}^p – энергии деформации фононного вакуума в биполяроне и поляроне, соответственно. Закон сохранения энергии при допировании выше оптимального и импульс фотоэлектрона $k < k_0$ имеет вид (конечно, при низкой температуре):

$$E_b + 0 = E_b + \varepsilon + \nu \hbar\omega, \quad (5)$$

где E_b – энергия связи биполярона. В случае допирования дырками ниже оптимального к правой

части (5) добавляется энергия связи дырочного полярона, сформированного появившейся дыркой с поверхности Ферми, а в правую часть (4) при этом добавляется $E_{pvd}^p / \hbar\omega$.

Коэффициент 2 в выражении (4) при разности энергии деформации фононного вакуума в биполяроне и поляроне соответствует случаю, когда полностью распалась часть фононной «шубы» биполярона до «шубы» в поляроне. Однако, поскольку как распад части поляризационной «шубы» биполярона, так и релаксация электрона с поверхности Ферми к области импульсов $k < k_0$, соответствующих автолокализованным электронам, связаны с фононными процессами, их время имеет один порядок. В таком случае коэффициент будет меньше 2. Рассчитать его значение весьма непросто, поэтому авторы использовали один из двух рассмотренных случаев (системы с допированием ниже и выше оптимального) для определения коэффициента из экспериментального спектра, а второй случай использовали как проверку (коэффициент в обоих случаях одинаков). Найденное для допирования выше оптимального значение коэффициента 0.8 дало хорошее согласие рассчитанного с таким коэффициентом случая низкого допирования с экспериментальными данными. Невысокое значение коэффициента согласуется также с недавно зафиксированным в динамическом исследовании рентгеновских спектров после резонансного (через оптическую щель) фотовозбуждения сложного оксида BaBiO_3 , родительского соединения ВТСП-висмутатов. Было зафиксировано неожиданно быстрое восстановление состояния системы после фотовозбуждения, которое должно сопровождаться деформацией кристаллической решетки [22].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рисунок демонстрирует рассчитанные спектры фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением сильно взаимодействующих электрон-фононных систем с купратоподобной дисперсией. Рисунок (а) соответствует малому допированию $p = 0.05$, рисунок (б) – допированию выше оптимального $p = 0.17$. Для их построения использованы результаты минимизации свободной энергии системы с обратной эффективной диэлектрической проницаемостью

$$\frac{1}{\varepsilon^*} = \frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0} = 0.27, \quad \text{где } \varepsilon_\infty = 3.45 - \text{высокочастотная}$$

диэлектрическая проницаемость, $\varepsilon_0 = 50$ – статическая диэлектрическая проницаемость), эффективной массой электронов и дырок вблизи минимума их энергий $m^* = 1.2m_e$, где m_e – масса электрона, и двумя проводящими слоями в элементарной ячейке, расстояние между которыми $d = 4.1 \text{ \AA}$, «толщина» полярона

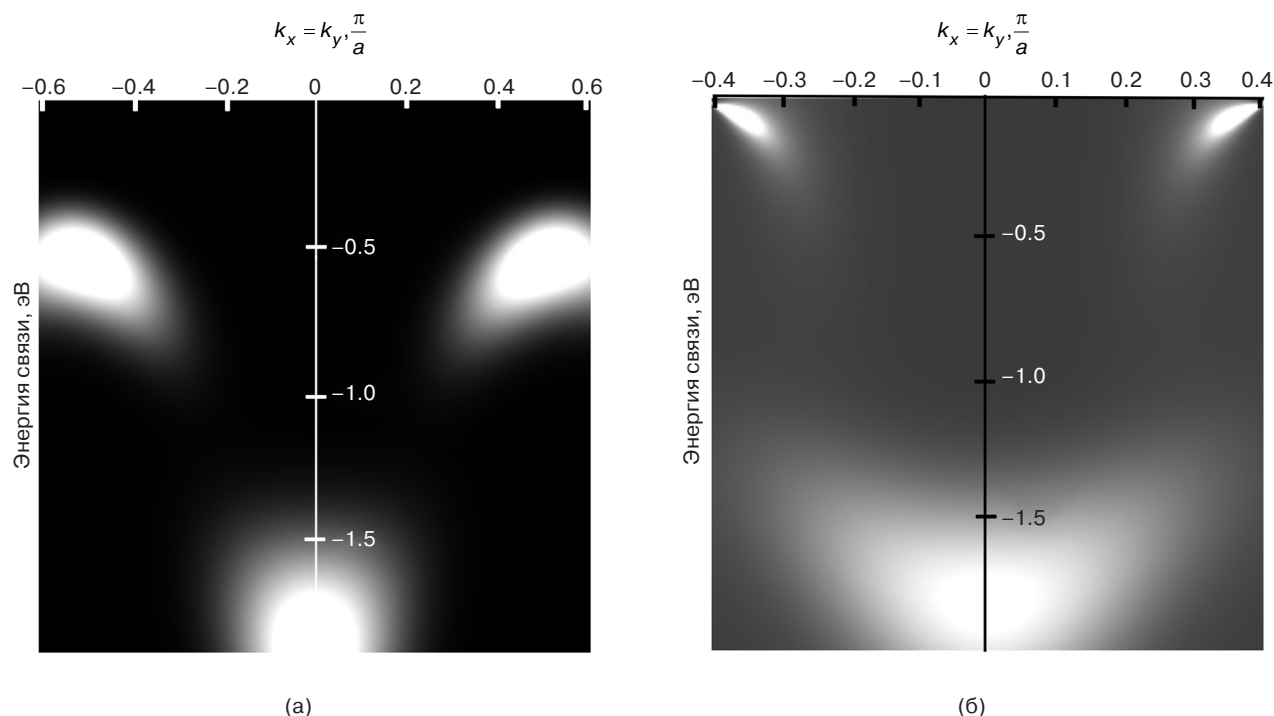


Рисунок. Рассчитанные карты интенсивности фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением сильно взаимодействующих электрон-фононных систем с купратоподобной дисперсией для малого (панель (а)) и высокого (панель (б)) уровня допирования.

По горизонтальной оси отложены проекции волнового вектора носителя заряда k_x, k_y в медь-кислородной плоскости купратов вдоль нодального направления (диагонали первой зоны Бриллюэна).
 a – размер элементарной ячейки кристалла, $a = 3.86 \text{ \AA}$

и биполярона $h = 6 \text{ \AA}$. Значения $1/\epsilon^*$ и ϵ_0 соответствуют наблюдаемым в купратах ($\epsilon_0 = 30\text{--}50$ [23, 24], $\epsilon_\infty = 3.5\text{--}4.0$ [25]). Для использованных параметров системы рассчитанный радиус биполярона и полярона при низком $p = 0.05$ составил $13 \text{ \AA}$, а при $p = 0.17$ радиус составил $7.1 \text{ \AA}$.

Рисунок (а) находится в хорошем согласии с экспериментальными спектрами в нодальном направлении в недопированном родительском соединении $\text{Ca}_2\text{CuO}_2\text{Cl}_2$ [14] и в слабо допированном соединении $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ [26] с температурой сверхпроводящего перехода $T_c = 5 \text{ К}$. Рисунок (б) согласуется с экспериментальным спектром системы $\text{Bi}2201$ в нодальном направлении [11]. Различия радиуса биполярона в слабо и сильно допированной системе проявляется в заметном сдвиге импульса «вертикальной дисперсии» k_0 в сторону увеличения с ростом допирования (из-за уменьшения радиуса биполярона). Аналогичный сдвиг отчетливо выражен и в экспериментальных спектрах. Положение высокоэнергетического максимума интенсивности также испытывает сдвиг – он смещается в область меньшей энергии связи с ростом допирования. Физической причиной этого сдвига является отсутствие возможности автолокализации фотодырки при допировании выше оптимального, что выражается в отсутствии соответствующей формированию дырочного полярона

добавки в выражениях (4) и (5). Полученная величина коэффициента, учитывающего степень распада поляризационной «шубы» при фотоэмиссии из электронного биполяронного состояния до восстановления биполярона вследствие релаксации системы к энергетически более выгодному состоянию, указывает на сравнимую скорость процессов распада поляризационной «шубы» и релаксации электрона с поверхности Ферми к уровню импульсов носителей в автолокализованных состояниях.

В использованной для расчета модели различная энергетическая цена релаксации системы после фотоэмиссии из автолокализованного и делокализованного состояний, которые при дальнедействующем сильном ЭФВ сосуществуют и делят импульсное пространство в соответствии с принципом Паули, приводит к возникновению «водопадов» в спектрах ARPES в нодальном направлении. Высота «водопада» как раз определяется различием в энергетической стоимости релаксации. Волновой вектор k_0 , характеризующий положение «водопада», определяется равновесным размером биполяронов при данном уровне допирования и температуре посредством соотношения неопределенностей. Изменение величины k_0 с ростом уровня допирования согласуется с наблюдаемым в экспериментальных спектрах [11, 14, 26]. Ширина полос в спектре ARPES,

возникающих при участии автолокализованных состояний, весьма велика вследствие рождения различного числа фононов при распаде или изменении когерентного состояния фононного поля, что также находится в согласии с экспериментальными данными. Отсутствие пересечения спектральной плотностью поверхности Ферми при низком допировании $p < 0.1$ [8] связано с тем, что делокализованная дырка не является стационарным состоянием при таком допировании, стационарным состоянием является дырочный полярон (при $p < 0.04$) или биполярон (при $0.04 < p$) [6].

В последние два года интерес к теоретическому моделированию возникновения высокоэнергетических особенностей в спектрах ARPES купратов вновь возрос в связи с обнаружением подобных структур в спектрах ARPES никелатов [27, 28] – относительно новых ВТСП, открытых 7 лет назад. Общая модель возникновения «водопадов» может быть полезна для развития общей теории ВТСП купратов и никелатов. Предложенная недавно модель [29] имеет существенный недостаток – в ее рамках вертикальная дисперсия возникает лишь в узком интервале параметров модели, когда энергия U отталкивания двух электронов на узле меди (никеля) составляет от $7t$ до $8t$, где t – энергия перескока электрона на ближайший узел. Узкий интервал параметров, приводящий к возникновению «вертикальной дисперсии», является следствием того, что она возникает в модели [29] за счет локального совпадения наклона двух дисперсионных кривых – дисперсии квазичастиц, рассчитанной в модели Хаббарда квантовым методом Монте-Карло, и фотоэлектронов. Рассмотренная в настоящей

работе модель не ограничена столь узкими границами применимости и может быть применена к расчету фотоэмиссии никелатов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе рассчитаны спектры фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением от систем с сильным ЭФВ и купратоподобной дисперсией при использовании параметров двухжидкостной системы носителей заряда, рассчитанных минимизацией свободной энергии системы. Найденные особенности спектров при малом допировании и высоком допировании находятся в согласии с экспериментальными данными в купратах, что позволило обсудить возможные физические причины этих особенностей в спектрах купратов.

Вклад авторов

С.В. Доронкина – разработка программ и расчет спектров, обсуждение результатов, написание текста статьи.

А.С. Бабаянц – разработка программ и расчет спектров, обсуждение результатов.

И.В. Лисица – разработка программ и расчет спектров, обсуждение результатов.

А.Э. Мясникова – постановка задачи, обсуждение результатов.

Authors' contributions

S.V. Doronkina – developing the programs and calculating the spectra, discussing results, and writing the text of the article.

A.S. Babayants – developing the programs and calculating the spectra, discussing results.

I.V. Lisitsa – developing the programs and calculating the spectra, discussing results.

A.E. Myasnikova – problem statement, discussing results.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Keimer B., Kivelson S.A., Norman M.N., Uchida S., Zaanen J. From quantum matter to high-temperature superconductivity in copper oxides. *Nature*. 2015;518:179–186. <https://doi.org/10.1038/nature14165>
2. Stewart G.R. Superconductivity in iron compounds. *Rev. Mod. Phys.* 2011;83:1589–1652. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.1589>
3. Bozovic I., Ahn Ch. A new frontier for superconductivity. *Nature Phys.* 2014;10:892–895. <https://doi.org/10.1038/nphys3177>
4. Shen K.M., Ronning F., Meevasana W., Lu D.H., Ingle N.J.C., Baumberger F., et al. Angle-resolved photoemission studies of lattice polaron formation in the cuprate $\text{Ca}_2\text{CuO}_2\text{Cl}_2$. *Phys. Rev. B*. 2007;75:075115. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.75.075115>
5. Le Tacon M., Bosak A., Souliou S.M., Dellea G., Loew T., et al. Inelastic X-ray scattering in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.6}$ reveals giant phonon anomalies and elastic central peak due to charge-density-wave formation. *Nature Phys.* 2014;10:52–58. <https://doi.org/10.1038/nphys2805>
6. Myasnikova A.E., Doronkina S.V., Arutyunyan R.R., Dzhanemirov A.H. Free energy of a two-liquid system of charge carriers in strongly coupled electron and phonon fields and common nature of three phases in hole-doped cuprates. *J. Phys.: Condens. Matter*. 2024;36:325601. <https://doi.org/10.1088/1361-648X/ad459d>
7. Myasnikova A.E., Zhileeva E.A., Moseykin D.V. Relaxation of strongly coupled electron and phonon fields after photoemission and high-energy part of ARPES spectra of cuprates. *J. Phys.: Condens. Matter*. 2018;30(12):125601. <https://doi.org/10.1088/1361-648X/aaad3e>
8. Damacelli A., Hussain Z., Shen Z.-X. Angle-Resolved Photoemission Studies of the Cuprate Superconductors. *Rev. Mod. Phys.* 2003;75(2):473–541. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.75.473>
9. Doronkina S.V., Myasnikova A.E., Dzhanemirov A.H., Lutsenko A.V. Topological pseudogap in highly polarizable layered systems with 2D hole-like dispersion. *Physica E: Low-Dimens. Syst. Nanostruct.* 2022;136:115052. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2021.115052>

10. Lanzara A., Bogdanov P.V., Zhou X.J., et al. Evidence for ubiquitous strong electron–phonon coupling in high-temperature superconductors. *Nature*. 2001;412:510–514. <https://doi.org/10.1038/35087518>
11. Xie B.P., Yang K., Shen D.W., et al. High-Energy Scale Revival and Giant Kink in the Dispersion of a Cuprate Superconductor. *Phys. Rev. Lett.* 2007;98:147001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.147001>
12. Graf J., Gweon G.-H., McElroy K., et al. Universal High Energy Anomaly in the Angle-Resolved Photoemission Spectra of High Temperature Superconductors: Possible Evidence of Spinon and Holon Branches. *Phys. Rev. Lett.* 2007;98:067004. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.067004>
13. Moritz B., Schmitt F., Meevasana W., et al. Effect of strong correlations on the high energy anomaly in hole- and electron-doped high- T_c superconductors. *New J. Phys.* 2009;11:093020. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/11/9/093020>
14. Ronning F., Shen K.M., Armitage N.P., Damascelli A., Lu D.H., et al. Anomalous high-energy dispersion in angle-resolved photoemission spectra from the insulating cuprate $\text{Ca}_2\text{CuO}_2\text{Cl}_2$. *Phys. Rev. B*. 2005;71:094518. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.71.094518>
15. Pekar S.I. *Untersuchungen über die Electronentheorie der Kristalle*. Berlin: Akademie-Verlag; 1954, 184 p. (In Germ.).
16. Rösch O., Gunnarsson O., Zhou X.J., et al. Polaronic behavior of undoped high- T_c cuprate superconductors from angle-resolved photoemission spectra. *Phys. Rev. Lett.* 2005;95:227002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.227002>
17. Myasnikov E.N., Myasnikova A.E., Kusmartsev F.V. Coherence of the lattice polarization in large-polaron motion. *Phys. Rev. B*. 2005;72:224303. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.224303>
18. Emin D. Phonon-mediated attraction between large bipolarons: Condensation to a liquid. *Phys. Rev. Lett.* 1994;72(7):1052–1055. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.72.1052>
19. Мясников Э.Н., Мясникова А.Э., Мastroпас З.П. О множественном рождении фонов при фотодиссоциации медленных поляронов Ландау–Пекара. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2006;129(3):548–565. <https://www.elibrary.ru/hsxhvd>
[Myasnikov E.N., Myasnikova A.E., Mastropas Z.P. Multiphonon generation during photodissociation of slow Landau–Pekar polarons. *J. Exp. Theor. Phys.* 2006;102(3):480–496. <https://doi.org/10.1134/S1063776106030113>]
[Original Russian Text: Myasnikov E.N., Myasnikova A.E., Mastropas Z.P. Multiphonon generation during photodissociation of slow Landau–Pekar polarons. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*. 2006;129(3):548–565 (in Russ.). <https://www.elibrary.ru/hsxhvd>]
20. Myasnikova A.E., Myasnikov E.N. Correlation of optical conductivity and angle-resolved photoemission spectra of strong-coupling large polarons and its display in cuprates. *Phys. Rev. B*. 2008;77(16):165136. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.165136>
21. Myasnikova A.E., Myasnikov E.N., Moseykin D.V., Zuev I.S. Distribution of charge carriers at strong electron–phonon interaction and “vertical dispersion” in ARPES spectra of cuprates. *Phys. Lett. A*. 2015;379(5):458–465. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2014.10.051>
22. Menushenkov A.P., Ivanov A., Neverov V., et al. Direct evidence of real-space pairing in BaBiO_3 . *Phys. Rev. Res.* 2024;6:023307. <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.6.023307>
23. Meevasana W., Baumberger E., Tanaka K., et al. Extracting the spectral function of the cuprates by a full two-dimensional analysis: Angle-resolved photoemission spectra of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_6$. *Phys. Rev. B*. 2008;77:104506. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.104506>
24. Mishchenko A.S., Nagaosa N., Shen K.M., Shen Z.-X., Zhou X.J., Devereaux T.P. Polaronic metal in lightly doped high- T_c cuprates. *Europhys. Lett.* 2011;95(5):57007. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/95/57007>
25. Zhang W., Liu G., Meng J., et al. High Energy Dispersion Relations for the High Temperature $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ Superconductor from Laser-Based Angle-Resolved Photoemission Spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.* 2008;101:017002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.017002>
26. Valla T., Kidd T.E., Yin W.-G., Gu G.D., et al. High-Energy Kink Observed in the Electron Dispersion of High-Temperature Cuprate Superconductors. *Phys. Rev. Lett.* 2007;98:167003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.167003>
27. Sun W., Jiang Z., Xia C., et al. Electronic structure of superconducting infinite-layer lanthanum nickelates. *Sci. Adv.* 2025;11(4):eadr5116. <https://doi.org/10.1126/sciadv.adr5116>
28. Ding X., Fan Y., Wang X., et al. Cuprate-like electronic structures in infinite-layer nickelates with substantial hole dopings. *Natl. Sci. Rev.* 2024;11(8):nwae194. <https://doi.org/10.1093/nsr/nwae194>
29. Krsnik J., Held K. Local correlations necessitate waterfalls as a connection between quasiparticle band and developing Hubbard bands. *Nat. Comm.* 2025;16(1):255. <https://doi.org/10.1038/s41467-024-55465-7>

Об авторах

Доронкина Станислава Валерьевна, к.ф.-м.н., старший преподаватель, кафедра высшей математики – 3, Институт перспективных технологий и промышленного программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: st.doronkina@gmail.com. Scopus Author ID 57219795495, SPIN-код РИНЦ 9086-8195, <https://orcid.org/0000-0002-0546-8740>

Бабаянц Анастасия Станиславовна, студент, физический факультет, ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» (344006, Россия, Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, д. 105/42). E-mail: 9aababayan@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0004-9940-3842>

Лисица Иван Васильевич, ассистент, кафедра медицинской физики, математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО «Ростовский государственный медицинский университет» (344022, Россия, Ростов-на-Дону, пер. Нахичеванский, д. 29). E-mail: nikola2014@bk.ru. <https://orcid.org/0009-0006-7927-2157>

Мясникова Анна Эдуардовна, д.ф.-м.н., доцент, профессор кафедры теоретической и вычислительной физики, ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» (344006, Россия, Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, д. 105/42). E-mail: myasnikova67@yandex.ru. Scopus Author ID 6602715354, <https://orcid.org/0000-0001-7262-8292>

About the Authors

Stanislava V. Doronkina, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Lecturer, Higher Mathematics Department – 3, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: st.doronkina@gmail.com. Scopus Author ID 57219795495, RSCI SPIN-code 9086-8195, <https://orcid.org/0000-0002-0546-8740>

Anastasia S. Babayants, Student, Physics Faculty, Southern Federal University (105/42, Bolshaya Sadovaya ul., Rostov-on-Don, 344006 Russia). E-mail: 9aababayanz@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0004-9940-3842>

Ivan V. Lisitsa, Assistant, Department of Medical Physics, Mathematics, and Information Technology, Rostov State Medical University (29, Nakhichevanskii per., Rostov-on-Don, 344022 Russia). E-mail: nikkola2014@bk.ru. <https://orcid.org/0009-0006-7927-2157>

Anna E. Myasnikova, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Theoretical and Computational Physics, Southern Federal University (105/42, Bolshaya Sadovaya ul., Rostov-on-Don, 344006 Russia). E-mail: myasnikova67@yandex.ru. Scopus Author ID 6602715354, <https://orcid.org/0000-0001-7262-8292>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 532.5;519.6

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-116-124>

EDN QPOWCM



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Численное моделирование течения Куэтта микрополярной жидкости методом проекции

К.В. Губарева ^{1, @}, Е.Ю. Просвирыков ^{2, 3}, А.В. Еремин ¹

¹ Самарский государственный технический университет, Самара, 443100 Россия

² Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, 620062 Россия

³ Институт машиноведения имени Э.С. Горкунова Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург, 620049 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: r.kristina2017@mail.ru

• Поступила: 28.12.2025 • Доработана: 07.02.2026 • Принята к опубликованию: 24.05.2026

Резюме

Цели. Целью работы является разработка эффективного численного алгоритма для моделирования двумерного течения микрополярной жидкости в плоском канале с движущейся верхней стенкой (течение Куэтта) и исследование влияния параметров микрополярности на структуру течения.

Методы. Для решения уравнений микрополярной жидкости использован метод проекции с явной схемой интегрирования по времени. Пространственная дискретизация выполнена методом конечных разностей на равномерной сетке 51×51 . Конвективные члены аппроксимированы противопоточной схемой первого порядка для обеспечения устойчивости при умеренных числах Рейнольдса. Для уравнения микровращения и уравнений сохранения импульса применена раздельная схема решения с последующей коррекцией давления для удовлетворения условия несжимаемости.

Результаты. Получены стационарные поля скорости и микровращения для течения Куэтта при числе Рейнольдса $Re = 100$ и параметрах микрополярности $N = 0.3$, $m = 0.015$. Продемонстрирована устойчивая сходимость численного метода за 5000 итераций с точностью до $3 \cdot 10^{-6}$ для компонент скорости и $1.5 \cdot 10^{-6}$ для микровращения. Визуализированы векторное поле скорости, линии тока, распределение микровращения, завихренности и диссипации. Наблюдается неоднородное поле микровращения с максимальными значениями (~ 0.45 рад/с) в угловых областях канала.

Выводы. Разработанный алгоритм позволяет эффективно моделировать течение микрополярной жидкости в канале. Численный метод демонстрирует устойчивую сходимость и физическую осмысленность результатов. Установлено, что микрополярность существенно изменяет структуру течения по сравнению с ньютоновским случаем, приводя к формированию поперечной компоненты скорости и нелинейного распределения микровращения. Полученные распределения полевых характеристик могут служить основой для дальнейших исследований реологических свойств микрополярных сред и верификации экспериментальных данных.

Ключевые слова: микрополярная жидкость, течение Куэтта, метод проекции, численное моделирование, континуум Коссера, микровращение, метод конечных разностей

Для цитирования: Губарева К.В., Просвирыков Е.Ю., Еремин А.В. Численное моделирование течения Куэтта микрополярной жидкости методом проекции. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):116–124. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-116-124>, <https://elibrary.ru/QPOWCM>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Numerical simulation of Couette flow in a micropolar fluid using the projection method

Kristina V. Gubareva ^{1, @}, Evgenii Yu. Prosviryakov ^{2, 3}, Anton V. Eremin ¹

¹ Samara State Technical University, Samara, 620062 Russia

² Ural Federal University, Yekaterinburg, 620062 Russia

³ Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620049 Russia

@ Corresponding author, e-mail: r.kristina2017@mail.ru

• Submitted: 28.12.2025 • Revised: 07.02.2026 • Accepted: 24.05.2026

Abstract

Objectives. The study develops an efficient numerical algorithm for simulating a two-dimensional flow of a micropolar fluid in a plane channel with a moving upper wall (Couette flow) in order to investigate the influence of micropolarity parameters on the flow structure.

Methods. The equations governing the dynamics of a micropolar fluid are solved using the projection method with explicit time integration. Spatial discretization is performed by the finite difference method on a uniform 51×51 grid. The convective terms are approximated using a first-order upwind scheme to ensure stability at moderate Reynolds numbers. The microrotation and momentum conservation equations are solved separately, followed by a pressure correction to satisfy the incompressibility condition.

Results. Steady-state velocity and microrotation fields were obtained for a Couette flow at Reynolds number $Re = 100$ with micropolarity parameters $N = 0.3$ and $m = 0.015$. The numerical method demonstrated stable convergence within 5000 iterations to achieve residuals of $3 \cdot 10^{-6}$ for velocity components and $1.5 \cdot 10^{-6}$ for microrotation. Visualized results include the vector velocity field and streamlines, as well as distributions of microrotation, vorticity, and energy dissipation. A nonuniform microrotation field was formed having maximum values (~ 0.45 rad/s) localized in the corner regions of the channel.

Conclusions. The developed algorithm effectively simulates a micropolar fluid flow in a channel. The numerical method exhibits stable convergence to yield physically meaningful results. Micropolarity is confirmed to significantly alter the flow structure in comparison with the Newtonian case, leading to the development of a transverse velocity component and a nonlinear microrotation distribution. The obtained distributions of field characteristics can serve as a basis for further research into the rheological properties of micropolar media and for the verification of experimental data.

Keywords: micropolar fluid, Couette flow, projection method, numerical simulation, Cosserat continuum, microrotation, finite difference method

For citation: Gubareva K.V., Prosviryakov E.Yu., Eremin A.V. Numerical simulation of Couette flow in a micropolar fluid using the projection method. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):116–124. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-116-124>, <https://elibrary.ru/QPOWCM>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Микрополярные жидкости представляют собой класс неньютоновских сред, обладающих внутренними вращательными степенями свободы. В отличие от классических ньютоновских жидкостей, описываемых симметричным тензором напряжений, микрополярные среды характеризуются наличием асимметричных напряжений и дополнительного поля микровращения [1, 2]. Такие жидкости адекватно моделируют поведение суспензий, полимерных растворов, жидкостей с примесями, а также некоторых биологических сред [3, 4]. Современные исследования активно используют эти модели для анализа течений в микрофлюидных устройствах [5] и биомеханических системах [6]. Перспективными направлениями также являются моделирование технических устройств, таких как подшипники скольжения [7], и анализ сложных течений с учетом дополнительных физических факторов, например магнитогидродинамических эффектов в гибридных наножидкостях [8]. Для решения сопряженных задач тепломассопереноса в таких средах разрабатываются эффективные численные методы, включая методы расщепления интегрального преобразования [9].

Теоретическое описание микрополярных жидкостей было впервые предложено Эрингеном в рамках теории континуума Коссера [1, 10]. Микрополярная жидкость представляет собой специальный случай нелинейно-упругого континуума Коссера, где локальный репер сводится к одному углу вращения, что существенно упрощает математическое описание при сохранении ключевых физических особенностей. Данная теория вводит дополнительный вращательный градус свободы, что приводит к существенному усложнению системы уравнений движения. Математическая модель включает уравнения сохранения импульса симметричным тензором напряжений, уравнение для поля микровращения и уравнение неразрывности [2, 11]. Важным направлением в теории микрополярных жидкостей является поиск точных решений уравнений движения, что служит основой для верификации численных методов [12, 13].

Течение Куэтта – одно из фундаментальных течений в гидродинамике – представляет собой сдвиговое течение между двумя параллельными пластинами, одна из которых движется с постоянной

скоростью [14]. Для ньютоновских жидкостей это течение имеет простое аналитическое решение с линейным профилем скорости. Однако для микрополярных жидкостей наличие микровращения приводит к нелинейному профилю скорости и возможному возникновению вторичных течений, что представляет значительный интерес для исследования реологических свойств [15, 16]. Недавние работы демонстрируют актуальность изучения точных решений для течений Куэтта с учетом различных физических факторов [17].

Численное моделирование течений микрополярных жидкостей сопряжено с существенными вычислительными трудностями из-за сложности системы уравнений и необходимости совместного решения уравнений для скорости, давления и микровращения. Традиционные методы решения уравнений Навье – Стокса требуют модификации для учета микрополярных эффектов. В настоящее время для решения таких задач применяются методы конечных разностей [18], конечных элементов и методы расщепления [19].

Метод проекции (или метод расщепления) является одним из наиболее эффективных подходов для решения уравнений несжимаемой жидкости [20]. Его основная идея заключается в разделении задачи на этапы: решение уравнений движения без учета давления с последующей коррекцией для удовлетворения условия несжимаемости через решение уравнения Пуассона для давления. Для уравнений микрополярной жидкости этот метод требует дополнительного этапа решения уравнения для микровращения [21].

Несмотря на значительное количество работ, посвященных микрополярным жидкостям, вопросы эффективного численного моделирования течения Куэтта для таких сред остаются недостаточно изученными. В частности, требуются исследования вопросы устойчивости численных схем, влияния параметров дискретизации на точность решения, а также анализа распределения поля микровращения при различных значениях параметров микрополярности [16, 22].

В настоящей работе представлен алгоритм численного моделирования двумерного течения Куэтта микрополярной жидкости методом проекции. Разработанный метод реализован с использованием противопоточной схемы для конвективных членов, что обеспечивает устойчивость при умеренных числах Рейнольдса. Проведено исследование влияния параметров

микрополярности на структуру течения и распределение поля микровращения. Основная новизна работы заключается в адаптации метода проекции для совместного решения уравнений движения и микровращения с использованием стабилизирующей противопоточной дискретизации, обеспечивающей устойчивость расчетов при сохранении приемлемой точности. Результаты работы могут быть использованы для верификации современных точных решений [13, 17, 23].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Исходная система уравнений для несжимаемой микрополярной жидкости в размерной форме приведена в фундаментальных работах А. Эрингена [1] и Г. Лукашевича [2]. Согласно этим работам, уравнения сохранения импульса, момента импульса и неразрывности записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) &= -\nabla p + (\mu + \kappa) \nabla^2 \mathbf{u} + \kappa \nabla \times \boldsymbol{\omega}, \\ j \rho \left(\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} \right) &= -2\kappa \boldsymbol{\omega} + \kappa \nabla \times \mathbf{u} + \gamma \nabla^2 \boldsymbol{\omega}, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \end{aligned}$$

где $\mathbf{u}$ – вектор скорости, p – давление, $\boldsymbol{\omega}$ – вектор микровращения, ρ – плотность жидкости, μ – классическая динамическая вязкость, κ – коэффициент вращательной вязкости, j – микроинерция, γ – коэффициент микровязкости.

Для рассматриваемой задачи течения Куэтта в прямоугольном канале приняты следующие допущения:

1. Жидкость несжимаема ($\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$).
2. Массовые силы и внешние моменты отсутствуют.
3. Течение изотермично (температурные эффекты не учитываются).
4. Физические параметры μ , κ , γ постоянны.
5. Коэффициент микровязкости γ связан с классической вязкостью μ и характерным размером микроструктуры l соотношением $\gamma = \mu l^2$, а микроинерция имеет порядок $j \sim \rho l^2$, что является стандартным предположением в теории микрополярных жидкостей [2, 16].

Для численной реализации выполнена безразмеризация уравнений. В качестве характерных масштабов выбраны: длина L (высота канала), скорость U (скорость движущейся верхней стенки), время L/U , давление ρU^2 , микровращение U/L . Вводя безразмерные переменные

$$\tilde{x} = \frac{x}{L}, \quad \tilde{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}}{U}, \quad \tilde{t} = \frac{tU}{L}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\rho U^2}, \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \frac{\boldsymbol{\omega} L}{U},$$

и подставляя их в размерные уравнения с учетом принятых допущений, после отбрасывания тильд

для упрощения записи получаем систему уравнений в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{N}{\text{Re}} \nabla \times \boldsymbol{\omega}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{m^2 \text{Re}} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} + \frac{2N}{m^2 \text{Re}} (\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega}), \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

где введены определяющие параметры подобия:

$$\text{Re} = \frac{\rho U L}{\mu + \kappa} \text{ – число Рейнольдса, } N = \frac{\kappa}{\mu + \kappa} \text{ – параметр микрополярности } (0 \leq N \leq 1), \quad m = \frac{l}{L} \text{ – без-}$$

размерная характеристическая длина микрополярности, $\boldsymbol{\Omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ – вектор завихренности.

В двумерной постановке задачи в плоскости (x, y) ненулевой компонентой микровращения является только ω_z , а завихренность определяется

$$\text{как } \Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \text{ Для упрощения записи в дальнейшем будем опускать индекс } z, \text{ подразумевая скалярные величины } \omega \text{ и } \Omega.$$

Физически параметр N характеризует относительный вклад вращательных степеней свободы в реологическое поведение жидкости, изменяясь от 0 (ньютоновская жидкость) до 1 (сильно выраженная микрополярность) [2].

Для течения Куэтта в двумерной постановке рассматривается прямоугольная область размером $L_x \times L_y$. Верхняя стенка ($y = L_y$) движется с постоянной скоростью U_0 вдоль оси x , нижняя стенка ($y = 0$) неподвижна. Боковые стенки ($x = 0$ и $x = L_x$) также считаются неподвижными. Граничные условия для скорости имеют вид:

$$\mathbf{u}(x, 0) = 0, \quad \mathbf{u}(x, L_y) = (U_0, 0), \quad \mathbf{u}(0, y) = (L_x, y) = 0. \quad (4)$$

Для поля микровращения применены однородные условия Неймана на всех границах:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial n} = 0. \quad (5)$$

Данный выбор граничных условий соответствует предположению об отсутствии потока микровращения через твердые границы в первом приближении и широко используется в литературе по численному моделированию микрополярных течений [16, 21].

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД И ВЕРИФИКАЦИЯ

Для решения системы уравнений (1)–(3) применен метод проекции с явной схемой интегрирования по времени. Метод проекции для системы уравнений

микрополярной жидкости реализован в виде следующей последовательности этапов на каждом временном шаге [20]:

1. Решение уравнения для микровращения (2).
2. Вычисление промежуточного поля скорости (предиктор) по уравнениям движения (1) без учета градиента давления.
3. Решение уравнения Пуассона для давления (7).
4. Коррекция скорости с учетом найденного давления (8).

На первом этапе решается уравнение для микровращения (2) с использованием противопоточной схемы для конвективного члена. Дискретизация выполняется методом конечных разностей на равномерной сетке с шагами Δx и Δy по пространственным координатам. Для устойчивости при умеренных числах Рейнольдса конвективные члены аппроксимируются противопоточной схемой первого порядка [18]. Поскольку в двумерной постановке ω является скалярной величиной, конвективный оператор раскладывается как

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega = u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y},$$

где $\mathbf{u} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$. Каждая компонента аппроксимируется независимо с учетом направления локального потока: значение берется из ячейки, расположенной «сверху по течению» (против направления скорости). При принятой в работе нумерации узлов сетки (j соответствует координате x , i – координате y) аппроксимация компоненты по x записывается как

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega \approx \begin{cases} u_{i,j} \frac{\omega_{i,j} - \omega_{i,j-1}}{\Delta x}, & \text{если } u_{i,j} > 0, \\ u_{i,j} \frac{\omega_{i,j+1} - \omega_{i,j}}{\Delta x}, & \text{если } u_{i,j} < 0, \end{cases} \quad (6)$$

а компонента по y – аналогично с заменой индексов ($j \rightarrow i$) и $\Delta x \rightarrow \Delta y$. Полная аппроксимация $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega$ получается суммированием обеих компонент. Лапласиан в уравнении (2) вычисляется по стандартной пятиточечной схеме. Методы расщепления, подобные использованному, хорошо зарекомендовали себя для решения уравнений Навье – Стокса, и их сходимость для несжимаемых течений была исследована в работах [19, 24].

На втором этапе решаются уравнения сохранения импульса (1) без учета градиента давления (предиктор скорости). Для этого также используется противопоточная схема для конвективных членов. Вычисление членов, содержащих микровращение, выполняется с использованием центральных разностей.

Третий этап включает решение уравнения Пуассона для давления:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^*, \quad (7)$$

где $\mathbf{u}^*$ – промежуточное поле скорости, полученное на втором этапе, Δt – шаг по времени. Уравнение (7) решается методом последовательной верхней релаксации с граничными условиями Неймана для давления.

На заключительном этапе выполняется коррекция скорости с учетом найденного давления:

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t \nabla p, \quad (8)$$

где $\mathbf{u}^{n+1}$ – скорость на новом временном слое.

Для обеспечения устойчивости численной схемы шаг по времени выбирается из условия Куранта – Фридрихса – Леви:

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{\Delta x}{|u|_{\max}}, \frac{\Delta y}{|v|_{\max}} \right), \quad (9)$$

а также дополнительных ограничений, связанных с вязкостью и микрополярными параметрами.

Вычисление диссипации энергии выполняется по формуле [2]:

$$\Phi = (1 + N) D_{ij} D_{ij} + \frac{1}{m^2} \nabla \omega \cdot \nabla \omega + 2N(\Omega - \omega)^2, \quad (10)$$

где $D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ – тензор скоростей деформации.

Завихренность вычисляется как ротор скорости:

$$\Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (11)$$

Критерием сходимости итерационного процесса служит достижение заданной точности для невязок всех полевых переменных:

$$\max(|\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n|, |\omega^{n+1} - \omega^n|) < \varepsilon, \quad (12)$$

где ε – заданная точность, в расчетах принималась равной 10^{-7} .

Верификация численного метода проведена путем сравнения с классическим решением задачи Куэтта для ньютоновской жидкости (при $N = 0$). В этом случае полученный профиль скорости с точностью до 0.5% совпадает с аналитическим линейным профилем $u(y) = U_0 y / L_y$. Все расчеты и визуализация результатов выполнены в среде *MATLAB*, версия R2023b¹ [25].

¹ https://www.mathworks.com/products/new_products/release2023b.html. Дата обращения 28.12.2025. / Accessed December 28, 2025.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Численное моделирование проведено для канала размерами $L_x = 0.1$ м, $L_y = 0.1$ м. Параметры течения: число Рейнольдса $Re = 100$, параметр микрополярности $N = 0.3$, характеристическая длина $m = 0.015$, скорость верхней стенки $U_0 = 0.3$ м/с. Параметры выбраны в соответствии с характерными значениями для технических микрополярных сред, где m находится в диапазоне 0.01–0.1, а N соответствует умеренно выраженным микрополярным свойствам [2, 21]. Расчетная сетка состояла из 51×51 узлов, что обеспечило достаточное разрешение для анализа структуры течения. Подобные параметры сетки и подходы к моделированию используются в современных исследованиях течений в полостях и каналах [16, 22].

На рис. 1 представлено векторное поле скорости для установившегося течения. Наблюдается характерный профиль течения Куэтта с преобладающим движением вдоль оси x . Максимальная скорость достигается у верхней движущейся стенки и составляет 0.3 м/с, что соответствует граничному условию. У нижней неподвижной стенки скорость стремится к нулю. Боковые стенки создают зоны застоя, где векторы скорости имеют минимальную величину. Отношение максимальной поперечной скорости к максимальной продольной составляет 0.3, что указывает на заметную поперечную компоненту, характерную для двумерных моделей микрополярных течений [16].

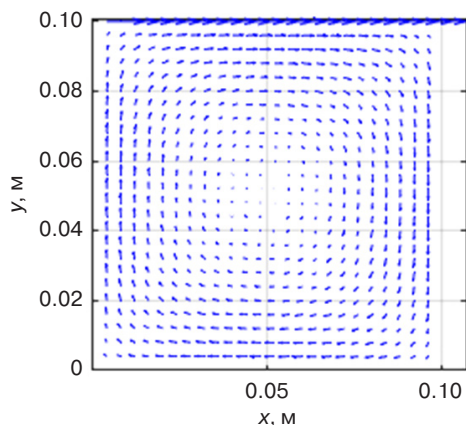


Рис. 1. Векторное поле скорости u

Линии тока, показанные на рис. 2, демонстрируют преимущественно параллельное течение с небольшими отклонениями в угловых областях. При заданных параметрах течения четко выраженные вторичные вихри не формируются, что соответствует теоретическим ожиданиям для умеренных значений параметра микрополярности N и согласуется с результатами моделирования течений в полостях для схожих значений параметров [22].

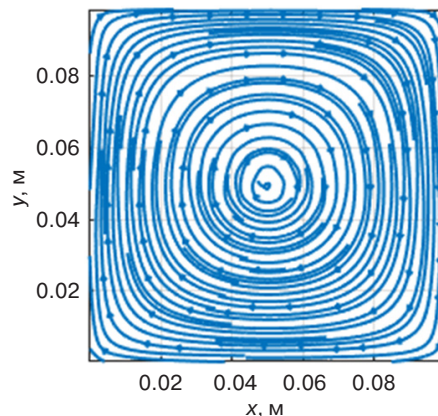


Рис. 2. Линии тока

Распределение модуля микровращения $|\omega|$ представлено на рис. 3. Наиболее интенсивное микровращение наблюдается в угловых областях канала, где взаимодействие неподвижных боковых стенок с движущейся верхней стенкой создает максимальные градиенты скорости. Максимальное значение модуля микровращения достигает 0.45 рад/с. В центре канала величина микровращения минимальна, что согласуется с теоретическими представлениями о затухании вращательных степеней свободы вдали от границ. Образовавшееся поле микровращения является существенно неоднородным с четко выраженными максимумами в пристеночных областях, преимущественно вдоль верхней и нижней стенок при $x \approx 0.025$ и $x \approx 0.075$. Качественно полученное распределение согласуется с результатами других исследований течений микрополярных жидкостей в каналах [16] и с выводами работ, посвященных точным решениям для однонаправленных течений [13, 17].

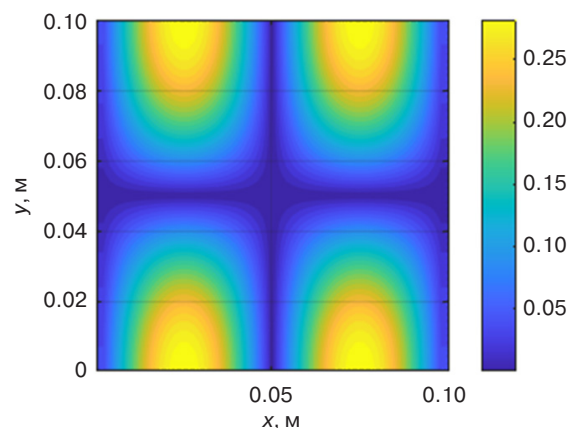


Рис. 3. Распределение модуля микровращения $|\omega|$

Сходимость численного метода показана на рис. 4 в полулогарифмическом масштабе. Невязки для всех трех полевых переменных демонстрируют монотонное уменьшение. После

2000 итераций невязки для компонент скорости стабилизируются на уровне 3×10^{-6} , а для микровращения – на уровне 1.5×10^{-6} , что свидетельствует о достижении установившегося состояния. Расчет был остановлен на 5000 итерациях, поскольку дальнейшее уменьшение невязок происходило крайне медленно при стабилизированных полевых распределениях. Общее время расчета составило 55.0 с. Такая скорость сходимости является приемлемой для рассматриваемого класса задач и подтверждает эффективность примененного алгоритма, что согласуется с исследованиями сходимости методов проекции [19].

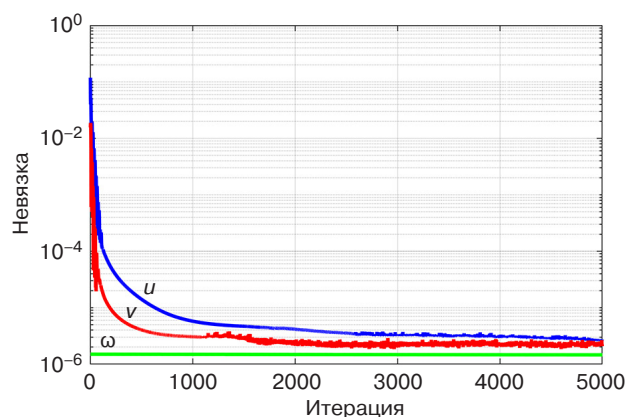


Рис. 4. Сходимость численного метода: изменение невязок по итерациям

На рис. 5 представлено распределение завихренности Ω , вычисленной по (11). Максимальные значения завихренности наблюдаются в угловых областях канала, где течение испытывает наибольшие деформации из-за взаимодействия с неподвижными стенками. Распределение завихренности коррелирует с полем микровращения, что подтверждает физическую согласованность решения. Максимальное значение завихренности составляет 1.6 с^{-1} , что соответствует характерному градиенту скорости в течении.

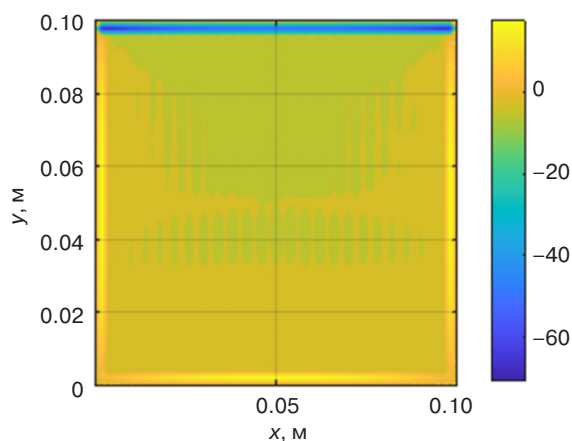


Рис. 5. Распределение завихренности Ω

Распределение диссипации энергии Φ , рассчитанное по формуле (10), показано на рис. 6. Максимальная диссипация наблюдается вблизи стенок, особенно в углах, где градиенты скорости максимальны. Общий уровень диссипации соответствует умеренному числу Рейнольдса и параметрам микрополярности. Анализ распределения диссипации показывает, что микрополярные эффекты вносят заметный вклад в общий баланс энергии, особенно в пристеночных областях. Изучение диссипативных процессов является важным аспектом анализа течений структурированных жидкостей [23].

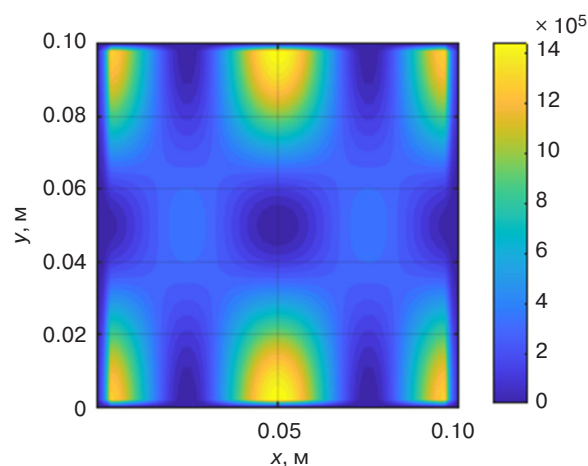


Рис. 6. Распределение диссипации энергии Φ

Качество численного решения проверено путем анализа выполнения условия несжимаемости (3). Максимальная дивергенция скорости в расчетной области не превышает 10^{-4} с^{-1} , что подтверждает адекватность применения метода проекции для решения уравнений микрополярной жидкости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе разработан и реализован численный алгоритм для моделирования двумерного течения Куэтта микрополярной жидкости. Применен метод проекции с противопоточной аппроксимацией конвективных членов, что обеспечило устойчивость расчетов при умеренных числах Рейнольдса. Использованный подход основан на современных исследованиях сходимости методов расщепления и применяется для моделирования сложных течений.

Получены физически осмысленные распределения скорости, микровращения, завихренности и диссипации энергии. Установлено, что микрополярность существенно изменяет структуру течения по сравнению с ньютоновским случаем: наблюдается заметная поперечная компонента скорости ($v/u \approx 0.3$), а микровращение достигает максимальных значений ($\sim 0.45 \text{ рад/с}$) в угловых областях. Численный

метод демонстрирует устойчивую сходимость с монотонным уменьшением невязок за 5000 итераций до уровня $3 \cdot 10^{-6}$ для компонент скорости и $1.5 \cdot 10^{-6}$ – для микровращения.

Разработанный алгоритм может быть использован для исследования реологических свойств микрополярных жидкостей при различных значениях параметров N и m , а также для анализа течений в более сложных геометриях. Практическая значимость результатов заключается в возможности применения разработанного подхода для моделирования биожидкостей, обработки полимерных материалов и проектирования микрофлюидных устройств, где учет микрополярных эффектов является существенным. Полученные численные решения могут служить тестом для верификации новых точных решений уравнений микрополярной гидродинамики.

Перспективным направлением дальнейших исследований является расширение метода для трехмерных течений, учет нестационарных эффектов, тепломассопереноса и магнитогидродинамических сил, что актуально для современных приложений. Также представляет интерес сравнение результатов

расчетов с данными, полученными методом расщепления интегрального преобразования для сопряженных задач. Результаты работы вносят вклад в развитие численных методов моделирования микрополярных сред и могут быть использованы для верификации экспериментальных данных и аналитических решений.

Вклад авторов

К.В. Губарева – разработка и реализация численного алгоритма, проведение расчетов, обработка и визуализация результатов.

Е.Ю. Просвирыков – постановка задачи, формализация математической модели, научное руководство.

А.В. Еремин – верификация метода, анализ полученных данных, интерпретация результатов и формулировка выводов.

Authors' contributions

K.V. Gubareva – development and implementation of the numerical algorithm, performing computations, processing and visualization of results.

E.Yu. Prosviryakov – problem statement, formalization of the mathematical model, scientific supervision.

A.V. Eremin – verification of the method, analysis of the obtained data, interpretation of results and formulation of conclusions.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Eringen A.C. Simple Microfluids. *Int. J. Eng. Sci.* 1964;2(2):205–217. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(64\)90005-9](https://doi.org/10.1016/0020-7225(64)90005-9)
2. Lukaszewicz G. *Micropolar Fluids: Theory and Applications*. Basel: Birkhäuser; 1999, 320 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0641-5>
3. Ariman T., Turk M.A., Sylvester N.D. Microcontinuum Fluid Mechanics – A Review. *Int. J. Eng. Sci.* 1973;11(8):905–930. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(73\)90038-4](https://doi.org/10.1016/0020-7225(73)90038-4)
4. Cowin S.C. The Theory of Polar Fluids. *Adv. Appl. Mech.* 1974;14:279–347. [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(08\)70034-6](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70034-6)
5. Squires T.M., Quake S.R. Microfluidics: Fluid Physics at the Nanoliter Scale. *Rev. Mod. Phys.* 2005;77(3):977–1026. <https://doi.org/10.1103/REVMODPHYS.77.977>
6. Carvalho V., Pinho D., Lima R.A., Teixeira J.C., Teixeira S. Blood Flow Modeling in Coronary Arteries: A Review. *Fluids*. 2021;6(2):53. <https://doi.org/10.3390/fluids6020053>
7. Mathur P., Soni S. Transient nonlinear modeling of lemon bore journal bearings with micropolar fluid and eccentricity effects. *Multiscale and Multidiscip. Model. Exp. and Des.* 2025;8:467. <https://doi.org/10.1007/s41939-025-01065-x>
8. Tassaddiq A. Impact of Cattaneo-Christov heat flux model on MHD hybrid nano-micropolar fluid flow and heat transfer with viscous and joule dissipation effects. *Sci. Rep.* 2021;11(1):67. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-77419-x>
9. Карташов Э.М. Развитие модельных представлений термической реакции вязкоупругих тел на температурное поле. *Russian Technological Journal*. 2024;12(6):80–90. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-80-90>
[Kartashov E.M. Development of model representations of thermal reaction viscoelastic bodies on the temperature field. *Russian Technological Journal*. 2024;12(6):80–90. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-80-90>]
10. Eringen A.C. Theory of Micropolar Fluids. *J. Math. Mech.* 1966;16(1):1–18. <https://doi.org/10.1512/IUMJ.1967.16.16001>
11. Ahmadi G. Self-Similar Solution of Incompressible Micropolar Boundary Layer Flow Over a Semi-Infinite Plate. *Int. J. Eng. Sci.* 1976;14(7):639–646. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(76\)90006-9](https://doi.org/10.1016/0020-7225(76)90006-9)
12. Burmasheva N.V., Prosviryakov E.Y. Exact Solutions to the Navier–Stokes equations for unidirectional flows of micropolar fluids in a mass force field. *Diagnostics, Resource and Mechanics of Materials and Structures (DReaM)*. 2024;3:41–63. <https://doi.org/10.17804/2410-9908.2024.3.041-063>
13. Baranovskii E.S., Ershkov S.V., Prosviryakov E.Y., Yudin A.V. Exact Solutions to the Oberbeck–Boussinesq Equations for Describing Three-Dimensional Flows of Micropolar Liquids. *Symmetry*. 2024;16(12):1669. <https://doi.org/10.3390/sym16121669>
14. Batchelor G.K. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press; 1967, 615 p.
15. Alwawi F., Sulaiman I.M., Swalmeh M.Z., Yaseen N. Energy transport boosters of magneto micropolar fluid flowing past a cylinder: A case of laminar combined convection. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2022;236(22):10902–10913.

16. Ali N., Nazeer M., Javed T., Abbas F. A numerical study of micropolar flow inside a lid-driven triangular enclosure. *Meccanica*. 2018;53(13):3279–3299. <https://doi.org/10.1007/s11012-018-0884-5>
17. Burmasheva N.V., Prosviryakov E.Y. The Inhomogeneous Couette Flow of a Micropolar Fluid. *Russ. J. Nonlin. Dyn.* 2025;21(3):345–358. <https://doi.org/10.20537/nd250601>
18. Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation; 1980, 197 p.
19. Maeda M., Soga K. More on convergence of Chorin's projection method for incompressible Navier–Stokes equations. *J. Math. Fluid Mech.* 2022;24(2):41. <https://doi.org/10.1007/s00021-021-00652-5>
20. Chorin A.J. Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Mathematics of Computation*. 1968;22(104):745–762. <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-1968-0242392-2>
21. Venkatadri K., Maheswari S., Lakshmi C.V., Prasad V.R. Numerical simulation of lid-driven cavity flow of micropolar fluid. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2018;402:012168. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/402/1/012168>
22. Batool S., Rasool G., Alshammari N., Khan I., Kaneez H., Hamadneh N. Numerical analysis of heat and mass transfer in micropolar nanofluids flow through lid driven cavity: Finite volume approach. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2022;37:102233. <https://doi.org/10.1016/j.csite.2022.102233>
23. Baranovskii E.S., Prosviryakov E.Y., Ershkov S.V. Mathematical analysis of steady non-isothermal flows of a micropolar fluid. *Nonlin. Anal.: Real World Appl.* 2025;84:104294. <https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2024.104294>
24. Карташов Э.М. Метод расщепления интегрального преобразования в задачах сложного теплообмена. *Russian Technological Journal*. 2025;13(6):104–115. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-6-104-115>
[Kartashov E.M. Method for splitting integral transformation in problems of complex heat transfer. *Russian Technological Journal*. 2025;13(6):104–115. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-6-104-115>]
25. Gubareva K.V., Prosviryakov E.Yu. MATLAB Implementation of a Projection Method for 2D Micropolar Couette Flow. *Mendeley Data*. V1. 2026. <https://doi.org/10.17632/mpjtfj7krc.1>

Об авторах

Губарева Кристина Владимировна, к.т.н., доцент, кафедра «Промышленная теплоэнергетика», ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» (443100, Россия, Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244). E-mail: r.kristina2017@mail.ru. Scopus Author ID 57216361463, SPIN-код РИНЦ 4171-9816, <https://orcid.org/0000-0002-9845-8372>

Просвирыков Евгений Юрьевич, д.ф.-м.н., доцент, профессор, кафедра информационных технологий и систем управления, Институт радиоэлектроники и информационных технологий – РтФ, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина (620062, Россия, Екатеринбург, ул. Мира, д. 32); заведующий сектором нелинейной вихревой гидродинамики, ФГБУН «Институт машиноведения имени Э.С. Горкунова Уральского отделения Российской академии наук» (620049, Россия, Екатеринбург, ул. Комсомольская, д. 34). E-mail: evgen_pros@mail.ru. Scopus Author ID 57189461740, ResearcherID E-6254-2016, SPIN-код РИНЦ 3880-5690, <https://orcid.org/0000-0002-2349-7801>

Еремин Антон Владимирович, д.т.н., доцент, проректор по научной работе, заведующий кафедрой «Промышленная теплоэнергетика», ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» (443100, Россия, Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244). E-mail: a.v.eremin@list.ru. Scopus Author ID 56395547000, ResearcherID D-6936-2014, SPIN-код РИНЦ 3892-0775, <https://orcid.org/0000-0002-2614-6329>

About the Authors

Kristina V. Gubareva, Cand. Sci. (Eng.) Associate Professor, Department of Industrial Thermal Power Engineering, Samara State Technical University (244, Molodogvardeyskaya ul., Samara, 443100 Russia). E-mail: r.kristina2017@mail.ru. Scopus Author ID 57216361463, RSCI SPIN-code 4171-9816, <https://orcid.org/0000-0002-9845-8372>

Evgenii Yu. Prosviryakov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Information Technology and Automation, Institute of Radioelectronics and Information Technologies, Ural Federal University (32, Mira ul., Yekaterinburg, 620062 Russia); Head of the Sector of Nonlinear Vortex Hydrodynamics, Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (34, Komsomolskaya ul., Yekaterinburg, 620049 Russia). E-mail: evgen_pros@mail.ru. Scopus Author ID 57189461740, ResearcherID E-6254-2016, RSCI SPIN-code 3880-5690, <https://orcid.org/0000-0002-2349-7801>

Anton V. Eremin, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Vice-Rector for Scientific Work, Head of the Department of Industrial Thermal Power Engineering, Samara State Technical University (244, Molodogvardeyskaya ul., Samara, 443100 Russia). E-mail: a.v.eremin@list.ru. Scopus Author ID 56395547000, ResearcherID D-6936-2014, RSCI SPIN-code 3892-0775, <https://orcid.org/0000-0002-2614-6329>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 537.86:519.25

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-125-136>

EDN RCOVQR



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Модернизация алгоритма статистической обработки данных сети комплексного фоновый мониторинга

В.А. Иванов^{1, 2}, С.Г. Парамонов²,
Е.С. Жигачева^{2, @}, Е.А. Позднякова²

¹ МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

² Институт глобального климата и экологии имени академика Ю.А. Израэля, Москва, 107258 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: kosjatko@gmail.com

• Поступила: 02.10.2025 • Доработана: 19.01.2026 • Принята к опубликованию: 01.06.2026

Резюме

Цели. На территории Российской Федерации с 1980-х гг. функционирует сеть комплексного фоновый мониторинга (КФМ) Росгидромета¹. В задачи программы КФМ входит получение экспериментальных данных о фоновом содержании загрязняющих веществ в различных природных средах (атмосферный воздух, атмосферные осадки, поверхностные воды, почва, растительность). В рамках работы сети регулярно (1 раз в 5–10 лет) обновляются рекомендации и нормативные документы о методах химического анализа, требованиях к размещению станций наблюдения и пр. Однако статистический аппарат сети не подвергался пересмотру с 1995 г. (Алгоритм 1995). Цель работы – модернизация выбранных шагов алгоритма статистической обработки данных о состоянии и загрязнении атмосферного воздуха, получаемых на сети КФМ.

Методы. Использованы методы корреляционного, трендового анализа, описательной математической статистики и структурной алгоритмизации.

Результаты. Рассмотрены шаги Алгоритма 1995, требующие модернизации. Создана структура обновленного алгоритма обработки данных – Алгоритм 2025, который предположительно позволит проводить совместный анализ данных Росгидромета, а также приведет к уменьшению влияния шумов и флуктуаций во временных рядах данных о фоновых концентрациях загрязняющих веществ в атмосферном воздухе. Предложены подходы к модернизации выбранных шагов Алгоритма 1995 и показана эффективность их модернизации.

Выводы. Невозможно получить данные в формате, рекомендуемом Росгидрометом, без изменения некоторых шагов устаревшего Алгоритма 1995, и необходима его модернизация. Модернизация выбранных шагов алгоритма позволит сократить шумы посредством устранения до 70% основных типов случайных и систематических ошибок, обусловленных человеческим фактором. Необходимо разработать корректные подходы к модернизации оставшихся шагов алгоритма, которые не были рассмотрены в этой работе.

Ключевые слова: алгоритм, временные ряды, фоновый мониторинг, загрязнение окружающей среды, статистическая обработка данных, тренды

¹ Росгидромет – федеральная служба по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды. <https://www.meteorf.gov.ru/>. Дата обращения 22.05.2026. [RosHydroMet is the Federal Service for Hydrometeorology and Environmental Monitoring of the Russian Federation. <https://www.meteorf.gov.ru/>. Accessed May 22, 2026. (In Russ.).]

Для цитирования: Иванов В.А., Парамонов С.Г., Жигачева Е.С., Позднякова Е.А. Модернизация алгоритма статистической обработки данных сети комплексного фоновое мониторинга. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):125–136. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-125-136>, <https://elibrary.ru/RCOVQR>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Modernization of a statistical data processing algorithm for integrated background monitoring

Vladimir A. Ivanov ^{1, 2}, Sergey G. Paramonov ²,
Ekaterina S. Zhigacheva ^{2, *}, Ekaterina A. Pozdnyakova ²

¹ MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

² Yu.A. Izrael Institute of Global Climate and Ecology, Moscow, 107258 Russia

* Corresponding author, e-mail: kosjatko@gmail.com

• Submitted: 02.10.2025 • Revised: 19.01.2026 • Accepted: 01.06.2026

Abstract

Objectives. Since the 1980s, the Integrated Background Monitoring Network (IBMoN) operated by RosHydroMet² in the Russian Federation has been collecting experimental data on background levels of pollutants in environmental media, including atmospheric air, precipitation, surface water, soil, and vegetation. As part of its operations, IBMoN regularly updates recommendations and regulatory documents regarding chemical analysis methods and requirements for monitoring site placement every 5–10 years. However, the statistical framework of the network has not been revised since 1995 (Algorithm 1995). This paper sets out to modernize selected steps of the statistical algorithm for processing data on air quality obtained from IBMoN.

Methods. In the study, correlation analysis, trend analysis, descriptive mathematical statistics, and structural algorithmization methods were used.

Results. Based on a review of Algorithm 1995 steps requiring modernization, a structure for the updated data processing algorithm version, Algorithm 2025, was developed. This new algorithm will enable the joint analysis of RosHydroMet data to mitigate the impact of noise and fluctuations in the time series of background concentrations of air pollutants. The effectiveness of the proposed methods for modernizing selected steps of Algorithm 1995 was substantiated.

Conclusions. Since it is not possible to obtain data in the format required by RosHydroMet without modifying some steps of the Algorithm 1995, this algorithm requires modernization. As a result of modernizing the selected steps, noise can be reduced by up to 70% to eliminate the main types of random and systematic errors caused by the human factor. However, future work is required to identify suitable approaches for modernizing the remaining steps that are not covered in this study.

Keywords: algorithm, time series, background monitoring, environmental pollution, statistical processing, trends

² RosHydroMet is the Federal Service for Hydrometeorology and Environmental Monitoring of the Russian Federation. <https://www.meteorf.gov.ru/>. Accessed May 22, 2026. (In Russ.).

For citation: Ivanov V.A., Paramonov S.G., Zhigacheva E.S., Pozdnyakova E.A. Modernization of a statistical data processing algorithm for integrated background monitoring. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):125–136. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-125-136>, <https://elibrary.ru/RCOVQR>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

Глоссарий

Экспозиция фильтра – это процесс, при котором воздух пропускается через фильтр, закрепленный в специальном держателе.

Бланковая проба (полевая бланковая проба) – проба атмосферного воздуха, с которой выполняют все манипуляции (распаковка, транспортировка к месту отбора и пр.), кроме экспозиции.

Предел обнаружения в химическом анализе – минимальное содержание определяемого вещества в пробе, сигнал которого можно надежно отличить от фона.

Аутлаеры (выбросы, экстремальные значения) – значения во входных данных, которые находятся далеко за пределами других наблюдений. Они не укладываются в общую модель поведения анализируемого процесса и значительно отличаются от окружающих данных. Выбросы могут быть вызваны ошибками измерений, некорректным вводом данных или являться результатом их сильной изменчивости.

Геофизический год – в России соответствует периоду гидрологического года. За начало года условно принимается 1 октября, холодный сезон – с 1 октября по 31 марта, теплый сезон – с 1 апреля по 30 сентября.

ВВЕДЕНИЕ

Загрязнение окружающей среды – одна из актуальных проблем человечества. Систематические наблюдения за загрязнением и состоянием окружающей среды начались в 60-х – 70-х гг. XX в. В тот период на государственной наблюдательной сети Советского Союза проводились различные международные и национальные программы мониторинга. Концепция комплексного фоновой мониторинга (КФМ) состояния загрязнения окружающей среды была создана в конце 70-х гг., а в начале 80-х гг. XX в. была организована сеть станций КФМ [1, 2], которая работает по настоящее время и собирает данные о концентрациях загрязняющих веществ в различных природных средах. Федеральное государственное бюджетное учреждение «Институт глобального климата и экологии имени академика Ю.А. Израэля» (ФГБУ «ИГКЭ»)³ выполняет функции научно-методического учреждения сети КФМ. К основным функциям учреждения относятся: методическое руководство сетью наблюдения (разработка технических и нормативных документов, включая методики химического анализа, рекомендации по оснащению станций наблюдения; контроль качества результатов наблюдений; обучение сотрудников станций), проведение части измерений, сбор, хранение, обобщение информации и т.д. Данные сети КФМ представляют собой временные ряды данных о концентрациях загрязняющих веществ в различных средах. Они состоят из обработанных

результатов лабораторных измерений, полученных согласно стандартизированным методикам и рассчитанных в соответствии с алгоритмом обработки экспериментальных данных о содержании загрязняющих веществ в атмосферном воздухе, используемым с 1995 г. (Алгоритм 1995). Эти результаты наблюдений публикуются в периодических изданиях Росгидромета и ФГБУ «ИГКЭ» [3, 4].

В соответствии с нормативными документами⁴, в выходных изданиях Росгидромета и ФГБУ «ИГКЭ» многолетние результаты наблюдений должны преимущественно публиковаться последовательно по годам, а интервалом осреднения является календарный год (с января по декабрь). Однако для результатов наблюдений КФМ интервалом осреднения исторически был выбран геофизический год (с октября по сентябрь). Таким образом, до 2023 г. в выходных изданиях Росгидромета и ФГБУ «ИГКЭ» основные результаты измерений сети КФМ публиковались за геофизический, а не календарный год, что не позволяло сравнивать эти данные

³ <http://www.igce.ru/>. Дата обращения 22.05.2026. / Accessed May 22, 2026. (In Russ.).

⁴ Приказ Федеральной службы по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды от 30 декабря 2015 г. № 798 «Об утверждении Положения о порядке подготовки ежегодного Обзора состояния и загрязнения окружающей среды в Российской Федерации». <https://www.meteorf.gov.ru/upload/iblock/952/Prikaz-RHM-20151230-798.pdf>. Дата обращения 22.05.2026. [Order of the Federal Service for Hydrometeorology and Environmental Monitoring of the Russian Federation No. 798 of December 30, 2015, “On Approval of Regulations for the Annual Review of State and Environmental Pollution in the Russian Federation” <https://www.meteorf.gov.ru/upload/iblock/952/Prikaz-RHM-20151230-798.pdf>. Accessed May 22, 2026. (In Russ.).]

с другими, публикуемыми прочими организациями Росгидромета. В 2023 г. было принято решение о переходе на стандартный интервал осреднения (за календарный год). Также развитие области знаний о работе с зашумленными сигналами и технических возможностей статистической обработки данных привело к необходимости пересмотра используемого алгоритма обработки результатов наблюдений сети КФМ.

Целью данной работы является модернизация выбранных шагов алгоритма статистической обработки данных о состоянии и загрязнении атмосферного воздуха, получаемых на сети КФМ, результаты которой позволят проводить сравнение полученных данных с результатами наблюдений других сетей Росгидромета, а также приведут к уменьшению влияния шумов и флуктуаций в рядах данных о фоновых концентрациях загрязняющих веществ в атмосферном воздухе.

ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ

В качестве предмета исследования выступили временные ряды – многолетние данные (1988–2019 гг.) о концентрациях загрязняющих веществ в атмосферном воздухе Астраханского государственного природного биосферного заповедника⁵ (далее – Астраханский заповедник), включающих взвешенные частицы (TSP), диоксид серы (SO_2), сульфаты (SO_4^{2-}) и свинец (Pb). Эти данные представляют собой результаты измерений концентраций, полученных в соответствии со стандартизованными методиками РД 52.04.186-89⁶, РД 55.44.593-2015 и т.д. [2]. Погрешность методов измерений составляет до 25%. Для исключения шумов, вызванных процессами хранения, транспортировки и пробоподготовки, из полученных результатов вычитались результаты анализа полевых бланковых проб⁷. Концентрации TSP, SO_2 , SO_4^{2-} измерялись в лаборатории на станции наблюдения КФМ; Pb – в лаборатории научно-методического учреждения.

⁵ <https://astrakhanzapoved.ru/>. Дата обращения 22.05.2026. / Accessed May 22, 2026. (In Russ.).

⁶ РД 52.04.186-89. Руководящий документ. Руководство по контролю загрязнения атмосферы. Разработан и внесен Государственным комитетом СССР по гидрометеорологии и Министерством здравоохранения СССР; 1991. [RD 52.04.186-89. Guidance Document for the Control of Atmospheric Pollution (approved by the State Committee for Hydrometeorology of the USSR on January 6, 1989 and the Chief State Sanitary Inspector of the USSR on May 16, 1989). (In Russ.).]

⁷ Руководство ЕМЕП по отбору проб и химическому анализу. EMEP/CCC – Report 1/95.Revision 2001. Norwegian Institute for Air Research; 2001. [The EMEP Manual for Sampling and Chemical Analysis. EMEP/CCC – Report 1/95. Revision 2001. Norwegian Institute for Air Research; 2001.]

Временные ряды данных о содержании загрязняющих веществ являются интервальными и неравноотстоящими. В различные годы результаты наблюдений характеризовали концентрации веществ, отобранных за различные временные интервалы (1 значение в неделю, 1 значение в 3 дня, 1 значение в сутки и т.д.) [5]. Различие во временных интервалах обусловлено вариативностью программ наблюдений за период исследования. При этом ряды данных являются неполными – часть данных отсутствует. Таким образом, количество значений различается. Например, по взвешенным частицам количество значений варьируется от 22 (2004 г.) до 351 (1992 г.) за год измерений.

АЛГОРИТМ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

Рассмотрим работу Алгоритма 1995 (рис. 1), который с 1995 г. до настоящего времени применяется для обработки временных рядов данных о концентрации загрязняющих веществ в атмосферном воздухе, поступающих со всех станций наблюдения и из лаборатории научно-методического учреждения сети КФМ.



Рис. 1. Существующий алгоритм обработки временных рядов данных о концентрациях загрязняющих веществ в атмосферном воздухе

Шаг 1 «Получение экспериментальных данных». Включает в себя сбор и аккумуляцию результатов наблюдения.

Шаг 2 «Внесение данных в бумажный и электронный журналы». Данные вносятся в бумажный лабораторный журнал операторами приборов сразу после проведения анализа. В журнале отмечаются причины возможного искажения результатов (снижения достоверности данных). Заполнение электронных таблиц на персональном компьютере (в программах *DBase*⁸ и *FoxPro*⁹) проводится ежемесячно. Ввод проводится двумя операторами либо одним оператором, но дважды – для исключения возможных опечаток.

Шаг 3 «Валидация данных». Валидация осуществляется методом экспертной оценки (1 эксперт), включает в себя решение об удалении аутлаеров (экстремальных значений), удаление заведомо ложных значений (отрицательные значения), замену/удаление значений, лежащих ниже предела обнаружения (НПО) прибора.

Шаг 4 «Расчет показателей центральной тенденции временных рядов». Расчет средних значений по Алгоритму 1995 проводится по среднегеометрическому методу для холодного и теплого сезонов и всего года. Для расчета среднего геометрического за теплый сезон используется временной ряд данных за период с апреля по сентябрь, для холодного сезона – с октября предыдущего по март текущего года. Расчет годовых средних геометрических проводится из двух среднегеометрических за теплый и холодный сезоны. Использование средних геометрических значений обусловлено предполагаемым многомодальным логнормальным распределением рассматриваемых рядов данных¹⁰.

Шаг 5 «Пополнение многолетних рядов данных». В многолетние ряды данных добавляются рассчитанные сезонные и среднегодовые значения.

Шаг 6 «Публикация данных на бумажном носителе». Включает в себя сохранение данных в табличном редакторе, построение графиков и диаграмм. Подготовка материалов для публикации в выходных изданиях Росгидромета и ФГБУ «ИГКЭ».

⁸ <https://www.dbase.com/>. Дата обращения 22.05.2026. / Accessed May 22, 2026.

⁹ <https://www.microsoft.com/>, официальная поддержка прекращена. [<https://www.microsoft.com/>, official support has been terminated.]

¹⁰ Парамонов С.Г. *Фоновое загрязнение атмосферы на Европейской территории России*: автореферат дис. ... к.т.н., М.: 1994, 20 с. [Paramonov S.G. *Background Pollution of the Atmosphere in the European Territory of Russia*: Cand. Sci. Thesis (Geogr.). Moscow: 1994, 20 p. (In Russ.).]

ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ ТРЕНДОВ

Оценка наличия, значимости и направления тенденций загрязняющих веществ в атмосферном воздухе на территории Астраханского заповедника проводилась с использованием теста Манна – Кендалла [6] и непараметрического метода робастного линейного сглаживания с использованием оценочной функции Тейла – Сена (метод Сена) [4, 7].

В соответствии с условиями использования теста Манна – Кендалла для рядов, состоящих из 10 и менее значений, оценка трендов проводится с применением статистического параметра S . В случае, когда ряд данных составляет более 10 значений, на основе статистического параметра S вычисляется статистический параметр Z . Все временные ряды данных, используемые в этой работе, являются выборками, содержащими более 10 значений.

Статистический параметр S рассчитывался по формуле:

$$S = \sum_{b=1}^{n-1} \sum_{a=b+1}^n \text{sgn}(x_a - x_b), \quad (1)$$

где x_a и x_b – годовые значения в годы a и b соответственно, а выражение $\text{sgn}(x_a - x_b)$ рассчитывается по формуле:

$$\text{sgn}(x_a - x_b) = \begin{cases} 1, & x_a - x_b > 0, \\ 0, & x_a - x_b = 0, \\ -1, & x_a - x_b < 0, \end{cases} \quad (2)$$

где sgn – знаковая функция, которая принимает значения -1 , 0 и $+1$.

$VAR(S)$ – дисперсия статистического параметра S вычислялась по формуле, которая учитывала возможные взаимосвязи:

$$VAR(S) = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum_{p=1}^q t_p(t_p-1)(2t_p+5)}{18}, \quad (3)$$

статистический параметр Z рассчитывался по формуле:

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{VAR(S)}}, & S > 0 \\ 0, & S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{VAR(S)}}, & S < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

где q – количество связанных групп, n – количество значений в ряду данных, t_p – количество значений в p -й группе.

Положительное (отрицательное) значение теста Z указывает на восходящую (нисходящую) тенденцию.

Для определения величины наклона линейного тренда использовался метод Сена.

Для оценки наклона тренда вычислялись наклоны Q_i между всеми парами значений:

$$Q_i = \frac{x_a - x_b}{a - b}, \quad (5)$$

где $a > b$; x_a и x_b – значения данных в моменты времени a и b .

Если временной ряд включал n значений x_a , то количество оценок наклона Q_i составляло

$$N = \frac{n(n-1)}{2}. \quad (6)$$

Оценкой наклона Сена являлась медиана этих N значений Q_i . N значений оценок наклона Q_i ранжировались от наименьшего к наибольшему, оценочная функция Сена вычислялась по формуле:

$$Q = Q_{[(N+1)/2]}, \text{ если } N \text{ нечетное,}$$

или

$$Q = \frac{1}{2} \left(Q_{[N/2]} + Q_{[(N+2)/2]} \right), \text{ если } N \text{ четное.} \quad (7)$$

В целях изучения взаимосвязей и возможности совместного использования различных рядов данных проводился ранговый корреляционный анализ Спирмена [8]. Этот анализ был выбран ввиду того, что выборка характеризовалась ненормальным (не гауссовым) распределением данных.

КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ПО АЛГОРИТМУ 1995

До 2023 г. в выходных изданиях Росгидромета и ФГБУ «ИГКЭ» основные результаты измерений сети КФМ публиковались за геофизический, а не календарный год, что не позволяло сравнивать эти данные с другими, публикуемыми организациями Росгидромета. Тем не менее, проводить совместный анализ данных, получаемых на различных сетях наблюдений, необходимо, поэтому актуальным является обеспечение возможности приведения данных сети КФМ к средним за календарный год.

Переход с осреднения за геофизический год на осреднение за календарный год с использованием Алгоритма 1995 не представляется возможным, т.к. согласно шагу 4 Алгоритма 1995 среднее геометрическое за год рассчитывалось из среднегеометрических за холодный и теплый сезон (а не результатов отдельных измерений), что обуславливалось необходимостью учета сезонной динамики. Расчет за календарный год не позволяет использовать подобный подход, т.к. периоды осреднения будут смещены.

Отметим, что с 1995 г. произошло качественное развитие цифровых технологий, появилась возможность введения дополнительных ограничений и проверок при оцифровке данных, благодаря чему в настоящее время возможно предотвратить часть случайных и систематических ошибок, таких как ввод случайного (например, буквенного) символа, неправильное форматирование (например, при заполнении дат в американском или британском стилях) и т.д. Использование дополнительных проверок также позволяет определить ряд случайных ошибок. Так, например, при проверке с построением графика визуально определяется ошибка, обусловленная неправильным расположением знака разделителя (т.е. возрастание или уменьшение значения на порядок и более). После выявления ошибок оператор проводит корректировку ряда данных.

Развитие аналитических методов и приборной базы позволяет определять все более низкие концентрации загрязняющих веществ, однако каждый метод имеет предел обнаружения. Пределом обнаружения является наименьшее количество или концентрация искомого вещества в испытуемом образце, которое можно достоверно отличить от нуля для данной системы измерений. Особенностью данных, получаемых на сети КФМ, является то, что измеряемые концентрации загрязняющих веществ являются низкими и могут находиться ниже предела обнаружения метода. В Алгоритме 1995 не создано стандартизированной процедуры работы со значениями НПО. Ранее оператор при внесении в журнал и эксперт при валидации данных могли удалять их, приравнивать к нулю или к половине предела обнаружения прибора, что могло приводить к различным рассчитанным средним даже при условии единства исходных данных.

Рассмотрим, какие шаги Алгоритма 1995 требуют модернизации. Под модернизацией шагов алгоритма в данной работе подразумевается замена, добавление новых, изменение последовательности шагов алгоритма, а также изменение содержания (подходов, механизмов, структур данных, входных и выходных данных, параметров) внутри шагов алгоритма.

Шаг 1 «Получение экспериментальных данных» не требует изменений, т.к. значения получают в соответствии с утвержденными методиками химического анализа.

Шаг 2 «Внесение данных наблюдения в бумажный и электронный журналы» нуждается в обновлении. Отметим, что основными задачами данного шага является создание бумажной и электронной версии массива данных, полностью дублирующих друг друга, что обеспечивает сохранность данных. При этом должно обеспечиваться исключение случайных и систематических ошибок при записи и вводе данных.

В настоящее время сохранение бумажной версии журнала регламентировано ГОСТ ISO/IEC 17025-2019¹¹. Тем не менее, использование электронных журналов позволяет избежать случайных ошибок при заполнении электронных таблиц без параллельного или повторного ввода данных.

Шаг 3 «Валидация данных» требует пересмотра. Ввиду изменения периода временных выборок с геофизического года на календарный возникает необходимость в переформатировании всех временных рядов за все время наблюдения.

В Алгоритме 1995 отсутствует механизм импутации данных, т.е. механизм замены пропущенных значений. В свою очередь количество экспериментальных данных может сильно варьироваться (от 5–10 до 20–31 значений в месяц). Это может быть связано как с отсутствием данных за тот или иной период, так и с ограничениями методов анализа. Содержание загрязняющих веществ в атмосферном воздухе часто имеет выраженную сезонную изменчивость [9–11], значительное различие в количестве значений, получаемых в разные периоды года, может приводить к искажению результатов расчетов. В свою очередь ограничения методов анализа часто связаны с их чувствительностью, т.е. с пределом обнаружения искомого вещества, поэтому необходимо разработать единый подход к замене значений НПО и, при необходимости, установить соответствующие значения для всех измеряемых веществ [12, 13].

Верификация данных в Алгоритме 1995 включала удаление аутлаеров, однако механизм отнесения значений к выбросам не был указан, что, вероятно, приводило к дополнительным ошибкам в расчетах. Необходимость удаления аутлаеров была обусловлена использованием среднего геометрического, которое чувствительно к экстремальным значениям [14, 15]. Однако в области загрязнения атмосферного воздуха появление концентраций на 2, 3 и более порядков выше основного массива данных может быть естественным явлением, связанным, например, с возникновением локальных источников загрязнения или с метеорологическими явлениями.

Таким образом, необходимо модернизировать шаг, добавив в него процедуру импутации данных (замены пропущенных значений и значений НПО), а также необходимо разработать единый подход к работе с аутлаерами.

Шаг 4 «Расчет средних значений» требует модификации. На данном шаге необходимо осуществить

переход от геофизических среднегодовых значений к значениям, характеризующим календарный год (в соответствии с требованиями Росгидромета). Как было описано выше, использование подхода Алгоритма 1995 не представляется возможным, поэтому средние геометрические значения предлагается заменить медианными [16, 17]. Медиана, как расчетная характеристика, является более устойчивой к аутлаерам [18, 19].

Шаг 5 «Пополнение многолетних рядов данных» должен быть обновлен ввиду изменения расчетов для исходных данных. Ранее многолетние ряды данных состояли из средних геометрических значений. При обработке результатов измерений в соответствии с новыми рекомендациями ряды данных должны состоять из медианных значений.

Шаг 6 «Публикация результатов» должен быть обновлен в связи с развитием сети Интернет и электронных носителей.

В Алгоритм 2025 необходимо добавить Шаг 2.1 «Пополнение многолетних рядов исходных данных», т.к. в ходе развития методов и технологий, а также ввиду накопления данных нередко возникает необходимость пересмотра отброшенных значений или пересчета из исходных данных. Таким образом исходный алгоритм должен быть модернизирован до алгоритма, представленного на рис. 2.



Рис. 2. Модернизированный алгоритм обработки временных рядов данных о концентрациях загрязняющих веществ в атмосферном воздухе (белым выделены шаги алгоритма, подробно рассмотренные в работе)

¹¹ ГОСТ ISO/IEC 17025-2019. Межгосударственный стандарт. Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий (переиздание). М.: Стандартинформ; 2021. [GOST ISO/IEC 17025-2019. Interstate Standard. General requirements for the competence of testing and calibration laboratories. Moscow: Standartinform; 2021.]

АНАЛИЗ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В данной работе рассмотрена возможность изменения шага 2 «Внесение данных наблюдения в бумажный и электронный журналы» и влияние изменения шага 4 «Расчет показателей центральной тенденции временных рядов» на итоговые результаты. Оценка эффективности модернизации шагов алгоритма проводилась с использованием данных, полученных из Астраханского заповедника. Процесс импутации данных на данный момент не рассматривался, т.к. для сравнения было необходимо использовать одинаковые исходные данные.

Влияние модернизации шага 2 Алгоритма 1995 на качество получаемых данных о загрязнении атмосферного воздуха

Использование современных табличных электронных редакторов, таких как *Microsoft Excel*, *LibreOffice Calc*, *Gnumeric*¹² и т.д., позволяет исключить наиболее распространенные ошибки при ручном вводе данных: опечатки, неправильное форматирование, повторный ввод и т.д. Например, в *Microsoft Excel* существует несколько возможностей ограничить использование символов, выбрав тип разрешенных данных и используя формулу, которая проверяет, содержит ли ячейка определенный символ, а в случае, если символ найден, формула возвращает ошибку и предотвращает ввод. В свою очередь при помощи графического отображения или условного форматирования ряда значений возможно выделение потенциальных аутлаеров, заведомо ложных значений или данных, требующих проверки.

Таким образом, использование оператором функциональных возможностей современных средств обработки и хранения информации позволит исключить из шага 2 повторное заполнение таблиц или участие второго оператора без снижения точности заполнения таблиц. В ряде случаев исключение человеческого фактора при модернизации шага 2 приведет к уменьшению количества случайных ошибок и, как следствие, к более корректному заполнению таблиц.

Влияние модернизации шага 4 Алгоритма 1995 на качество получаемых данных о загрязнении атмосферного воздуха

В рядах данных о содержании загрязняющих веществ в атмосферном воздухе могут встречаться экстремально высокие значения, однако в экспериментальных данных не всегда существует возможность определить, являются ли эти значения ошибочными. Так, например, экстремально высокое значение

может быть корректным следствием возникновения дополнительного локального источника загрязнения или дальнего переноса загрязняющих веществ от крупного источника эмиссии. Отметим, что в случае возникновения сезонных источников эмиссии загрязняющих веществ проведение оценки только на многолетних рядах данных позволяет определить, что данные не являются ошибочными. Таким образом, безусловное исключение экстремально высоких значений из рядов исходных данных представляется ошибочным, т.к. это может привести к утере информации и искажению результатов наблюдений [20].

Исключение из расчетов аутлаеров во многом обусловлено необходимостью получения интегральной характеристики, описывающей уровень содержания того или иного загрязняющего вещества и характеризующей год в целом. В качестве этой характеристики в Алгоритме 1995 было выбрано геометрическое среднее значение. Расчет геометрического среднего значения без удаления аутлаеров невозможен, т.к. данный показатель «чувствителен» к «крайним» значениям. В свою очередь медиана считается одной из наиболее робастных характеристик рядов данных. Она наименее подвержена влиянию экстремальных значений [15]. Отметим, что в 2023 г. научно-методическим учреждением КФМ было принято решение о необходимости перехода на использование осреднения за календарный год взамен осреднения за геофизический год. Параллельно была рассмотрена возможность использования годовых медианных значений, рассчитанных для календарного года, взамен годовых средних геометрических значений, рассчитанных за геофизический год.

Рассмотрение рядов данных о содержании загрязняющих веществ в атмосферном воздухе показало, что средние геометрические и медианные значения преимущественно находятся в одних диапазонах, и их различия невелики. Исключение составляли показатели за 2004 г., где значение медианы, рассчитанной за календарный год (23.13 мкг/м^3), значительно выше значения среднего геометрического за геофизический год (8.39 мкг/м^3). Вероятно, это связано с увеличением содержания сульфатов в октябре – декабре 2004 г. и соответствующим смещением пиков концентраций сульфатов. Для остальных веществ и периодов также наблюдается смещение пиков концентраций и их выраженность, однако они остаются в одних диапазонах.

Оценка возможности изменения периода осреднения, т.е. перехода с расчета среднего за геофизический год к расчету среднего за календарный год, была проведена с применением корреляционного анализа Спирмена. Значениям в рядах данных были присвоены ранги, после чего между полученными рангами был проведен корреляционный анализ для получения коэффициента корреляции r по формуле:

¹² <https://gnome.pages.gitlab.gnome.org/gnumeric-web/>. Дата обращения 22.05.2026. / Accessed May 22, 2026.

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (8)$$

где n – количество значений в ряду данных; x_i, y_i – отдельные точки выборки, пронумерованные i ; $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ и $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ являются средними значениями выборок.

Результаты корреляционного анализа представлены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты рангового корреляционного анализа Спирмена для центральных тенденций концентраций загрязняющих веществ в атмосферном воздухе

Коэффициент корреляции	TSP	SO ₂	SO ₄ ²⁻	Pb
Между среднегеометрическими значениями при использовании различных периодов осреднения (календарный и геофизический год)	0.83	0.94	0.89	0.74
Между средними геометрическими и медианными значениями за единый период осреднения (за календарный год)	0.96	0.96	0.98	0.98

Результаты корреляционного анализа указывают на высокую степень взаимосвязи между различными периодами осреднения и типами расчета. По предварительной оценке, переход на медианные значения не приведет к потере точности данных, но при этом позволит проводить обработку результатов измерений без исключения аутлаеров, что является значимым преимуществом данного подхода.

Влияние модернизации шага 4 Алгоритма 1995 на определение тенденций в данных о загрязнении атмосферного воздуха

Временные ряды, подготовленные по Алгоритму 1995, используются для дальнейшего определения тенденций и динамики изменения уровней загрязняющих веществ в атмосферном воздухе и их публикации в соответствующих изданиях [4]. Поэтому для оценки эффективности использования модернизированного алгоритма полученные временные ряды были оценены на наличие трендов. Как показано в табл. 2, использование данных, осредненных за календарный год, взамен данных, осредненных за геофизический год, оказывает влияние на значимость и возможность выявления трендов.

Проведение экспериментальных данных о содержании загрязняющих веществ (взвешенных частиц, диоксида серы, сульфатов и свинца) в атмосферном воздухе по модернизированному алгоритму позволило выявить большее количество статистически значимых трендов. Отметим, что направленность ранее выявленных трендов не изменилась.

Таблица 2. Результаты трендового анализа данных, полученных при проведении обработки в соответствии с Алгоритмом 1995 и с Алгоритмом 1995 с модификациями

Вещество	Алгоритм 1995	Алгоритм 1995 с модификациями
TSP	–	–
SO ₂	$\alpha < 0.01$, нисходящий тренд	$\alpha < 0.01$, нисходящий тренд
SO ₄ ²⁻	–	$\alpha < 0.05$, нисходящий тренд
Pb	–	$\alpha < 0.01$, нисходящий тренд

Дополнительным преимуществом при переходе на расчет медианных значений является сокращение количества расчетных операций. Так, расчет годовых средних геометрических согласно Алгоритму 1995 проводится из полученных средних геометрических за холодный и теплый сезон. Для расчетов медианы возможно использование всего ряда данных целиком.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен алгоритм обработки экспериментальных данных о содержании загрязняющих веществ в атмосферном воздухе, который применяется с 1995 г. на сети КФМ Росгидромета. Показана невозможность получения данных в формате, рекомендуемом Росгидрометом, без изменения некоторых шагов Алгоритма 1995. Создана структура обновленного алгоритма обработки данных Алгоритм 2025, использование которого позволит получать данные в формате, рекомендуемом Росгидрометом, а также предположительно приведет к уменьшению влияния шумов и флуктуаций во временных рядах данных о фоновых концентрациях загрязняющих веществ в атмосферном воздухе.

Подробно рассмотрены и показаны пути модернизации выбранных шагов Алгоритма 1995, отвечающих за внесение данных в бумажный и электронный журналы и за определение показателей центральных тенденций. Проверка эффективности использования частично модифицированного Алгоритма 1995 проводилась на примере временных рядов данных, полученных для территории Астраханского заповедника.

Показана возможность перехода на стандартные периоды осреднения (стандартный формат данных), характерные для наблюдательных сетей Росгидромета, без потери точности. Отметим, что модернизация рассмотренных шагов алгоритма позволяет сократить шумы посредством устранения до 70% основных типов случайных и систематических ошибок, допускаемых при ручном вводе данных.

В дальнейшем необходима разработка корректных подходов к изменению нерассмотренных в этой работе шагов алгоритма и доведение его до версии Алгоритма 2025. Внедрение Алгоритма 2025 при обработке данных КФМ необходимо для сохранения исходных данных, получаемых в настоящее время, дальнейшего сокращения случайных и систематических ошибок, стандартизации процедуры и исключения влияния селективного использования данных.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование частично выполнено в рамках темы 4.5 «Развитие и модернизация методов и технологий комплексного фоновый мониторинга и комплексной оценки состояния и загрязнения окружающей среды РФ и ее динамики (по интегрированным результатам сетей мониторинга Росгидромета)» (регистрационный номер 125031703848-8).

ACKNOWLEDGMENTS

The research was partially implemented within the framework of the R&D project “Development and modernization of methods and technologies of complex background monitoring and comprehensive assessment of condition and pollution of the environment of the Russian Federation and its dynamics (based on the integrated results of RosHydroMet monitoring networks)” (Registration number 125031703848-8).

Вклад авторов

В.А. Иванов – анализ и интерпретация данных, разработка Алгоритма 2025, подготовка рукописи.

С.Г. Парамонов – консультирование по Алгоритму 1995, обсуждение результатов.

Е.С. Жигачева – анализ данных, обсуждение результатов, редактирование рукописи.

Е.А. Позднякова – постановка задачи, обсуждение результатов.

Authors' contributions

V.A. Ivanov – analysis and interpretation of data, development of the 2025 algorithm, and writing the text of the manuscript.

S.G. Paramonov – data collection, consultation on the 1995 algorithm, discussion of the results.

E.S. Zhigacheva – discussion of the results, editing the text of the manuscript.

E.A. Pozdnyakova – formulation of the task, discussion of the results.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Громов С.А., Парамонов С.Г. Современное состояние и перспективы развития комплексного фоновый мониторинга загрязнения природной среды. *Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем*. 2015;26(1): 205–221. <https://elibrary.ru/uybmod>
2. Бурцева Л.В., Голубева Н.И., Конькова Е.С. Разработка методов обеспечения качества измерений тяжелых металлов в атмосферном воздухе и осадках в системе комплексного фоновый мониторинга Росгидромета. *Системы контроля окружающей среды*. 2019;4(38):20–26. <https://doi.org/10.33075/2220-5861-2019-4-20-26>
3. *Обзор состояния и загрязнения окружающей среды в Российской Федерации за 2021 год*; под ред. Г.М. Черногаевой. М.: Росгидромет; 2022, 219 с. https://www.meteorf.gov.ru/upload/iblock/dc8/Obzor_2021.pdf
4. *Тенденции и динамика состояния и загрязнения окружающей среды в Российской Федерации по данным многолетнего мониторинга за последние 10 лет: Аналитический обзор*; под ред. Г.М. Черногаевой. М.: Росгидромет; 2017, 47 с. ISBN 978-5-9500881-2-4
5. Бурцева Л.В., Конькова Е.С. Оценка загрязнения атмосферы медью в фоновых районах Европы. *Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем*. 2020;31(1-2):14–33. <https://doi.org/10.21513/0207-2564-2020-1-14-33>
6. Salmi T., Maata A., Antilla P., Ruoho-Airola T., Amnell T. *Detecting Trends of Annual Values of Atmospheric Pollutants by the Mann–Kendall Test and Sen's Slope estimates—the Excel Template Application Makesens*. Report code: FMI-AQ-31. Helsinki: Finnish Meteorological Institute; 2002, 36 p.
7. Perikhanyan Ye., Shahnazaryan G., Gabrielyan A. Long term trends of wet deposition and atmospheric concentrations of nitrogen and sulfur compounds at EMEP site in Armenia. *J. Atmos. Chem.* 2020;77(3):101–116. <https://doi.org/10.1007/s10874-020-09408-3>
8. Павлова К.В. Применение коэффициента ранговой корреляции Спирмена в статистических исследованиях. *Безопасность. Управление. Искусственный интеллект*. 2023;3(3):28–32. <https://elibrary.ru/ubhmwq>
9. Голобокова Л.П., Бердашкинова О.И., Лоскутова М.А., Ризе Д.Д., Онищук Н.А., Сакерин С.М., Турчинович Ю.С. Результаты многолетних исследований химического состава аэрозоля в атмосфере на стационаре «Ледовая база «Мыс Баранова». *Оптика атмосферы и океана*. 2023;36(11):874–882. <https://doi.org/10.15372/AOO20231102>
10. Kukkonen J., Konttinen M., Bremer P., Salmi T., Saari H. The seasonal variation of urban air quality in northern European conditions. *Int. J. Environ. Pollut.* 2000;14(1-6):480–487. <https://doi.org/10.1504/IJEP.2000.000571>

11. Zareba M., Weglinska E., Danek T. Air pollution seasons in urban moderate climate areas through big data analytics. *Sci. Rep.* 2024;14(1):3058. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-52733-w>
12. Sköld M. Trend detection with non-detects in long-term monitoring, a mixed model approach. *Environ. Monit. Assess.* 2023;195(6):663. <https://doi.org/10.1007/s10661-023-11285-8>
13. Экспериандова Л.П., Беликов К.Н., Химченко С.В., Бланк Т.А. Еще раз о пределах обнаружения и определения. *Журнал аналитической химии.* 2010;65(3):229–234. <https://elibrary.ru/kkilqd>
14. Gilbert R.O. *Statistical Methods for Environmental Pollution Monitoring*. New York: Van Nostrand Reinhold Company Inc.; 1987, 334 p.
15. Розенберг Г.С., Шитиков В.К., Брусиловский Г.Н. *Экологическое прогнозирование (Функциональные предикторы временных рядов)*. Тольятти; 1994, 182 с. <https://elibrary.ru/zumjps>
16. Жексенбаева А.К. Статистические характеристики осадков в северном Казахстане в вегетационный период. *Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана.* 2016;5:110–117. <https://elibrary.ru/wdfhgb>
17. Брюс П., Брюс Э. *Практическая статистика для специалистов Data Science*. БХВ-Петербург; 2018, 302 с. ISBN 978-5-9775-3974-6
18. Боков В.Н., Воробьев В.Н., Серебрицкий И.А. Оценка фоновго загрязнения атмосферного воздуха в Санкт-Петербурге и его пригородах. *Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета.* 2011;20:36–41. <https://elibrary.ru/onoexv>
19. Ленская О.Ю., Кулябова А.Б. О способах анализа нерегулярных наблюдений за составом загрязнения атмосферного воздуха. *Вестник Челябинского государственного университета.* 2007;6:80–84. <https://elibrary.ru/mvmwmp>
20. Van Zoest V.M., Stein A., Hoek G. Outlier Detection in Urban Air Quality Sensor Networks. *Water, Air, and Soil Pollution.* 2018;229(4):111. <https://doi.org/10.1007/s11270-018-3756-7>

REFERENCES

1. Gromov S.A., Paramonov S.G. Current status and prospects for the development of integrated background monitoring of environmental pollution. *Problemy ehkologicheskogo monitoringa i modelirovaniya ehkosistem = Problems of Ecological Monitoring and Ecosystem Modeling.* 2015;26(1):205–221 (in Russ.). <https://elibrary.ru/uybmod>
2. Burtseva L.V., Golubeva N.I., Konkova E.S. Development of quality assurance methods of heavy metal measurements in the atmospheric air and precipitations in the integrated background monitoring system of roshydromet. *Sistemy kontrolya okruzhayushchei sredy = Monitoring Systems of Environment (MSoE).* 2019;4(38):20–26 (in Russ.). <https://doi.org/10.33075/2220-5861-2019-4-20-26>
3. Chernogaeva G.M. (Ed). *Obzor sostoyaniya i zagryazneniya okruzhayushchei sredy v Rossiiskoi Federatsii za 2021 god (Review of the State and Pollution of the Environment in the Russian Federation for 2021)*. Moscow: RosHydroMet; 2022, 219 p. (in Russ.). https://www.meteorf.gov.ru/upload/iblock/dc8/Obzor_2021.pdf
4. Chernogaeva G.M. (Ed). *Tendentsii i dinamika sostoyaniya i zagryazneniya okruzhayushchei sredy v Rossiiskoi Federatsii po dannym mnogoletnego monitoringa za poslednie 10 let: Analiticheskii obzor (Trends and Dynamics of the State and Pollution of the Environment in the Russian Federation According to Long-Term Monitoring Data over the Past 10 Years: Analytical Review)*. Moscow: RosHydroMet; 2017, 47 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9500881-2-4
5. Burtseva L.V., Konkova E.S. Assessment of atmospheric pollution with copper in background areas of the Europe. *Problemy ehkologicheskogo monitoringa i modelirovaniya ehkosistem = Problems of Ecological Monitoring and Ecosystem Modeling.* 2020;31(1-2):14–33 (in Russ.). <https://doi.org/10.21513/0207-2564-2020-1-14-33>
6. Salmi T., Maata A., Antilla P., Ruoho-Airola T., Amnell T. *Detecting Trends of Annual Values of Atmospheric Pollutants by the Mann-Kendall Test and Sen's Slope estimates—the Excel Template Application Makesens*. Report code: FMI-AQ-31. Helsinki: Finnish Meteorological Institute; 2002, 36 p.
7. Perikhanyan Ye., Shahnazaryan G., Gabrielyan A. Long term trends of wet deposition and atmospheric concentrations of nitrogen and sulfur compounds at EMEP site in Armenia. *J. Atmos. Chem.* 2020;77(3):101–116. <https://doi.org/10.1007/s10874-020-09408-3>
8. Pavlova K.V. Application of Spearman's rank correlation coefficient in statistical research. *Bezopasnost'. Upravlenie. Iskusstvennyi intellekt.* 2023;3(3):28–32 (in Russ.). <https://elibrary.ru/ubhmwg>
9. Golobokova L.P., Berdashkinova O.I., Loskutova M.A., et al. Long-term Studies of Atmospheric Aerosol Chemical Composition at the Cape Baranov Ice Base Station. *Atmos. Ocean Opt.* 2024;37(1):14–23. <https://doi.org/10.1134/S1024856023700033> [Original Russian Text: Golobokova L.P., Berdashkinova O.I., Loskutova M.A., Rize D.D., Onishchuk N.A., Sakerin S.M., Turchinovich Yu.S. Long-term Studies of Atmospheric Aerosol Chemical Composition at the Cape Baranov Ice Base Station. *Optika atmosfery i okeana.* 2023;36(11):874–882 (in Russ.). <https://doi.org/10.15372/AOO20231102>]
10. Kukkonen J., Kontinen M., Bremer P., Salmi T., Saari H. The seasonal variation of urban air quality in northern European conditions. *Int. J. Environ. Pollut.* 2000;14(1-6):480–487. <https://doi.org/10.1504/IJEP.2000.000571>
11. Zareba M., Weglinska E., Danek T. Air pollution seasons in urban moderate climate areas through big data analytics. *Sci. Rep.* 2024;14(1):3058. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-52733-w>
12. Sköld M. Trend detection with non-detects in long-term monitoring, a mixed model approach. *Environ. Monit. Assess.* 2023;195(6):663. <https://doi.org/10.1007/s10661-023-11285-8>

13. Ehksperiandova L.P., Belikov K.N., Khimchenko S.V., et al. Once again about determination and detection limits. *J. Anal. Chem.* 2010;65(3):223–228. <https://doi.org/10.1134/S1061934810030020>
[Original Russian Text: Ehksperiandova L.P., Belikov K.N., Khimchenko S.V., Blank T.A. Once again about determination and detection limits. *Zhurnal analiticheskoi khimii.* 2010;65(3):229–234 (in Russ.). <https://elibrary.ru/kkilqd>]
14. Gilbert R.O. *Statistical Methods for Environmental Pollution Monitoring*. New York: Van Nostrand Reinhold Company Inc.; 1987, 334 p.
15. Rozenberg G.S., Shitikov V.K., Brusilovskii G.N. *Ehkologicheskoe prognozirovaniye (Funktsional'nye prediktory vremennykh ryadov) (Environmental Forecasting (Functional Predictors of Time Series))*. Tol'yatti; 1994, 182 p. (In Russ.). <https://elibrary.ru/zumjps>
16. Zheksenbaeva A.K. Statistical characteristics of rainfall in northern Kazakhstan during the vegetative period. *Nauka, novye tekhnologii i innovatsii Kyrgyzstana = Science, New Technologies and Innovations of Kyrgyzstan.* 2016;5:110–117 (in Russ.). <https://elibrary.ru/wdfhgb>
17. Bruce P., Bruce A. *Prakticheskaya statistika dlya spetsialistov Data Science (Practical Statistics for Data Scientists)*: transl. from Engl. BKHV-Petersburg; 2018, 302 p. (In Russ.). ISBN 978-5-9775-3974-6
[Bruce P., Bruce A. *Practical Statistics for Data Scientists*. O'Reilly; 2017, 368 p.]
18. Bokov V.N., Vorobyev V.N., Serebriyskiy I.A. Evaluation of the background pollution of atmosphere in St. Petersburg and suburbs. *Uchenye zapiski Rossiiskogo gosudarstvennogo gidrometeorologicheskogo universiteta = Proceedings of the Russian State Hydrometeorological University.* 2011;20:36–41 (in Russ.). <https://elibrary.ru/onoexv>
19. Lenskaya O.Yu., Kulyabova A.B. On the methods of analysis of irregular observations of the composition of atmospheric air pollution. *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo univrsiteta = Bulletin of Chelyabinsk State University.* 2007;6:80–84 (in Russ.). <https://elibrary.ru/mvmwmp>
20. Van Zoest V.M., Stein A., Hoek G. Outlier Detection in Urban Air Quality Sensor Networks. *Water, Air, and Soil Pollution.* 2018;229(4):111. <https://doi.org/10.1007/s11270-018-3756-7>

Об авторах

Иванов Владимир Алексеевич, аспирант, кафедра «Моделирование радиофизических процессов», Институт радиоэлектроники и информатики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78); младший научный сотрудник, отдел измерений фоновых химических загрязнений континентальных природных систем, ФГБУ «Институт глобального климата и экологии имени академика Ю.А. Израэля» (107258, Россия, Москва, ул. Глебовская, д. 20Б). E-mail: dunkelheit2015@yandex.ru. ResearcherID AFA-9383-2022, SPIN-код РИНЦ 7426-4230, <https://orcid.org/0009-0005-1001-8575>

Парамонов Сергей Геннадьевич, к.г.н., ведущий научный сотрудник, отдел оценки загрязнения окружающей среды, ФГБУ «Институт глобального климата и экологии имени академика Ю.А. Израэля» (107258, Россия, Москва, ул. Глебовская, д. 20Б). E-mail: sgpar@mail.ru. Scopus Author ID 35581383300, ResearcherID Z-5928-2019, SPIN-код РИНЦ 7005-0408, <https://orcid.org/0009-0004-6269-1262>

Жигачева Екатерина Сергеевна, к.с.-х.н., научный сотрудник, отдел измерений фоновых химических загрязнений континентальных природных систем, ФГБУ «Институт глобального климата и экологии имени академика Ю.А. Израэля» (107258, Россия, Москва, ул. Глебовская, д. 20Б). E-mail: kosjatko@gmail.com. Scopus Author ID 57323176200, ResearcherID U-4242-2018, SPIN-код РИНЦ 1675-8876, <https://orcid.org/0000-0003-2477-8653>

Позднякова Екатерина Александровна, заведующий отделом, старший научный сотрудник, отдел измерений фоновых химических загрязнений континентальных природных систем, ФГБУ «Институт глобального климата и экологии имени академика Ю.А. Израэля» (107258, Россия, Москва, ул. Глебовская, д. 20Б). E-mail: e.pozdnyakova@igce.ru. Scopus Author ID 59693836300, ResearcherID AAA-4825-2019, SPIN-код РИНЦ 3316-9451, <https://orcid.org/0009-0009-3169-9575>

About the Authors

Vladimir A. Ivanov, Postgraduate Student, Department of Modeling of Radiophysical Processes, Institute of Radio Electronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia); Junior Researcher, Department of Measurements of Background Chemical Pollution of Continental Natural Systems, Yu.A. Izrael Institute of Global Climate and Ecology (20B, Glebovskaya ul., Moscow, 107258 Russia). E-mail: dunkelheit2015@yandex.ru. ResearcherID AFA-9383-2022, RSCI SPIN-code 7426-4230, <https://orcid.org/0009-0005-1001-8575>

Sergey G. Paramonov, Cand. Sci. (Geogr.), Leading Researcher, Environmental Pollution Assessment Department, Yu.A. Izrael Institute of Global Climate and Ecology (20B, Glebovskaya ul., Moscow, 107258 Russia). E-mail: sgpar@mail.ru. Scopus Author ID 35581383300, ResearcherID Z-5928-2019, RSCI SPIN-code 7005-0408, <https://orcid.org/0009-0004-6269-1262>

Ekaterina S. Zhigacheva, Cand. Sci. (Agric.), Researcher, Department of Measurements of Background Chemical Pollution of Continental Natural Systems. Yu.A. Izrael Institute of Global Climate and Ecology (20B, Glebovskaya ul., Moscow, 107258 Russia). E-mail: kosjatko@gmail.com. Scopus Author ID 57323176200, ResearcherID U-4242-2018, RSCI SPIN-code 1675-8876, <https://orcid.org/0000-0003-2477-8653>

Ekaterina A. Pozdnyakova, Head of Department, Senior Researcher, Department of Measurements of Background Chemical Pollution of Continental Natural Systems, Yu.A. Izrael Institute of Global Climate and Ecology (20B, Glebovskaya ul., Moscow, 107258 Russia). E-mail: e.pozdnyakova@igce.ru. Scopus Author ID 59693836300, ResearcherID AAA-4825-2019, RSCI SPIN-code 3316-9451, <https://orcid.org/0009-0009-3169-9575>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 519.2

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-137-151>

EDN JNDMBQ



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Стохастические свойства динамики первой производной в задачах Коши

А.Н. Назаров [®]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[®] Автор для переписки, e-mail: a.nazarov06@bk.ru

• Поступила: 07.10.2025 • Доработана: 23.01.2026 • Принята к опубликованию: 23.03.2026

Резюме

Цели. Прогресс в области инфокоммуникаций и неограниченные вычислительные возможности современных систем автоматизации позволяют по-новому сформулировать и найти решение дифференциального уравнения в форме задачи Коши с позиций теории случайных процессов. Цель статьи – разработка случайного процесса ступенчатой модели динамики объекта, характеристики и параметры которой наблюдаются и обрабатываются в результате мониторинга.

Методы. Геометрический подход к оценке вероятностей независимых событий. Интегральная теорема о среднем. Метод синтеза стохастических моделей динамических процессов для различных предметных областей на основе графических зависимостей первой производной.

Результаты. Представлены новые методические результаты формирования новых стохастических зависимостей интегральной кривой решения дифференциального уравнения динамики произвольного объекта. Разработан и исследован новый случайный процесс динамики произвольного объекта, параметры и характеристики которого формируются по результатам мониторинга в инфокоммуникационном пространстве, что создает предпосылки автоматизированного анализа и синтеза новых подходов исследований динамических процессов и систем, включая большие данные. Найдена новая область применения методики решения задач условной оптимизации, ранее применявшаяся для исследования телетрафика пакетных сетей.

Выводы. Новые функциональные соотношения являются методической основой создания новых научно-обоснованных инфокоммуникационных систем и технологий и могут быть положены в основу синтеза алгоритмов, методов и моделей динамических систем и процессов в различных предметных областях. Проведенные теоретические исследования носят фундаментальный характер и позволяют считать обоснованным, что предлагаемый автором подход обладает общностью применения для автоматизированного анализа и синтеза динамических систем и средств на основе инфокоммуникационных технологий, включая большие данные.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, полная группа несовместных событий, интегральная кривая, модель, звено, цепь, плотность распределения вероятностей, случайный процесс

Для цитирования: Назаров А.Н. Стохастические свойства динамики первой производной в задачах Коши. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):137–151. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-137-151>, <https://elibrary.ru/JNDMBQ>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Stochastic properties of the dynamics of the first derivative in Cauchy problems

Alexey N. Nazarov [®]

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[®] Corresponding author, e-mail: a.nazarov06@bk.ru

• Submitted: 07.10.2025 • Revised: 23.01.2026 • Accepted: 23.03.2026

Abstract

Objectives. Advances in information communication technologies, coupled with the unlimited computational capabilities of modern automation systems, make it possible to reformulate and solve differential equations in the form of the Cauchy problem using a random process theory. The present work aims to develop a random process of a stepwise model of the dynamics of an object, whose characteristics and parameters are observed and processed through monitoring. This creates the prerequisites for the formation of new information communication approaches for automated analysis and synthesis of dynamic processes and systems, including Big Data.

Methods. The research took a geometric approach to estimating the probabilities of independent events along with the mean value theorem for integrals and a method for synthesizing stochastic models of dynamic processes for various subject areas based on graphical dependencies of the first derivative.

Results. Based on the methodology, results of the formation of new stochastic dependencies of the integral curve for solving the differential equation of dynamics of an arbitrary object are presented. A new random process of the dynamics of an arbitrary object was developed and investigated. Its parameters and characteristics are formed based on monitoring results in the info-communication space. This creates the prerequisites for automated analysis and synthesis of innovative research approaches to study dynamic processes and systems, including Big Data. A novel application area for the methodology of solving conditional optimization problems, previously utilized in the analysis of packet network teletraffic, was identified.

Keywords: differential equation, complete group of incompatible events, integral curve, model, link, chain, probability distribution density, random process

For citation: Nazarov A.N. Stochastic properties of the dynamics of the first derivative in Cauchy problems. *Russian Technological Journal*. 2026;14(4):137–151. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-4-137-151>, <https://elibrary.ru/JNDMBQ>

Financial disclosure: The author has no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Государственные задания по решению динамических задач для нужд индустриального и военного укрепления Советского Союза обусловили становление и развитие теории случайных процессов [1], высокая результативность которой была связана с возможностями аппаратных решений на аналоговых принципах, актуальных для середины XX века.

Однако появление во второй половине XX века цифровых подходов, развитие программных систем и средств программирования создали условия для относительно быстрого появления новых аппаратно-программных решений. Это способствовало разработкам новых инфокоммуникационных технологий и на их основе территориально-распределенных крупномасштабных систем.

Облачные технологии предоставляют исследователям необходимый неограниченный вычислительный ресурс для решения сложнейших в вычислительном плане задач, которые теоретическая наука ранее могла только формулировать.

При этом наблюдается разрыв, отставание в развитии фундаментальной науки и инженерного дела, особенно в областях информатики, связанных с программированием, когда эвристические подходы преобладают и позволяют получать результаты, внешне вполне убедительные, но научно не обоснованные, что чревато глобальными проблемами в перспективе.

Очевидно, что технологические спецификации, протоколы, фреймворки и другие способы описания динамических процессов, происходящих в экосистеме сети Интернет, и являющиеся основой составления технических заданий для разработки аппаратно-программных решений современных инфокоммуникационных систем, не являются достаточным основанием для уверенности, что тщательное их воплощение инженерным корпусом позволит создавать высококачественное оборудование и системы.

Уместно вспомнить об эмерджентности – явлении, когда в системе возникают новые свойства или поведение, не характерные для отдельных ее компонентов. При взаимодействии простых элементов в рамках более крупной системы могут проявиться неожиданные результаты, тем более при активном внедрении подсистем автоматизации и новых информационных технологий.

Остаются незаполненными пробелы в развитии индустрии динамических процессов и систем произвольной природы, описываемых дифференциальными уравнениями, обусловленные их недоучетом, рассогласованием, неувязкой с новыми технологическими возможностями и явлениями парадигмы

последних десятилетий в области инфокоммуникаций. Эти пробелы связаны с отсутствием выявленных и исследованных междисциплинарных связей, и влияния различных методических достижений теоретического и прикладного характера информатики, системного анализа и исследования операций.

В связи с изложенным необходимо по-новому формализовать процедуры анализа и решений дифференциальных уравнений, описывающих динамический процесс общего вида в новых категориях, связанных, прежде всего, с достижениями информатики.

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ИЗВЕСТНЫМИ АНАЛИТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Опуская известные методические детали представления динамических процессов в форме дифференциальных уравнений^{1, 2, 3} и их преобразования к нормальной форме [2], которую называют задачей Коши, отметим особо, что в работе Прядко И.Н. и Петровой Л.П. изложен детально с доказательствами научно обоснованный методический задел решения дифференциальных уравнений задачи Коши в следующей постановке.

Будем рассматривать векторно-дифференциальное уравнение (нормальная система, НС):

$$x' = f(x, t), \quad (1)$$

в котором $x = x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$ – неизвестная искомая

векторная функция, зависящая от t – вещественной

¹ Прядко И.Н., Петрова Л.П. Конспекты лекций, вопросы и задачи. Дифференциальные уравнения. Часть 2. Задача Коши. Пособие для студентов специальности 02.03.01. Воронеж: Воронежский государственный университет; 2015, 287 с. [Pryadko I.N., Petrova L.P. Lecture notes, questions and tasks. Differential equations. Part 2. The Cauchy problem. Voronezh: Voronezh State University; 2015, 287 p. (In Russ.).]

² Зенков А.В. Системы дифференциальных уравнений и элементы теории устойчивости: учебник для студентов физических специальностей. Екатеринбург: УГТУ – УПИ; 2010, 54 с. [Zenkov A.V. Systems of differential equations and elements of stability theory: Textbook for students. Yekaterinburg: USTU – UPI; 2010, 54 p. (In Russ.).]

³ Чостковская О.П., Чернякина И.В., Старинова О.Л. Решение и применение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем: учебно-методическое пособие. Самара: Изд-во Самарского университета; 2023, 126 с. [Chostkovskaya O.P., Chernyakina I.V., Starinova O.L. Solution and application of ordinary differential equations and their systems: Methodical manual. Samara: Samara University; 2023, 126 p. (In Russ.).]

независимой переменной из ограниченного множества, которой может являться время,

$$f(x, t) = \begin{pmatrix} f_1(x, t) \\ f_2(x, t) \\ \dots \\ f_n(x, t) \end{pmatrix} - \text{векторная функция.}$$

Наряду с (1) будем рассматривать начальное условие (НУ):

$$x_0 = x(t_0) = \begin{pmatrix} x_1(t_0) \\ x_2(t_0) \\ \dots \\ x_n(t_0) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Дифференциальное уравнение высшего порядка⁴

$$x^{(n)}(t) = F(t, x(t), x'(t), \dots, x^{(n-1)}(t)) \quad (3)$$

введением добавочных неизвестных функций

$$x(t_0) = x_0, x'(t_0) = x'_0, \dots, x^{(n-1)}(t_0) = x_0^{(n-1)}$$

можно свести к НС в форме (1). Поэтому, если не оговорено особо, будем излагать основной материал применительно к решению системы НС (1) и НУ (2).

Условия существования и единственности решения задачи Коши при выполнении условия Липшица на интервале области определения t исследованы в изданиях^{5, 6}, а также [2].

Если функция $F(t, x(t), x'(t), \dots, x^{(n-1)}(t))$ из (3) голоморфна [2], т.е. разлагается в степенной ряд

в окрестности точки $(t_0, x_0, x'_0, \dots, x_0^{(n-1)})$, то вышеуказанная задача Коши имеет единственное решение $x = x(t)$, которое представляется рядом

$x(t) = \sum_{p=0}^{\infty} B_p(t-t_0)^k$ и может быть найдено методом неопределенных коэффициентов [2].

Если точка $(t_0, x_0, x'_0, \dots, x_0^{(n-1)})$ оказывается особой для функции F , то для ряда важных случаев [2] решение задачи Коши находят в виде обобщенных степенных рядов.

Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (3) n -го порядка эквивалентна задаче о построении решения для следующей последовательности уравнений:

$$y_0(t) = x_0 + \int_{t_0}^t y_1(\tau) d\tau,$$

$$y_1(t) = x'_0 + \int_{t_0}^t y_2(\tau) d\tau,$$

...

$$y_{n-2}(t) = x_0^{(n-2)} + \int_{t_0}^t y_{n-1}(\tau) d\tau,$$

$$y_{n-1}(t) = x_0^{(n-1)} + \int_{t_0}^t F(\tau, y_0(\tau), \dots, y_{n-1}(\tau)) d\tau,$$

если считать $x(t) = y_0(t)$, $x^{(k)}(t) = y_k(t)$, $1 \leq k \leq n$.

Решение этой последовательности уравнений может быть найдено методом последовательных приближений, называемым также методом итераций или методом Пикара [2].

Пусть дано дифференциальное уравнение в форме НС для двух переменных $x \in X$, $t \in T$, разрешенное относительно первой производной:

$$x' = f(x, t). \quad (4)$$

Метод Пикара в случае (4) сводится к решению одного уравнения

$$y(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(y(\tau), \tau) d\tau,$$

для решения которого строится [2] последовательность функций $u_0(t), u_1(t), \dots, u_k(t)$ по правилу

$$u_0(t) = x_0,$$

$$u_k(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(u_{k-1}(\tau), \tau) d\tau.$$

Если функция $f(x, t)$ непрерывна и имеет непрерывную частную производную $\frac{\partial f}{\partial x}$ в окрестности точки (x_0, t_0) , то решение задачи Коши

⁴ Зенков А.В. *Системы дифференциальных уравнений и элементы теории устойчивости*: учебник для студентов физических специальностей. Екатеринбург: УГТУ – УПИ; 2010, 54 с. [Zenkov A.V. *Systems of differential equations and elements of stability theory*: Textbook for students. Yekaterinburg: USTU – UPI; 2010, 54 p. (In Russ.).]

⁵ Прядко И.Н., Петрова Л.П. *Конспекты лекций, вопросы и задачи. Дифференциальные уравнения*. Часть 2. Задача Коши. Пособие для студентов специальности 02.03.01. Воронежский государственный университет; 2015; 287 с. [Pryadko I.N., Petrova L.P. *Lecture notes, questions and tasks. Differential equations. Part 2. The Cauchy problem*. Voronezh: Voronezh State University; 2015, 287 p. (In Russ.).]

⁶ Чостковская О.П., Черныкина И.В., Старинова О.Л. *Решение и применение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем*: учебно-методическое пособие. Самара: Изд-во Самарского университета; 2023, 126 с. [Chostkovskaya O.P., Chernyakina I.V., Starinova O.L. *Solution and application of ordinary differential equations and their systems*: Methodical manual. Samara: Samara University; 2023, 126 p. (In Russ.).]

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0$$

существует, единственно и представляется в виде равномерного предела

$$x(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} u_p(t) \quad (5)$$

или в виде сходящегося ряда [2]

$$x(t) = x_0 + \sum_{p=1}^{\infty} [u_p(t) - u_{p-1}(t)]. \quad (6)$$

Вышеуказанные рассуждения метода Пикара справедливы для НС (1) в многомерном случае. А высшие производные являются первыми производными для производных на единицу меньшего порядка, что обуславливает общность применения методических рекомендаций данной статьи к решению дифференциальных уравнений с производными от второго порядка и выше.

Для проведения дальнейших исследований решения задачи Коши представляется целесообразным использовать результаты вычислительной математики в части подходов к аппроксимации функций, описывающих поведение быстропротекающих процессов, или, другими словами, функций в реальном времени. Переход на численные методы представления и преобразования функций в реальном времени стал возможным благодаря использованию новых подходов в вычислительной математике с использованием мощных сигнальных процессоров большой разрядности, поддерживающих операции с плавающей запятой, а также больших по емкости оперативных запоминающих устройств и постоянных запоминающих устройств. Все это позволяет сделать следующий шаг в развитии методов представления и преобразования функций, в т.ч. в реальном времени, что было ранее затруднено из-за отсутствия необходимой элементной базы.

Арсенал разработанных инструментов и средств автоматизированного измерения и исследования характеристик современных динамических систем позволяют запланировать экспериментальное оценивание вышеуказанных пределов для объектов различных предметных областей.

ГРАФИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

В работах [3–8] исследованы аспекты решения задачи Коши для дифференциальных уравнений аналитическими и вычислительными методами на новом технологическом вычислительном уровне, позволившем развить известные со времен позднего Средневековья математические методы определения значений первой производной динамики объекта.

Пусть дано дифференциальное уравнение в виде задачи Коши для двух переменных $x \in X$, $t \in [t_0, T)$, разрешенное относительно первой производной:

$$x' = f(x, t), \quad (7)$$

в т.ч. и для многомерных случаев.

Показано [3–8], что решение задачи Коши (7) может быть получено на основе сплайн-интерполяций по результатам мониторинга и обработки данных экспериментов. Данный подход успешно применен автором при исследовании особенностей пакетного телетрафика современных инфокоммуникационных систем [9, 10].

Примечание. Во избежание методических некорректностей и обеспечения адекватности последующих моделей при прорисовке графиков в прямоугольных декартовых координатах, оси которых имеют метрическую размерность, будем применять по умолчанию следующий взаимно обратный способ (биекцию): координаты графика формируются умножением реального значения координаты динамического объекта с ее размерностью из предметной области на единичную функцию I (координата) с размерностью обратной размерности этого значения координаты и умножением на безразмерный коэффициент масштабирования K (значение координаты) разметки (градуировки) оси графика. Значение коэффициента масштабирования зависит от абсолютных значений координаты динамического объекта и выбирается для каждого конкретного случая в интересах убедительной наглядности графических зависимостей.

Пример. Пусть $x' = x'(t)$ с размерностью м/с. Для прорисовки графика $x' = x'(t)$ с разметками осей: 1 мм $\leftrightarrow$ 2 м ординаты и 1 мм $\leftrightarrow$ 3 с абсциссы получим формулы: $x'_{\text{ord}} = x'I(x')K(x')$, $K(x') = 1/2$ и $t_{\text{abs}} = tI(t)K(t)$, $K(t) = 1/3$, применяя которые можно будет формировать график $x'(t)$.

С геометрической точки зрения общее решение дифференциального уравнения первого порядка (7) представляет собой семейство кривых на плоскости $xx_0, 0t$, зависящее от одной произвольной постоянной C . Эти кривые называются интегральными кривыми данного уравнения.

Частному решению соответствует одна интегральная кривая, проходящая через заданную или начальную точку, график траектории которой в декартовой системе координат вдоль горизонтальной оси (времени) на рис. 1 из-за непостоянства динамики первой производной на участке наблюдения $[t_0, T)$ в общем случае, может состоять из геометрически сложных участков. Различие в участках траектории обусловлено поведением значений первой производной: возрастание, постоянство и убывание, вплоть до нулевого значения, а также

отрицательной (возвратной) динамики объекта. Данное обстоятельство обуславливает актуальность настоящей статьи.

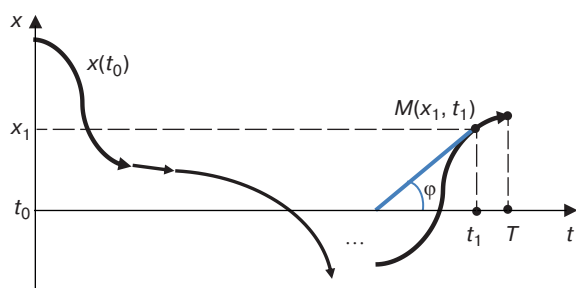


Рис. 1. График частного решения (интегральной кривой) дифференциального уравнения первого порядка. $M(x_1, t_1)$ – точка касательной к интегральной кривой. Касательная пересекает горизонтальную ось под углом $\varphi = \arctg M(x_1, t_1)$, $x(t_0)$ – начальное условие, $[t_0, T]$ – участок наблюдения

Уравнение (7) для каждой точки касательной к интегральной кривой из области существования $f(x, t)$ определяет значение производной x' : задает угловой коэффициент или тангенс касательной к интегральной кривой, проходящей через эту точку и пересекающей горизонтальную ось под углом $\varphi = \arctg M(x_1, t_1)$ (рис. 1).

Следовательно, дифференциальное уравнение (7) позволяет построить графически множество направлений или, другими словами, определяет поле направлений или поле изоклин [2].

Современные автоматизированные инженерные решения оценки динамики первой производной (скорости движения) реального объекта основаны на достижениях сферы компьютерных наук с использованием результатов обработки натурных измерений поля изоклин [11–13].

Для дальнейшего исследования целесообразно построить на плоскости $x'x'_0 t_0 t$ график $G[t_0, T]$ динамики первой производной на участке наблюдения $[t_0, T]$. Это можно сделать двумя способами. Во-первых, если траектория x' допускает аналитическое решение^{7, 8} и [2], то следует начертить график $G[t_0, T]$

по аналитическим зависимостям. И во-вторых, если кривая x' получена по результатам обработки данных измерений, мониторинга [3–13], то ее график $G[t_0, T]$ естественным образом рисуется по этим результатам.

Рисунок 2 иллюстрирует весьма криволинейный возможный график $G[t_0, T]$ изменений x' на участке наблюдения $[t_0, T]$ для общего случая динамики объекта в координатах $x'x'_0 t_0 t$.

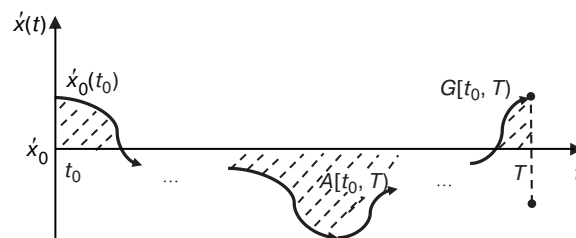


Рис. 2. Иллюстрация графика динамики первой производной $G[t_0, T]$ на участке наблюдения $[t_0, T]$. $x'_0(t_0)$ – начальное условие, $A[t_0, T]$ – заштрихованная плоская фигура, замечаемая интегральной кривой $G[t_0, T]$

Надо исследовать особенности изменений числовых значений x' на участке наблюдения $[t_0, T]$.

АЛГОРИТМ Z ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕПНОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ К МОМЕНТУ T

График x' или интегральная кривая $G[t_0, T]$ на рис. 2 состоит из фрагментов, соответствующих ускорению, замедлению, постоянству, обратному замедлению, обратному ускорению динамики x' . Особенности физического смысла такого поведения интегральной кривой исследуются по производным и известны инженерам по курсу математического анализа и высшей математики в технических вузах.

1. Обязательно надо определить координаты и длительность всех локальных экстремумов интегральной кривой $G[t_0, T]$. Для этого можно использовать методы оптимизации⁹. А многоэкстремальность динамики траектории x' на графике $G[t_0, T]$ следует исследовать по методу касательных, описанному в этой работе. По результатам выполнения п. 1 настоящего алгоритма формируем упорядоченное по возрастанию значений x'_j конечное

⁷ Петровский И.Г. *Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений*. Под ред. А.Д. Мышкиса, О.А. Олейника. М.: Изд-во МГУ; 1984, 296 с. [Petrovskii I.G. *Lectures on the theory of ordinary differential equations*. Myshkis A.D., Oleinik O.A. (Eds.). Moscow: MSU; 1984, 296 p. (In Russ.).]

⁸ Трухан А.А., Огородникова Т.В. *Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления: учебное пособие для вузов*. 2-е изд., стер. СПб.: Лань; 2020, 268 с. ISBN 978-5-8114-6421-0. [Trukhan A.A., Ogorodnikova T.V. *Ordinary differential equations and methods of their solution. Rows. Elements of variational calculus: Study guide for universities*. 2nd ed. St. Petersburg: Lan; 2020, 268 p. ISBN 978-5-8114-6421-0. (In Russ.).]

⁹ *Сборник задач по математике для вузов*. В 4 ч. Ч. 3: учебное пособие для вузов. Под общ. ред. А.В. Ефимова, А.С. Поспелова. 4-е изд. перераб. и доп. М.: Издательство физико-математической литературы; 2002, 576 с. ISBN 5-94052-036-7. [Collection of math tasks for higher technical educational institutions. In 4 parts. Part 3: Study guide for higher technical educational institutions. Efimov A.V., Pospelov A.S. (Eds.). 4th ed. rev. and add. Moscow: Physico-Mathematical Literature Publ.; 2002, 576 p. ISBN 5-94052-036-7. (In Russ.).]

множество значений локальных экстремумов первой производной и значений $x'(t_0)$ и $x'(t)$:

$$\text{extr } x'[t_0, t] = \{(x'_j, t_j, t_j) : \ddot{x}(t_j) = 0\}_{j \in J(T)}.$$

Примечание. В случае, если экстремум x'_j достигается на отрезке $[t_j, t_j + T_{pj}]$, что соответствует $\ddot{x}(t_j) = 0$ для $\forall t \in [t_j, t_j + T_{pj}]$, то в $\text{extr } x'[t_0, t]$ вместо (x'_j, t_j, t_j) надо вставить $(x'_j, t_j, t_j + T_{pj})$.

2. $\forall j \in J(T)$ из точки x'_j проведем $\text{Sec } x'_j - j$ -ю секущую – прямую линию под номером j , исходящую из ординаты x'_j , параллельную горизонтальной оси до пересечения с вертикальным перпендикуляром, восстановленным из точки T .
3. Фиксируем плоскую фигуру $A[t_0, T]$, заматаемую интегральной кривой $G[t_0, T]$ и $j = \min\{j \in J(T)\}$.
4. Типовой плоский участок $A[t_j, t_{j+1}] \subseteq A[t_0, T]$ определим по следующим границам. Часть секущей $\text{Sec } x'_j [t_j, t_{j+1}] \subset A_j[t_j, t_{j+1}]$, а напротив – фрагмент огибающей (j -е звено) $G_j[t_j, t_{j+1}] \subseteq G[t_0, t]$.

Если $x'_j \leq x'_{j+1}$, то слева участок ограничен вертикалью, восстановленной из точки $g_j(x'_j, t_j) = G_j[t_j, t_{j+1}] \cap \text{Sec } x'_j \neq \Phi$, а справа он неограниченно приближается слева к вертикали, восста-

новленной из точки $G_j[t_j, t_{j+1}] \cap \text{Sec } x'_{j+1} \neq \Phi$, т.е. $g_j(x'_j < t_{j+1}) = G_j[t_j, t_{j+1}] \cap \text{Sec } x'_{j+1} \neq \Phi$.

- Если $x'_j > x'_{j+1}$, то слева участок ограничен вертикалью, восстановленной из точки $g_j(x'_j, t_j) = G_j[t_j, t_{j+1}] \cap \text{Sec } x'_{j+1} \neq \Phi$, а справа он неограниченно приближается слева к вертикали, восстановленной из точки $G_j[t_j, t_{j+1}] \cap \text{Sec } x'_j \neq \Phi$, т.е. $g_j(x'_j < t_{j+1}) = G_j[t_j, t_{j+1}] \cap \text{Sec } x'_{j+1} \neq \Phi$.
5. $j = j + 1$. Если $j \in J(T)$, то переход на п. 4.
 6. Таким образом, в силу вышеуказанных построений и последовательного перебора всех j , интегральная кривая $G[t_0, T]$ представима в виде объединения (цепи) звеньев

$$G[t_0, T] = \bigcup_{j \in J(T)} G_j[t_j, t_{j+1}]. \quad (8)$$

Стоп. Конец алгоритма Z. Цепная модель динамики первой производной (8) построена.

Примечание. При продолжении динамики первой производной после момента T вышеуказанный алгоритм Z повторяется на новом интервале наблюдений и цепная модель (8) уточняется.

Представляет научно-практический интерес разработка метода оценки вероятностей значений ординат цепи (8), т.е. первой производной.

МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛНОЙ ГРУППЫ ЗНАЧЕНИЙ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ НА УЧАСТКЕ НАБЛЮДЕНИЯ

Выделим j -е звено из цепи (8):

$$G_j[t_j, t_{j+1}] \subseteq G[t_0, T], j \in J(T).$$

Выберем произвольную точку $g_{j_r}(x'_{j_r}, t_{j_r})$ этого звена:

$$g_{j_r}(x'_{j_r}, t_{j_r}) \in G_j[t_j, t_{j+1}] \subseteq G[t_0, t], t_{j_r} \in [t_j, t_{j+1}], r = 1, 2, \dots \quad (9)$$

Примечание. Двойной индекс j_r в обозначениях этой точки и ее координат позволяет варьированием нижнего индекса обозначать другие точки этого же звена j и цепи (8) с совпадающими значениями ординат, что в дальнейшем создаст определенные удобства понимания хода исследования.

Согласно мнению академика Пугачёва В.С. [1] любая количественная характеристика опыта, которая в результате опыта может принять одно из возможных значений, называется случайной величиной.

Обозначим $OG_j[t_j, t_{j+1}] \subseteq OG[t_0, T]$ полуинтервал на вертикальной оси ординат на рис. 3, составленный из значений ординат x'_{j_r} всех точек $g_{j_r}(x'_{j_r}, t_{j_r})$ (j -го звена цепи (8), т.е.

$$OG_j[t_j, t_{j+1}] = \{x'_{j_r} \in OG_j[t_j, t_{j+1}] : g_{j_r}(x'_{j_r}, t_{j_r}) \in G_j[t_j, t_{j+1}], r = 1, 2, \dots\}. \quad (10)$$

Фиксация значения произвольной точки $g_{j_r}(x'_{j_r}, t_{j_r})$ j -го звена цепи (8) на графике есть опытный результат, полученный либо в результате использования формул, либо натурных измерений в мониторинговом процессе, и является случайным событием. События фиксации разных точек звена очевидно несовместны по природе своего появления.

Пространством элементарных событий будем называть произвольное множество, элементы которого называются элементарными событиями (исходами). На практике пространство элементарных событий – это множество всех несовместных исходов эксперимента¹⁰.

¹⁰ Мельникова И.Н., Фастовец Н.О. *Теория вероятностей: Конспект лекций для факультета АиВТ*. М.: Издательский центр РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина; 2017, 100 с. [Melnikova I.N., Fastovets N.O. *Probability theory: Lecture notes*. Moscow: Gubkin University Publ.; 2017, 100 p. (In Russ.).]

Геометрическая вероятность – это обобщение классического определения вероятности на случай бесконечного числа равновозможных исходов.

Вероятность появления события – звена j – определяется с помощью геометрического понятия вероятности:

$$p_j = \frac{\text{len } G_j[t_j, t_{j+1})}{\text{len } G[t_0, T]}, \quad (11)$$

где $\text{len } G_j[t_j, t_{j+1})$, $\text{len } G[t_0, T]$ – соответственно длины j -го звена и всей цепи (8), определяемые по значениям экспериментальных данных мониторинга объекта динамики первой производной либо с помощью известных формул расчета длины кривой линии на плоскости из курсов математического анализа или высшей математики, изучаемых в технических вузах, например [14]:

$$\begin{aligned} \text{len } G_j[t_j, t_{j+1}) &= \int_{t_j}^{t_{j+1}} \sqrt{1 + \ddot{x}(s)^2} ds, \\ \text{len } G[t_0, T] &= \int_{t_0}^T \sqrt{1 + \ddot{x}(s)^2} ds. \end{aligned}$$

Числовое значение ординаты x'_{j_r} точки $g_{j_r}(x'_{j_r}, t_{j_r})$ (7) является случайной величиной.

В силу построений графика динамики первой производной существует биекция $\forall x'_{j_r} \leftrightarrow g_{j_r}(x'_{j_r}, t_{j_r})$ в каждом j -м звене цепи (8).

Поскольку наличие $\forall x'_{j_r} \in OG_j[t_j, t_{j+1})$ обусловлено появлением события $G_j[t_j, t_{j+1})$ и априори нет никаких сведений о предыдущих и последующих значениях производной, то справедливо равновозможное появление x'_{j_r} на полуинтервале $OG_j[t_j, t_{j+1})$, и можно считать закон распределения x'_{j_r} на полуинтервале $OG_j[t_j, t_{j+1})$ равновероятным, что соответствует максимальной неопределенности появления этого значения x'_{j_r} в смысле максимума энтропии [15].

На рис. 3 показано, что в силу построения в каждом $OG_j[t_j, t_{j+1})$ есть минимальное и максимальное значения: $x'_{j-\min}$ и $x'_{j-\max}$, из чего следует, что можно записать:

$$\begin{aligned} OG_j[t_j, t_{j+1}) &= [x'_{j-\min}, x'_{j-\max}) \text{ и} \\ \text{len } G_j[t_j, t_{j+1}) &= x'_{j-\max} - x'_{j-\min}. \end{aligned}$$

Тогда вероятность появления в мониторинговом эксперименте значения ординаты x'_{j_r} в полуинтервале $OG_j[t_j, t_{j+1})$ определяется с помощью (11) как

$$p_{x'_{j_r}} = \frac{1}{x'_{j-\max} - x'_{j-\min}} p_j. \quad (12)$$

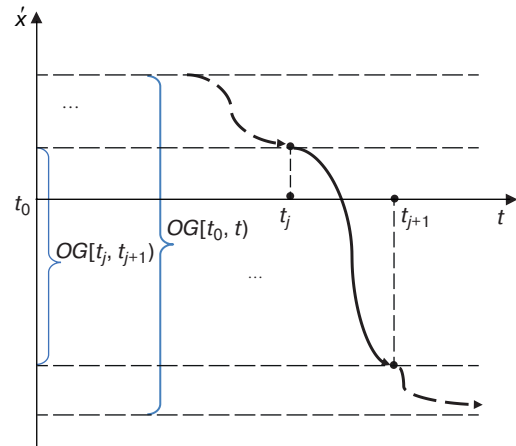


Рис. 3. Иллюстрация полуинтервалов ординат:
 $OG[t_0, t)$ – всей цепи, $OG[t_j, t_{j+1})$ – звена j

Из изложенного следует, что имеет место стохастическая природа значений ординат точек x' .

С каждой случайной величиной можно связать [1] определенное событие, например, то, что данная случайная величина x'_j примет значение, меньше некоторого заданного значения. И наоборот, с каждым событием x'_j можно связать случайную величину, а именно $P_j(x'_j)$ – число (вероятность) появления конкретного числового значения координаты x'_{j_r} на вертикальной оси с учетом возможного последовательного появления этой координаты в r разных звеньях цепи (8).

Примечание. Разные звенья цепи (8) в силу построения на рис. 3 соответствуют разным промежуткам горизонтальной оси, но могут иметь одинаковые значения ординаты на вертикальной оси, как это показано на рис. 4.

Если выполняется условие:

$$\begin{aligned} OG_j[t_j, t_{j+1}) \cap OG_p[t_p, t_{p+1}) &= \\ = [x'_{j-\min}, x'_{j-\max}) \cap [x'_{p-\min}, x'_{p-\max}) &= \quad (13) \\ = [x'^{\text{mul}}_{j-\min}, x'^{\text{mul}}_{j-\max}) \neq \Phi, j < p, \forall p \in J(T), \end{aligned}$$

то такие звенья $\forall p \in J(T)$ будем называть похожими на звено j .

Будем формировать вспомогательное множество номеров звеньев похожих на звено j цепи (8)

$$Ax'_j = \{j, r_{j1}, r_{j2}, \dots, r_{jk}\}, \quad (14)$$

где r_{ji} – номера звеньев цепи (8), похожих на звено j .

Отметим, что $\text{row } Ax'_j$ – мощность или число элементов в множестве Ax'_j (14) равно числу звеньев цепи (8), похожих на звено j , плюс 1.

Тогда можно записать следующую формулу:

$$P_j(x'_j) = \sum_{r \in Ax'_j} \frac{1}{x'^{\text{mul}}_{j-\max} - x'^{\text{mul}}_{r-\min}} p_r, \quad (15)$$

которая в частном случае, когда отсутствуют звенья подобные звену j , совпадает с формулой (12) и при этом $x'^{\text{mul}}_{j-\max} = x'_{j-\max}$, $x'^{\text{mul}}_{r-\min} = x'_{j-\min}$.

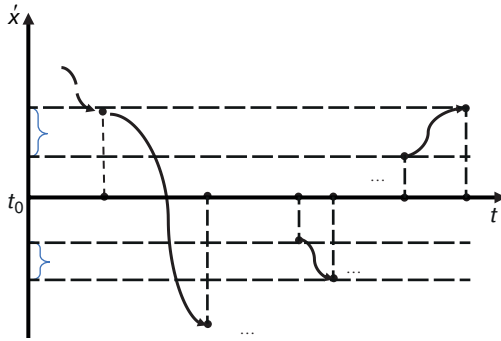


Рис. 4. Иллюстрация похожих звеньев цепи.

Сплошной чертой изображены 3 отрезка кривых линий – суть разные, но похожие звенья цепи, имеющие общие ординаты, отмеченные вертикальными фигурными скобками

Тотальным перебором всех индексов $j \in J(T)$ с применением вышеуказанных формул (9)–(15) данного раздела получаем полную группу событий – значений x'_j : $\{P_j(x'_j)\}_{j \in J(T)}$, $\sum_{j \in J(T)} P_j(x'_j) = 1$ к моменту T участка наблюдения.

Примечание. По результатам обработки экспериментальных данных мониторинга x'_j при росте t значения этой полной группы событий будут меняться в силу изменений $\text{len } G[t_0, t]$ (11) и $J(T)$ (15).

Наличие полной группы таких событий является характеристическим свойством первой производной.

Представляет интерес исследовать влияние звеньев, похожих на модель цепи (8).

АЛГОРИТМ W ФОРМИРОВАНИЯ УТОЧНЕННОЙ ПО ПОХОЖИМ ЗВЕНЬЯМ ЦЕПНОЙ МОДЕЛИ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

1. С помощью алгоритма Z формируем цепную модель (8) первой производной к моменту t .
2. Для цепной модели (8) определяем полную группу значений первой производной на участке наблюдения по вышеуказанному методу.
3. Для $\forall j \in J(T)$ формируем упорядоченное по возрастанию значений индекса j конечное множество Vx' из полученных в п. 2 значений $x'_{j_r-\max}^{\text{mul}}, x'_{j_r-\max}, x'_{j_r-\min}^{\text{mul}}, x'_{j_r-\min}$, некоторые из которых могут совпадать. Элементы множества Vx' в момент t переобозначим как $b_1, b_2, \dots, b_{n(T)}$.
4. $\forall i = 1, 2, \dots, n(T)$ из точки b_i проведем i -ю секущую $\text{Sec } b_i$ – прямую линию под номером i , исходящую из координаты b_i на вертикальной оси, параллельную горизонтальной оси до пересечения с вертикальным перпендикуляром, восстановленным из точки T . Зафиксируем $i = 1$.
5. Новый плоский участок $B_i[t_i, t_{i+1}) \subseteq A[t_0, T)$ определим по следующим границам. Снизу он ограничен $\text{Sec } b_i \subset B_i[t_i, t_{i+1})$,

сверху – фрагментом огибающей (новым i -м звеном) $GNW_i[t_i, t_{i+1}) \subseteq G[t_0, T)$.

Если $b_i < b_{i+1}$, то слева участок ограничен вертикалью, восстановленной из точки $h_j(b_i, t_i) = GNW_i[t_i, t_{i+1}) \cap \text{Sec } b_i \neq \Phi$, а справа он неограниченно приближается слева к вертикали, восстановленной из точки $GNW_i[t_i, t_{i+1}) \cap \text{Sec } b_{i+1} \neq \Phi$, т.е.

$$h_i(b_i < t_i) = GNW_i[t_i, t_{i+1}) \cap \text{Sec } b_{i+1} \neq \Phi.$$

Если $b_i > b_{i+1}$, то слева участок ограничен вертикалью, восстановленной из точки $h_i(b_i, t_i) = GNW_i[t_i, t_{i+1}) \cap \text{Sec } b_{i+1} \neq \Phi$, а справа он неограниченно приближается слева к вертикали, восстановленной из точки $GNW_i[t_i, t_{i+1}) \cap \text{Sec } b_i \neq \Phi$, т.е.

$$h_i(b_i > t_{i+1}) = GNW_i[t_i, t_{i+1}) \cap \text{Sec } b_i \neq \Phi.$$

6. $i = i + 1$. Если $i \leq n(T)$, то переход на п. 5.

7. Таким образом, в силу вышеуказанных построений и последовательным перебором всех i , огибающая кривая $G[t_0, T)$ представима в виде нового объединения (цепи), учитывающего особенности похожих звеньев

$$G[t_0, t) = \bigcup_{i=1, 2, \dots, n(T)} GNW_i[t_i, t_{i+1}). \quad (16)$$

Стоп. Конец алгоритма W. Уточненная по похожим звеньям новая цепная модель динамики первой производной (16) построена.

Полученные модели и алгоритмы снимают проблему «тяжелых хвостов» для вероятностных исследований процессов в сети Интернет, современных инфокоммуникационных системах и технологиях, что, в свою очередь, является побудительным мотивом новых формализаций проблем, связанных с исследованиями в различных предметных областях по таким направлениям компьютерных наук, как большие данные, интеллектуальный анализ данных [16, 17], искусственный интеллект [18].

Теперь целесообразно продолжить исследование новой цепной модели (16) динамики первой производной с учетом ее неравномерности, т.е. наличия звеньев с участками замедления и ускорения динамики производной на всем промежутке наблюдения к моменту T .

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ

Для цепи (16) введем в рассмотрение типовые звенья, изображенные на рис. 5–8.

Рассмотрим особенности типовых звеньев для $[t_i, t_{i+1}) \subset [t_0, T)$, $i \in \{j_1, j_2, j_3, j_4\} \subset I = \{\forall i = 1, 2, \dots, n(T)\}$ с неравномерностями динамики первой производной на рис. 5–8 с точки зрения теории вероятностей.

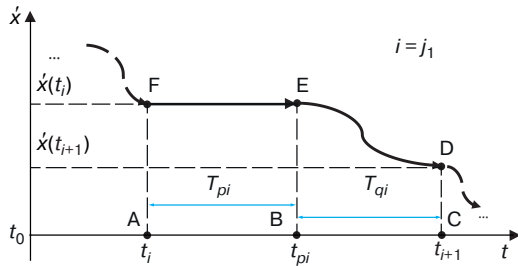


Рис. 5. График постоянства и ускорения динамики первой производной в звене $G_i[t_i, t_{i+1}]$, $i = j_1$. $AB = T_{pi}$ и $BC = T_{qi}$ – соответствующие отрезки координат на оси абсцисс постоянства и замедления первой производной от $x'(t_i)$ до $x'(t_{i+1})$

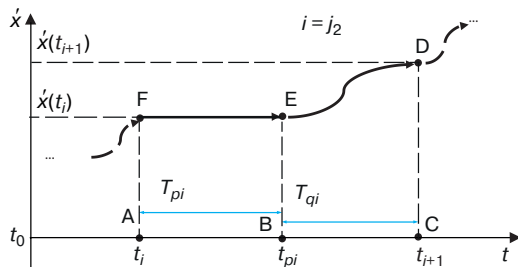


Рис. 6. График постоянства и ускорения динамики первой производной в $G_i[t_i, t_{i+1}]$, $i = j_2$. $AB = T_{pi}$ и $BC = T_{qi}$ – соответствующие отрезки координат на оси абсцисс постоянства и ускорения первой производной от $x'(t_i)$ до $x'(t_{i+1})$

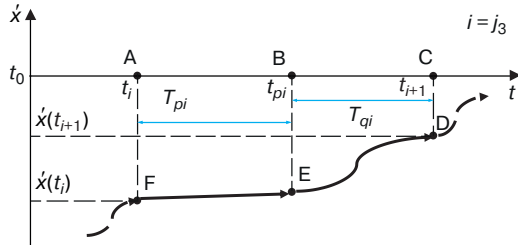


Рис. 7. График обратного постоянства и замедления динамики первой производной в звене $G_i[t_i, t_{i+1}]$, $i = j_3$. $AB = T_{pi}$ и $BC = T_{qi}$ – соответствующие отрезки координат на оси абсцисс постоянства и замедления первой производной от $x'(t_i)$ до $x'(t_{i+1})$

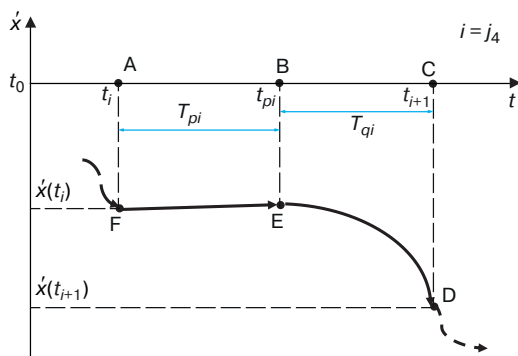


Рис. 8. График обратного постоянства и ускорения динамики первой производной в звене $G_i[t_i, t_{i+1}]$, $i = j_4$. $AB = T_{pi}$ и $DC = T_{qi}$ – соответствующие отрезки координат на оси абсцисс постоянства и ускорения первой производной от $x'(t_i)$ до $x'(t_{i+1})$

Из анализа этих рисунков следует, что возможны 2 случайных события: $x' = x'_{const_i}$ и $x' \neq x'_{const_i}$. Методические аспекты исчисления значения вероятностей этих событий представляют научно-практический интерес, т.к. позволяют оценить стохастические моменты изменений первой производной и сделать предиктивные выводы по динамике ее изменений в интересах управления, контролирования объекта движения и по другим вопросам.

На рис. 5–8 изображена плоская фигура ABCDEF, которая иллюстрирует i -е типовое звено изменения динамики первой производной, $i \in \{j_1, j_2, j_3, j_4\} \subset I$. Вначале постоянное, затем, начиная с момента t_{pi} , неравномерное (замедление на рис. 5 и ускорение на рис. 6 и аналогичные изменения для обратной динамики на рис. 7, 8) изменение динамики первой производной в i -м типовом звене на участке $[t_i, t_{i+1}] \subseteq [t_0, T]$.

Используя понятие геометрической вероятности [9, 10, 19, 20], получим выражение для оценки вероятности события, когда x' принимает значение x'_{const_i} в i -м типовом звене на участке $[t_i, t_{i+1}]$:

$$P(x' = x'_{const_i}) = \frac{\text{len } s_{1_i}[t_i, t_{pi}]}{\text{len } G[t_0, T]}, \quad (17)$$

$$P(x' \neq x'_{const_i}) = \frac{\text{len } s_{2_i}}{\text{len } G[t_0, T]} = q_i, \quad (18)$$

где

$$\text{len } s_{1_i}[t_i, t_{pi}] = \left| \int_{t_i}^{t_{pi}} \sqrt{1 + [\ddot{x}(s)]^2} ds \right| = t_{pi} - t_i = T_{pi} -$$

длина части i -го типового звена с $x' = x'_{const_i}$,

$$\text{len } G[t_0, T] = \int_{t_0}^T \sqrt{1 + \ddot{x}(s)^2} ds - \text{длина всей цепи (8),}$$

$$\text{len } s_{2_i}[t_{qi}, t_{i+1}] = \left| \int_{t_{qi}}^{t_{i+1}} \sqrt{1 + \ddot{x}(s)^2} ds \right| - \text{длина части}$$

i -го типового звена с $x' \neq x'_{const_i}$.

По интегральной теореме о среднем [21]

$$\text{len } s_{2_i} = \left| \int_{t_{pi}}^{t_{i+1}} \ddot{x}(s) ds \right| = |\alpha_{\text{aver}}[t_{pi}, t_{i+1}]| T_{qi} \geq 0. \quad (19)$$

Откуда при $\text{len } s_{2_i} \neq 0$ следует, что

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{aver}}[t_{pi}, t_{i+1}] &\neq 0, \\ T_{qi} &\geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Из последних соотношений следует, что при известных по результатам измерений значениях t_i, t_{pi}, t_{i+1} , определив численно $\text{len } s_{2_i}$, можно получить значение $\alpha_{\text{aver}}[t_{pi}, t_{i+1}]$.

Примечание. Вычисленные значения $\alpha_{\text{aver}}[t_{pi}, t_{i+1}]$ могут быть отрицательными в силу построения на соответствующих графиках для обратной динамики.

С другой стороны, опять, по интегральной теореме о среднем [21], можно записать

$$\begin{aligned} \text{len } s_{l_i} + \text{len } s_{2_i} &= \left| \int_{t_i}^{t_{i+1}} \ddot{x}(s) ds \right| = \\ &= |\alpha_{\text{aver}}[t_i, t_{i+1}]| (t_{i+1} - t_i) \geq 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Из соотношений (19)–(21) получаем

$$\begin{aligned} &|\alpha_{\text{aver}}[t_{pi}, t_{i+1}]| T_{qi} = \\ &= |\alpha_{\text{aver}}[t_i, t_{i+1}]| (t_{i+1} - t_i) - T_{pi} \geq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Из (22) следует $|\alpha_{\text{aver}}[t_i, t_{i+1}]| (t_{i+1} - t_i) \geq T_{pi}$,

$$\begin{aligned} \text{а } &|\alpha_{\text{aver}}[t_{pi}, t_{i+1}]| T_{qi} \leq |\alpha_{\text{aver}}[t_i, t_{i+1}]| (t_{i+1} - t_i) \quad \text{или} \\ &\frac{|\alpha_{\text{aver}}[t_{pi}, t_{i+1}]|}{|\alpha_{\text{aver}}[t_i, t_{i+1}]|} \leq \frac{t_{i+1} - t_i}{T_{qi}} = 1 + \frac{T_{pi}}{T_{qi}}. \end{aligned}$$

С использованием (17):

$$P(x' = x'_{\text{const}_i}) = p_i = \frac{T_{pi}}{\text{len } G[t_0, T]} \leq 1. \quad (23)$$

Для гипотетического случая $T_{qi} = 0$ плотность распределения вероятностей есть

$$f(x' = x'_{\text{const}_i}) = \delta(x' - x'_{\text{const}_i}), \quad (24)$$

где δ – функция Дирака, что совпадает с результатом в [10].

Полученные соотношения нуждаются в исследовании разброса значений первой производной в i -м типовом звене уточненной модели цепи (16) на участке $[t_i, t_{i+1}] \subseteq [t_0, T]$.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ДИНАМИКИ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ НА ТИПОВЫХ УЧАСТКАХ

Представим, что модель цепи (16) состоит из одного i -го типового звена. Вид плотности распределения вероятностей первой производной – $\mathfrak{Z}(x', t \in [t_i, t_{i+1}])$, доставляющей супремум¹¹ дисперсии значений $D(x', t \in [t_i, t_{i+1}])$ для случаев замедления и ускорения первой производной в i -м типовом звене (рис. 5–8 соответственно) определила лемма 1.

Лемма 1. Супремум дисперсии значений первой производной – $D(x', t \in [t_i, t_{i+1}])$ в i -м типовом звене достигается на плотности распределения вероятностей

$$\mathfrak{Z}(x', t \in [t_i, t_{i+1}]) = p_i \delta(x' - x'_{\text{const}_i}) + q_i \delta(x' - x'_{\text{const}_{i+1}}),$$

что соответствует дискретному типу функции распределения вероятностей случайной величины x' .

Доказательство леммы 1. Проанализируем значение дисперсии $D(x', t \in [t_i, t_{i+1}])$ и вид плотности распределения вероятностей $\mathfrak{Z}(x', t \in [t_i, t_{i+1}])$ для рис. 5–8. Положим

$$\begin{aligned} x'_{\min_i} &= \min(x'_{\text{const}_i}, x'_{\text{const}_{i+1}}), \quad x'_{\max_i} = \max(x'_{\text{const}_i}, x'_{\text{const}_{i+1}}). \\ D(x', t \in [t_i, t_{i+1}]) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (s^2) f(s, t \in [t_i, t_{i+1}]) ds - \left(\int_{-\infty}^{\infty} s f(s, t \in [t_i, t_{i+1}]) ds \right)^2 = \\ &= \left| \int_{x'_{\min_i}}^{x'_{\max_i}} (s^2) f(s, t \in [t_i, t_{i+1}]) ds \right| - \left(\int_{x'_{\min_i}}^{x'_{\max_i}} s f(s, t \in [t_i, t_{i+1}]) ds \right)^2. \end{aligned}$$

Пользуясь рекомендациями [10, 22] произведем ε -разбиение отрезка $[x'_{\min_i}, x'_{\max_i}]$ длины $x'_{\max_i} - x'_{\min_i} > 0$ на непересекающиеся полуинтервалы $0 < [x'_j, x'_{j+1}) < \varepsilon$, $j \in J(\varepsilon)$ длины $x'_{j+1} - x'_j$, меньше $\varepsilon > 0$ каждый.

Аппроксимируем $D(x', t \in [t_i, t_{i+1}])$ суммой

$$\begin{aligned} \tilde{D}(x', t \in [t_i, t_{i+1}]) &= \sum_{j \in J(\varepsilon)} z_j (e_j)^2 - \left(\sum_{j \in J(\varepsilon)} z_j e_j \right)^2, \\ \text{где } z_j &= \int_{x'_j}^{x'_{j+1}} f(s, t \in [t_i, t_{i+1}]) ds \geq 0, \quad e_j \text{ определим} \end{aligned}$$

ниже,

$$\sum_{j \in J(\varepsilon)} z_j = 1. \quad (25)$$

Метод множителей Лагранжа для $\tilde{D}(x', t \in [t_i, t_{i+1}]) \rightarrow \text{extr}$ при ограничениях (25) дает необходимое условие оптимума:

$$\begin{cases} e_j^2 + 2me_j - \lambda = 0, \quad j \in J(\varepsilon), \\ \sum_{j \in J(\varepsilon)} z_j = 1, \\ z_j \geq 0, \end{cases} \quad (26)$$

где $m = \sum_k e_k z_k$, $k \in J(\varepsilon)$, $k \neq j$; λ – множитель Лагранжа.

Таким образом, $\forall j \in J(\varepsilon)$ значение e_j обязано быть решением одного и того же квадратного уравнения в (26). Следовательно, для $\forall j \in J(\varepsilon)$ величины e могут принимать не более двух различных значений, а с учетом (17) и (18), характерных для полуинтервала $[t_i, t_{i+1}]$, – это p_i (23) и q_i (18).

Случай кратных корней квадратного уравнения в (26) невозможен в силу построения уточненной модели цепи (16) и (24).

Таким образом, общий вид формулы плотности распределения вероятностей значений первой производной динамики объекта для рис. 5–8 есть

$$\mathfrak{Z}(x', t \in [t_i, t_{i+1}]) = p_i \delta(x' - x'_{\text{const}_i}) + q_i \delta(x' - x'_{\text{const}_{i+1}}).$$

Опустив промежуточные выкладки по [10, 23], для дисперсии $D(x', t \in [t_i, t_{i+1}])$ можно записать выражение

$$D(x', t \in [t_i, t_{i+1}]) = p_i q_i (x'_{\text{const}_i} - x'_{\text{const}_{i+1}})^2. \quad (27)$$

¹¹ Наименьшая верхняя граница. [Least upper bound.]

Лемма 1 доказана.

Следствие из леммы 1. Из (27) следует, что $\sup D(x', t \in [t_i, t_{i+1}))$ достигается при $p_i q_i = \max$ и $|x'_{\text{const}_i} - x'_{\text{const}_{i+1}}| = \max$.

Проанализируем дисперсию значений $D(x', t \in [t_i, t_{i+1}))$.

Опустив промежуточные выкладки по [6, 9, 10], для дисперсии величины x' можно записать следующие выражения:

$$\begin{aligned} \bullet D(x', t \in [t_i, t_{i+1})) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} (s^2) f(s, t \in [t_i, t_{i+1})) ds - \left(\int_{-\infty}^{\infty} s f(s, t \in [t_i, t_{i+1})) ds \right)^2 = \\ = \left| \int_{x'_{\min_i}}^{x'_{\max_i}} (s^2) f(s, t \in [t_i, t_{i+1})) ds \right| - \\ - \left(\int_{x'_{\min_i}}^{x'_{\max_i}} s f(s, t \in [t_i, t_{i+1})) ds \right)^2 = p_i q_i (x'_{\text{const}_i} - x'_{\text{const}_{i+1}})^2, \end{aligned}$$

откуда следует, что $\sup D(x', t \in [t_i, t_{i+1}))$ достигается при $x'_{\text{const}_i} = 0$ либо $x'_{\text{const}_{i+1}} = 0$, что не противоречит графикам на рис. 5–8;

$$\begin{aligned} \bullet E(x', t \in [t_i, t_{i+1})) = \int_{-\infty}^{\infty} s f(s, t \in [t_i, t_{i+1})) ds = \\ = p_i x'_{\text{const}_i} + q_i x'_{\text{const}_{i+1}}, \end{aligned}$$

где p_i можно найти из (23), а q_i – из (18).

Научный интерес представляет исследование поведение динамики разброса случайных значений x' на всем участке наблюдения $[t_0, T)$.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ДИНАМИКИ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ НА ВСЕМ УЧАСТКЕ НАБЛЮДЕНИЯ

Из изложенного следует, что к моменту T полная группа событий интегральной кривой динамики x' есть неотъемлемое свойство любого дифференциального уравнения первого порядка.

Как и в [10, 23] проанализируем дисперсию значений $D(x', t \in [t_i, t_{i+1}))$ и вид плотности распределения вероятностей первой производной $-f(x', t \in [t_i, t_{i+1}))$, доставляющей $\sup D(x', t \in [t_i, t_{i+1}))$. Эту проблему решает лемма 2.

Лемма 2. Супремум дисперсии значений первой производной $-D(x', t \in [t_i, t_{i+1}))$ на всем участке наблюдения $[t_0, T)$ достигается на плотности распределения вероятностей $\mathfrak{Z}(x', t \in [t_i, t_{i+1})) = \sum_{j \in J(t)} (p_i \delta(x' - x'_{\text{const}_i}) + q_i \delta(x' - x'_{\text{const}_{i+1}}))$, что соответствует дискретному типу функции распределения вероятностей случайной величины x' .

Доказательство леммы 2. Проанализируем значение дисперсии $D(x', t \in [t_i, t_{i+1}))$ и вид плотности распределения вероятностей $\mathfrak{Z}(x', t \in [t_0, T))$ для рис. 2.

Для цепной модели (14) можно записать с учетом (27)

$$\begin{aligned} D(x', t \in [t_0, T)) = \sum_{i \in J(T)} D(x', t \in [t_i, t_{i+1})) = \\ = \sum_{i \in J(T)} p_i q_i (x'_{\text{const}_i} - x'_{\text{const}_{i+1}})^2. \end{aligned}$$

Очевидное свойство: максимум суммы независимых слагаемых есть сумма их максимумов.

Лемма 2 доказана.

Обладающий общностью применения результат ступенчатой аппроксимации случайного процесса динамики первой производной к моменту времени T будет записан как

$$\begin{aligned} x'(t \in [t_0, T)) = \\ = \sum_{i \in J(T)} [x'_{\text{const}_i} p_i \Theta(t_{pi} - t_i) + x'_{\text{const}_{i+1}} q_i \Theta(t_{i+1} - t_i)], \end{aligned} \quad (28)$$

где $\Theta(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0, \\ 1, & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$ – ступенчатая функция

Хевисайда.

Из анализа данной модели следует, что она может быть сформирована по измеренным данным мониторинга динамики объекта без решения соответствующего дифференциального уравнения, график которого можно восстановить по параметрам (28).

Таким образом общность применения ступенчатой модели динамики первой производной (28) обуславливает возможность исследования динамических систем по наблюдаемым вероятностным характеристикам параметров модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе обоснована и исследована стохастическая природа формирования интегральной кривой решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка динамики некоторого объекта произвольной природы. График интегральной кривой может быть получен расчетным путем по аналитическим зависимостям или по результатам обработки данных мониторинга динамики объекта посредством снятия и обработки измерений его характеристик.

Поскольку реальная динамика объекта весьма неоднородна, что иллюстрируется большим разбросом значений ее первой производной, то разработаны цепная модель динамики первой производной к фиксированному моменту наблюдения и алгоритм Z ее формирования, которые предназначены для получения первичной аналитической, численной и графической интерпретаций изменений динамики первой производной, удобных для последующего стохастического анализа.

С помощью геометрического вероятностного подхода обнаружены новые вероятностные свойства решения задачи Коши как случайного процесса изменений динамики первой производной.

Введено понятие похожих звеньев цепной модели первой производной, позволившее разработать уточненную модель цепи интегральной кривой в виде цепи огибающих похожих звеньев и алгоритм W формирования уточненной по похожим звеньям цепной модели первой производной.

Показано, что значения вероятностей значений первой производной составляют полную группу несовместных событий, получены формулы оценки этих вероятностей в любой момент времени наблюдения. Число элементов такой полной группы является неубывающей целочисленной функцией оси абсцисс (горизонтальной координаты). Наличие полной группы таких событий является характеристическим свойством первой производной. Показано, что полная группа событий интегральной кривой динамики x' есть неотъемлемое свойство любого дифференциального уравнения первого порядка.

На базе понятия геометрической вероятности предложен способ оценки вероятности значений первой производной на участке наблюдения через отношение длин звеньев уточненной цепной модели.

Полученные модели и алгоритмы снимают проблему «тяжелых хвостов» для вероятностных исследований процессов в современных инфокоммуникационных системах и технологиях.

Доказаны леммы, обосновывающие дискретный вид закона распределения вероятностей значений

первой производной динамики объекта, и проведены исследования разброса дисперсии этого распределения, обосновывающие его супремум. Полученные расчетные формулы позволяют оценить разброс динамики первой производной по экспериментальным данным и сформировать ступенчатую аппроксимацию случайного процесса динамики первой производной к фиксированному моменту наблюдения.

Общность применения ступенчатой модели динамики первой производной обуславливает возможность исследования динамических систем по наблюдаемым вероятностным характеристикам параметров этой модели. Данный факт позволяет строить критериальную базу и формулировать постановки задач динамики в терминах вероятностных процессов, что открывает новые горизонты для исследований.

Полученные методические результаты требуют дальнейшего развития в русле методических подходов случайных процессов для выявления новых зависимостей динамики первой производной. Результаты являются основой новых постановок и формулировок задач исследований в различных предметных областях, прежде всего связанных с наблюдениями, мониторингом по таким направлениям компьютерных наук, как большие данные, интеллектуальный анализ данных, искусственный интеллект и т.д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пугачёв В.С. *Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления*. М.: Гостехиздат; 1957, 659 с.
2. Пономарев К.К. *Составление дифференциальных уравнений*. Минск: Вышэйшая школа; 1973, 560 с.
3. Булычев Ю.Г. Метод опорных интегральных кривых решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* 1988;28(10):1482–1490.
4. Булычев Ю.Г. Методы численно-аналитического интегрирования дифференциальных уравнений. *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* 1991;9:1305–1319.
5. Булычев Ю.Г., Бурлай И.В. Системный подход к моделированию сложных динамических систем в задачах оптимизации с прогнозирующей моделью. *Автоматика и телемеханика*. 1996;3:34–46. <https://www.elibrary.ru/movvbz>
6. Булычев Ю.Г., Бурлай И.В. Метод параметрической идентификации систем управления при неточном задании исходных данных. *Автоматика и телемеханика*. 1997;11:56–65.
7. Бурлай И.В. Параметрическая идентификация управляемых систем на базе расширенной модели наблюдений. *Известия Российской Академии наук. Теория и системы управления*. 1997;4:29–34. <https://www.elibrary.ru/mozlgl>
8. Булычев Ю.Г., Бурлай И.В. Оптимальное оценивание параметров нормальной регрессии для случая расширенной модели наблюдений. *Проблемы передачи информации*. 1993;29(3):31–41.
9. Назаров А.Н. *Модели и методы расчета структурно-сетевых параметров АТМ-сетей*. М.: Горячая линия – Телеком; 2002, 256 с. ISBN 5-93517-087-6
10. Назаров А.Н. Модели трафика служб с битовой скоростью передачи информации в широкополосных цифровых сетях интегрального обслуживания. *Автоматика и телемеханика*. 1998;9:52–63.
11. Назаров А.Н. Двухэтапный метод оценки адекватности локальной полиномиальной сплайн-интерполяции битового трафика служб широкополосных цифровых сетей интегрального обслуживания. *Интеллектуальные системы*. 1999;4(1-2):169–184. <https://www.elibrary.ru/gpunwq>
12. Назаров А.Н. Метод параметрической устойчивой идентификации динамического битового трафика в широкополосных цифровых сетях интегрального обслуживания. *Интеллектуальные системы*. 2000;5(1-4):111–125. <https://www.elibrary.ru/ywaxjz>

13. Назаров А.Н. Модели битового трафика в цифровых трактах и узлах широкополосных цифровых сетей интегрального обслуживания на технологии АТМ с учетом особенностей статистического уплотнения. В сб.: *Модели и методы исследования информационных сетей: сборник научных трудов*. СПб.: Тема; 1999. Вып. 2. С. 105–116.
14. Фихтенгольц Г.М. *Основы математического анализа*. Т. 1. М.: Наука; 1968, 440 с.
15. Прокаев А.Н. Принцип максимума энтропии в теории принятия решений. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2024;20(2):154–169. <https://doi.org/10.21638/spbu10.2024.203>
16. Зинченко А.П., Уколова А.В., Демичев В.В., Тихонова А.В., Романцева Ю.Н., Харитонов А.Е., Быков Д.В., Ульянов А.Е., Невзоров А.С. *Цифровые технологии анализа данных в сельском хозяйстве*: монография. М.: Изд-во «Научный консультант»; 2024, 260 с. ISBN 978-5-907477-96-4
17. Горелик А. *Корпоративное озеро больших данных. Новый подход к использованию Big Data и Data Science в бизнесе*. М.: Эксмо; 2023, 272 с. ISBN 978-5-04-107657-3
18. Кацов И. *Искусственный интеллект на предприятии: теория и практика*: пер. с англ. ДМК Пресс; 2024, 710 с. ISBN 978-5-93700-277-8
19. Гнеденко Б.В. *Курс теории вероятностей*. М.: Физматгиз; 1961, 406 с.
20. Гмурман В.Е. *Теория вероятностей и математическая статистика*. М.: Юрайт; 2023, 480 с. ISBN 978-5-534-00859-3
21. Кудрявцев Л.Д. *Математический анализ*. Т. 1. М.: Высшая школа; 1973, 614 с.
22. Опойцев В.И. Нелинейный закон больших чисел. *Автоматика и телемеханика*. 1994;4:65–75.
23. Купер Дж., Макгилам К. *Вероятностные методы анализа сигналов и систем*: пер. с англ. М.: Мир; 1989, 376 с.

REFERENCES

1. Pugachev V.S. *Teoriya sluchainykh funktsii i ee primeneniye k zadacham avtomaticheskogo upravleniya (Theory of Random Functions and its Application to Automatic Control Problems)*. Moscow: Gostekhizdat; 1957, 659 p. (In Russ.).
2. Ponomarev K.K. *Sostavlenie differentsial'nykh uravnenii (Compilation of Differential Equations)*. Minsk: Vysheishaya Shkola; 1973, 560 p. (In Russ.).
3. Bulychev Yu.G. Method of integral support curves for solving the Cauchy problem for ordinary differential equations. *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.* 1988;28(5):130–136. [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(88\)90021-3](https://doi.org/10.1016/0041-5553(88)90021-3)
[Original Russian Text: Bulychev Yu.G. Method of integral support curves for solving the Cauchy problem for ordinary differential equations. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki*. 1988;28(10):1482–1490 (in Russ.).]
4. Bulychev Yu.G. Methods for the numerical-analytical integration of differential equations. *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.* 1991;31(9):28–39.
[Original Russian Text: Bulychev Yu.G. Methods for the numerical-analytical integration of differential equations. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki*. 1991;31(9):1305–1319 (in Russ.).]
5. Bulychev Yu.G., Burlai I.V. System theoretic approach to the modeling of complex dynamic systems in optimization problems with predictive model. *Autom. Remote Control*. 1996;57(3):329–338.
[Original Russian Text: Bulychev Yu.G., Burlai I.V. System theoretic approach to the modeling of complex dynamic systems in optimization problems with predictive model. *Avtomatika i telemekhanika*. 1996;3:34–46 (in Russ.). <https://www.elibrary.ru/movvzb>]
6. Bulychev Yu.G., Burlai I.V. A parametric identification method of control systems under inexact input data. *Avtomatika i telemekhanika*. 1997;11:56–65 (in Russ.).
7. Burlai I.V. The parametric identification of controlled systems based on the extended model of observation. *J. Comp. Syst. Sci. Inform.* 1977;36(4):524–529. <https://www.elibrary.ru/ledoyx>
[Original Russian Text: Burlai I.V. The parametric identification of controlled systems based on the extended model of observation. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya*. 1997;4:29–34 (in Russ.). <https://www.elibrary.ru/mozlgl>]
8. Bulychev Yu.G., Burlai I.V. Optimal estimation of normal regression parameters for the case of an extended observational model. *Problems Inform. Transmission*. 1993;29(3):31–41 (in Russ.).
9. Nazarov A.N. *Modeli i metody rascheta strukturno-setevykh parametrov ATM-setei (Models and Methods for Calculating the Structural and Network Parameters of ATM Networks)*. Moscow: Goryachaya liniya-Telekom; 2002, 256 p. (In Russ.). ISBN 5-93517-087-6
10. Nazarov A.N. Service Traffic Models with Bit Rate of Transmission in Wideband Integral Service Digital Networks. *Autom. Remote Control*. 1998;59(9):1245–1254.
[Original Russian Text: Nazarov A.N. Service Traffic Models with Bit Rate of Transmission in Wideband Integral Service Digital Networks. *Avtomatika i telemekhanika*. 1998;9:52–63 (in Russ.).]
11. Nazarov A.N. Two-Stage Method for Assessing the Adequacy of Local Polynomial Spline Interpolation of Bit Traffic in Broadband Digital Networks with Integrated Services. *Intellektual'nye sistemy = Intelligent Systems*. 1999;4(1-2):169–184 (in Russ.). <https://www.elibrary.ru/gpunwq>
12. Nazarov A.N. A method of parametric stable identification of dynamic bit traffic in broadband digital networks of integral service. *Intellektual'nye sistemy = Intelligent Systems*. 2000;5(1-4):111–125 (in Russ.). <https://www.elibrary.ru/ywaxjz>

13. Nazarov A.N. Models of Bit Traffic in Digital Trains and Nodes of Broadband Digital Networks of Integrated Service Based on ATM Technology, Taking into Account the Features of Statistical Compaction. In: *Models and Methods of Researching Information Networks: Collection of Scientific Papers*. Saint Petersburg; 1999. V. 2. P. 105–116 (in Russ.).
14. Fikhtengol'ts G.M. *Osnovy matematicheskogo analiza (Fundamentals of Mathematical Analysis)*. V. 1. Moscow: Nauka; 1968, 440 p. (In Russ.).
15. Prokaev A.N. The Maximum Entropy Principle in Decision Theory. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Protsessy upravleniya = Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*. 2024;20(2):154–169 (in Russ.). <https://doi.org/10.21638/spbu10.2024.203>
16. Zinchenko A.P., Ukolova A.V., Demichev V.V., et al. *Tsifrovye tekhnologii analiza dannykh v sel'skom khozyaistve (Digital Technologies for Data Analysis in Agriculture)*. Moscow: Nauchnyi konsul'tant; 2024, 260 p. (in Russ.). ISBN 978-5-907477-96-4
17. Gorelik A. *Korporativnoe ozero bol'shikh dannykh. Novyi podkhod k ispol'zovaniyu Big Data i Data Science v biznese (Corporate Big Data Lake. A New Approach to Using Big Data and Data Science in Business)*. Moscow: Eksmo; 2023, 272 p. (In Russ.). ISBN 978-5-04-107657-3
18. Katsov I. *Iskusstvennyi intellekt na predpriyatii: teoriya i praktika (Artificial Intelligence at the Enterprise: Theory and Practice)*: transl. from Engl. DMK Press; 2024, 710 p. (In Russ.). ISBN 978-5-93700-277-8
19. Gnedenko B.V. *Kurs teorii veroyatnostei (Course in Probability Theory)*. Moscow: Fizmatgiz; 1961, 406 p. (In Russ.).
20. Gmurman V.E. *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika (Probability Theory and Mathematical Statistics)*. Moscow: Yurait; 2023, 480 p. (In Russ.). ISBN 978-5-534-00859-3
21. Kudryavtsev L.D. *Matematicheskii analiz (Mathematical Analysis)*. V. 1. Moscow: Vysshaya Shkola; 1973, 614 p. (In Russ.).
22. Opoitsev V.I. The nonlinear law of large numbers. *Autom. Remote Control*. 1994;55(4):511–519.
[Original Russian Text: Opoitsev V.I. The nonlinear law of large numbers. *Avtomatika i telemekhanika*. 1994;4:65–75 (in Russ.).]
23. Cooper G.R., McGilhem C.D. *Veroyatnostnye metody analiza signalov i sistem (Probabilistic Methods of Signal and System Analysis)*: transl. from Engl. Moscow: Mir; 1989, 376 p. (In Russ.).
[Cooper G.R., McGilhem C.D. *Probabilistic Methods of Signal and System Analysis*. Holt, Rinehart, and Winston; 1986, 408 p.]

Об авторе

Назаров Алексей Николаевич, д.т.н., профессор, кафедра «Корпоративные информационные системы», Институт информационных технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: a.nazarov06@bk.ru. Scopus Author ID 7201780424, ResearcherID G-3154-2013, SPIN-код РИНЦ 6032-5302, <https://orcid.org/0000-0002-0497-0296>

About the Author

Alexey N. Nazarov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Corporate information systems, Institute of Information Technology, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: a.nazarov06@bk.ru. Scopus Author ID 7201780424, ResearcherID G-3154-2013, RSCI SPIN-code 6032-5302, <https://orcid.org/0000-0002-0497-0296>

Отпечатано в «МИРЭА – Российский технологический университет».

119454, РФ, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78.

Подписано в печать 30.07.2026 г.

Формат 60 × 90/8. Печать цифровая.

Уч.-изд. листов 19.0.

Тираж 50 экз. Заказ № 4279.

Подписку на печатную версию

Russian Technological Journal можно оформить
через ООО «Агентство «Книга-Сервис», www.akc.ru.

Подписной индекс: **79641**.

Printed in MIREA – Russian Technological University.
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russian
Federation.

Signed to print July 30, 2026.

Format 60 × 90/8. Digital print.

C.p.l. 19.0.

50 copies. Order No. 4279.

Subscription to the *Russian Technological
Journal* printed version can be made through
the *Kniga-Servis* Agency, www.akc.ru.

Subscription index: **79641**.

