



RUSSIAN TECHNOLOGICAL JOURNAL

**РОССИЙСКИЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
ЖУРНАЛ**

*Информационные системы.
Информатика.
Проблемы информационной безопасности*

*Роботизированные комплексы и системы.
Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля*

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

*Микро- и нанoeлектроника.
Физика конденсированного состояния*

Аналитическое приборостроение и технологии

Математическое моделирование

*Экономика наукоемких и высокотехнологичных
предприятий и производств. Управление в организационных системах*

Управление качеством продукции. Стандартизация

Мировоззренческие основы технологии и общества



RUSSIAN TECHNOLOGICAL JOURNAL

РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

- Информационные системы. Информатика. Проблемы информационной безопасности
- Роботизированные комплексы и системы. Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля
- Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы
- Микро- и нанoeлектроника. Физика конденсированного состояния
- Аналитическое приборостроение и технологии
- Математическое моделирование
- Экономика наукоемких и высокотехнологичных предприятий и производств. Управление в организационных системах
- Управление качеством продукции. Стандартизация
- Мировоззренческие основы технологии и общества
- Information systems. Computer sciences. Issues of information security
- Multiple robots (robotic centers) and systems. Remote sensing and nondestructive testing
- Modern radio engineering and telecommunication systems
- Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics
- Analytical instrument engineering and technology
- Mathematical modeling
- Economics of knowledge-intensive and high-tech enterprises and industries. Management in organizational systems
- Product quality management. Standardization
- Philosophical foundations of technology and society

Russian Technological Journal
2024, том 12, № 6

Russian Technological Journal
2024, Vol. 12, No. 6

Russian Technological Journal 2024, том 12, № 6

Дата опубликования 28 ноября 2024 г.

Научно-технический рецензируемый журнал освещает вопросы комплексного развития радио-технических, телекоммуникационных и информационных систем, электроники и информатики, а также результаты фундаментальных и прикладных междисциплинарных исследований, технологических и организационно-экономических разработок, направленных на развитие и совершенствование современной технологической базы.

Периодичность: один раз в два месяца.

Журнал основан в декабре 2013 года. До 2016 г. издавался под названием «Вестник МГТУ МИРЭА» (ISSN 2313-5026), а с января 2016 г. по июль 2021 г. под названием «Российский технологический журнал» (ISSN 2500-316X).

Учредитель и издатель:

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «МИРЭА – Российский технологический университет»
119454, РФ, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78.

Журнал входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов ВАК РФ, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук и доктора наук, входит в RSCI, РГБ, РИНЦ, eLibrary, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Directory of Open Access Scholarly Resources (ROAD), Google Scholar, Ulrich's International Periodicals Directory.

Главный редактор:

Сигов Александр Сергеевич, академик РАН,
доктор физ.-мат. наук, профессор, президент ФГБОУ ВО МИРЭА – Российский технологический университет (ПТУ МИРЭА), Москва, Россия.
Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017,
sigov@mirea.ru.

Редакция:

Зав. редакцией	к.т.н. Г.Д. Середина
Научный редактор	д.т.н., проф. Г.В. Куликов
Выпускающий редактор	А.С. Алексеенко
Технический редактор	Д.В. Трофимова

119571, г. Москва, пр-т Вернадского, 86, оф. Л-119.
Тел.: +7 (499) 600-80-80 (#31288).
E-mail: seredina@mirea.ru.

Регистрационный номер и дата принятия решения о регистрации СМИ ПИ № ФС 77 - 81733 от 19.08.2021 г. СМИ зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Индекс по объединенному каталогу «Пресса России» 79641.

<https://www.rtj-mirea.ru>

Russian Technological Journal 2024, Vol. 12, No. 6

Publication date November 28, 2024.

The peer-reviewed scientific and technical journal highlights the issues of complex development of radio engineering, telecommunication and information systems, electronics and informatics, as well as the results of fundamental and applied interdisciplinary researches, technological and economical developments aimed at the development and improvement of the modern technological base.

Periodicity: bimonthly.

The journal was founded in December 2013. The titles were «Herald of MSTU MIREA» until 2016 (ISSN 2313-5026) and «Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal» from January 2016 until July 2021 (ISSN 2500-316X).

Founder and Publisher:

Federal State Budget
Educational Institution of Higher Education
«MIREA – Russian Technological University»
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia.

The journal is included into the List of peer-reviewed science press of the State Commission for Academic Degrees and Titles of Russian Federation. The Journal is included in Russian Science Citation Index (RSCI), Russian State Library (RSL), Science Index, eLibrary, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Directory of Open Access Scholarly Resources (ROAD), Google Scholar, Ulrich's International Periodicals Directory.

Editor-in-Chief:

Alexander S. Sigov, Academician at the Russian Academy of Sciences, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor,
President of MIREA – Russian Technological University (RTU MIREA), Moscow, Russia.
Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017,
sigov@mirea.ru.

Editorial staff:

Managing Editor	Cand. Sci. (Eng.) Galina D. Seredina
Scientific Editor	Dr. Sci. (Eng.), Prof. Gennady V. Kulikov
Executive Editor	Anna S. Alekseenko
Technical Editor	Darya V. Trofimova

86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571 Russia.
Phone: +7 (499) 600-80-80 (#31288).
E-mail: seredina@mirea.ru.

The registration number ПИ № ФС 77 - 81733 was issued in August 19, 2021 by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media of Russia.

The subscription index of *Pressa Rossii*: 79641.

Редакционная коллегия

Кудж Станислав Алексеевич	д.т.н., профессор, ректор РТУ МИРЭА, Москва, Россия. Scopus Author ID 56521711400, ResearcherID AAG-1319-2019, https://orcid.org/0000-0003-1407-2788 , rector@mirea.ru
Банис Юрас Йонович	хабилитированный доктор наук, профессор, проректор Вильнюсского университета, Вильнюс, Литва. Scopus Author ID 7003687871, juras.banyas@ff.vu.lt
Бетелин Владимир Борисович	академик Российской академии наук (РАН), д.ф.-м.н., профессор, научный руководитель Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований» РАН, Москва, Россия. Scopus Author ID 6504159562, ResearcherID J-7375-2017, betelin@niisi.msk.ru
Боков Алексей Алексеевич	д.ф.-м.н., старший научный сотрудник, химический факультет и 4D LABS, Университет Саймона Фрейзера, Ванкувер, Британская Колумбия, Канада. Scopus Author ID 35564490800, ResearcherID C-6924-2008, http://orcid.org/0000-0003-1126-3378 , abokov@sfu.ca
Вахрушев Сергей Борисович	д.ф.-м.н., профессор, заведующий лабораторией нейтронных исследований Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, профессор кафедры Физической электроники СПбГПУ, Санкт-Петербург, Россия. Scopus Author ID 7004228594, ResearcherID A-9855-2011, http://orcid.org/0000-0003-4867-1404 , s.vakhrushev@mail.ioffe.ru
Гуляев Юрий Васильевич	академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, научный руководитель Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия. Scopus Author ID 35562581800, gulyaev@cplire.ru
Жуков Дмитрий Олегович	д.т.н., профессор кафедры телекоммуникаций Института радиоэлектроники и информатики РТУ МИРЭА, Москва, Россия. Scopus Author ID 57189660218, zhukov_do@mirea.ru
Кимель Алексей Вольдемарович	к.ф.-м.н., профессор, Университет Радбауд, г. Наймеген, Нидерланды. Scopus Author ID 6602091848, ResearcherID D-5112-2012, a.kimel@science.ru.nl
Крамаров Сергей Олегович	д.ф.-м.н., профессор, Сургутский государственный университет, Сургут, Россия. Scopus Author ID 56638328000, ResearcherID E-9333-2016, https://orcid.org/0000-0003-3743-6513 , mavoo@yandex.ru
Новиков Дмитрий Александрович	академик РАН, д.т.н., директор Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия. Scopus Author ID 7102213403, ResearcherID Q-9677-2019, https://orcid.org/0000-0002-9314-3304 , novikov@ipu.ru
Перно Филипп	Dr. Sci. (Electronics), профессор, Центральная Школа г. Лилль, Франция. Scopus Author ID 7003429648, philippe.pernod@ec-lille.fr
Романов Михаил Петрович	д.т.н., профессор, научный руководитель Института искусственного интеллекта РТУ МИРЭА, Москва, Россия. Scopus Author ID 14046079000, https://orcid.org/0000-0003-3353-9945 , m_romanov@mirea.ru
Савиных Виктор Петрович	академик РАН, Дважды Герой Советского Союза, д.т.н., профессор, президент Московского государственного университета геодезии и картографии, Москва, Россия. Scopus Author ID 56412838700, vp@miigaik.ru
Соболевский Андрей Николаевич	д.ф.-м.н., директор Института проблем передачи информации им. А.А. Харкевича, Москва, Россия. Scopus Author ID 7004013625, ResearcherID D-9361-2012, http://orcid.org/0000-0002-3082-5113 , sobolevski@iitp.ru
Сюй Ли Да	академик Европейской академии наук, Российской инженерной академии и Инженерной академии Армении, Dr. Sci. (Systems Science), профессор, Университет Олд Доминион, Норфолк, Соединенные Штаты Америки. Scopus Author ID 13408889400, https://orcid.org/0000-0002-5954-5115 , lxu@odu.edu
Харин Юрий Семенович	академик Национальной академии наук Беларуси, д.ф.-м.н., профессор, директор НИИ прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь. Scopus Author ID 6603832008, http://orcid.org/0000-0003-4226-2546 , kharin@bsu.by
Чаплыгин Юрий Александрович	академик РАН, д.т.н., профессор, член Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН, президент Института микроприборов и систем управления им. Л.Н. Преснухина НИУ «МИЭТ», Москва, Россия. Scopus Author ID 6603797878, ResearcherID B-3188-2016, president@miet.ru
Шпак Василий Викторович	к.э.н., зам. министра промышленности и торговли Российской Федерации, Министерство промышленности и торговли РФ, Москва, Россия; доцент, Институт микроприборов и систем управления им. Л.Н. Преснухина НИУ «МИЭТ», Москва, Россия, mishinevaiv@minprom.gov.ru

Editorial Board

Stanislav A. Kudzh	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector of RTU MIREA, Moscow, Russia. Scopus Author ID 56521711400, ResearcherID AAG-1319-2019, https://orcid.org/0000-0003-1407-2788 , rector@mirea.ru
Juras Banys	Habilitated Doctor of Sciences, Professor, Vice-Rector of Vilnius University, Vilnius, Lithuania. Scopus Author ID 7003687871, juras.banys@ff.vu.lt
Vladimir B. Betelin	Academician at the Russian Academy of Sciences (RAS), Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Supervisor of Scientific Research Institute for System Analysis, RAS, Moscow, Russia. Scopus Author ID 6504159562, ResearcherID J-7375-2017, betelin@niisi.msk.ru
Alexei A. Bokov	Dr. Sci. (Phys.-Math.), Senior Research Fellow, Department of Chemistry and 4D LABS, Simon Fraser University, Vancouver, British Columbia, Canada. Scopus Author ID 35564490800, ResearcherID C-6924-2008, http://orcid.org/0000-0003-1126-3378 , abokov@sfu.ca
Sergey B. Vakhrushev	Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Head of the Laboratory of Neutron Research, A.F. Ioffe Physico-Technical Institute of the RAS, Department of Physical Electronics of St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia. Scopus Author ID 7004228594, ResearcherID A-9855-2011, http://orcid.org/0000-0003-4867-1404 , s.vakhrushev@mail.ioffe.ru
Yury V. Gulyaev	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Academic Supervisor of V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS, Moscow, Russia. Scopus Author ID 35562581800, gulyaev@cplire.ru
Dmitry O. Zhukov	Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Department of Telecommunications, Institute of Radio Electronics and Informatics, RTU MIREA, Moscow, Russia. Scopus Author ID 57189660218, zhukov_do@mirea.ru
Alexey V. Kimel	PhD (Phys.-Math.), Professor, Radboud University, Nijmegen, Netherlands, Scopus Author ID 6602091848, ResearcherID D-5112-2012, a.kimel@science.ru.nl
Sergey O. Kramarov	Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Surgut State University, Surgut, Russia. Scopus Author ID 56638328000, ResearcherID E-9333-2016, https://orcid.org/0000-0003-3743-6513 , mavoo@yandex.ru
Dmitry A. Novikov	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Eng.), Director of V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow, Russia. Scopus Author ID 7102213403, ResearcherID Q-9677-2019, https://orcid.org/0000-0002-9314-3304 , novikov@ipu.ru
Philippe Pernod	Dr. Sci. (Electronics), Professor, Dean of Research of Centrale Lille, Villeneuve-d'Ascq, France. Scopus Author ID 7003429648, philippe.pernod@ec-lille.fr
Mikhail P. Romanov	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Academic Supervisor of the Institute of Artificial Intelligence, RTU MIREA, Moscow, Russia. Scopus Author ID 14046079000, https://orcid.org/0000-0003-3353-9945 , m_romanov@mirea.ru
Viktor P. Savinykh	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Eng.), Professor, President of Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, Russia. Scopus Author ID 56412838700, vp@miigaik.ru
Andrei N. Sobolevski	Professor, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Director of Institute for Information Transmission Problems (Kharkevich Institute), Moscow, Russia. Scopus Author ID 7004013625, ResearcherID D-9361-2012, http://orcid.org/0000-0002-3082-5113 , sobolevski@iitp.ru
Li Da Xu	Academician at the European Academy of Sciences, Russian Academy of Engineering (formerly, USSR Academy of Engineering), and Armenian Academy of Engineering, Dr. Sci. (Systems Science), Professor and Eminent Scholar in Information Technology and Decision Sciences, Old Dominion University, Norfolk, VA, the United States of America. Scopus Author ID 13408889400, https://orcid.org/0000-0002-5954-5115 , lxu@odu.edu
Yury S. Kharin	Academician at the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Director of the Institute of Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University, Minsk, Belarus. Scopus Author ID 6603832008, http://orcid.org/0000-0003-4226-2546 , kharin@bsu.by
Yuri A. Chaplygin	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Member of the Departments of Nanotechnology and Information Technology of the RAS, President of the National Research University of Electronic Technology (MIET), Moscow, Russia. Scopus Author ID 6603797878, ResearcherID B-3188-2016, president@miet.ru
Vasilii V. Shpak	Cand. Sci. (Econ.), Deputy Minister of Industry and Trade of the Russian Federation, Ministry of Industry and Trade of the Russian Federation, Moscow, Russia; Associate Professor, National Research University of Electronic Technology (MIET), Moscow, Russia, mishinevaiv@minprom.gov.ru

Содержание

Информационные системы. Информатика. Проблемы информационной безопасности

- 7** *С.В. Кочергин, С.В. Артемова, А.А. Бакаев, Е.С. Митяков, Ж.Г. Вегера, Е.А. Максимова*
Кибербезопасность смарт-сетей: сравнение подходов машинного обучения для обнаружения аномалий
- 20** *Г.В. Петушков, А.С. Сигов*
Анализ и выбор структуры многопроцессорной вычислительной системы по критерию быстродействия
- 26** *А.С. Леонтьев, Д.В. Жматов*
Аналитический метод анализа процессов передачи сообщений в оптоволоконных сетях с маркерным доступом для цифровых подстанций
- 39** *Е.С. Митяков, Е.А. Максимова, С.В. Артемова, А.А. Бакаев, Ж.Г. Вегера*
Моделирование процессов управления инцидентами информационной безопасности на предприятии

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

- 48** *А.В. Каменский, Т.М. Акаева, Д.А. Гребенищикова*
Цифровой трехкаскадный рекурсивно-сепарабельный фильтр обработки изображений с изменяемыми размерами сканирующей многоэлементной апертуры

Микро- и нанoeлектроника. Физика конденсированного состояния

- 59** *И.В. Гладышев, А.Н. Юрасов, М.М. Яшин*
Вклад интерференции в магнитооптический экваториальный эффект Керра в белом свете
- 69** *Д.Х. Нурлигареев, И.А. Недоспасов, К.Ю. Харитонова*
Отражение линейно поляризованных электромагнитных волн от многослойного периодического зеркала

Математическое моделирование

- 80** *Э.М. Карташов*
Развитие модельных представлений термической реакции вязкоупругих тел на температурное поле
- 91** *Л.М. Ожерелкова, Е.С. Савин, И.Р. Тишаева, В.В. Шевелев*
Структурные переходы в системах с трехминимумным потенциалом
- 102** *Д.Д. Сирота, К.А. Гуцин, С.А. Хан, С.Л. Костиков, К.А. Бутов*
Нейронные операторы для гидродинамического моделирования подземных хранилищ газа

Экономика наукоемких и высокотехнологичных предприятий и производств. Управление в организационных системах

- 113** *А.И. Ладынин*
Краткосрочные биржевые индексы как инструмент оценки и прогнозирования научно-технологической безопасности

Contents

Information systems. Computer sciences. Issues of information security

- 7** *Sergey V. Kochergin, Svetlana V. Artemova, Anatoly A. Bakaev, Evgeny S. Mityakov, Zhanna G. Vegera, Elena A. Maksimova*
Cybersecurity of smart grids: Comparison of machine learning approaches training for anomaly detection
- 20** *Grigory V. Petushkov, Alexander S. Sigov*
Analysis and selection of the structure of a multiprocessor computing system according to the performance criterion
- 26** *Alexander S. Leontyev, Dmitry V. Zhmatov*
Analytical method for analyzing message transmission processes in FDDI networks for digital substations
- 39** *Evgeny S. Mityakov, Elena A. Maksimova, Svetlana V. Artemova, Anatoly A. Bakaev, Zhanna G. Vegera*
Modeling incident management processes in information security at an enterprise

Modern radio engineering and telecommunication systems

- 48** *Andrey V. Kamenskiy, Tatyana M. Akaeva, Darya A. Grebenshchikova*
Digital three-stage recursive-separable image processing filter with variable sizes of scanning multielement aperture

Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics

- 59** *Igor V. Gladyshev, Alexey N. Yurasov, Maxim M. Yashin*
Contribution of interference to the magneto-optical transverse Kerr effect in white light
- 69** *Dzamil Kh. Nurligareev, Iliya A. Nedospasov, Kseniya Yu. Kharitonova*
Reflections of linearly polarized electromagnetic waves from a multilayer periodic mirror

Mathematical modeling

- 80** *Eduard M. Kartashov*
Development of model representations of thermal reaction viscoelastic bodies on the temperature field
- 91** *Liliya M. Ozherelkova, Evgeniy S. Savin, Irina R. Tishaeva, Valentin V. Shevelev*
Structural transitions in systems with a triple-well potential
- 102** *Daniil D. Sirota, Kirill A. Gushchin, Sergey A. Khan, Sergey L. Kostikov, Kirill A. Butov*
Neural operators for hydrodynamic modeling of underground gas storage facilities

Economics of knowledge-intensive and high-tech enterprises and industries. Management in organizational systems

- 113** *Andrey I. Ladynin*
Short-term stock indices as a tool for assessing and forecasting scientific and technological security

УДК 621.311.1

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-7-19>

EDN LEDVEZ



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Кибербезопасность смарт-сетей: сравнение подходов машинного обучения для обнаружения аномалий

С.В. Кочергин[@],
С.В. Артемова,
А.А. Бакаев,
Е.С. Митяков,
Ж.Г. Вегера,
Е.А. Максимова

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: kochergin_s@mirea.ru

Резюме

Цели. Современные электрические сети, трансформирующиеся в децентрализованные смарт-сети, сталкиваются с новыми вызовами в области кибербезопасности. Цель работы – провести исследование и анализ эффективности различных методов машинного обучения для выявления аномалий в децентрализованных смарт-сетях, включая кибератаки и аварийные режимы, для разработки рекомендаций по оптимальному сочетанию этих методов для обеспечения эффективной кибербезопасности в условиях изменяющейся электрической нагрузки.

Методы. Рассматриваются различные методы машинного обучения для выявления аномалий в энергосистемах, моделирующих поведение сети в условиях кибератак и аварийных режимов. Проведен анализ эффективности таких методов, как мультифрактальный анализ с использованием вейвлетов и модель изолированного леса (Isolation Forest), локальный коэффициент выбросов (local outlier factor, LOF), кластеризация методом k -средних и одноклассовая машина опорных векторов (One-Class SVM).

Результаты. Рассмотрены различные методы машинного обучения для выявления аномалий в энергосистемах, моделирующих поведение сети в условиях кибератак и аварийных режимов. Методы обнаружения аномалий показали разную эффективность в выявлении киберугроз и отклонений в электрических системах. Метод Isolation Forest лучше всего обнаруживает резкие изменения, связанные с кибератаками, высокой точностью и минимумом ложных срабатываний. Метод LOF также может выявлять кибератаки, но его повышенная чувствительность к мелким отклонениям увеличивает число ложных срабатываний. Методы k -средних и One-Class SVM менее эффективны в выявлении резких аномалий, но полезны для общей кластеризации данных и обнаружения как резких, так и плавных изменений соответственно.

Выводы. Полученные результаты исследований указывают на то, что для обеспечения надежной защиты смарт-сетей от кибератак следует использовать комбинацию алгоритмов машинного обучения с учетом характера электрической нагрузки.

Ключевые слова: смарт-сети, кибербезопасность, машинное обучение, выявление аномалий, Isolation Forest, кибератаки

• Поступила: 12.09.2024 • Доработана: 25.09.2024 • Принята к опубликованию: 01.10.2024

Для цитирования: Кочергин С.В., Артемова С.В., Бакаев А.А., Митяков Е.С., Вегера Ж.Г., Максимова Е.А. Кибербезопасность смарт-сетей: сравнение подходов машинного обучения для обнаружения аномалий. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):7–19. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-7-19>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Cybersecurity of smart grids: Comparison of machine learning approaches training for anomaly detection

Sergey V. Kochergin[@],
Svetlana V. Artemova,
Anatoly A. Bakaev,
Evgeny S. Mityakov,
Zhanna G. Vegera,
Elena A. Maksimova

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: kochergin_s@mirea.ru

Abstract

Objectives. The transformation of modern electric grids into decentralized smart grids presents new challenges in the field of cybersecurity. The purpose of this work is to conduct research and analysis into the effectiveness of different machine-learning methods for identifying anomalies in decentralized smart networks, including cyberattacks and emergency modes, as well as to develop recommendations on the optimal combination of these methods for ensuring effective cybersecurity under conditions of changing electrical loads.

Methods. We consider several machine learning methods for identifying anomalies in power systems that simulate network behavior under conditions of cyberattacks and emergency modes. The relative effectiveness of such methods as multifractal analysis using wavelets, the Isolation Forest model, local outlier factor (LOF), *k*-means clustering, and one-class support vector machine (One-Class SVM), is analyzed.

Results. The comparison of machine learning methods reveals the varying effectiveness of anomaly detection methods used to detect cyber threats and deviations in electrical systems. Isolation Forest is best at detecting abrupt changes related to cyberattacks with high accuracy and a minimum of false positives. While LOF can also be effective in detecting cyberattacks, its increased sensitivity to minor deviations increases the number of false positives. *K*-means and One-Class SVMs are less effective in detecting abrupt anomalies but are useful for general clustering of data and detecting both abrupt and smooth changes, respectively.

Conclusions. The obtained research results indicate the advantages of using a combination of machine learning algorithms to ensure the reliable protection of smart networks from cyberattacks taking into account the nature of the electrical load.

Keywords: smart grids, cybersecurity, machine learning, anomaly detection, Isolation Forest, cyberattacks

• Submitted: 12.09.2024 • Revised: 25.09.2024 • Accepted: 01.10.2024

For citation: Kochergin S.V., Artemova S.V., Bakaev A.A., Mityakov E.S., Vegera Zh.G., Maksimova E.A. Cybersecurity of smart grids: Comparison of machine learning approaches training for anomaly detection. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):7–19. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-7-19>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Современные электрические сети стремительно трансформируются в децентрализованные системы с внедрением смарт-сетей (Smart Grids) и распределенной генерации энергии. Эти сети, являясь киберфизическими системами, сталкиваются с новыми вызовами в области кибербезопасности, связанными с необходимостью защиты распределенных компонентов и реализацией многоуровневых атак [1–5]. Защита таких сетей только традиционным антивирусным обеспечением не приносит положительного результата, поэтому в последнее время все больше внимания профессиональным сообществом уделяется вопросу защиты конечных точек, в т.ч. с помощью системы безопасности Endpoint Detection and Response (EDR) [6].

Особенностью EDR-системы является то, что она позволяет осуществлять поведенческий анализ в выявлении подозрительной активности и обнаружении изменений в конфигурации конечных точек – узлов электрической сети и непосредственно электротехнического оборудования. Например, действия злоумышленников с применением бесфайловых методов могут проявляться в изменении параметров электрической энергии (напряжения, сопротивления) и ложных командах на переключение оборудования.

Для защиты смарт-сетей требуется разработка новых методов поведенческого анализа, учитывающих особенности их технологических режимов работы.

ИССЛЕДОВАНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЙ И АНОМАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ, ВЫЗВАННЫХ КИБЕРАТАКАМИ

Основное внимание кибератак на смарт-сети может быть направлено на создание условий для нанесения максимального ущерба от нарушения их нормального функционирования.

Одним из вариантов кибератак, представляющих значительную угрозу, является вмешательство в систему управления регулированием напряжения. Для поддержания необходимого уровня напряжения

в смарт-сетях используются трансформаторы с автоматическим регулированием напряжения. Наиболее распространенным способом регулирования является использование трансформаторов с регулированием под нагрузкой [7–9].

Необычные команды и действия в ходе кибератаки на электрическую сеть могут проявляться в различных формах, отличающихся от нормального поведения системы. Например, команда на изменение коэффициента трансформации трансформатора без видимой причины или попытки неоднократного входа в систему управления могут указывать на попытки атакующих вмешаться в работу системы. Такие аномальные действия требуют оперативного выявления и анализа для предотвращения возможных угроз.

Рассмотрим пример работы электрической сети во время кибератаки. Энергосистема работает в нормальном режиме, все параметры находятся в допустимых пределах. Трансформатор Т1 стабильно функционирует, обеспечивая необходимое напряжение на подстанции с коэффициентом трансформации 35(10)/0.4 кВ. Внезапно поступает команда на изменение коэффициента трансформации трансформатора Т1, хотя оператор не находит причин для таких изменений, т.к. параметры системы остаются в норме. Тем не менее, команда выполняется, и трансформатор начинает изменять коэффициент трансформации. Это вызывает колебания напряжения на стороне низкого напряжения трансформатора (0.4 кВ), что приводит к нарушению работы подключенных потребителей.

Этот процесс может спровоцировать веерное отключение автоматики и потери питания у конечных потребителей. На диспетчерском пульте появляются сигналы тревоги из-за отклонений параметров сети, и операторы принимают меры по восстановлению нормального режима работы. После устранения последствий инцидента проводится анализ для выявления причины отправки несанкционированной команды. Проверяются логи системы и сетевой трафик на предмет возможных кибератак или сбоев в системе управления.

Этот пример демонстрирует уязвимость электрических сетей в случае проникновения злоумышленников в систему управления, а также

необходимость раннего выявления аномалий (ложных команд).

Понимание аномалий в защите сетей электропитания невозможно без знаний особенностей технологического процесса. Кибератаки часто отличаются от обычных сбоев в системе тем, что они не связаны с очевидными причинно-следственными связями в цепочке нарушений. Такие атаки происходят внезапно, что делает их трудными для выявления с помощью традиционных методов [10–14].

В связи с этим задачей исследования являются проведение эксперимента, моделирующего отклонение напряжения в сети, и выбор такого метода анализа этой аномалии, который позволит максимально точно отличить ее от обычного аварийного режима работы электрической сети.

Для проведения исследований были сгенерированы синтетические данные, моделирующие электрическое напряжение в диапазоне от -0.9 кВ до $+0.9$ кВ (рис. 1). Эти данные охватывают три различных сценария: нормальную работу системы (без отклонений напряжения), резкое отклонение напряжения вследствие кибератаки (без изменения электрической нагрузки) и аварийный режим работы с продолжительным отклонением напряжения (с изменением электрической нагрузки).

В нормальных условиях напряжение описывается синусоидальной функцией времени $U = f(t)$ с добавлением случайного шума, отражающего реальные флуктуации (рис. 1а). Для моделирования кибератаки был искусственно введен внезапный скачок напряжения на 0.3 кВ (рис. 1б). Аварийный режим работы с отклонением напряжения был смоделирован увеличением амплитуды синусоиды на определенный промежуток времени (рис. 1в).

В рамках данного исследования использованы несколько алгоритмов машинного обучения для анализа синтетических данных, моделирующих поведение электрической сети в условиях кибератаки и аварийного режима отклонения электрической нагрузки. В отличие от нейронных сетей, которые требуют значительных вычислительных ресурсов, выбранные методы, такие как метод изолированного леса (Isolation Forest), локальный факторинг выбросов (local outlier factor, LOF), одноклассовая машина опорных векторов (one-class support vector machine, One-Class SVM) и кластеризация методом k -средних, обладают меньшей вычислительной сложностью и не требуют большого массива данных для обучения.

Рассмотрим каждый метод отдельно и проанализируем полученные результаты, чтобы оценить их эффективность в выявлении таких аномалий.

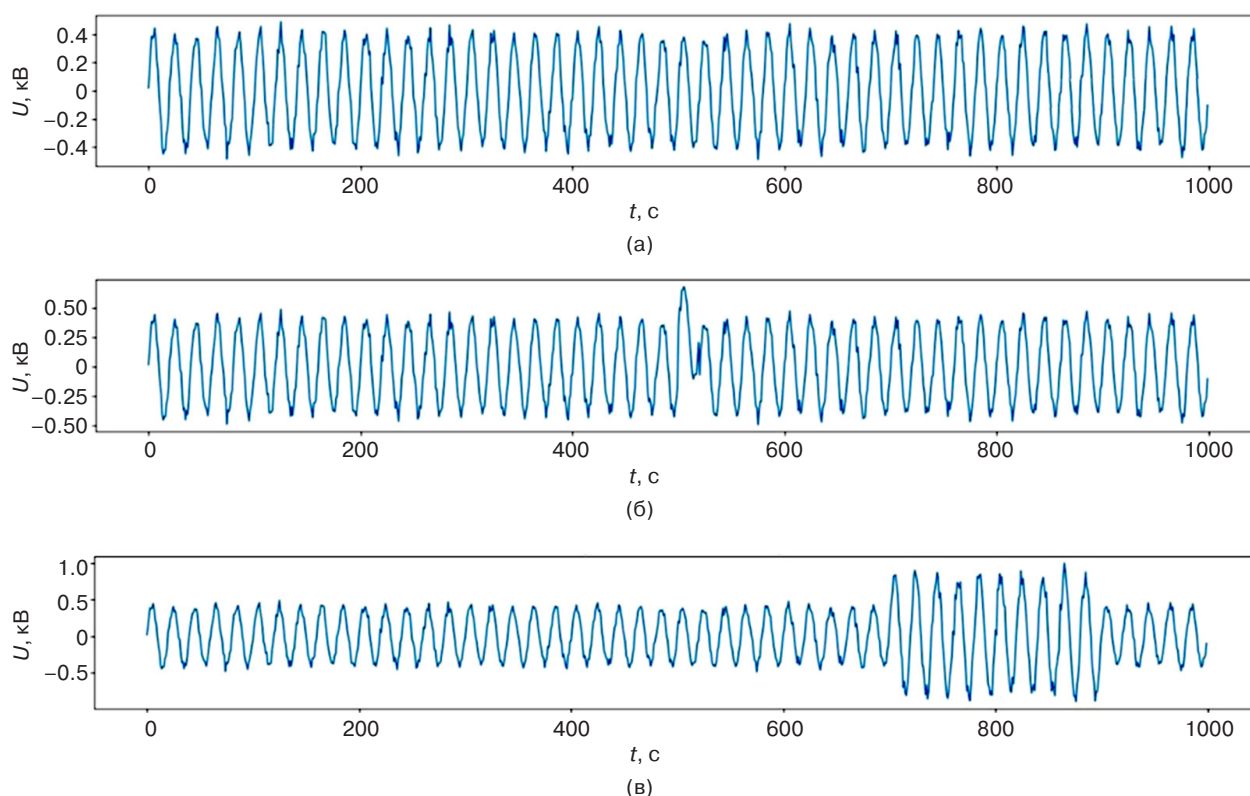


Рис. 1. Моделирование различных режимов работы электрической сети: нормальный режим работы (а); режим с кибератакой (б); обычный режим с отклонением напряжения (в)

Мультифрактальный анализ и метод Isolation Forest

Фрактальные методы позволяют выявлять аномалии в данных, которые могут указывать на изменение состояния системы или наличие внешних воздействий. Это делает их полезными для мониторинга и диагностики различных процессов [15–17].

Применим дискретное вейвлет-преобразование для напряжения и вычислим мультифрактальные признаки – среднее значение и дисперсию абсолютных значений коэффициентов. Вектор этих признаков будем использовать в модели Isolation Forest [18] для обнаружения аномалий.

Пусть $x(t)$ – временной ряд, представляющий данные (например, временной ряд напряжения). Для анализа временного ряда используется дискретное вейвлет-преобразование, которое разлагает сигнал на несколько уровней детализации.

Вейвлет-преобразование W_x сигнала $x(t)$ на уровне j можно записать как:

$$W_x(t, j) = \sum_t x(t) \psi_{j,k}(t), \quad (1)$$

где $\psi_{j,k}(t)$ – функция-вейвлет, сдвинутая и масштабированная версия материнского вейвлета.

Для каждого уровня разложения j получаем набор коэффициентов c_j , которые описывают различные временные масштабы сигнала:

$$c_j = W_x(t, j). \quad (2)$$

На каждом уровне j вейвлет-разложения вычисляются среднее значение и дисперсия абсолютных значений коэффициентов c_j :

$$\mu_j = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} |c_{j,k}|, \quad (3)$$

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} (|c_{j,k}| - \mu_j)^2, \quad (4)$$

где N_j – количество коэффициентов на уровне j .

Эти признаки составляют вектор признаков для каждого временного ряда:

$$\text{features} = [\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2, \dots, \mu_m, \sigma_m^2]. \quad (5)$$

Пусть F_i – вектор мультифрактальных признаков для i -го временного ряда, тогда множество признаков для всех временных рядов можно записать как матрицу:

$$F = [F_1, F_2, \dots, F_n]^T. \quad (6)$$

Проведем обучение модели Isolation Forest [18] на матрице признаков F , чтобы выявить аномалии. При этом модель строит несколько деревьев решений, в которых данные разрезаются на основе случайно выбранных признаков, и пытается изолировать аномальные точки данных с минимальной глубиной дерева.

Аномальные оценки (scores) для каждого временного ряда вычисляются с использованием функции принятия решений:

$$S_i = \text{decision_function}(F_i), \quad (7)$$

где S_i – оценка аномалии для i -го временного ряда.

Аномальная оценка S_i используется для определения степени отклонения временного ряда от нормального состояния. Низкие значения S_i указывают на сильную аномалию, тогда как высокие значения S_i соответствуют нормальному поведению.

На основе изложенных теоретических принципов была разработана компьютерная программа. С ее помощью и использованием модели Isolation Forest, основанной на мультифрактальных признаках, создана тепловая карта аномалий (рис. 2). Использование тепловых карт для визуализации аномалий обосновано тем, что они позволяют наглядно продемонстрировать повторяющиеся паттерны и отделить нормальные события от кибератак и аварийных режимов.

На тепловой карте горизонтальная ось представляет временные шаги (от 0 до 1000), отображающие последовательные измерения данных во времени, а вертикальная ось отражает оценки аномалий, предсказанные моделью. Градиентная шкала варьируется от черного, указывающего на высокие аномальные оценки (низкая вероятность нормальности), до белого, который свидетельствует о низких аномальных оценках (высокая вероятность нормальности).

Анализ тепловой карты

1. Период равен 0–500 с. Большая часть данных в этом периоде окрашена в белый цвет, что свидетельствует о низких аномальных оценках. Это указывает на то, что модель классифицирует эти данные как нормальные.
2. Период около временной отметки равен 500 с. В этом периоде наблюдается узкая черная полоса, что соответствует высокому аномальному скору.
3. Эта черная полоса явно указывает на кибератаку, которая была синтезирована для имитации резкого отклонения от нормы. Модель успешно идентифицировала это отклонение, что подтверждается наличием черного участка на тепловой карте.

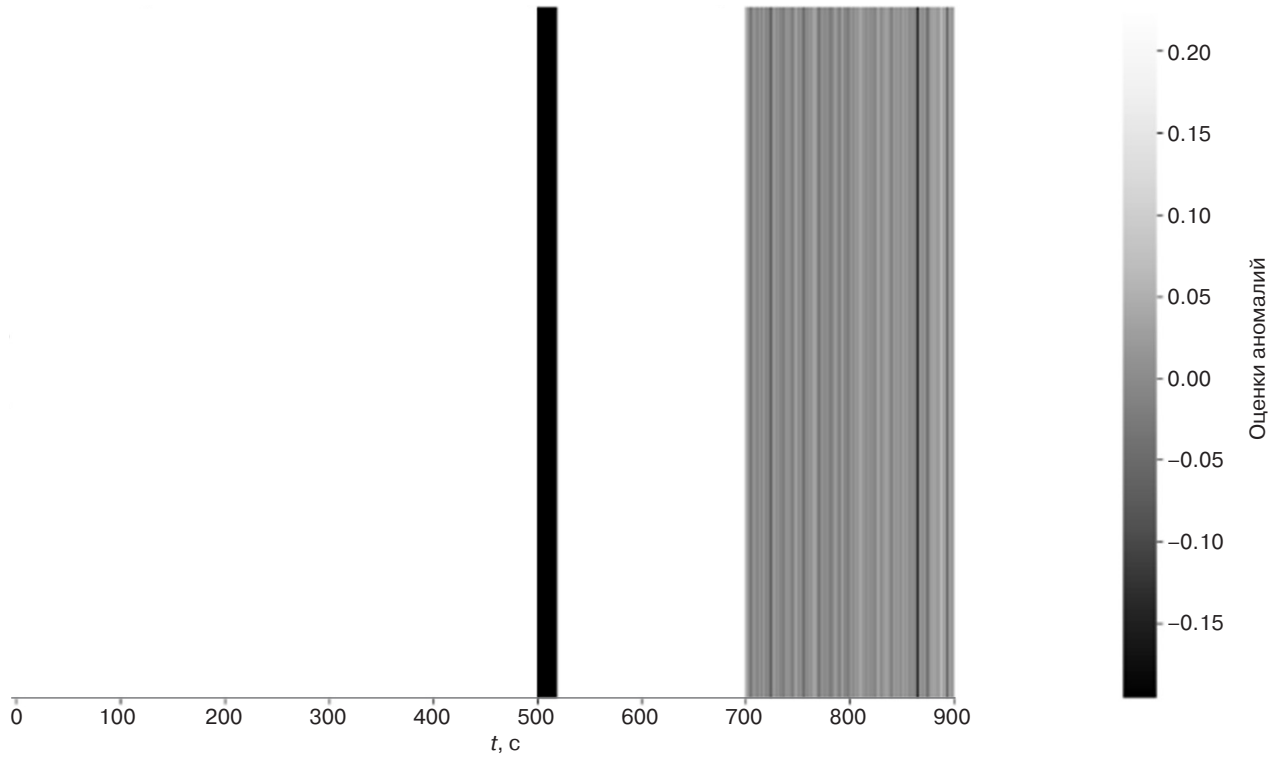


Рис. 2. Тепловая карта аномалий с использованием изолированного леса с мультифрактальными объектами

4. Период равен 700–900 с. На этом участке наблюдается значительная вариативность цветовой шкалы от черного до серого, что связано с аварийным режимом, в котором изменена амплитуда синусоидального сигнала. В отличие от узкой черной полосы, указывающей на кибератаку, здесь видна более сложная и градиентная картина, отражающая аномалию, связанную с рабочим режимом отклонения напряжения, а не с кибератакой.
5. Период равен 900–1000 с. На этом отрезке снова доминирует белый цвет, что указывает на нормальные данные, аналогичные начальному периоду.

LOF-метод

Метод LOF [19] позволяет выявлять локальные аномалии на основе сравнения плотности данных в окрестностях каждой точки.

Локальный фактор выброса для каждой точки x_i рассчитывается следующим образом:

1. Определяется расстояние до ближайших соседей:

$$d_k(x_i, x_j) = \|x_i - x_j\|, \quad (8)$$

где k – количество ближайших соседей.

2. Определяется локальная плотность достижимости lrd_k для точки x_i :

$$\text{lrd}_k(x_i) = \left(\frac{\sum_{j=1}^k \text{reach_dist}_k(x_i, x_j)}{k} \right)^{-1}, \quad (9)$$

где $\text{reach_dist}_k(x_i, x_j)$ – это расстояние, на которое нужно переместиться от x_i к x_j , чтобы достичь плотности x_j .

3. Расчет LOF:

$$\text{LOF}_k(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^k \frac{\text{lrd}_k(x_j)}{\text{lrd}_k(x_i)}}{k}. \quad (10)$$

Значение $\text{LOF}_k(x_i)$, значительно превышающее 1, указывает на то, что точка x_i является аномальной.

Для визуализации результатов оценки аномалий полученные значения LOF инвертируются:

$$S_i = -\text{LOF}_k(x_i), \quad (11)$$

где S_i – аномальная оценка для точки x_i .

На основе этих значений строится тепловая карта (рис. 3), где аномальные точки отображаются в градациях серого, соответствующих степени их отклонения от нормы.

Метод LOF продемонстрировал способность эффективно обнаруживать кибератаки, что отчетливо видно по черной полосе на тепловой карте в области около 500-й точки временного ряда. Однако LOF также

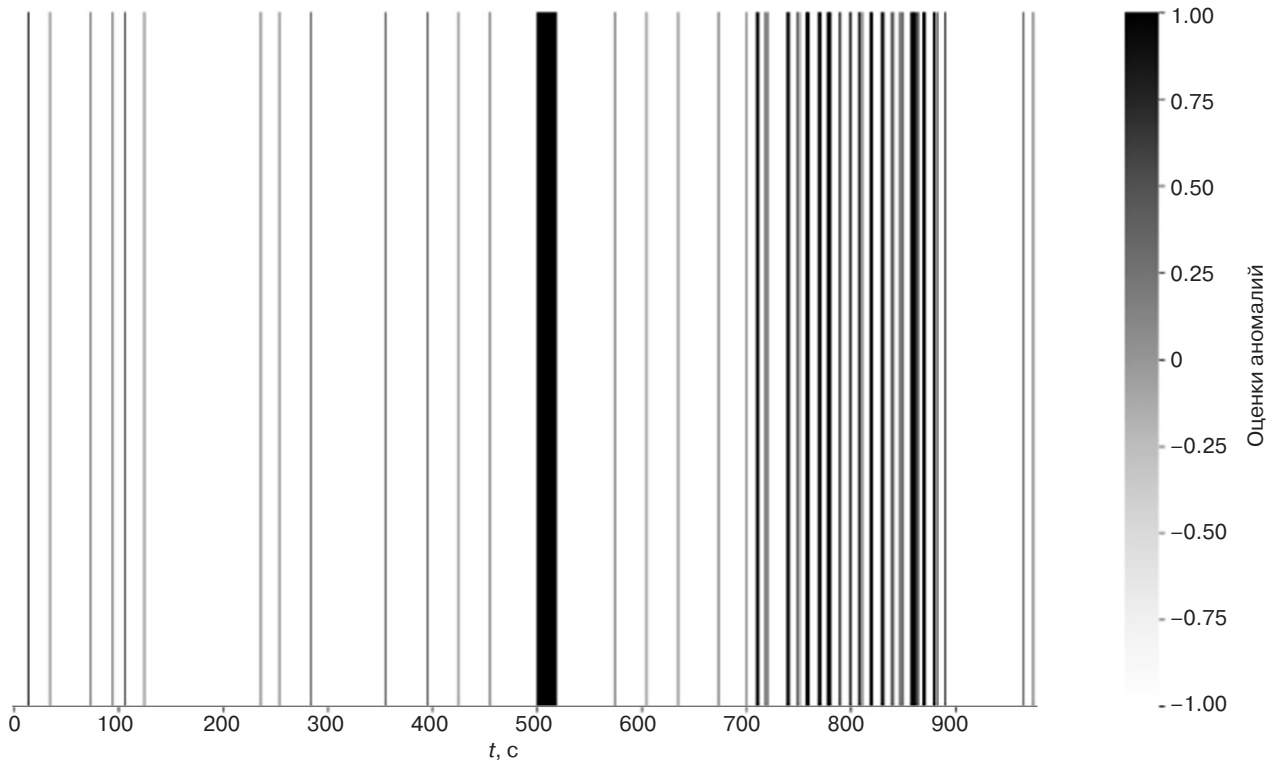


Рис. 3. Тепловая карта оценок аномалий с использованием локального коэффициента выбросов (LOF)

выявил аномалии по всей временной шкале, что может быть как преимуществом, так и недостатком. В частности, в области аварийного режима (700–900 с) наблюдаются значительные изменения, хотя их выделение не столь контрастное. Высокая чувствительность LOF к локальным отклонениям и мелким аномалиям позволяет детектировать тонкие изменения в данных, но вместе с тем может приводить к увеличению числа ложных срабатываний, что требует учета в процессе интерпретации результатов.

Метод кластеризации k -средних

Метод k -средних предназначен для разбиения набора данных на k кластеров, где каждый кластер характеризуется своим центром (центроидом) [20].

Цель метода заключается в минимизации суммы квадратов расстояний между точками данных и центрами кластеров.

Пусть у нас есть набор данных $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, где каждая точка данных x_i является вектором признаков.

Расчет состоит из следующих шагов:

1. Выбирается число кластеров k , на которые нужно разбить данные.
2. Инициализация центроидов:

Инициализируются k начальных центроидов $\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k\}$, которые могут быть выбраны случайным образом из точек данных или другими методами, например, методом k -средних++.

3. Назначение точек кластерам:

Для каждой точки данных x_i вычисляется расстояние до каждого из центроидов μ_j :

$$d(x_i, \mu_j) = \|x_i - \mu_j\|. \quad (12)$$

Точка x_i назначается кластеру с минимальным расстоянием:

$$C_i = \arg \min_j d(x_i, \mu_j), \quad (13)$$

где C_i – кластер, к которому относится точка x_i .

4. Обновление центроидов:

После назначения всех точек пересчитываются центроиды каждого кластера:

$$\mu_j = \frac{1}{|C_j|} \sum_{x_i \in C_j} x_i, \quad (14)$$

где $|C_j|$ – количество точек в j -м кластере, а μ_j – новое положение центроида.

5. Повторение шагов 3 и 4.

Шаги 3 и 4 повторяются до тех пор, пока не сойдется процесс (например, пока центроиды не перестанут изменяться или не будет достигнуто максимальное количество итераций).

Метод k -средних минимизирует следующую функцию стоимости (функцию потерь):

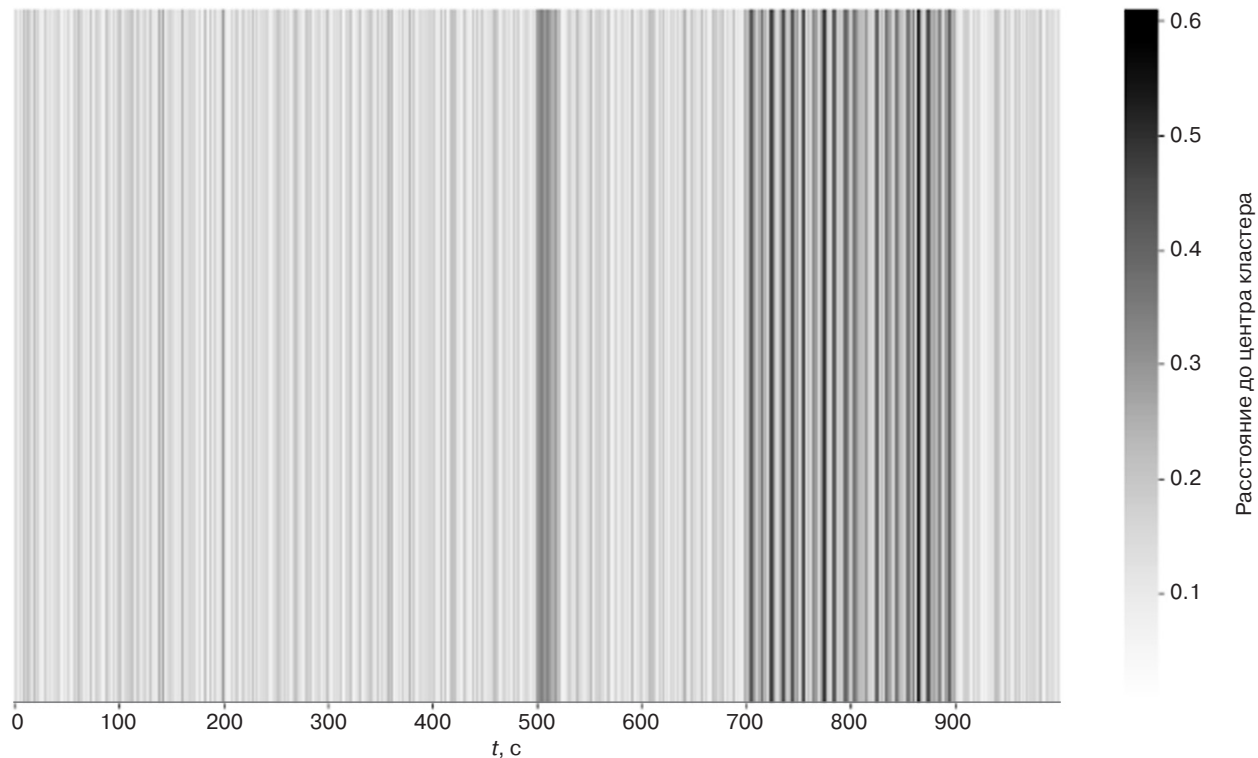


Рис. 4. Тепловая карта расстояний до центров кластеров с использованием кластеризации k -средних

$$J = \sum_{j=1}^k \sum_{x_i \in C_j} \|x_i - \mu_j\|^2, \quad (15)$$

где J – суммарное внутрикластерное отклонение, а $\|x_i - \mu_j\|^2$ – квадрат евклидова расстояния между точкой данных и центроидом ее кластера.

На тепловой карте (рис. 4) показаны расстояния до центров кластеров, вычисленные с использованием метода кластеризации k -средних. На горизонтальной оси отображены временные шаги, а на вертикальной оси – расстояния до центров кластеров. Градиентная шкала варьируется от светло-серого до черного, где черные области соответствуют максимальным значениям расстояний.

Результаты использования метода кластеризации k -средних показали, что метод эффективно справляется с крупными аномалиями, но при плавных изменениях может давать ошибки. Поэтому использование этого метода необходимо сочетать с другими методами для более комплексного анализа аномалий.

Метод One-Class SVM

Метод One-Class SVM [21] обладает рядом особенностей, которые делают его особенно подходящим для задач обнаружения аномалий в критически важных системах, таких как электрические

сети. В отличие от других методов, One-Class SVM направлен на обучение модели, которая описывает распределение нормальных данных, и затем используется для выявления отклонений, которые не соответствуют этому распределению. Этот подход особенно полезен в условиях, где имеются ограниченные данные об аномальных состояниях или кибератаках, и основное внимание уделяется выявлению отклонений от нормального состояния системы.

Математически метод One-Class SVM строит гиперплоскость в пространстве признаков, которая отделяет все точки данных от начала координат, стремясь максимизировать расстояние между этой гиперплоскостью и наиболее близкими к ней точками данных. Цель состоит в том, чтобы все нормальные данные располагались по одну сторону гиперплоскости, а аномалии – по другую.

Формально, пусть $\mathbf{x}_i$ обозначает вектор признаков временного ряда, где $i = 1, 2, \dots, n$. Модель One-Class SVM решает следующую задачу оптимизации:

$$\min_{\mathbf{w}, \rho, \xi_i} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{1}{\nu n} \sum_{i=1}^n \xi_i - \rho \quad (16)$$

при условии:

$$(\mathbf{w} \cdot \phi(\mathbf{x}_i)) \geq \rho - \xi_i, \quad \xi_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

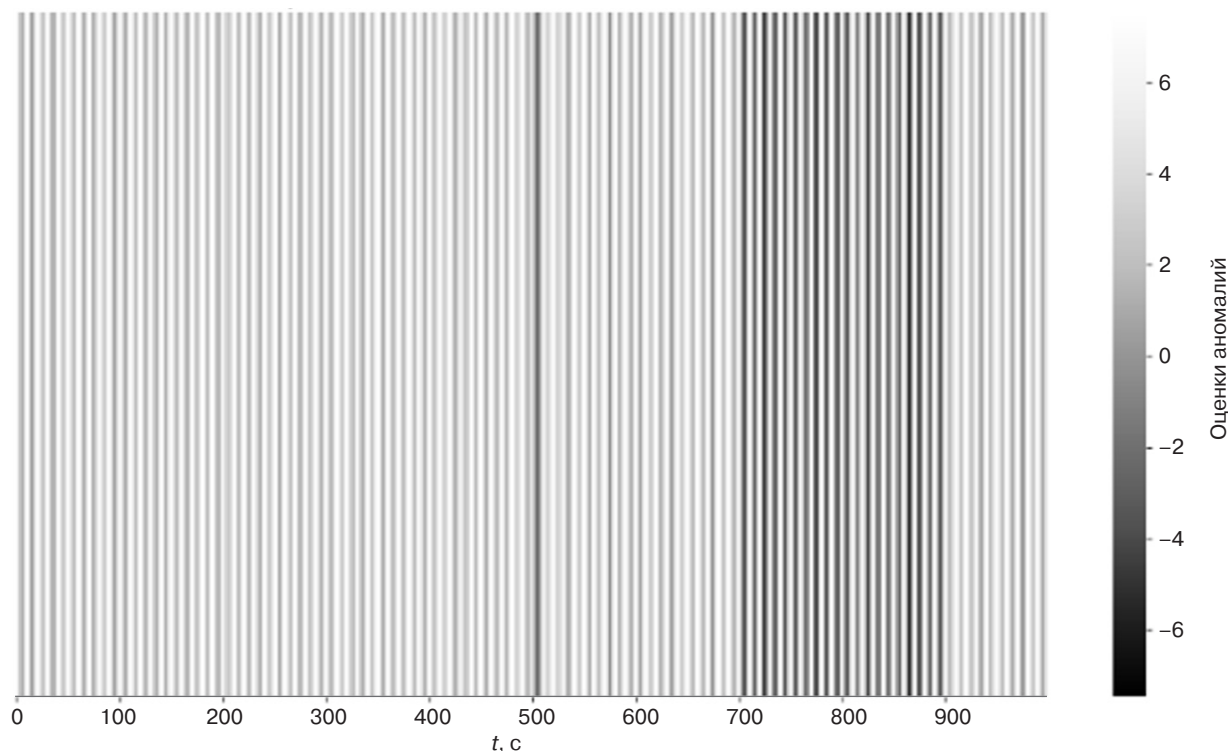


Рис. 5. Тепловая карта оценок аномалий с использованием метода One-Class SVM

Здесь $\mathbf{w}$ – вектор весов, ρ – смещение гиперплоскости, ξ_i – переменные разрывов (slack variables), $\phi(\mathbf{x}_i)$ – функция отображения в высокоразмерное пространство признаков, а ν – гиперпараметр, контролирующий допустимую долю выбросов и сложность модели.

Результатом работы One-Class SVM является функция принятия решений:

$$f(\mathbf{x}) = (\mathbf{w} \cdot \phi(\mathbf{x})) - \rho. \quad (18)$$

Значения $f(\mathbf{x}) \geq 0$ указывают на потенциальные аномалии, тогда как значения $f(\mathbf{x}) < 0$ соответствуют нормальным данным.

Выполнив расчет с помощью метода One-Class SVM, получим результаты, которые показаны на тепловой карте (рис. 5).

Метод One-Class SVM продемонстрировал высокую эффективность в выявлении как резких, так и плавных аномалий в синтетических данных, моделирующих работу электрической сети. Способность этого метода обнаруживать различные типы отклонений подтверждается контрастными областями на тепловой карте, соответствующими как кибератаке, так и аварийному режиму. Данный подход может быть полезен для мониторинга критически важных инфраструктур, где важно своевременное выявление аномалий для предотвращения нарушений в работе системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проведенного анализа тепловых карт можно заключить, что различные методы обнаружения аномалий демонстрируют разную степень эффективности в контексте выявления киберугроз и других отклонений в электрических системах. Метод Isolation Forest показал наилучшие результаты в обнаружении резких изменений, связанных с кибератаками, выделяя такие аномалии с высокой точностью и минимальным числом ложных срабатываний. В то же время, метод LOF также продемонстрировал способность к выявлению кибератак, однако, его повышенная чувствительность к мелким отклонениям привела к увеличению числа ложных срабатываний, что требует дополнительного внимания при интерпретации результатов.

Методы кластеризации k -средних и One-Class SVM проявили себя менее контрастно по сравнению с Isolation Forest, но имеют свои преимущества. Метод кластеризации k -средних оказался полезным для общей кластеризации данных, однако, оказался менее эффективным в выявлении резких аномалий. Метод One-Class SVM, в свою очередь, продемонстрировал способность к обнаружению как резких, так и плавных изменений, но с меньшей контрастностью в выделении аномалий, что также требует учета при выборе подходящего метода для задач мониторинга и защиты критически важных инфраструктур. В целом Isolation Forest является наиболее предпочтительным методом

для выявления киберугроз, однако, для комплексного анализа аномалий рекомендуется использование нескольких методов в сочетании.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод о необходимости сочетания различных методов в зависимости от характера изменения электрической нагрузки с целью эффективного предотвращения кибератак на смарт-сети.

Вклад авторов

С.В. Кочергин – общая концепция исследования, определение основных проблем, формулировка целей и задач, обзор литературы в области кибербезопасности интеллектуальных сетей, подготовка материалов для экспериментальной части исследования и проведение экспериментов.

С.В. Артемова – разработка методологии исследования, выбор подходов машинного обучения для сравнения, подготовка статьи и ее редактирование.

А.А. Бакаев – определение темы исследования и обсуждение финального текста статьи.

Е.С. Митяков – интерпретация результатов исследований, подготовка выводов.

Ж.Г. Вегера – математическая интерпретация исследований.

Е.А. Максимова – анализ существующих методов обнаружения аномалий и определение наиболее перспективных из них для сравнения.

Каждый из авторов внес свой уникальный вклад в подготовку этой научной статьи.

Authors' contributions

S.V. Kochergin – developing the research concept, identifying the main problems, formulating aims and objectives; literature review in cybersecurity for smart grids; preparing the materials for experiments and conducting the experiments.

S.V. Artemova – developing the research methodology, selecting approaches of machine learning for comparison; preparing the article and its editing.

A.A. Bakaev – determining the research topic and discussing the final text of the article.

E.S. Mityakov – interpreting the research results and preparing conclusions.

Zh.G. Vegera – mathematical interpretation of the research.

E.A. Maksimova – analysis of existing anomaly detection methods and identification of the most promising ones for comparison.

Each author uniquely contributed to preparing the research article.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ихсанов И.И. Безопасность в электроэнергетике: актуальные угрозы и защитные меры. *Юность и знания – гарантия успеха – 2023: Сборник научных статей 10-й Международной молодежной научной конференции*. Курск, 19–20 сентября 2023 г. Курск: Университетская книга; 2023. Т. 2. С. 472–474. URL: <https://elibrary.ru/tfyddx>
- Папков Б.В., Осокин Л.В., Кучин Н.Н. Кибербезопасность объектов распределительных электрических сетей. *Сельский механизатор*. 2024;5:3–7. URL: <https://elibrary.ru/tfmvhi>
- Колосок И.Н., Коркина Е.С. Анализ кибербезопасности объектов энергетики с учетом механизма и кинетики нежелательных процессов. *Энергетик*. 2024;2:3–8. <http://doi.org/10.34831/EP.2024.60.27.001>, URL: <https://elibrary.ru/ecxvjp>
- Абдрахманов И.И. Опасности и угрозы для кибербезопасности в электроэнергетике: анализ современных угроз и механизмов защиты. *Научный аспект*. 2024;31(3):3970–3973. URL: <https://elibrary.ru/lrouni>
- Гурина Л.А. Оценка киберустойчивости системы оперативно-диспетчерского управления ЭЭС. *Вопросы кибербезопасности*. 2022;3(49):23–31. URL: <https://elibrary.ru/sapiyh>
- Сметанин Д.И. Изучение структуры системы обнаружения и противодействия атакам вирусов-вымогателей на базе Endpoint Detection and Response. *Актуальные вопросы современной науки: Сборник статей VII Международной научно-практической конференции: в 2-х ч.* Пенза, 10 июня 2023 г. Пенза: Наука и Просвещение (ИП Гуляев Г.Ю.); 2023. С. 60–64. URL: <https://elibrary.ru/vuvfpa>
- Лежнюк П.Д., Рубаненко А.Е., Казьмирук О.И. Оптимальное управление нормальными режимами ЭЭС с учетом технического состояния трансформаторов с РПН. *Научные труды Винницкого национального технического университета*. 2012;4:2. URL: <https://elibrary.ru/pyqugn>
- Копылова В.В., Паркачев К.Н., Тигунцев С.Г. Трансформатор с тиристорным РПН. *Электрооборудование: эксплуатация и ремонт*. 2019;12:35–39. URL: <https://elibrary.ru/vgfudv>
- Аржанников Б.А., Баева И.А., Тарасовский Т.С. Тиристорные устройства регулирования напряжения трансформаторов под нагрузкой РПН. *Транспорт Азиатско-Тихоокеанского региона*. 2020;4(25):32–38. URL: <https://elibrary.ru/lxmknj>
- Рагозин А.Н. Формирование прогноза многокомпонентных временных рядов данных с использованием методов цифровой фильтрации и прогнозирующего автокодировщика с целью обнаружения аномалий в работе автоматизированных систем управления технологическими процессами в условиях воздействия кибератак. *Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере*. 2021;2(40):44–58. <https://doi.org/10.14529/secr210205>, URL: <https://elibrary.ru/khwhfq>
- Плетенкова А.Д. Обнаружение аномалий, вызванных кибератаками, в наблюдаемых процессах АСУ ТП с использованием самоорганизующейся карты Кохонена. *Безопасность информационного пространства: Сборник трудов XXII Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых*. Челябинск, 30 ноября 2023 г. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ; 2024. С. 267–274. URL: <https://www.elibrary.ru/ctpuuj>

12. Бухарев Д.А., Соколов А.Н., Рагозин А.Н. Применение иерархического кластерного анализа для кластеризации данных информационных процессов АСУ ТП, подвергающихся воздействию кибератак. *Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере*. 2023;1(47):59–68. <https://doi.org/10.14529/secur230106>, URL: <https://elibrary.ru/fyucue>
13. Асеев Г.Д., Соколов А.Н. Модели предиктивной защиты информации автоматизированной системы управления водоснабжением на основе временных рядов с использованием технологий машинного обучения. *Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере*. 2021;4(42):39–45. <https://doi.org/10.14529/secur210404>, URL: <https://elibrary.ru/yjkbztz>
14. Соколов А.Н., Рагозин А.Н., Баринев А.Е., Уфимцев М.С., Пятницкий И.А., Бухарев Д.А. Разработка моделей и методов раннего обнаружения кибератак на объекты энергетики металлургического предприятия. *Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере*. 2021;3(41):65–87. <https://doi.org/10.14529/secur210308>, URL: <https://elibrary.ru/kzggpj>
15. Штыркина А.А., Зегжда П.Д., Лаврова Д.С. Обнаружение аномалий в трафике магистральных сетей Интернет с использованием мультифрактального анализа. *Методы и технические средства обеспечения безопасности информации*. 2018;27:14–15. URL: <https://elibrary.ru/yruqxqd>
16. Басараб М.А., Строганов И.С. Обнаружение аномалий в информационных процессах на основе мультифрактального анализа. *Вопросы кибербезопасности*. 2014;4(7):30–40. URL: <https://elibrary.ru/tcssen>
17. Зегжда П.Д., Лаврова Д.С., Штыркина А.А. Мультифрактальный анализ трафика магистральных сетей Интернет для обнаружения атак отказа в обслуживании. *Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы*. 2018;2:48–58. URL: <https://elibrary.ru/xtktfz>
18. Liu F.T., Ting K.M., Zhou Z.-H. Isolation Forest. In: *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Data Mining*. IEEE; 2008. P. 413–422. <https://doi.org/10.1109/ICDM.2008.17>
19. Breunig M.M., Kriegel H.-P., Ng R.T., Sander J. LOF: Identifying Density-based Local Outliers. In: *Proceedings of the 2000 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*. 2000. P. 93–104. <https://doi.org/10.1145/342009.335388>
20. Steinhaus H. Sur la division des corps materiels en parties. *Bull. Acad. Polon. Sci.* 1966;4(12):801–804 (in French.).
21. Oliveri P. Class-modelling in food analytical chemistry: Development, sampling, optimisation and validation issues – A tutorial. *Analytica Chimica Acta*. 2017;982:9–19. <https://doi.org/10.1016/j.aca.2017.05.013>, hdl:11567/881059. PMID 28734370.

REFERENCES

1. Ihsanov I.I. Security in the electric power industry: current threats and protective measures. In: *Youth and Knowledge – Guarantee of Success – 2023: Collection of Scientific Articles of the 10th International Youth Scientific Conference*. Kursk, September 19–20, 2023. Kursk: Universitetskaya kniga; 2023. V. 2. P. 472–474 (in Russ.). URL: <https://elibrary.ru/tfyddx>
2. Papkov B.V., Osokin L.V., Kuchin N.N. Cyber security of distribution facilities electrical networks. *Sel'skii mekhanizator = Selskiy Mechanizator*. 2024;5:3–7 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/tfmvhi>
3. Kolosok I.N., Korkina E.S. Analysis of cybersecurity of power facilities taking into account the mechanism and kinetics of undesirable processes. *Energetik*. 2024;2:3–8 (in Russ.). <http://doi.org/10.34831/EP.2024.60.27.001>, available from URL: <https://elibrary.ru/ecxvjy>
4. Abdrakhmanov I.I. Dangers and threats to cybersecurity in the electric power industry: analysis of modern threats and protection mechanisms. *Nauchnyi Aspekt*. 2024;31(3):3970–3973 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/lrouni>
5. Gurina L.A. Assessment of cyber resilience of the operational dispatch control system of EPS. *Voprosy kiberbezopasnosti = Cybersecurity Issues*. 2022;3(49):23–31 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/sapiyh>
6. Smetanin D.I. Studying the structure of the System for detecting and countering attacks of ransomware viruses based on Endpoint Detection and Response. In: *Topical Issues of Modern Science: Collection of articles of the 7th International Scientific and Practical Conference*: in 2 v. Penza: Nauka i Prosveshchenie; 2023. V. 1. P. 60–64 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/vuvfpa>
7. Lezhnyuk P.D., Rubanenko A.E., Kazmiruk O.I. Optimal control of normal modes of the EES, taking into account the technical condition of transformers with RPN. *Nauchnye trudy Vinnitskogo natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta = Scientific Works of Vinnytsia National Technical University*. 2012;4:2 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/pyqugn>
8. Kopylova V.V., Parkachev K.N., Tiguntsev S.G. Transformer with thyristor on-load RPN changers. *Elektrooborudovanie: ekspluatatsiya i remont*. 2019;12:35–39 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/vgfudv>
9. Arzhannikov B.A., Baeva I.A., Tarasovskii T.S. Thyristor devices for voltage regulation of transformers under load RPN. *Transport Aziatsko-Tikhookeanskogo regiona = Transport of the Asia-Pacific Region*. 2020;4(25):32–38 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/lxmknj>
10. Ragozin A.N. Forming a forecast of multicomponent time series of data using digital filtering methods and a predictive auto-encoder in order to detect anomalies in the operation of automated process control systems under the influence of cyberattacks. *Vestnik UrFO. Bezopasnost' v informatsionnoi sfere = Journal of the Ural Federal District. Information Security*. 2021;2(40):44–58 (in Russ.). <https://doi.org/10.14529/secur210205>, available from URL: <https://elibrary.ru/khwhfq>
11. Pletenkova A.D. Detection of anomalies caused by cyber attacks in the observed processes of automated control systems using a self-organizing Kohonen map. In: *Security of the Information Space: Proceedings of the 22nd All-Russian Scientific and Practical Conference of Students, Postgraduates and Young Scientists*. Chelyabinsk, November 30, 2023. Chelyabinsk: SUSU Publishing Center; 2024. P. 267–274 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/ctpujy>

12. Bukharev D.A., Sokolov A.N., Ragozin A.N. Application of hierarchical cluster analysis for clustering data of ICS information processes affected by cyberattacks. *Vestnik UrFO. Bezopasnost' v informatsionnoi sfere = Journal of the Ural Federal District. Information Security*. 2023;1(47):59–68 (in Russ.). <https://doi.org/10.14529/secur230106>, available from URL: <https://elibrary.ru/fyuche>
13. Asyaev G.D., Sokolov A.N. Predictive information protection models of automated water management system based on the series using machine learning technologies. *Vestnik UrFO. Bezopasnost' v informatsionnoi sfere = Journal of the Ural Federal District. Information Security*. 2021;4(42):39–45 (in Russ.). Available from URL: <https://doi.org/10.14529/secur210404>, <https://elibrary.ru/yjkbztz>
14. Sokolov A.N., Ragozin A.N., Barinov A.E., et al. Development of models and methods for early detection of cyber attacks on energy facilities of a metallurgical enterprise. *Vestnik UrFO. Bezopasnost' v informatsionnoi sfere = Journal of the Ural Federal District. Information Security*. 2021;3(41):65–87 (in Russ.). <https://doi.org/10.14529/secur210308>, available from URL: <https://elibrary.ru/kzggpj>
15. Shtyrkina A.A., Zegzhda P.D., Lavrova D.S. Detection of anomalies in the traffic of Internet backbone networks using multifractal analysis. *Metody i Tekhnicheskie Sredstva Obespecheniya Bezopasnosti Informatsii*. 2018;27:14–15 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/ypuxqd>
16. Basarab M.A., Stroganov I.S. Anomaly detection in information processes based on multifractal analysis. *Voprosy kiberbezopasnosti*. 2014;4(7):30–40 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/tcssen>
17. Zegzhda P.D., Lavrova D.S., Shtyrkina A.A. Multifractal analysis of backbone network traffic for denial of service attacks detection. *Problemy informatsionnoi bezopasnosti. Komp'yuternye sistemy = Information Security Problems. Computer Systems*. 2018;2:48–58 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/xtktfz>
18. Liu F.T., Ting K.M., Zhou Z.-H. Isolation Forest. In: *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Data Mining*. IEEE; 2008. P. 413–422. <https://doi.org/10.1109/ICDM.2008.17>
19. Breunig M.M., Kriegel H.-P., Ng R.T., Sander J. LOF: Identifying Density-based Local Outliers. In: *Proceedings of the 2000 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data* 2000. P. 93–104. <https://doi.org/10.1145/342009.335388>
20. Steinhaus H. Sur la division des corps materiels en parties. *Bull. Acad. Polon. Sci.* 1966;4(12):801–804 (in French.).
21. Oliveri P. Class-modelling in food analytical chemistry: Development, sampling, optimisation and validation issues – A tutorial. *Analytica Chimica Acta*. 2017;982:9–19. <https://doi.org/10.1016/j.aca.2017.05.013>, hdl:11567/881059. PMID 28734370.

Об авторах

Кочергин Сергей Валерьевич, к.т.н., доцент, кафедра КБ-1 «Защита информации», Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: kochergin_s@mirea.ru. <https://orcid.org/0000-0002-3598-8149>

Артемова Светлана Валерьевна, д.т.н., доцент, заведующий кафедрой КБ-1 «Защита информации», Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: artemova_s@mirea.ru. Scopus Author ID 6508256085, SPIN-код РИНЦ 3775-6241, <https://orcid.org/0009-0006-8374-8197>

Бакаев Анатолий Александрович, д.и.н., к.ю.н., доцент, директор Института кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: bakaev@mirea.ru. Scopus Author ID 57297341000, SPIN-код РИНЦ 5283-9148, <https://orcid.org/0000-0002-9526-0117>

Митяков Евгений Сергеевич, д.э.н., профессор, и.о. заведующего кафедрой КБ-9 «Предметно-ориентированные информационные системы», Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: mityakov@mirea.ru. Scopus Author ID 55960540500, SPIN-код РИНЦ 5691-8947, <https://orcid.org/0000-0001-6579-0988>

Вегера Жанна Геннадьевна, к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой высшей математики, Институт кибербезопасности и цифровых технологий ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: vegera@mirea.ru. Scopus Author ID 57212931836, SPIN-код РИНЦ 9076-5678, <https://orcid.org/0000-0001-7312-3341>

Максимова Елена Александровна, д.т.н., доцент, заведующий кафедрой КБ-4 «Интеллектуальные системы информационной безопасности», Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: maksimova@mirea.ru. Scopus Author ID 57219701980, SPIN-код РИНЦ 6876-5558, <https://orcid.org/0000-0001-8788-4256>

About the authors

Sergey V. Kochergin, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, "Information Protection" Department, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: kochergin_s@mirea.ru. <https://orcid.org/0000-0002-3598-8149>

Svetlana V. Artemova, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the "Information Protection" Department, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: artemova_s@mirea.ru. Scopus Author ID 6508256085, RSCI SPIN-code 3775-6241, <https://orcid.org/0009-0006-8374-8197>

Anatoly A. Bakaev, Dr. Sci. (Hist.), Cand. Sci. (Juri.), Associate Professor, Director of the Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: bakaev@mirea.ru. Scopus Author ID 57297341000, RSCI SPIN-code 5283-9148, <https://orcid.org/0000-0002-9526-0117>

Evgeny S. Mityakov, Dr. Sci. (Econ.), Professor, Acting Head of the "Subject-Oriented Information Systems" Department, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: mityakov@mirea.ru. Scopus Author ID 55960540500, RSCI SPIN-code 5691-8947, <https://orcid.org/0000-0001-6579-0988>

Zhanna G. Vegera, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: vegera@mirea.ru. Scopus Author ID 57212931836, RSCI SPIN-code 9076-5678, <https://orcid.org/0000-0001-7312-3341>

Elena A. Maksimova, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Department "Intelligent Information Security Systems", Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: maksimova@mirea.ru. Scopus Author ID 57219701980, RSCI SPIN-code 6876-5558, <https://orcid.org/0000-0001-8788-4256>

УДК 681.3

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-20-25>

EDN PWDKPB



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Анализ и выбор структуры многопроцессорной вычислительной системы по критерию быстродействия

Г.В. Петушков[@],
А.С. Сигов

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: petushkov@mirea.ru

Резюме

Цели. Анализ различных архитектур вычислительных систем (ВС), использовавшихся в последние десятилетия, позволил выделить наиболее распространенные структуры. Одной из ключевых особенностей является использование серийно производимого оборудования для создания подсистем обработки данных (например, многоядерные процессоры и полупроводниковая память большой емкости) и сетевого оборудования для построения коммуникационных подсистем. Это снижает затраты на оборудование и позволяет создавать типовые или кластерные конфигурации, что особенно важно для дорогостоящих ВС. Стремление достичь высокой вычислительной скорости и производительности в таких ВС требует минимизации времени на выполнение задачи и балансировки временных задержек как в подсистемах обработки данных, так и в коммуникационной подсистеме, обеспечивающей передачу данных внутри ВС. Целью работы является анализ вычислительных модулей (ВМ) и структур, на основе которых проводится построение кластерных ВС.

Методы. Основные результаты работы получены с использованием методов математического анализа и моделирования.

Результаты. Рассмотрена структура современных многоядерных микропроцессоров (МП), являющихся основой построения ВМ кластерных ВС. По мере увеличения числа ядер в структуре МП усложняется коммуникационная сеть, объединяющая их в единую структуру. Показано, что в новых разработках МП коммуникация между ядрами выполняется в виде сети, а сами МП представляют собой MIMD-структуры (множественный поток команд, множественный поток данных) в соответствии с известной классификацией Флинна.

Выводы. Предложенная методика выбора эффективной структуры ВС позволяет получить оптимальную структуру ВС по критерию быстродействия.

Ключевые слова: сеть InfiniBand, быстродействие, микропроцессоры, вычислительные модули, метрики Холстеда, анализ

• Поступила: 18.10.2024 • Доработана: 26.10.2024 • Принята к опубликованию: 05.11.2024

Для цитирования: Петушков Г.В., Сигов А.С. Анализ и выбор структуры многопроцессорной вычислительной системы по критерию быстродействия. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):20–25. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-20-25>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Analysis and selection of the structure of a multiprocessor computing system according to the performance criterion

Grigory V. Petushkov[@],
Alexander S. Sigov

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: petushkov@mirea.ru

Abstract

Objectives. Analysis of the various architectures of computing systems (CSs) used in recent decades has allowed us to identify the most common structures. One of the key features is the use of mass-produced equipment to create data processing subsystems (for example, multicore processors and high-capacity semiconductor memory), as well as network equipment to build communication subsystems. This reduces hardware costs and allows typical or cluster configurations to be created, which is especially important for expensive CSs. The desire to achieve high computational speed and performance in such CSs requires minimizing the time to complete the task and balancing time delays both in data processing subsystems and in the communication subsystem which provides data transmission inside the CS. The aim of this work is to analyze computing modules (CMs) and structures on the basis of which the construction of cluster CSs is carried out.

Methods. The main results of the work were obtained using methods of mathematical analysis and modeling.

Results. The study considers the structure of modern multicore microprocessors as the basis for building CMs of cluster CSs. As the number of cores in the microprocessor structure increases, the communication network which unites them into a single structure becomes more complicated. It has been shown that in new developments of microprocessors, communication between cores is performed in the form of a network. The microprocessors themselves are MIMD structures in accordance with the well-known Flynn classification.

Conclusions. The proposed method of selecting an effective structure of a CS allows us to obtain the optimal structure of a CS according to the criterion of performance.

Keywords: InfiniBand network, performance, microprocessors, computing modules, Halstead metrics, analysis

• Submitted: 18.10.2024 • Revised: 26.10.2024 • Accepted: 05.11.2024

For citation: Petushkov G.V., Sigov A.S. Analysis and selection of the structure of a multiprocessor computing system according to the performance criterion. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):20–25. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-20-25>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Основой построения вычислительных модулей (ВМ) кластерных вычислительных систем (ВС) являются современные многоядерные микропроцессоры. По мере увеличения числа ядер в структуре микропроцессора усложняется коммуникационная сеть, объединяющая их в единую структуру. В новых разработках микропроцессоров коммуникация между ядрами выполняется в виде сети, а сами микропроцессоры представляют собой MIMD-структуры¹ в соответствии с известной классификацией Флинна [1–3].

На следующем уровне на основе одного или нескольких микропроцессоров выполняется ВМ – ячейка кластерной ВС. В ВМ микропроцессоры объединяются с модулями оперативной памяти либо стандартными интерфейсами класса PCI² – Express 3.0, либо через коммутатор, обеспечивающий связь всех микропроцессоров со всеми модулями памяти [4].

На уровне системы в кластерных ВС сравнительно большое число ВМ объединяется сетевыми средствами. Как правило, для этого требуется несколько сетей [5]:

- сеть, обеспечивающая передачу данных между ВМ в процессе решения задачи;
- сеть, обеспечивающая связь отдельных ВМ с хранилищем данных, используемым как для начальной загрузки данных задачи, так и для хранения результатов;
- служебная сеть, связанная с управлением ВС, по которой циркулирует информация о мониторинге работоспособности ВМ и ВС в целом.

Самой быстрой из перечисленных сетей должна быть первая сеть, называемая также сетью передачи данных и выполняемая как сеть InfiniBand (IBA) [6]. Эта сеть поддерживает наиболее плотный трафик передач данных в процессе решения задач в ВС. По мере увеличения числа ВМ в ВС время обработки данных для задачи снижается за счет роста числа обрабатывающих устройств, а «накладные» расходы времени на передачу данных между ВМ будут расти [7].

Возникает вопрос об оптимальном числе ВМ в ВС, обеспечивающем минимальное время выполнения задачи при известных характеристиках ВМ и сети передачи данных.

Эта задача сформулирована в работе как задача выбора структуры кластерной ВС [8].

МЕТОДИКА ВЫБОРА ЭФФЕКТИВНОЙ СТРУКТУРЫ ВС, ОПТИМАЛЬНОЙ ПО КРИТЕРИЮ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ

Оценим производительность ВС, использующих сеть IBA, при увеличении числа микропроцессоров и ВМ [9]. Рост производительности таких систем с увеличением числа ВМ происходит нелинейно, т.к. увеличение количества ВМ приводит к увеличению «накладных расходов», связанных с временем, необходимым для обмена данными между модулями. Время, затрачиваемое на обмен данными, особенно увеличивается при взаимодействии ВМ через сеть, где возникают задержки и увеличивается объем трафика.

Чтобы проанализировать влияние этих «накладных расходов» [10], рассмотрим идеализированный случай выполнения хорошо распараллеливаемой программы, которая состоит из N параллельно выполняемых фрагментов, распределенных по K ВМ, где $N > K$.

Время выполнения программы в рассматриваемом случае можно оценить следующим образом:

$$T_{\text{пр}} = T_{\text{выч}} + T_{\text{обм}}, \quad (1)$$

где $T_{\text{выч}}$ – время, затрачиваемое на вычисления в ВМ; $T_{\text{обм}}$ – время, затрачиваемое на обмен данными между ВМ.

Величину $T_{\text{выч}}$ можно оценить с учетом $P_{\text{ВМ}}$ – производительности одного ВМ и K – числа ВМ по формуле:

$$T_{\text{выч}} = \frac{G}{KP_{\text{ВМ}}}, \quad (2)$$

где G – оценка числа операций в программе.

Значение G можно получить при анализе алгоритма программы, используя, например, метрики Холстеда.

Затраты времени на обмен пакетом данных $T_{\text{п}}$ в сети передачи данных определяются следующим образом:

$$T_{\text{п}} = T_{\text{н}} + T_{\text{з}} + \frac{Q}{V}, \quad (3)$$

где $T_{\text{н}}$ – задержки формирования пакета передачи данных в адаптере сети; $T_{\text{з}}$ – задержка передачи пакета в сети, связанная с задержками в коммутаторе; Q – объем передаваемых данных в пакете данных; V – скорость передачи данных в сети.

Рассмотрим сеть передачи данных в составе ВС [11], поскольку объем трафика в ней много больше, чем в служебной сети. Анализируя время обмена данными как «накладные расходы» в процессе вычислений, в первом приближении $T_{\text{обм}}$ можно

¹ Multiple instruction, multiple data – множественный поток команд, множественный поток данных.

² Peripheral component interconnect – взаимосвязь периферийных компонентов.

оценить с учетом ограниченной пропускной способности сети как

$$T_{\text{обм}} = K \frac{Q}{V}. \quad (4)$$

Поясним более подробно получение выражения (4) на примере системы, состоящей из K ВМ. Поскольку объем трафика каждого ВМ пропорционален числу ВМ, предположим, что каждый ВМ пересылает пакеты другим ВМ по завершении выполнения своего фрагмента программы. При объединении трафика всех ВМ [12], пересылаемого по сети, можно оценить общее время обмена данными. Это время и отображено в виде (4).

Объем данных в байтах пакета обмена связан с числом операций в выполняемой программе G (вычислительной сложностью алгоритма) как

$$Q = CGL, \quad (5)$$

где C – коэффициент, характеризующий класс исполняемых алгоритмов в отношении связности по данным (алгоритмы с большей связностью по данным характеризуются большей интенсивностью обменов между ВМ и большим значением коэффициента C), а L – доля расчетных операций в выполняемом фрагменте программы ($L \approx 1$).

С учетом выражений (2)–(5), выражение (1) можно переписать в виде:

$$T_{\text{пр}} = \frac{G}{KP_{\text{ВМ}}} + \frac{CGL}{V}K. \quad (6)$$

Как следует из приведенного выражения (6), с ростом K снижается время, затрачиваемое на вычисления, и растет длительность времени на обмен данными в ВС. Таким образом, характеристики сети передачи данных будут сильно влиять на работу ВС.

Из выражения (6) следует, что можно провести оценку оптимального значения числа ВМ $K_{\text{оп}}$, обеспечивающего минимальное значение времени выполнения программы $T_{\text{пр}}$. Значение коэффициента k , определяющего число ВМ в полной ВС, определяется из условия $dT_{\text{пр}}/dk = 0$ и оценивается следующим образом:

$$K_{\text{оп}} = \sqrt{\frac{V}{CP_{\text{ВМ}}L}}. \quad (7)$$

Для современных ВС [13] значения коэффициента находятся на уровне единицы для пропускной способности сети $V = 10$ Гбайт/с и скорости обработки данных, составляющей 10 млрд операций в секунду. Однако для значений коэффициента $C = 0.01$ байт/операция, характеризующих алгоритмы со слабой связностью по данным, он может составлять порядка 10.

При увеличении пропускной способности сети передачи данных число ВМ в системе можно увеличивать без значительного снижения производительности из-за времени, затраченного на обмен данными. Использование оптической шины со скоростью передачи информации $V = 1$ Тбайт/с для сети передачи данных может увеличить оптимальное число ВМ более чем в 10 раз (до 100 ВМ), что значительно повышает эффективность работы многопроцессорной и многомодульной ВС.

Выражение (7) для коэффициента будем называть правилом «выбора эффективной структуры ВС» и отметим его важное практическое значение при проектировании ВС. Методика выбора структуры для кластерной вычислительной системы включает несколько этапов [14, 15]:

1. Анализ производительности ВМ.
2. Оценка скорости передачи данных в самой быстрой сети передачи данных ВС.
3. Анализ алгоритма для определения коэффициента связности по данным C .
4. Определение коэффициента в соответствии с выражением (7).

В реальных ВС число ВМ, как правило, превышает значение 10. Это связано с разработкой эффективных конструкций ВС. Однако с ростом скоростей передачи данных в сети расчетное и реальное количество ВМ будут все лучше согласовываться.

ВЫВОДЫ

1. Наиболее эффективные по соотношению «стоимость/производительность» структуры кластерных ВС строятся на основе стандартного оборудования сетей IBA и Ethernet.
2. На основе анализа временных затрат на обработку и передачу данных в ВС предложена методика выбора эффективной структуры ВС, что позволяет получить оптимальную структуру ВС по критерию быстродействия. Методика включает в себя следующие шаги:
 - анализ особенностей обмена данными между ВМ в зависимости от алгоритма решения задачи;
 - анализ производительности ВМ в зависимости от используемого оборудования;
 - анализ пропускной способности сети передачи данных в ВС;
 - выбор структуры ВС как выбор оптимального числа ВМ в соответствии с выражением (7).

Вклад авторов

Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution

All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. *Параллельные вычисления*. СПб.: БХВ-Петербург; 2002. 608 с.
2. Орлов С.А., Цилькер Б.Я. *Организация ЭВМ и систем*. СПб.: Питер; 2016. 688 с.
3. Хенесси Д.Л., Паттерсон Д.А. *Компьютерная архитектура. Количественный подход*. 5-е изд. М.: Техносфера; 2016. 936 с.
4. Кирк Б., Шарад С., Стенли В. Как преуспеть в условиях экономики изобилия памяти? *Открытые системы. СУБД*. 2016;2:25–32.
5. Сугак Е.В. *Прикладная теория надежности. Практикум*. М.: Лань; 2023. 312 с. ISBN 978-5-507-47014-3
6. Коваленко С.М. Оценка надежности информационно-управляющих систем на основе непрерывных моделей. *Вопросы радиоэлектроники*. 2005;4(2):143–146.
7. Половко А.М., Гуров С.В. *Основы теории надежности*. СПб.: БХВ-Петербург; 2006. 702 с. ISBN 5-94157-541-6
8. Черкесов Г.Н. *Надежность аппаратно-программных комплексов*. СПб.: Питер; 2005. 479 с. ISBN 5-469-00102-4
9. Коваленко С.М., Платонова О.В. Анализ задачи эффективной эксплуатации комплексов систем автоматизации и расчеты надежности на основе непрерывных моделей. *Известия вузов. Машиностроение*. 2014;8(653):75–89. <http://doi.org/10.18698/0536-1044-2014-8-75-79>
10. Podgorny Y.V., Antonovich A.N., Petrushin A.A., Sigov A.S., Vorotilov K.A. Effect of metal electrodes on the steady-state leakage current in PZT thin film capacitors. *J. Electroceram.* 2022;49:15–21. <https://doi.org/10.1007/s10832-022-00288-5>
11. Абдуллаев Д.А., Милованов Р.А., Волков Р.Л., Боргардт Н.И., Ланцев А.Н., Воротилов К.А., Сигов А.С. Сегнетоэлектрическая память: современное производство и исследования. *Russian Technological Journal*. 2020;8(5):44–67. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-5-44-67>
12. Конюхова О.В., Кравцова Э.А., Лукьянов П.В. *Техническое и программное обеспечение вычислительных машин и систем*. Инфра-Инженерия; 2023. 200 с. ISBN 978-5-9729-1186-8
13. Журавлев А.А. *Организация и архитектура ЭВМ. Вычислительные системы*. Лань; 2022. 144 с. ISBN 978-5-507-48089-0
14. Гельбух С.А. *Сети ЭВМ и телекоммуникации. Архитектура и организация*. Лань; 2019. 208 с. ISBN 978-5-8114-3474-9
15. Андреев А.М., Можаров Г.П., Сюзев В.В. *Многопроцессорные вычислительные системы. Теоретический анализ, математические модели и применение*. Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2011. 336 с. ISBN 978-5-7038-3439-6

REFERENCES

1. Voevodin V.V., Voevodin V.I. *Parallel'nye vychisleniya (Parallel Computing)*. St. Petersburg: BHV-Petersburg; 2002. 608 p. (in Russ.).
2. Orlov S.A., Tsil'ker B.Ya. *Organizatsiya EVM i system (Organization of Computers and Systems)*. St. Petersburg: Piter; 2016. 688 p. (in Russ.).
3. Hennessey J.L., Patterson D.A. *Komp'yuternaya arkhitektura. Kolichestvennyi podkhod (Computer Architecture. A Quantitative Approach)*; transl. from Engl. 5th ed. Moscow: Tekhnosfera; 2016. 936 p. (in Russ.). [Hennessey J.L., Patterson D.A. *Computer Architecture. A Quantitative Approach*. 5th ed. Morgan Kaufmann; 2011. 856 p.]
4. Kirk B., Sharad S., Stanley V. How to succeed in an economy of abundance of memory? *Otkrytye sistemy = Open Systems. DBMS*. 2016;2:25–32 (in Russ.).
5. Sugak E.V. *Prikladnaya teoriya nadezhnosti. Praktikum (Applied Reliability Theory. The Workshop. Textbook)*. Moscow: Lan; 2023. 312 p. (in Russ.). ISBN 978-5-507-47014-3
6. Kovalenko S.M. Evaluation of the reliability of information management systems based on continuous models. *Voprosy radioelektroniki = Questions of Radio Electronics*. 2005;4(2):143–146 (in Russ.).
7. Polovko A.M., Gurov S.V. *Osnovy teorii nadezhnosti (Fundamentals of Reliability Theory)*. St. Petersburg: BHV-Petersburg; 2006. 702 p. (in Russ.). ISBN 5-94157-541-6
8. Cherkesov G.N. *Nadezhnost' apparatno-programmnykh kompleksov (Reliability of Hardware and Software Complexes)*. St. Petersburg: Piter; 2005. 479 p. (in Russ.). ISBN 5-469-00102-4
9. Kovalenko S.M., Platonova O.V. Analysis of the operational efficiency of complex automation systems and the calculation of their reliability on the basis of continuous models. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroyeniye = BMSTU J. Mechanical Engineering*. 2014;8(653):75–89 (in Russ.). <http://doi.org/10.18698/0536-1044-2014-8-75-79>
10. Podgorny Y.V., Antonovich A.N., Petrushin A.A., Sigov A.S., Vorotilov K.A. Effect of metal electrodes on the steady-state leakage current in PZT thin film capacitors. *J. Electroceram.* 2022;49:15–21. <https://doi.org/10.1007/s10832-022-00288-5>
11. Abdullaev D.A., Milovanov R.A., Volkov R.L., Borgardt N.I., Lantsev A.N., Vorotilov K.A., Sigov A.S. Ferroelectric memory: state-of-the-art manufacturing and research. *Russ. Technol. J.* 2020;8(5):44–67 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-5-44-67>
12. Konyukhova O.V., Kravtsova E.A., Lukyanov P.V. *Tekhnicheskoe i programmnnoe obespechenie vychislitel'nykh mashin i system (Technical and Software Support of Computers and Systems)*. Infra-Inzheneriya; 2023. 200 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9729-1186-8
13. Zhuravlev A.A. *Organizatsiya i arkhitektura EVM. Vychislitel'nye sistemy (Organization and Architecture of Computers. Computer Systems)*. Lan; 2022. 144 p. (in Russ.). ISBN 978-5-507-48089-0

14. Gelbukh C.A. *Seti EVM i telekommunikatsii. Arkhitektura i organizatsiya (Computer Networks and Telecommunications. Architecture and Organization)*. Lan; 2019. 208 p. (in Russ.). ISBN 978-5-8114-3474-9
15. Andreev A.M., Mozharov G.P., Syuzev V.V. *Mnogoprotsessornye vychislitel'nye sistemy. Teoreticheskii analiz, matematicheskie modeli i primeneniye (Multiprocessor Computing Systems. Theoretical Analysis, Mathematical Models and Applications)*. Moscow: Bauman Press; 2011. 336 p. (in Russ.). ISBN 978-5-7038-3439-6

Об авторах

Петушков Григорий Валерьевич, проректор, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: petushkov@mirea.ru. <https://orcid.org/0009-0006-0801-429X>

Сигов Александр Сергеевич, академик Российской академии наук, д.ф.-м.н., профессор, президент ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: sigov@mirea.ru. Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017, SPIN-код РИНЦ 2869-5663, https://www.researchgate.net/profile/A_Sigov

About the authors

Grigory V. Petushkov, Vice-Rector, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: petushkov@mirea.ru. <https://orcid.org/0009-0006-0801-429X>

Alexander S. Sigov, Academician at the Russian Academy of Sciences, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, President, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: sigov@mirea.ru. Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017, RSCI SPIN-code 2869-5663, https://www.researchgate.net/profile/A_Sigov

УДК 519.95:621.3

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-26-38>

EDN BKJTRZ



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Аналитический метод анализа процессов передачи сообщений в оптоволоконных сетях с маркерным доступом для цифровых подстанций

А.С. Леонтьев,
Д.В. Жматов[@]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: zhmatov@mirea.ru

Резюме

Цели. Цель работы – разработка аналитических методов оценки вероятностно-временных характеристик и производительности оптоволоконной FDDI-сети (fiber distributed data interface) с маркерным методом доступа, позволяющих автоматизировать процессы передачи сообщений для цифровых электроподстанций.

Методы. Используются методы теории надежности, теории случайных процессов и теории массового обслуживания, преобразование Лапласа – Стильбеса для вывода функциональных уравнений.

Результаты. Проведено численное исследование процессов передачи пакетов между электрическими цифровыми подстанциями (ЦПС) в оптоволоконной сети FDDI. Рассмотрены процессы обмена дискретной информацией между электронными устройствами в системе электрических ЦПС, включая основные технологические операции, выполняемые персоналом системы ЦПС при подготовке отчетов, характеризующих различные режимы работы как отдельных ЦПС, так и всей системы в целом. Получены зависимости загрузки узлов, производительности FDDI-сети и временных характеристик процессов передачи пакетов от интенсивности входных потоков сообщений и надежности передающей среды. Проведен анализ функционирования FDDI-сетей, построенных на основе двух оптоволоконных колец, которые образуют основной и резервный пути передачи данных между узлами сети, что значительно повышает отказоустойчивость таких сетей. Задача исследования включала анализ процессов передачи информации в сетях FDDI с акцентом на обеспечение надежности передающей среды.

Выводы. Выявлено, что существует критическая область функционирования сети, при достижении которой наблюдается резкое увеличение загрузки узлов и временных характеристик, в то время как производительность достигает максимального значения и затем резко снижается. Предложено осуществлять обмен дискретными сообщениями, отражающими состояние электронных устройств, и информационными сообщениями персонала между различными дистанционно разнесенными ЦПС с использованием оптоволоконной сети FDDI.

Ключевые слова: цифровые подстанции, FDDI-сети, маркерный метод доступа, модели, временные характеристики, отказы, производительность

• Поступила: 30.01.2024 • Доработана: 24.04.2024 • Принята к опубликованию: 27.09.2024

Для цитирования: Леонтьев А.С., Жматов Д.В. Аналитический метод анализа процессов передачи сообщений в оптоволоконных сетях с маркерным доступом для цифровых подстанций. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):26–38. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-26-38>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Analytical method for analyzing message transmission processes in FDDI networks for digital substations

Alexander S. Leontyev,
Dmitry V. Zhmatov[@]

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: zhmatov@mirea.ru

Abstract

Objectives. To develop analytical approaches for the evaluation of probability-time characteristics and fiber distributed data interface (FDDI) network performance with the marker access method, thus enabling communication processes for digital electrical substations to be automated.

Methods. The authors used theory reliability methods, random process theory, mass maintenance theory, the Laplace–Stieltjes transformation for inferring functional equations and the probability-time characteristics calculation for the information transfer processes with the occurring failures.

Results. We conducted a numerical study of packet transfer processes between central processing stations in the FDDI network. We considered the processes of discrete information exchange between electronic devices in the system of electrical digital substations. These included the main technological operations and electrical digital substations operator performed when preparing reports. We described the different modes of operation, both for the individual electrical digital substation and for the system. The authors calculated node loading dependencies, FDDI network performance and temporal characteristics of the packet transfer processes on the incoming message flow intensity and the transmission medium reliability. We conducted a functional analysis of the FDDI networks on two fiber-optic rings which form the main and redundant path of data transfer between the network nodes, significantly increasing network resiliency. The objective of the study was to analyze the information transfer processes in FDDI networks with an accent on ensuring the transmission medium reliability.

Conclusions. We were able to establish the existence of the critical operating network region, which leads to a sharp increase in node load and temporal characteristics, while performance reaches its maximum value and then sharply decreases. We propose the exchange of discrete messages to reflect the electronic devices state and information messages of operator between various remotely spaced electrical digital substation with the FDDI fiber-optic network.

Keywords: digital substations, FDDI networks, token access method, models, time characteristics, failures, performance

• Submitted: 30.01.2024 • Revised: 24.04.2024 • Accepted: 27.09.2024

For citation: Leontyev A.S., Zhmatov D.V. Analytical method for analyzing message transmission processes in FDDI networks for digital substations. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):26–38. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-26-38>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Цифровая подстанция (ЦПС) – это тип электрической подстанции, где все процессы мониторинга, анализа и управления выполняются в едином цифровом формате. Основным звеном для передачи данных в таких подстанциях служит локальная вычислительная сеть (ЛВС), основанная на технологии Ethernet.

Одной из основных задач ЦПС является обмен дискретной информацией между цифровыми электронными устройствами, к которым относятся трансформаторы напряжения и тока [1–4]. Для обмена дискретными сигналами применяется протокол передачи данных GOOSE (generic object-oriented substation event – общее объектно-ориентированное событие на подстанции), описанный в стандарте МЭК 61850¹ [5–7]. GOOSE-модель обеспечивает быстрый механизм передачи событий (например, команд и предупреждений) и используется для отключения, запуска устройств, записи аварийных событий. На этапе проектирования следует учитывать загруженность и пропускную способность трактов передачи данных. Размер GOOSE-сообщения составляет от 573 до 830 байт. Когда сообщение включает в себя 64 дискретных сигнала, размер GOOSE-сообщения с учетом служебной информации (28–30 байт, включая преамбулу, адреса отправителя и получателя, циклический контрольный код, управляющие поля, ограничители, поле статуса) составляет 1 Кбайт. В связи с этим, при моделировании обмена дискретными сигналами между разными ЦПС, подключенными к сети FDDI (fiber distributed data interface – волоконно-оптический распределенный интерфейс передачи данных), синхронный

трафик в сети составляют GOOSE-сообщения размером 1 Кбайт или 8 кбит. Для ускорения процесса разработки и улучшения качества работы системы ЦПС необходимо предложить методы анализа эффективности применяемых информационных технологий, в частности, стандартных технологий подготовки персоналом информационно-аналитических отчетов. Создание математических моделей, описывающих основные этапы и схемы подготовки отчетов, позволяет автоматизировать выбор компонентов системы для реализации различных режимов работы как отдельных ЦПС, так и всей системы в целом, на основе многовариантного анализа. Функционирование отдельных ЦПС основывается на использовании ЛВС типа Fast Ethernet, а для взаимодействия различных ЦПС используется оптоволоконная сеть FDDI.

Основные функциональные задачи, которые ежедневно решает персонал системы ЦПС при подготовке отчетов, описывающих различные режимы работы как отдельных ЦПС, так и всей системы в целом, включают поиск информации по фактографии, контекстный поиск информации, частотный анализ по атрибутам отчетов, сортировку, кластеризацию и семантический анализ.

1. МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ СООБЩЕНИЯ для ЦПС

Максимальная протяженность линий между ЦПС составляет 200 км при условии, что кольцевая часть не превышает 100 км. Максимальное количество узлов двойного подключения ограничено и составляет 500. В соответствии со стандартом МЭК 61850 [1–3] для обмена GOOSE-сообщениями между объектами электроэнергетики предусмотрены два варианта.

Первый вариант (рис. 1) опирается на технологию туннелирования. В данном контексте между объектами формируется широкополосный канал Ethernet, по которому осуществляется передача GOOSE-сообщений с использованием сетевого оборудования.

Второй сценарий, изображенный на рис. 2, включает использование шлюза. В этом варианте предполагается использование устройства передачи

¹ ГОСТ Р МЭК 61850-5-2011. Национальный стандарт Российской Федерации. *Сети и системы связи на подстанциях*. Часть 5. Требования к связи для функций и моделей устройств. М.: Стандартинформ, 2020. Стандарт описывает форматы потоков данных, виды информации, правила описания элементов энергообъекта и свод правил для организации событийного протокола передачи данных. [GOST R IEC 61850-5-2011. National Standard of the Russian Federation. *Communication networks and systems in substations*. Part 5. Communication requirements for functions and device models. Moscow: Standartinform, 2020. The standard describes data flow formats, types of information, rules for describing the elements of an energy object, and a set of rules for organizing an event-based data transfer protocol (in Russ.).]

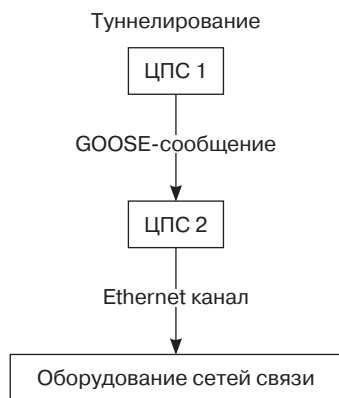


Рис. 1. Технология туннелирования для передачи GOOSE-сообщений между компонентами ЦПС

аварийных сигналов для обмена GOOSE-сообщениями между объектами. Устройства передачи аварийных сигналов и команд выполняют преобразование дискретных сигналов из GOOSE-сообщений в закодированные аналоговые или цифровые сигналы, предназначенные для безопасной передачи команд релейной защиты по каналу ЦПС. На приемной стороне устройства передачи аварийных сигналов и команд генерируют GOOSE-сообщения из полученных по каналу закодированных сигналов.

Для передачи GOOSE-сообщений при использовании туннелирования необходимо наличие цифровых каналов между подстанциями. Они могут быть организованы по цифровым промышленным сетям связи или выделенным оптоволоконным каналам. Однако организация надежных цифровых высокочастотных каналов для GOOSE-сообщений невозможна из-за необходимости передачи команд релейной защиты и противоаварийной автоматики при возникновении короткого замыкания на линиях электропередачи [2–4].

Оптоволоконная сеть FDDI может быть связана с ЦПС для обеспечения эффективной передачи данных в цифровых сетях электропередачи. Цифровые подстанции могут использовать сети FDDI для обмена данными между различными устройствами в электроэнергетической системе, такими как мониторинговые и управляющие системы, системы безопасности, системы управления нагрузкой и другие устройства, требующие быстрой и надежной передачи данных. Подключение сетей FDDI к ЦПС позволяет использовать оптоволоконные кольца для передачи больших объемов данных с высокой скоростью и надежностью, обеспечить высокую пропускную способность, отказоустойчивость и низкую задержку передачи данных, что особенно важно для критически важных систем электропередачи.

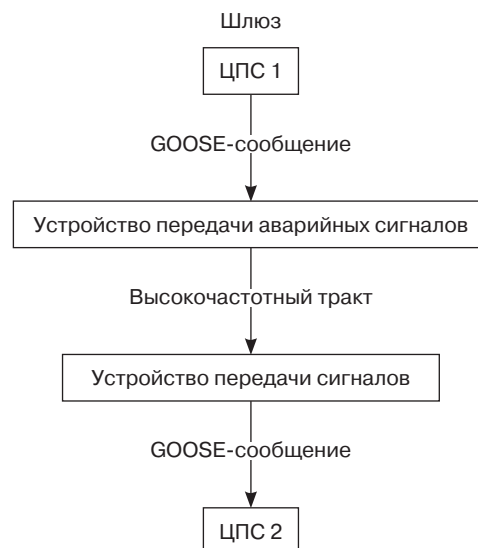


Рис. 2. Использование устройств передачи аварийных сигналов

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АНАЛИТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ FDDI-СЕТИ

При анализе эффективности работы сетей FDDI первостепенным является создание методов, моделей и алгоритмов, которые учитывают особенности передачи данных в этих сетях, включая возможные сбои.

Методы имитационного моделирования для определения временных характеристик компьютерных систем и сетей в условиях сбоев оказываются неэффективными [8]. Известные аналитические методы обычно применимы для анализа локальных структур и, как правило, ориентированы на анализ либо временных характеристик локальных систем с учетом надежности [9–11], либо показателей надежности компьютерных систем и сетей [12–14].

Рассмотрим формулировку задачи и аналитическую модель для оценки временных характеристик и показателей производительности сети FDDI с оптоволоконными кольцами с учетом надежности передающей среды и ограничений на время передачи данных. Такой подход и его реализация расширяют область применения методологии исследования процессов передачи данных в локальных сетях с использованием аналитических методов [15, 16].

Основными показателями в этом контексте являются вероятностно-временные характеристики, которые сильно зависят от сбоев и отказов передающей среды.

Впервые развернутые постановки задач исследования вероятностно-временных характеристик и производительности ЛВС типа Ethernet и ЛВС с маркерным методом доступа, а также аналитические методы их решения были разработаны автором

Леонтьевым А.С. и опубликованы в 2001 г. в работе [15]. Общая постановка задачи исследования вероятностно-временных характеристик и производительности сетей FDDI соответствует методике, описанной в работе [15], и формулируется следующим образом: **определить вероятностно-временные характеристики передачи пакетов, загрузки узлов и передающей среды, а также оценить производительность оптоволоконной сети FDDI при заданных пропускной способности и надежности передающей среды, структуре и количестве узлов FDDI-сети, потоках передаваемой информации и ограничениях на время передачи пакетов.**

Выбранная метрика производительности – это общая интенсивность потока, который был обслужен вовремя. Решение задачи основывается на предположении, что потоки λ_n , $n = \overline{1, N}$, входящие в сеть для обслуживания, и отказы передающей среды имеют пуассоновскую природу. Предусматривается, что ввод данных в узел происходит через аккумулятор с неограниченной емкостью. Как было показано в [15], эти предположения обоснованы при разработке системных режимов работы локальной сети, и точность результатов, полученных с их помощью, приемлема для инженерных расчетов.

3. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ FDDI-СЕТИ

Пронумеруем узлы сети в порядке опроса и будем использовать индекс n для обозначения станции (узла) FDDI-сети. Пусть N – количество узлов сети, λ_n – интенсивность потока пакетов, поступающих в n -й узел. Среднее время передачи пакета от одного узла к соседнему узлу определяется соотношением:

$$X^{(1)} = \frac{L_{\text{пак}}}{C},$$

где $L_{\text{пак}}$ – длина пакета, включающего и длину маркера; C – пропускная способность передающей среды.

Очевидно, что средний интервал $Z^{(1)}$ между двумя последовательными опросами узла равен:

$$Z^{(1)} = \sum_{n=1}^N \left\{ \rho_n X^{(1)} + (1 - \rho_n) \frac{L_M}{C} \right\}, \quad n = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где ρ_n – загрузка n -го узла, L_M – длина маркера. В стационарном режиме:

$$\lambda_n Z^{(1)} = \rho_n. \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем:

$$\lambda_n \sum_{n=1}^N \left\{ \rho_n X^{(1)} + (1 - \rho_n) \frac{L_M}{C} \right\} = \rho_n. \quad (3)$$

Система уравнений (3) является неоднородной системой линейных алгебраических уравнений относительно ρ_n .

$$\rho_n = \frac{\lambda_n N \frac{L_M}{C}}{1 - \sum_{k=1}^N \lambda_k \left(X^{(1)} - \frac{L_M}{C} \right)}, \quad n = \overline{1, N}, \quad (4)$$

λ_k – максимальное количество пакетов в узле; k – максимальное количество узлов.

Сравнивая (2) и (4), получаем:

$$Z^{(1)} = \frac{N \frac{L_M}{C}}{1 - \sum_{k=1}^N \lambda_k \left(X^{(1)} - \frac{L_M}{C} \right)}. \quad (5)$$

Формулы (4) и (5) определяют загрузку узлов сети и средний цикл опроса узлов в условиях надежного функционирования.

Функциональные уравнения для определения цикла сети с маркерным методом доступа с учетом возникающих отказов имеют вид:

$$Z_{\text{от}}^*(s) = Z^*(\lambda_{\text{от}} + s - \lambda_{\text{от}} Y_{\text{от}}^*(s)), \quad (6)$$

$$Y_{\text{от}}^*(s) = F_{\text{от}}^*(\lambda_{\text{от}} + s - \lambda_{\text{от}} Y_{\text{от}}^*(s)), \quad (7)$$

$$Z_{\text{от}}^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dZ_{\text{от}}(t), \quad Y_{\text{от}}^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dY_{\text{от}}(t),$$

$$Z^*(\lambda_{\text{от}} + s - \lambda_{\text{от}} Y_{\text{от}}^*(s)) = \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_{\text{от}} + s - \lambda_{\text{от}} Y_{\text{от}}^*(s))t} dZ(t),$$

$$F_{\text{от}}^*(\lambda_{\text{от}} + s - \lambda_{\text{от}} Y_{\text{от}}^*(s)) = \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_{\text{от}} + s - \lambda_{\text{от}} Y_{\text{от}}^*(s))t} dF(t),$$

где $Z_{\text{от}}(t)$ – функция распределения (ФР) цикла сети с учетом отказов, $Z(t)$ – ФР цикла сети в условиях надежного функционирования, $F_{\text{от}}(t)$ – ФР времени восстановления передающей среды после отказов, $Y_{\text{от}}(t)$ – ФР периода занятости передающей среды после отказов, s – комплексный параметр ФР цикла сети с учетом отказов.

Функциональные уравнения (6) и (7) можно получить, используя метод катастроф [9],

в соответствии с методикой, изложенной в работе [15]. Дифференцируя (6) и (7) по s , получим:

$$Y_{от}^{(1)} = \frac{F_{от}^{(1)}}{1 - \lambda_{от} F_{от}^{(1)}}, \quad (8)$$

$$Z_{от}^{(1)} = \frac{Z^{(1)}}{1 - \lambda_{от} F_{от}^{(1)}}. \quad (9)$$

Преобразование Лапласа – Стилтеса ФР времени передачи пакета с учетом возникающих отказов $X_{от}^*(s)$ определяется с помощью следующего функционального уравнения:

$$X_{от}^*(s) = X^*(s + \lambda_{от}) + \frac{\lambda_{от}}{s + \lambda_{от}} (1 - X^*(s + \lambda_{от})) F_{от}^*(s) X_{от}^*(s), \quad (10)$$

где $X^*(s + \lambda_{от}) = \int_0^\infty e^{-(s+\lambda_{от})t} dX(t)$, $X(t)$ – ФР времени передачи пакета по передающей среде в условиях надежного функционирования.

Функциональное уравнение (10) легко получить, воспользовавшись методом катастроф [9].

Моменты $V_n^{(1)}, V_n^{(2)}$ ФР времени обслуживания пакета, поступившего в свободный n -й узел, определяются выражениями:

$$V_n^{(1)} = X_{от}^{(1)} + W_{n|\xi_n=1}^{(1)}, \quad (11)$$

$$V_n^{(2)} = X_{от}^{(2)} + 2W_{n|\xi_n=1}^{(1)} + W_{n|\xi_n=1}^{(2)},$$

где ξ_n – число пакетов в узле n ; $X_{от}^{(1)}, X_{от}^{(2)}$ – моменты ФР $X_{от}(t)$; $W_{n|\xi_n=1}^{(1)}, W_{n|\xi_n=1}^{(2)}$ – 1-й и 2-й моменты ФР времени ожидания прихода маркера в n -й узел при $\xi_n = 1$.

Среднее время ожидания пакетов в очереди на обслуживание в n -м узле FDDI-сети $W_n^{(1)}$ дается формулой Полячека – Хинчина [15]:

$$W_n^{(1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda_n V_n^{(2)}}{1 - \lambda_n V_n^{(1)}}, \quad (12)$$

где $V_n^{(1)}, V_n^{(2)}$ определяются формулами (11).

Среднее время доставки пакетов $T_n^{(1)}$ в сети определяется выражением:

$$T_n^{(1)} = W_n^{(1)} + V_n^{(1)}. \quad (13)$$

Суммарная интенсивность своевременно обслуженного потока пакетов (производительность FDDI-сети) рассчитывается по формуле:

$$\lambda_{сум} = \sum_{i=1}^N \lambda_i P_i, \quad (14)$$

где P_i – вероятность своевременной доставки пакетов, поступающих в i -й узел FDDI-сети, λ_i – интенсивность поступления пакетов в i -й узел сети.

Аналитические соотношения, необходимые для оценки вероятности P_i своевременной доставки пакетов, поступающих в i -й узел сети с учетом возникающих отказов, представлены в работах [9, 15].

4. КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В FDDI-СЕТИ И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Авторами разработан комплекс программ, который позволяет на практике использовать рассмотренную аналитическую модель для оценки эффективности FDDI-сети. Он может быть установлен на сервер FDDI-сети для доступа с рабочих мест.

Аналитический аппарат, реализованный в виде этого комплекса программ, позволяет автоматизированно исследовать структуру и характеристики FDDI-сети с двумя оптоволоконными кольцами, учитывая надежность передающей среды. Экранная форма ввода исходных данных и вывода результатов моделирования показана на рис. 3. Пользователь может вводить исходные данные в диалоговом режиме с помощью заданных форм.

Результаты расчетов выводятся на экран в текстовых и графических окнах. Пользователь может корректировать исходные данные и сохранять результаты расчетов в текстовых и графических файлах без выхода из системы моделирования.

Для демонстрации исследования процессов доставки пакетов и производительности оптоволоконной FDDI-сети с помощью разработанного аналитического метода проведено моделирование передачи пакетов в ней. Для моделирования выбраны следующие исходные данные:

- тип передающей среды – два оптоволоконных кольца;
- тип распределения узлов в сети – случайный;
- количество узлов в сети $N = 100$;
- пропускная способность – 100 Мбит/с;
- время наработки на отказ передающей среды – 100000–1000000 с;
- среднее время восстановления после отказа – 100 с;
- длина маркера – 96 бит;
- директивное время – 1 мс;
- длина синхронного пакета (дискретного GOOSE-сообщения) – 8 кбит;

- интенсивность поступления синхронных пакетов (дискретных GOOSE-сообщений в системе ЦПС) одинакова во всех узлах FDDI-сети (варьируемый параметр).

Отметим, что разработанный комплекс программ позволяет проводить моделирование и при разной интенсивности пакетов, поступающих на обслуживание в узлы сети.

Результаты расчетов вероятностно-временных характеристик, производительности, загрузки узлов и передающей среды FDDI-сети системы ЦПС с заданными исходными данными при изменении нагрузки представлены на рис. 4–10.

Время доставки пакетов в FDDI-сети зависит от времени ожидания передачи в очереди на узлах сети и времени передачи пакета. Поэтому параметры обработки информации в сети должны выбираться таким образом, чтобы во всем диапазоне изменения интенсивности потоков обрабатываемых пакетов не возникало узких мест в системе, т.е. перегрузок отдельных узлов и передающей среды. В сбалансированной системе загрузка передающей среды и загрузка узлов при увеличении нагрузки должны быть близки друг другу. С уменьшением интенсивности

отказов и уменьшением количества узлов при заданной пропускной способности передающей среды длина передаваемых пакетов должна увеличиваться таким образом, чтобы сеть была сбалансированной при увеличении нагрузки.

Отметим, что с увеличением интенсивности отказов в FDDI-сети и увеличением количества узлов для заданной пропускной способности сети для сбалансированности сети во всем диапазоне изменения нагрузки, и для получения оптимальной производительности, необходимо уменьшать длину передаваемых информационных пакетов, т.к. при этом будет уменьшаться вероятность возникновения искажений.

Как видно из графиков (рис. 4–9), с увеличением интенсивности потоков пакетов, обслуживаемых в FDDI-сети, увеличивается загрузка узлов, цикл опроса узлов и временные характеристики, а производительность сети (суммарный своевременно обслуженный поток пакетов в сети) достигает максимального значения и начинает резко падать. С увеличением интенсивности отказов передающей среды область резкого изменения характеристик FDDI-сети сдвигается в сторону меньших нагрузок.

Исходные данные				Узел		График			
Режим функционирования ЛВС: безотказный? Да / Нет				1	1	Загрузка передающей среды (Ro cp) Средний цикл опроса узлов ЛВС (V1) Загрузка узла (Ro уз) Ср.вр. ожид. передачи пакета пост. в пустой Ср.вр. ожид. пакета в очереди на узле (W11) Ср.вр. обслуживания пакета в ЛВС (TV) Вероятность обработки в директивные сроки Производительность ЛВС (AMC)			
1. Количество узлов локальной сети : N=	100			2	1				
2. Пропускная способность среды : C[бит/с]=	100000000			3	1				
3. Длина маркера : Lm[бит]=	96			4	1				
4. Длина пакета : Lпак[бит]=	8000			5	1				
5. Ограничение времени передачи : Tогр[с]=	0,001			6	1				
6. Время наработки на отказ : Tот[с]=	1000000			7	1				
7. Время восстановления : Tвос[с]=	100			8	1				
				9	1				
				10	1				
Расчет						Сохранить			
Результаты вычислений для узла № 2:									
Lamb	Ro cp	V1	Ro уз	W1	W11	TV	Q	AMC	
1	0.00800000	0.00009677	0.00009677	0.00004838	0.00000080	0.00012919	0.94158786	94.94158786	
2	0.01600000	0.00009756	0.00019512	0.00004877	0.00000161	0.00013039	0.94121321	188.18824264	
3	0.02399999	0.00009836	0.00029508	0.00004916	0.00000242	0.00013160	0.94083268	282.28224980	
4	0.03200000	0.00009917	0.00039669	0.00004957	0.00000323	0.00013281	0.94044613	376.37617845	
5	0.04000000	0.00010000	0.00050000	0.00004997	0.00000404	0.00013403	0.94005342	470.47002671	
6	0.04799999	0.00010084	0.00060504	0.00005039	0.00000485	0.00013526	0.93965439	563.56379263	
7	0.05600000	0.00010169	0.00071186	0.00005081	0.00000566	0.00013649	0.93924889	657.65747422	
8	0.06400000	0.00010256	0.00082051	0.00005124	0.00000647	0.00013773	0.93883676	751.75106941	
9	0.07200000	0.00010344	0.00093103	0.00005168	0.00000729	0.00013898	0.93841783	844.84457604	
10	0.08000000	0.00010434	0.00104347	0.00005213	0.00000810	0.00014024	0.93799192	937.93799192	

Рис. 3. Экранная форма ввода исходных данных и вывода результатов моделирования.
AMC – производительность ЛВС (automatic message counting)

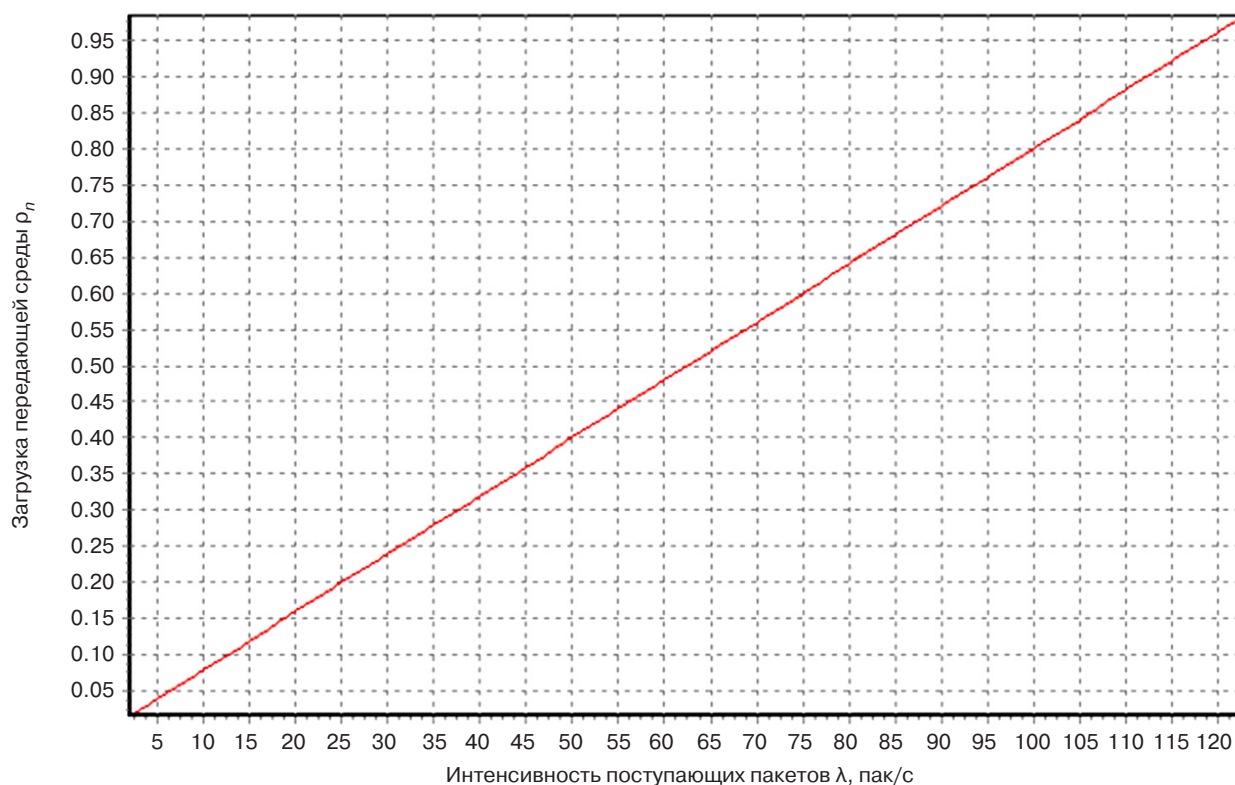


Рис. 4. Зависимость загрузки передающей среды оптоволоконной FDDI-сети системы ЦПС от интенсивности поступления синхронных пакетов в узлы

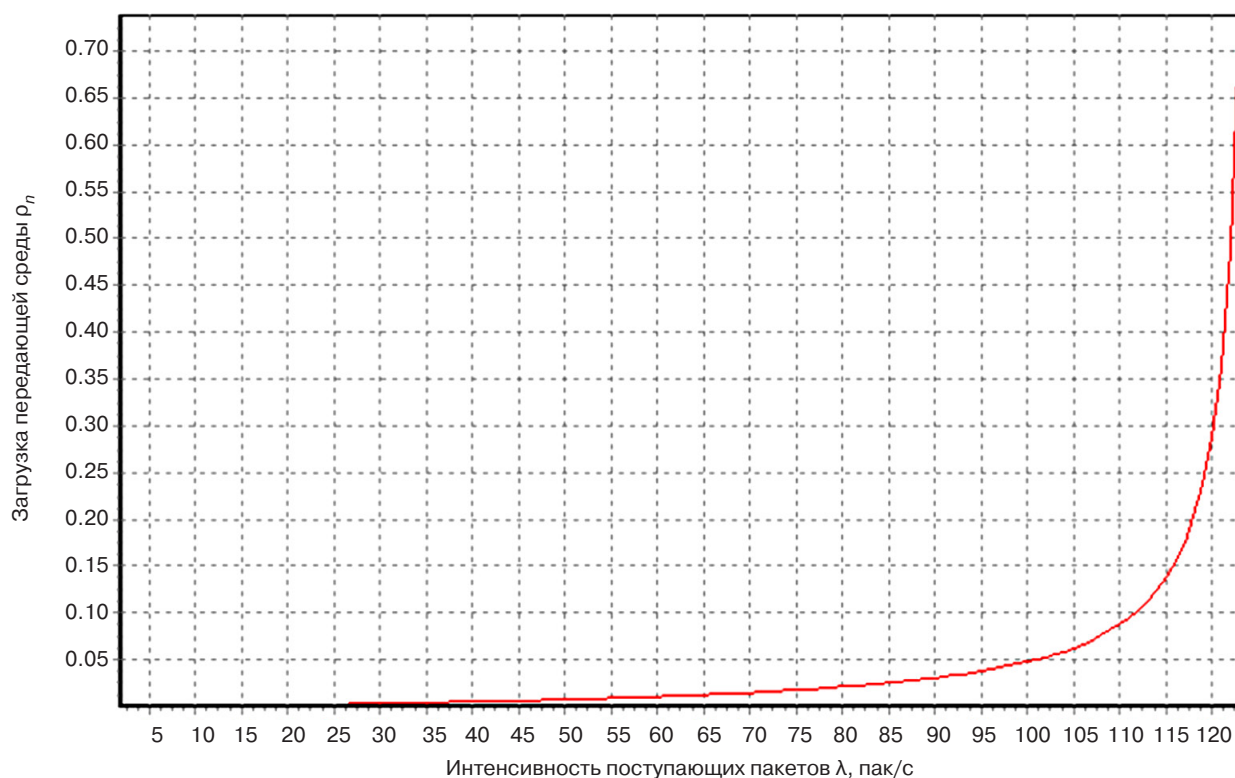


Рис. 5. Зависимость загрузки узлов FDDI-сети системы ЦПС от интенсивности поступления синхронных пакетов в узлы

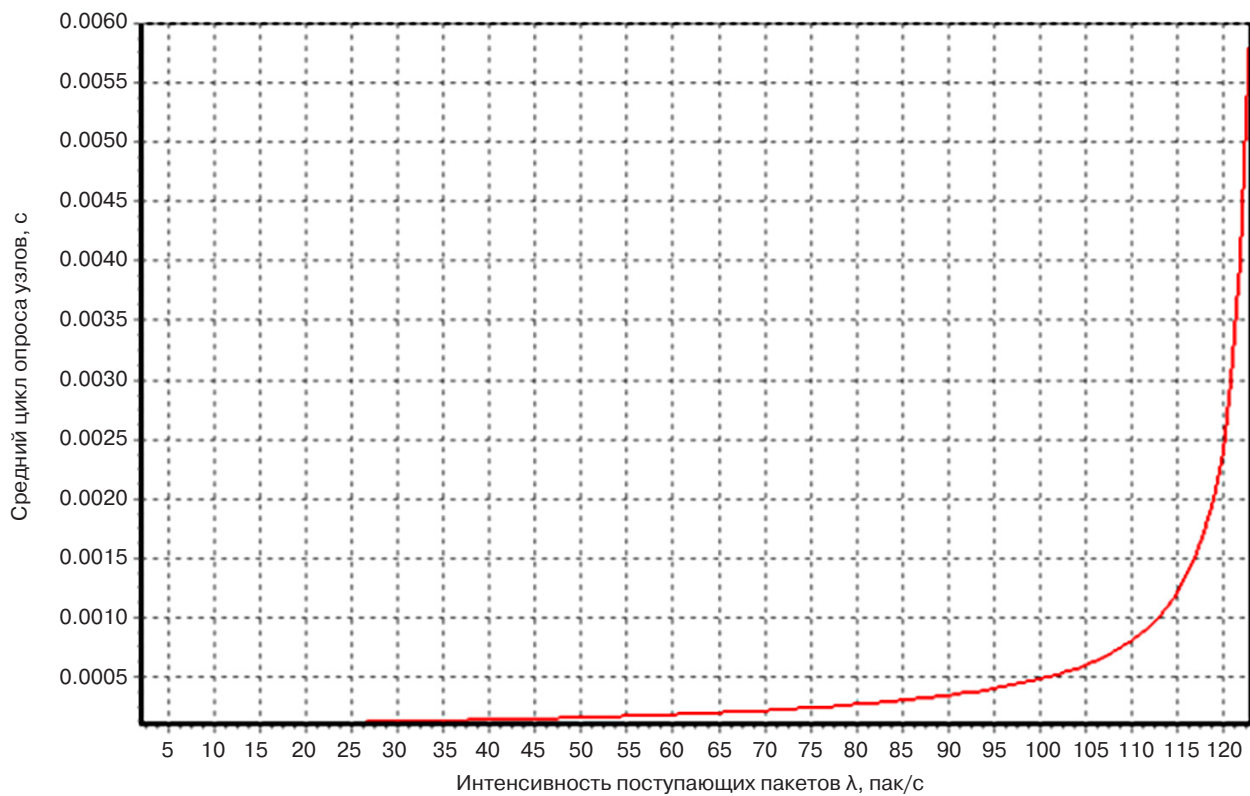


Рис. 6. Зависимость среднего цикла опроса узлов FDDI-сети системы ЦПС от интенсивности поступления синхронных пакетов в узлы

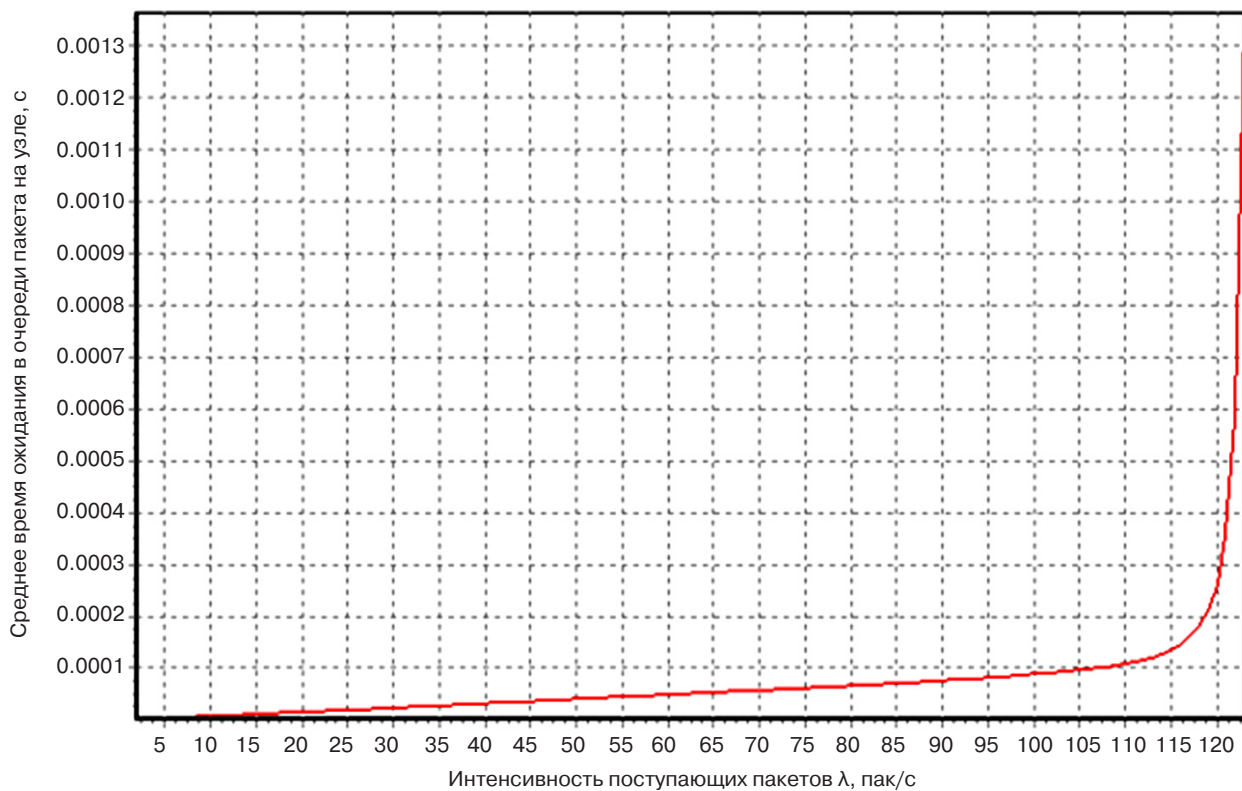


Рис. 7. Зависимость времени ожидания начала передачи синхронного пакета в очереди на узле FDDI-сети системы ЦПС от интенсивности поступления синхронных пакетов

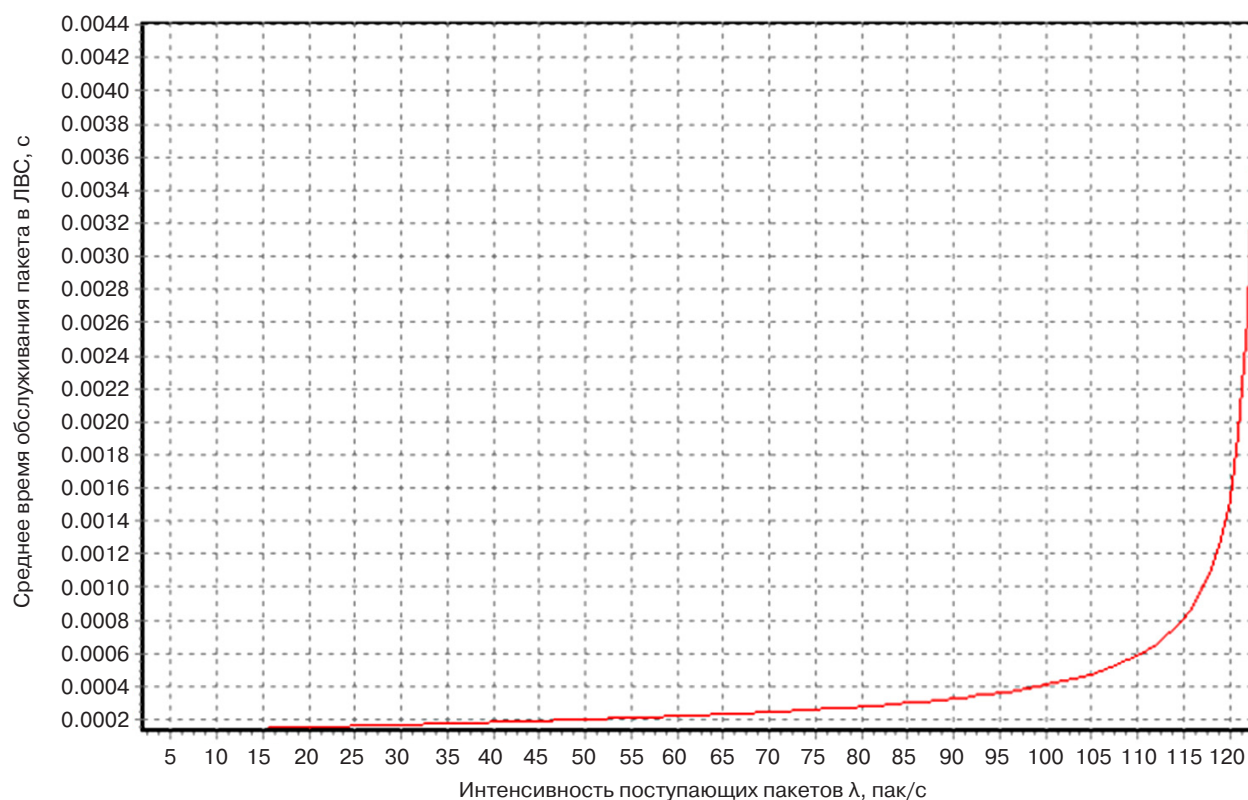


Рис. 8. Зависимость среднего времени обслуживания синхронных пакетов в FDDI-сети системы ЦПС от интенсивности поступления синхронных пакетов в узлы

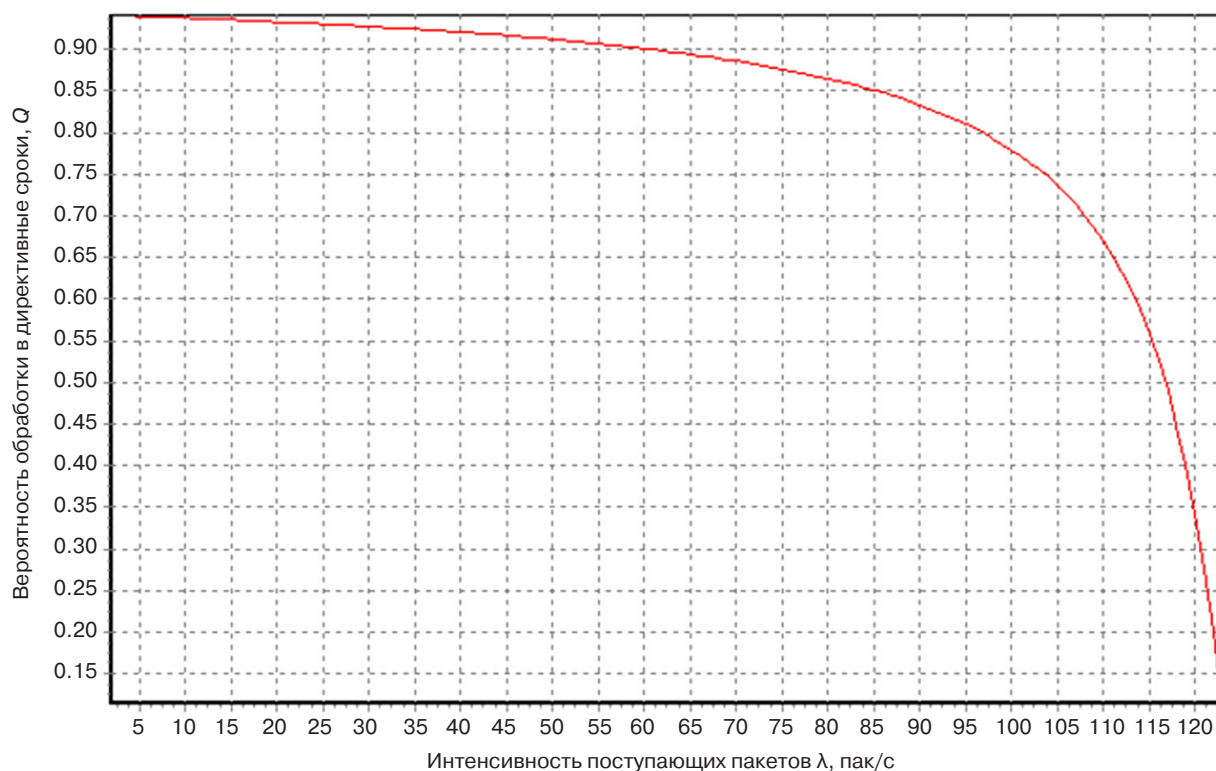


Рис. 9. Зависимость вероятности обработки синхронных пакетов в заданные директивные сроки в FDDI-сети системы ЦПС от интенсивности поступления синхронных пакетов

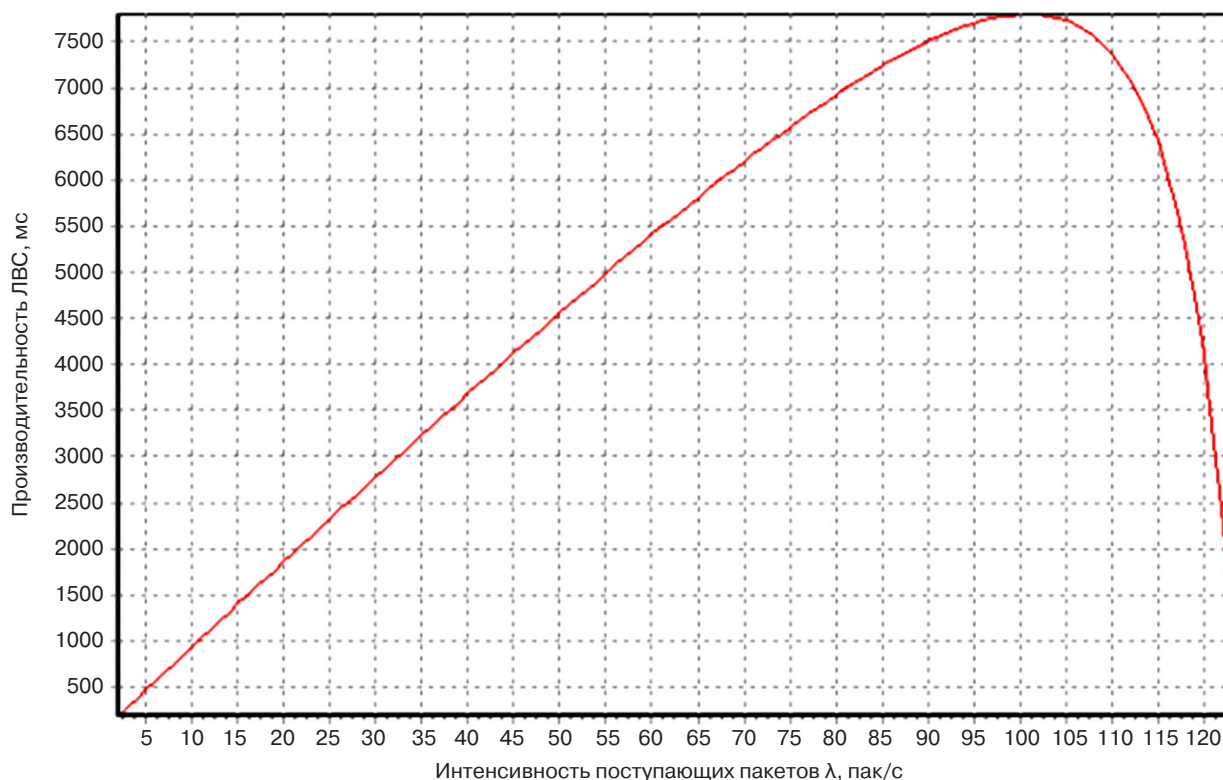


Рис. 10. Зависимость производительности, суммарного своевременно обслуженного потока синхронных пакетов в FDDI-сети системы ЦПС от интенсивности поступления синхронных пакетов

Следовательно, необходимо обеспечивать такие режимы работы FDDI-сети множества разнесенных ЦПС при обмене синхронными пакетами (GOOSE-сообщениями и пакетами, передающими синхронизированные параметры векторных измерений для ЦПС) между различными ЦПС, чтобы не достигать области резкого изменения производительности FDDI-сети, т.е. необходимо контролировать интенсивности входных потоков и ограничивать их рост.

Конкретные рекомендации по выбору параметров и режимов функционирования FDDI-сети, используемой для обмена информацией в распределенной системе ЦПС, можно получить, проводя многовариантные аналитические расчеты с помощью комплекса программ, реализующего разработанный аналитический метод исследования оптоволоконных FDDI-сетей с учетом надежности передающей среды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана стандартная технологическая схема подготовки отчетов диспетчерами ЦПС. Предложено использовать отказоустойчивую FDDI-сеть с двумя оптоволоконными кольцами как телекоммуникационный компонент для обмена информацией между различными узлами в системе удаленных ЦПС. Дискретные GOOSE-сообщения формируют синхронный поток пакетов FDDI-сети, в то время как

информационные сообщения, возникающие при выполнении основных технологических операций при подготовке отчетов диспетчерами ЦПС, такой поток не формируют.

Исследованы аспекты разработки аналитических моделей для оценки вероятностно-временных характеристик и производительности FDDI-сетей с оптоволоконными кольцами с учетом возможных отказов в передающей среде. Поставлена задача и разработан аналитический метод для оценки производительности FDDI-сетей с учетом надежности передающей среды, что расширяет область применения аналитических подходов.

В результате проведенных исследований сделан вывод о необходимости внедрения механизма управления потоками пакетов, поступающими в сеть, для обеспечения эффективного функционирования сетей FDDI. Таким образом, контроль интенсивности входных потоков и ограничение их роста приобретают важное значение в обеспечении эффективной работы сети.

На основе разработанного аналитического метода создан комплекс программ для изучения процессов передачи информации в FDDI-сетях. Это программное обеспечение позволяет провести многовариантный анализ различных режимов работы FDDI-сетей, используемых для передачи данных между удаленными ЦПС.

В рамках этого исследования получены аналитические выражения для оценки загрузки узлов и передающей среды, среднего времени пребывания пакета в сети, вероятности своевременного обслуживания пакетов и производительности. Учтены особенности функционирования сети FDDI и надежности передающей среды при формулировании этих выражений.

Обнаружено, что существует критическая нагрузка для FDDI-сетей, при которой производительность сети достигает максимума и затем резко снижается. С увеличением интенсивности отказов передающей среды критические режимы работы FDDI-сети смещаются в сторону меньших нагрузок.

Для обеспечения эффективного функционирования FDDI-сетей необходимо регулировать режимы работы так, чтобы избежать достижения критической нагрузки на узлах и в передающей среде. Контроль интенсивности входных потоков и ограничение их роста являются ключевыми элементами для систем ЦПС в FDDI-сетях.

Вклад авторов

Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution

All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Громов И.В., Егоров Е.П., Кошельков И.А. Сравнительный анализ положений различных редакций стандарта IEC 61850 при использовании протоколов GOOSE и SV. *Релейная защита и автоматизация*. 2019;4(37):46–49. URL: <https://elibrary.ru/icfpna>
2. Sapna, Sharma M. Performance evaluation of a wired network with & without Load Balancer and Firewall. In: *2010 International Conference on Electronics and Information Engineering*. Kyoto, Japan. 2010. P. V2-515–V2-519. <https://doi.org/10.1109/ICEIE.2010.5559755>
3. Бессольцев В.С., Хорьков С.А. Цифровая подстанция: Структура, протоколы, архитектура. *Сборник тезисов XII Международной научно-практической конференции*. Ижевск, 15 апреля 2022 г. Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований; 2022. С. 23–27.
4. Zhmatov D.V. Technical Condition Monitoring of Electric Equipment in the Digital Substation. In: *2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*. 2020. P. 983–986. <https://doi.org/10.1109/SUMMA50634.2020.9280800>
5. Харламов В.А., Романов С.Е., Хасанов А.Х. Способы передачи GOOSE-сообщений между подстанциями для систем РЗА. *Релейщик*. 2022(2):12–17.
6. Безденежных М.Н., Егоров А.П., Кошельков И.А., Дони Н.А. Анализ сетевой нагрузки GOOSE по МЭК 61850-8-1:2011. *Автоматизация и ИТ в энергетике*. 2019;8(121):22–25. URL: <https://elibrary.ru/ojmxwt>
7. Wei M., Chen Z. Study of LANs access technologies in wind power system. In: *IEEE PES General Meeting*. Minneapolis, MN, USA. 2010.
8. Звонарева Г.А., Бузунов Д.С. Использование имитационного моделирования для оценки временных характеристик распределенной вычислительной системы. *Открытое образование*. 2022;26(5):32–39. <https://doi.org/10.21686/1818-4243-2022-5-32-39>
9. Леонтьев А.С. Многоуровневые аналитические и аналитико-имитационные модели оценки вероятностно-временных характеристик многомашинных вычислительных комплексов с учетом надежности. *Международный научно-исследовательский журнал*. 2023;5(131). <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.8>
10. Кульба В.В., Мамиконов А.Г., Шелков А.Б. Резервирование программных модулей и информационных массивов в АСУ. *Автоматика и телемеханика*. 1980;8:133–141.
11. Талалаев А.А., Фроленко В.П. Отказоустойчивая система организации высокопроизводительных вычислений для решения задач обработки потоков данных. *Программные системы: Теория и приложения*. 2018;9(1–36):85–108. <https://doi.org/10.25209/2079-3316-2018-9-1-85-108>
12. Акимов Г.П., Соловьев А.В., Тарханов И.А. Моделирование надежности распределенных вычислительных систем. *Информационные технологии и вычислительные системы (ИТВС)*. 2019;3:70–86. <https://doi.org/10.14357/20718632190307>
13. Павский В.А., Павский К.В. Математическая модель для расчета показателей надежности масштабируемых вычислительных систем с учетом времени переключения. *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2020;2(212):134–145. <https://doi.org/10.18522/2311-3103-2020-2-134-145>
14. Ahmed W., Wu Y.W. A survey on reliability in distributed systems. *J. Comput. System Sci.* 2013;79(8):1243–1255. <https://doi.org/10.1016/j.jcss.2013.02.006>
15. Леонтьев А.С. Разработка аналитических методов, моделей и методик анализа локальных вычислительных сетей. *Теоретические вопросы программного обеспечения: Межвузовский сборник научных трудов*. М.: МИРЭА; 2001. С. 70–94.
16. Иваничкина Л.В., Непорада А.Л. Модель надежности распределенной системы хранения данных в условиях явных и скрытых дисковых сбоев. *Труды Института системного программирования РАН*. 2015;27(6):253–274. [https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2015-27\(6\)-16](https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2015-27(6)-16)

REFERENCES

1. Gromov I.V., Egorov E.P., Koshelkov I.A. Comparative analysis of the provisions of various editions of the IEC 61850 standard when using the GOOSE and SV protocols. *Releynaya zashchita i avtomatizatsiya = Relay Protection and Automation*. 2019;4(37):46–49 (in Russ.).
2. Sapna, Sharma M. Performance evaluation of a wired network with & without Load Balancer and Firewall. In: *2010 International Conference on Electronics and Information Engineering*. Kyoto, Japan. 2010. P. V2-515–V2-519. <https://doi.org/10.1109/ICEIE.2010.5559755>
3. Bessoltsev V.S., Khorkov S.A. Digital substation: Structure, protocols, architecture. *Collection of abstracts of the 12th International Scientific and Practical Conference*. Izhevsk; 2022. P. 23–27 (in Russ.).
4. Zhmatov D.V. Technical Condition Monitoring of Electric Equipment in the Digital Substation. In: *2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*. 2020. P. 983–986. <https://doi.org/10.1109/SUMMA50634.2020.9280800>
5. Kharlamov V.A., Romanov S.E., Khasanov A.K. Ways to transmit GOOSE messages between substations for PAC systems. *Releishchik*. 2022(2):12–17 (in Russ.).
6. Bezdenzhnykh M.N., Egorov A.P., Koshelkov I.A., Doni N.A. GOOSE network load analysis software IEC 61850-8-1:2011. *Avtomatizatsiya i IT v Energetike*. 2019;8(121):22–25 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/ojmxwt>
7. Wei M., Chen Z. Study of LANs access technologies in wind power system. In: *IEEE PES General Meeting*. Minneapolis, MN, USA. 2010.
8. Zvonareva G.A., Buzunov D.S. Using Simulation Modeling to Estimate Time Characteristics of a Distributed Computing System. *Otkrytoe obrazovanie = Open Education*. 2022;26(5):32–39 (in Russ.). <https://doi.org/10.21686/1818-4243-2022-5-32-39>
9. Leontyev A.S. Multilevel Analytical and Analytical-Simulation Models for Evaluating the Probabilistic and Temporal Characteristics of Multimachine Computing Complexes with Regard to Reliability. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal = International Research Journal*. 2023;5(131) (in Russ.). <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.8>
10. Kul'ba V.V., Mamikonov A.G., Shelkov A.B. Redundancy of program modules and data arrays in a MIS. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*. 1980;8:133–141 (in Russ.).
11. Talalaev A.A., Frolenko V.P. Fault-tolerant system for organizing high-performance computing for solving data stream processing problems. *Programmnye sistemy: Teoriya i prilozheniya = Program Systems: Theory and Applications*. 2018;9(1–36):85–108 (in Russ.). <https://doi.org/10.25209/2079-3316-2018-9-1-85-108>
12. Akimova G.P., Solovyev A.V., Tarkhanov I.A. Modeling the reliability of distributed information systems. *Informatsionnye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy = Journal of Information Technologies and Computing Systems*. 2019;3:70–86 (in Russ.). <https://doi.org/10.14357/20718632190307>
13. Pavsky V.A., Pavsky K.V. Mathematical Model for Calculating Reliability Indicators of Scalable Computer Systems Considering Switching Time. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki = Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2020;2(212):134–145 (in Russ.). <https://doi.org/10.18522/2311-3103-2020-2-134-145>
14. Ahmed W., Wu Y.W. A survey on reliability in distributed systems. *J. Comput. System Sci.* 2013;79(8):1243–1255. <https://doi.org/10.1016/j.jcss.2013.02.006>
15. Leontyev A.S. Development of Analytical Methods, Models, and Techniques for Local Area Networks Analysis. In: *Theoretical Issues of Software Engineering: Interuniversity Collection of Scientific Papers*. Moscow: MIREA; 2001. P. 70–94 (in Russ.).
16. Ivanichkina L.V., Neporada A.L. The Reliability model of a distributed data storage in case of explicit and latent disk faults. *Trudy Instituta sistemnogo programirovaniya RAN = Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS*. 2015;27(6):253–274 (in Russ.). [https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2015-27\(6\)-16](https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2015-27(6)-16)

Об авторах

Леонтьев Александр Савельевич, к.т.н., старший научный сотрудник, доцент, кафедра математического обеспечения и стандартизации информационных технологий, Институт информационных технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: leontev@mirea.ru. SPIN-код РИНЦ 5798-9721, <https://orcid.org/0000-0003-3673-2468>

Жматов Дмитрий Владимирович, к.т.н., доцент, кафедра математического обеспечения и стандартизации информационных технологий, Институт информационных технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: zhmatov@mirea.ru. Scopus Author ID 56825948100, SPIN-код РИНЦ 2641-6783, <https://orcid.org/0000-0002-7192-2446>

About the authors

Alexander S. Leontyev, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, Associate Professor, Department of Mathematical Support and Standardization, Institute of Information Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: leontev@mirea.ru. RSCI SPIN-code 5798-9721, <https://orcid.org/0000-0003-3673-2468>

Dmitry V. Zhmatov, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Mathematical Support and Standardization, Institute of Information Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: zhmatov@mirea.ru. Scopus Author ID 56825948100, RSCI SPIN-code 2641-6783, <https://orcid.org/0000-0002-7192-2446>

УДК 004.056.5
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-39-47>
EDN IYBIZH



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Моделирование процессов управления инцидентами информационной безопасности на предприятии

Е.С. Митяков[@],
Е.А. Максимова,
С.В. Артемова,
А.А. Бакаев,
Ж.Г. Вегера

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: mityakov@mirea.ru

Резюме

Цели. Основной целью исследования является разработка модели управления инцидентами информационной безопасности на предприятии, минимизирующей ущерб и затраты на устранение инцидентов в условиях ограниченных ресурсов и времени.

Методы. В работе проведен анализ существующих подходов к управлению инцидентами информационной безопасности, включая математические и имитационные модели, стохастические дифференциальные уравнения, цепи Маркова и другие методы. Основанием для работы послужил системный подход, который включает в себя всесторонний анализ параметров инцидентов, действий по их устранению, времени реакции, а также ущерба от реализации инцидентов и вероятности успешного их устранения. Для проверки работоспособности разработанной модели использовались синтетические данные, которые отражают разнообразные типы инцидентов и возможные пути их ликвидации.

Результаты. Предложенная модель управления инцидентами позволяет оптимизировать управление инцидентами за счет минимизации ущерба и затрат. В рамках модели учитываются такие параметры, как критичность инцидентов, доступные ресурсы, время реакции и вероятность успешного устранения инцидентов. Апробация модели на синтетических данных показала, что предложенный подход существенно улучшает выбор оптимальных действий для реагирования на инциденты в ситуациях ограничений бюджета и времени, что в свою очередь повышает общую эффективность управления инцидентами.

Выводы. Внедрение предложенной модели на предприятиях позволит повысить общий уровень информационной безопасности, эффективность реагирования на инциденты и улучшить процессы защиты информации. Это обеспечит минимизацию рисков, связанных с утечками данных и другими инцидентами, и поможет предприятиям принимать обоснованные и оперативные решения в условиях ограниченных ресурсов и времени.

Ключевые слова: управление инцидентами, информационная безопасность, моделирование инцидентов, минимизация ущерба, ограниченные ресурсы, математическое моделирование, оптимизация

• Поступила: 12.09.2024 • Доработана: 30.09.2024 • Принята к опубликованию: 14.10.2024

Для цитирования: Митяков Е.С., Максимова Е.А., Артемова С.В., Бакаев А.А., Вегера Ж.Г. Моделирование процессов управления инцидентами информационной безопасности на предприятии. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):39–47. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-39-47>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Modeling incident management processes in information security at an enterprise

Evgeny S. Mityakov[@],
Elena A. Maksimova,
Svetlana V. Artemova,
Anatoly A. Bakaev,
Zhanna G. Vegera

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: mityakov@mirea.ru

Abstract

Objectives. The primary aim of the study is to develop a model for managing information security incidents within an enterprise that minimizes damage and costs associated with incident resolution under limited resources and time constraints.

Methods. The paper analyzes existing approaches to managing information security incidents, including mathematical and simulation models, stochastic differential equations, Markov chains, and other methods. The study is based on a systems approach, incorporating analysis of incident parameters, actions for their resolution, response times, damages due to incident occurrence, and the probability of incident elimination. To validate the developed model, synthetic data reflecting various types of incidents and possible actions were used.

Results. The proposed model optimizes incident management by minimizing damage and costs. It considers parameters such as incident criticality, available resources, response time, and the likelihood of successful incident resolution. Testing of the model on synthetic data showed that the proposed approach significantly improves the selection of optimal actions for responding to incidents in situations constrained by budget and time limitations, thereby enhancing the overall effectiveness of incident management.

Conclusions. Implementing the proposed model in enterprises will improve the overall level of information security, enhance incident response efficiency, and strengthen information protection processes. This will ensure the minimization of risks associated with data leaks and other incidents, thus helping enterprises to make informed and timely decisions under conditions of limited resources and time.

Keywords: incident management, information security, incident modeling, damage minimization, limited resources, mathematical modeling, optimization

• Submitted: 12.09.2024 • Revised: 30.09.2024 • Accepted: 14.10.2024

For citation: Mityakov E.S., Maksimova E.A., Artemova S.V., Bakaev A.A., Vegera Zh.G. Modeling incident management processes in information security at an enterprise. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):39–47. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-39-47>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Управление инцидентами информационной безопасности на предприятии – это процесс идентификации, анализа и реагирования на инциденты, связанные с информационными системами и данными, который включает в себя комплекс мероприятий по предотвращению, минимизации ущерба и восстановлению нормального функционирования систем после инцидентов.

В современных реалиях данный процесс выступает ключевым аспектом обеспечения информационной безопасности организации. Сегодня предприятия сталкиваются с множеством угроз – от кибератак и несанкционированного доступа к данным до утечек информации. Названные угрозы влекут за собой финансовые потери и подрыв репутации компании. Поэтому надлежащее управление инцидентами информационной безопасности на предприятии выступает неотъемлемой частью его общей стратегии безопасности. Такое управление позволяет, во-первых, обеспечить оперативную реакцию на текущие угрозы, и, во-вторых, сформировать проактивный подход к прогнозированию и предотвращению потенциальных инцидентов информационной безопасности.

В Российской Федерации управление инцидентами информационной безопасности регламентируется рядом государственных стандартов. Один из них, ГОСТ Р 59712-2022¹, посвящен управлению инцидентами компьютерной безопасности, что является более узкой областью в рамках информационной безопасности. Этот стандарт описывает структурированный подход к обнаружению, регистрации, реагированию и анализу инцидентов в рамках государственной системы ГосСОПКА². В свою очередь, ГОСТ Р ИСО/МЭК ТО 18044-2007³ охватывает более широкий спектр инцидентов информационной безопасности, устанавливая требования к их документированию, правовой экспертизе, взаимодействию

с органами и адаптации к современным угрозам. Однако в названных стандартах не учитываются механизмы оценки ущерба от инцидентов и затрат на их устранение, что ограничивает их применение в условиях, когда критичны время и ресурсы.

В данной работе рассматриваются процессы управления инцидентами информационной безопасности на предприятии, с акцентом на анализ существующих подходов и моделей, направленных на оптимизацию затрат на устранение последствий, повышение оперативности реагирования на инциденты и минимизацию ущерба. Основной целью статьи является разработка модели, которая систематизирует процесс управления инцидентами и помогает повысить эффективность принятия решений в условиях ограниченных ресурсов и времени.

УПРАВЛЕНИЕ ИНЦИДЕНТАМИ В СИСТЕМЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Управление инцидентами информационной безопасности имеет решающее значение для поддержания целостности, конфиденциальности и доступности данных предприятия. Эффективное управление инцидентами включает в себя выявление, реагирование и извлечение уроков из инцидентов безопасности для улучшения общего состояния безопасности. Инцидент в контексте информационной безопасности – это любое событие или действие, которое наносит или потенциально может нанести вред конфиденциальности, целостности или доступности информации и информационных систем. Инциденты могут варьироваться от случайных ошибок до целенаправленных атак, и их последствия могут быть достаточно серьезными для организаций.

Примеры инцидентов включают вирусные атаки, утечки данных, DDoS-атаки⁴, несанкционированный

¹ ГОСТ Р 59712-2022. Национальный стандарт Российской Федерации. *Защита информации. Управление компьютерными инцидентами. Руководство по реагированию на компьютерные инциденты*. М.: Стандартинформ; 2023. 20 с. [GOST R 59712-2022. National Standard of the Russian Federation. *Information protection. Computer incident management. Guide to responding to computer incident*. Moscow: Standartinform; 2023. 20 p. (in Russ.).]

² <https://gossopka.ru/> (in Russ.). Дата обращения 15.07.2024. / Accessed July 15, 2024.

³ ГОСТ Р ИСО/МЭК ТО 18044-2007. Национальный стандарт Российской Федерации. *Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Менеджмент инцидентов информационной безопасности*. М.: Стандартинформ; 2008. 50 с. [GOST R ISO/IEC TO 18044-2007. National Standard of the Russian Federation. *Information technology. Security techniques. Information security incident management*. Moscow: Standartinform; 2008. 50 p. (in Russ.).]

⁴ Distributed denial of service – распределенный отказ в обслуживании.

доступ и др. Существуют различия между инцидентами и простыми нарушениями. Инцидент является событием, которое вызывает (или может вызвать) негативные последствия для безопасного функционирования систем. В свою очередь, простые нарушения, как правило, не приводят к значительным последствиям или ущербу и могут быть устранены без воздействия на безопасность системы. Таким образом, инциденты требуют более всестороннего анализа, оперативной реакции и, потенциально, применения соответствующих мер по восстановлению и совершенствованию защиты.

Своевременное реагирование на инциденты способствует совершенствованию процессов управления обеспечением информационной безопасности. Тем не менее, связь между функциями реагирования на инциденты и управления безопасностью зачастую отсутствует. Поэтому предприятиям необходимо устанавливать интеграцию между этими двумя областями, иметь четкий план действий, который может повысить доверие и поддержку со стороны подрядчиков [1].

Выявление инцидентов безопасности в режиме реального времени осуществляется посредством специализированных центров управления безопасностью с использованием систем управления информацией и событиями информационной безопасности. Данные центры собирают, нормализуют, хранят и сопоставляют события безопасности, они необходимы для быстрого обнаружения инцидентов, минимизации потерь, устранения уязвимостей и восстановления ИТ-услуг [2].

В задачах управления информационной безопасностью необходимо задействовать целостный подход, включающий разработку и выполнение политик безопасности, обучение по соблюдению требований и согласование бизнеса и ИТ⁵. Например, в работе [3] отмечено, что интеграция цифровой криминалистики с обработкой инцидентов может повысить эффективность стратегий реагирования на инциденты.

В работе [4] показано, что эффективное управление инцидентами требует сочетания технологических решений и управленческих мероприятий (разработка политик безопасности, обучение и обмен информацией между департаментами и т.д.). Текущие практики управления инцидентами соответствуют стандартам ISO/IEC 27035⁶, но организации зачастую сталкиваются

с определенными трудностями, которые решают с помощью усовершенствованных стратегий.

Таким образом, эффективное управление инцидентами информационной безопасности на предприятиях включает в себя сочетание тщательного анализа инцидентов, стратегического использования специализированных информационных систем, целостного подхода к управлению безопасностью и интеграции технологических и управленческих решений. Устраняя пробелы в коммуникации, используя инструменты мониторинга в реальном времени и внедряя передовой опыт, организации могут улучшить свои возможности реагирования на инциденты и общее состояние безопасности [5].

СУЩЕСТВУЮЩИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ИНЦИДЕНТАМИ

Для повышения эффективности процессов управления инцидентами в профильной научной литературе предлагаются различные модели. Например, в [6] рассматривалось когнитивное моделирование деструктивных злоумышленных воздействий на объектах критической информационной инфраструктуры и модель состояний субъектов критической информационной инфраструктуры при деструктивных воздействиях в статичном режиме.

Для описания динамики систем управления информацией и событиями безопасности используют цепи Маркова и стохастические дифференциальные уравнения [7]. Использование контролируемых цепей Маркова помогает формализовать и структурировать процесс поддержки принятия решений для управления событиями безопасности и инцидентами. Данный подход фокусируется на динамике обнаружения и предотвращения кибератак, обеспечивая своевременность, обоснованность, секретность и эффективность ресурсов [8].

В ряде исследований для моделирования управления инцидентами предложено использовать имитационные модели, которые оценивают эффективность операций по управлению инцидентами, анализируя реальные данные и различные стратегии развертывания групп реагирования на чрезвычайные ситуации. Эти модели могут прогнозировать статистические закономерности кибератак и эффективность групп реагирования на инциденты, что позволяет осуществлять динамические корректировки для поддержания требуемого уровня защиты [9].

В работе [10] показано, что реализация трехуровневой модели управления инцидентами с использованием ключевых метрик значительно повышает эффективность обработки инцидентов. Данная модель объединяет метрики процесса, технологии и обслуживания для повышения скорости, удовлетворенности пользователей и доступности каналов обработки инцидентов.

⁵ Tran D.U. *Holistic Understanding of Information Security Posture*: Thesis Dr. Phil. University of Oslo, Department of Informatics, Series of Dissertations Submitted to the Faculty of Mathematics and Natural Sciences, no. 2696. 2023. <https://www.duo.uio.no/bitstream/handle/10852/106520/PhD-Tran-2023.pdf?sequence=3&isAllowed=y>. Дата обращения 15.07.2024. / Accessed July 15, 2024.

⁶ <https://www.iso.org/standard/78973.html>. Дата обращения 15.07.2024. / Accessed July 15, 2024.

Кроме названных моделей в научной литературе можно встретить различные подходы, основанные на формальных языках и теории автоматов [11] (обеспечивают структурированный подход к моделированию и анализу процессов управления инцидентами, позволяя выявлять и решать системные проблемы), приоритизации инцидентов [12] (используют отзывы аналитиков для исправления ошибок в процессе оценки, гарантируя оперативное решение наиболее критических инцидентов) и др. Интегрируя механизмы обратной связи и комплексное управление событиями безопасности, организации могут поддерживать надежные процессы управления инцидентами, которые адаптируются к меняющимся угрозам и технологическим изменениям.

Таким образом, в задачах управления инцидентами информационной безопасности используются различные модели, включая математические, имитационные, системные динамические и формальные языковые подходы. Данные модели направлены на улучшение идентификации, классификации и реагирования на инциденты, эффективное и проактивное управление рисками безопасности [13]. Управление инцидентами информационной безопасности выступает важным процессом, который напрямую связан с обеспечением трех ключевых элементов: целостности, аутентификации и доступности данных [14]. Применение вариативных моделей позволяет улучшить процессы идентификации, классификации и устранения инцидентов. Для достижения максимальной эффективности важно учитывать специфику каждой организации, степень угроз и доступные ресурсы, чтобы адаптировать модели к реальным условиям.

МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ИНЦИДЕНТАМИ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ НА ПРЕДПРИЯТИИ

В задачах управления инцидентами информационной безопасности можно использовать модель, содержащую следующие компоненты:

1. *Множество инцидентов информационной безопасности* $I = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$, где I_i – инцидент информационной безопасности, зафиксированный в организации. При этом каждый инцидент характеризуется параметрами времени обнаружения, степени критичности, вероятности реализации угрозы и т.д.
2. *Множество действий по управлению инцидентами* $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$, где A_j – определенное действие по устранению инцидента или минимизации его последствий. К таким действиям можно отнести блокировку доступа, восстановление данных, внедрение дополнительных защитных мер на предприятии и т.д.
3. *Время реакции на инцидент* $T(I_i)$. Данный компонент модели зависит от уровня критичности

инцидента и ресурсов, доступных для реагирования. В идеале, чем выше критичность инцидента, тем меньше должно быть время реакции.

4. *Функция ущерба от инцидента* $D(I_i)$ оценивает реальные или возможные потери для организации в результате инцидента I_i (финансовые потери, ущерб репутации, нарушение конфиденциальности данных и т.д.).
5. *Функция вероятности устранения инцидента* $P(A_j, I_i)$ показывает вероятность успеха действия A_j по отношению к инциденту I_i . Вероятность зависит от различных факторов (квалификация сотрудников, время выполнения, тип инцидента и др.).
6. *Затраты на устранение инцидента* $C(A_j, I_i)$ отражают сколько ресурсов (финансовых, временных и человеческих) нужно потратить на реализацию действия A_j для устранения инцидента I_i .

Ключевой целью модели выступает решение задачи минимизации общего ущерба от инцидентов информационной безопасности и затрат на их устранение. Для решения названной задачи целесообразно минимизировать следующую целевую функцию:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [D(I_i)(1 - P(A_j, I_i)) + C(A_j, I_i)] \rightarrow \min,$$

где Z – это совокупность ущерба и затрат на все инциденты. При этом целесообразен учет ограничений на доступные ресурсы, время реакции и уровень риска:

$$T(I_i) \leq T_{\max},$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C(A_j, I_i) \leq R,$$

$$P(A_j, I_i) \geq P_{\min},$$

$$I_i \in I, A_j \in A,$$

где $T_{\max}$ – максимальное допустимое время реакции на инцидент (может быть установлено политикой безопасности предприятия), R – общий доступный бюджет (количество ресурсов), выделенный на устранение инцидентов информационной безопасности, $P_{\min}$ – минимально допустимая вероятность успешного устранения инцидента.

Использование приведенной модели подразумевает следующие шаги:

1. *Обнаружение инцидента.*
2. *Сбор данных об инциденте* (критичность, возможный ущерб, затраты на устранение).
3. *Оценка вероятности успешного устранения инцидента с учетом временных и финансовых ограничений.*

4. *Оптимизация действий* (на основе представленной модели находится минимизирующее ущерб и затраты действие A_j).
5. *Мониторинг и корректировка* (после выполнения всех необходимых действий по устранению инцидента модель может быть скорректирована для дальнейшего анализа и предотвращения инцидентов в будущем).

Предложенная модель помогает систематизировать процесс управления инцидентами информационной безопасности и принять оптимальные решения по их устранению. Однако модель содержит ряд ограничений и допущений. К ограничениям можно отнести необходимость точных и актуальных данных, трудности в оценках ущерба и вероятности, а также игнорирование человеческого фактора. Допущения модели включают линейность функций ущерба и затрат, независимость инцидентов, однозначное определение критичности и др. Предприятиям целесообразно учитывать эти аспекты, адаптируя модель к собственным условиям информационной безопасности.

Для эффективной апробации модели использован набор синтетических данных, имитирующих различные типы инцидентов и возможные пути их ликвидации. Выбор синтетических данных взамен реальных обусловлен ограниченной доступностью последних, поскольку предприятия зачастую не могут или не желают делиться информацией о своих инцидентах по соображениям безопасности и конфиденциальности. Кроме того, применение синтетических данных позволяет строить более полные и надежные модели на основе разнообразных гипотетических сценариев. Такой подход в сочетании с теоретическим анализом и разработкой создает основу для более глубокого понимания механизмов реагирования на инциденты и управления ими в области информационной безопасности. Таким образом, использование синтетических данных представляет собой обоснованный метод в условиях нехватки реальной информации и направлено на обеспечение качественной и надежной апробации модели.

Пусть в ходе анализа на предприятии выявлен ряд инцидентов информационной безопасности, каждый из которых требует различных действий для устранения, которые ограничены по ресурсам и времени. Исходные данные для расчетов представлены в табл. 1.

Допустим, у предприятия ограниченные ресурсы для реагирования: бюджет на устранение инцидентов составляет $R = 50000$ у.е., а максимальное время реакции на все инциденты – 6 ч. Пусть для каждого инцидента существует несколько возможных действий с разной стоимостью, вероятностью устранения и временем выполнения (табл. 2).

Таблица 1. Исходные данные

Инцидент	Потенциальный ущерб (D), у.е.	Время реакции (T), ч	Критичность
Утечка данных клиентской базы	200000	2	Высокая
Вирусная атака на серверы	100000	5	Средняя
Неправомерный доступ к сети	50000	1	Низкая

Таблица 2. Возможные действия по устранению инцидентов информационной безопасности

Инцидент	Действие	Стоимость (C), у.е.	Вероятность успеха (P)
Утечка данных (I_1)	Отключение внешних соединений (A_1)	15000	0.7
	Уведомление клиентов и правка уязвимости (A_2)	25000	0.9
Вирусная атака (I_2)	Перезагрузка серверов и запуск антивируса (A_3)	10000	0.8
	Замена оборудования и восстановление данных (A_4)	20000	0.95
Неправомерный доступ (I_3)	Отключение сессии нарушителя (A_5)	5000	0.6
	Аудит сети и исправление конфигурации (A_6)	8000	0.85

Для минимизации ущерба с учетом ограничений нужно выбрать действия для каждого инцидента. Рассмотрим альтернативы.

Для I_1 . Действие A_1 дешевле, однако, имеет вероятность успеха 0.7, тогда как действие A_2 дороже, но вероятность успеха выше (0.9). Учитывая критичность инцидента, целесообразно выбрать действие A_2 , т.к. утечка данных несет высокий ущерб.

Для I_2 . Действие A_3 дешевле и имеет достаточно высокую вероятность успеха (0.8). Учитывая бюджетные ограничения, выбираем действие A_3 .

Для I_3 . Действие A_5 самое дешевое, однако, вероятность его успеха равна всего 0.6. В данном случае целесообразнее выбрать действие A_6 , т.к. его вероятность успеха значительно выше (0.85), и можно уложиться в бюджет.

Построим модель по исходным данным. Целевая функция и ограничения модели будут иметь следующий вид:

$$Z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 [D(I_i)(1 - P(A_j, I_i)) + C(A_j, I_i)],$$

$$C(A_1, I_1) + C(A_3, I_2) + C(A_5, I_3) \leq 50000 \text{ у.е.},$$

$$T(I_1) + T(I_1) + T(I_1) \leq 6 \text{ ч.}$$

Окончательное модельное решение примет следующий вид:

- A_2 для инцидента 1 (стоимость равна 25000 у.е., вероятность успеха – 0.9).
- A_3 для инцидента 2 (стоимость равна 10000 у.е., вероятность успеха – 0.8).
- A_6 для инцидента 3 (стоимость равна 8000 у.е., вероятность успеха – 0.85).

Рассчитав общие затраты и ущерб, получим $Z = 90500$ у.е. Таким образом, применение модели позволило выбрать оптимальные действия для устранения инцидентов с минимальными затратами и ущербом в рамках имеющегося бюджета и времени реакции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в статье модель управления инцидентами помогает минимизировать ущерб и затраты за счет оптимального выбора действий в условиях ограниченных ресурсов. Хотя модель имеет свои ограничения, ее использование на практике может существенно повысить уровень информационной безопасности предприятия.

В рамках работы предложена модель управления инцидентами информационной безопасности, направленная на минимизацию ущерба и затрат. Однако ее практическое использование вызывает ряд вопросов, связанных с упрощениями: линейность функций ущерба и затрат, независимость инцидентов и однозначное определение их критичности. Эти допущения не всегда отражают сложность реальных ситуаций, где инциденты взаимосвязаны, а последствия могут быть нелинейными. Кроме того, модель не учитывает человеческий фактор и сложности получения точных данных на этапах реагирования. Реальные условия предполагают ограниченность ресурсов, стрессовые ситуации и необходимость приоритизации.

Несмотря на указанные ограничения, предложенная модель значительно развивает существующие стандарты и модели управления инцидентами информационной безопасности. Модель включает приоритизацию инцидентов, оценку критичности и распределение ресурсов, что позволяет принимать более обоснованные и оперативные решения в условиях ограниченного времени и ресурсов.

Таким образом, модель может дополнить существующие подходы, предложив инструменты для более точного анализа и эффективного управления инцидентами, ориентированного на снижение их последствий и повышение общей устойчивости предприятия к угрозам информационной безопасности.

В дальнейших исследованиях планируется проведение апробации на реальных данных, что позволит более точно оценить эффективность разработанной модели. Кроме того, дальнейшие исследования могут быть связаны с интеграцией моделей управления инцидентами с другими процессами управления информационной безопасностью. Также крайне важно дать оценку влияния человеческого фактора на инциденты и сформировать действенные механизмы обучения сотрудников.

Вклад авторов

Е.С. Митяков – провел основную часть исследования, включая разработку концепции модели управления инцидентами, определение ключевых элементов модели, анализ существующих подходов и формирование практических рекомендаций.

Е.А. Максимова – внесла вклад в обзор литературы, формализацию модели, определение этапов управления инцидентами.

С.В. Артемьева – участвовала в анализе существующих моделей управления инцидентами, сборе и систематизации информации о практике применения моделей в различных организациях.

А.А. Бакаев – курировал процесс исследования, предоставил рекомендации по формулировке проблемы и разработке модели, провел экспертную оценку полученных результатов.

Ж.Г. Вегера – провела численные расчеты по модели, внесла вклад в интерпретацию результатов моделирования, участвовала в подготовке статьи к публикации.

Authors' contributions

E.S. Mityakov – conducted the majority of the research, including the development of the concept of the incident management model, the definition of the model's key elements, the analysis of existing approaches, and the formulation of practical recommendations.

E.A. Maksimova – contributed to the literature review, formalization of the model, and the definition of incident management stages.

S.V. Artemova – participated in the analysis of existing incident management models, collecting and systematizing information about the practice of applying models in various organizations.

A.A. Bakaev – supervised the research process, provided guidance on problem formulation and model development, and conducted an expert evaluation of the obtained results.

Zh.G. Vegera – conducted numerical calculations based on the model, contributed to the interpretation of the modeling results, and participated in preparing the article for publication.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Żywiolek J., di Taranto A. Creating value added for an enterprise by managing information security incidents. *System Safety: Human – Technical Facility – Environment*. 2019;1(1):156–162. <https://doi.org/10.2478/CZOTO-2019-0020>
2. Zidan K., Alam A., Allison J., Al-sherbaz A. Assessing the challenges faced by Security Operations Centers (SOC). In: Arai K. (Ed.). *Advances in Information and Communication. FICC 2024. Lecture Notes in Networks and Systems*. Springer; 2024. V. 920. P. 256–271. https://doi.org/10.1007/978-3-031-53963-3_18
3. Sackey A. Information Security Incident Handling in the Cloud. In: *Book Chapter Series on Research Nexus in IT, Law, Cyber Security & Forensics*. 2022. P. 103–108. <https://doi.org/10.22624/AIMS/CRP-BK3-P17>
4. Дёмина А.К. Управление инцидентами информационной безопасности. *Международный журнал гуманитарных и естественных наук*. 2024;5–1(92):227–231. <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2024-5-1-227-231>, URL: <https://elibrary.ru/aizkwa>
5. Khorev P.B., Karpeeva V.A. Software tools for analyzing information security incidents based on monitoring of information resources. In: *2022 6th International Conference on Information Technologies in Engineering Education (Inforino)*. IEEE; 2022. <https://doi.org/10.1109/Inforino53888.2022.9782979>, URL: <https://elibrary.ru/qjfmzi>
6. Максимова Е.А. Когнитивное моделирование деструктивных злоумышленных воздействий на объектах критической информационной инфраструктуры. *Труды учебных заведений связи*. 2020;6(4):91–103. <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2020-6-4-91-103>, URL: <https://elibrary.ru/lirtxz>
7. Котенко И.В., Парашук И.Б. Модель системы управления информацией и событиями безопасности. *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика*. 2020;2:84–94. <https://doi.org/10.24143/2072-9502-2020-2-84-94>, URL: <https://elibrary.ru/owaldx>
8. Kotenko I., Parashchuk I. An approach to modeling the decision support process of the security event and incident management based on Markov chains. *IFAC-PapersOnLine*. 2019;52(13):934–939. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.314>, URL: <https://elibrary.ru/eqccxc>
9. Dohitvea I., Shyian A. Simulation of the work of the information security incident response team during cyberattacks. *Herald of Khmelnytskyi National University*. 2021;303(6):115–123.
10. Микрюков А.А., Куулар А.В. Разработка модели управления инцидентами в информационной системе предприятия на основе трехуровневой архитектуры с использованием ключевых (релевантных) метрик. *Открытое образование*. 2020;24(3):78–86. <https://doi.org/10.21686/1818-4243-2020-3-78-86>, URL: <https://elibrary.ru/fcqqjr>
11. Mouratidis H., Islam S., Santos-Olmo A., Sanchez L.E., Ismail U.M. Modelling language for cyber security incident handling for critical infrastructures. *Comput. Secur.* 2023;128(8):103139. <https://doi.org/10.1016/j.cose.2023.103139>
12. Renners L., Heine F., Kleiner C., Rodosek G. Design and evaluation of an approach for feedback-based adaptation of incident prioritization. In: *2019 2nd International Conference on Data Intelligence and Security (ICDIS)*. IEEE; 2019. P. 28–35. <https://doi.org/10.1109/ICDIS.2019.00012>
13. Maksimova E., Sadovnikova N. Proactive modeling in the assessment of the structural functionality of the subject of critical information infrastructure. In: Kravets A.G., Shcherbakov M., Parygin D., Groumpos P.P. (Eds.). *Creativity in Intelligent Technologies and Data Science (CIT&DS 2021). Communications in Computer and Information Science*. Springer; 2021. V. 1448. P. 436–448. https://doi.org/10.1007/978-3-030-87034-8_31
14. Alin Z., Sharma R. Cybersecurity management for incident response. *Romanian Cyber Security Journal*. 2022;4(1):69–75. URL: <https://elibrary.ru/ihxntg>

REFERENCES

1. Żywiolek J., di Taranto A. Creating value added for an enterprise by managing information security incidents. *System Safety: Human – Technical Facility – Environment*. 2019;1(1):156–162. <https://doi.org/10.2478/CZOTO-2019-0020>
2. Zidan K., Alam A., Allison J., Al-sherbaz A. Assessing the challenges faced by Security Operations Centers (SOC). In: Arai K. (Ed.). *Advances in Information and Communication. FICC 2024. Lecture Notes in Networks and Systems*. Springer; 2024. V. 920. P. 256–271. https://doi.org/10.1007/978-3-031-53963-3_18
3. Sackey A. Information Security Incident Handling in the Cloud. In: *Book Chapter Series on Research Nexus in IT, Law, Cyber Security & Forensics*. 2022. P. 103–108. <https://doi.org/10.22624/AIMS/CRP-BK3-P17>
4. Demina A.K. Information security incident management. *Mezhdunarodnyi zhurnal gumanitarnykh i estestvennykh nauk = International Journal of Humanities and Natural Sciences*. 2024;5–1(92):227–231 (in Russ.). <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2024-5-1-227-231>, available from URL: <https://elibrary.ru/aizkwa>
5. Khorev P.B., Karpeeva V.A. Software tools for analyzing information security incidents based on monitoring of information resources. In: *2022 6th International Conference on Information Technologies in Engineering Education (Inforino)*. IEEE; 2022. <https://doi.org/10.1109/Inforino53888.2022.9782979>, available from URL: <https://elibrary.ru/qjfmzi>
6. Maksimova E.A. Cognitive modeling of destructive malicious impacts on critical information infrastructure objects. *Trudy uchebnykh zavedenii svyazi = Proceedings of Telecommunication Universities*. 2020;6(4):91–103 (in Russ.). <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2020-6-4-91-103>, available from URL: <https://elibrary.ru/lirtxz>
7. Kotenko I.V., Parashchuk I.B. Model of security information and event management system. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika = Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*. 2020;2:84–94 (in Russ.). <https://doi.org/10.24143/2072-9502-2020-2-84-94>, available from URL: <https://elibrary.ru/owaldx>
8. Kotenko I., Parashchuk I. An approach to modeling the decision support process of the security event and incident management based on Markov chains. *IFAC-PapersOnLine*. 2019;52(13):934–939. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.314>, available from URL: <https://elibrary.ru/eqccxc>

9. Dohtieva I., Shyian A. Simulation of the work of the information security incident response team during cyberattacks. *Herald of Khmelnytskyi National University*. 2021;303(6):115–123.
10. Mikryukov A.A., Kuular A.V. Development of an incident management model in an enterprise information system based on a three-tier architecture using key (relevant) metrics. *Otkrytoe obrazovanie = Open Education*. 2020;24(3):78–86 (in Russ.). <https://doi.org/10.21686/1818-4243-2020-3-78-86>, available from URL: <https://elibrary.ru/fcqjir>
11. Mouratidis H., Islam S., Santos-Olmo A., Sanchez L.E., Ismail U.M. Modelling language for cyber security incident handling for critical infrastructures. *Comput. Secur.* 2023;128(8):103139. <https://doi.org/10.1016/j.cose.2023.103139>
12. Renners L., Heine F., Kleiner C., Rodosek G. Design and evaluation of an approach for feedback-based adaptation of incident prioritization. In: *2019 2nd International Conference on Data Intelligence and Security (ICDIS)*. IEEE: 2019. P. 28–35. <https://doi.org/10.1109/ICDIS.2019.00012>
13. Maksimova E., Sadovnikova N. Proactive modeling in the assessment of the structural functionality of the subject of critical information infrastructure. In: Kravets A.G., Shcherbakov M., Parygin D., Groumpos P.P. (Eds.). *Creativity in Intelligent Technologies and Data Science (CIT&DS 2021)*. *Communications in Computer and Information Science*. Springer; 2021. V. 1448. P. 436–448. https://doi.org/10.1007/978-3-030-87034-8_31
14. Alin Z., Sharma R. Cybersecurity management for incident response. *Romanian Cyber Security Journal*. 2022;4(1):69–75. Available from URL: <https://elibrary.ru/ihxntg>

Об авторах

Митяков Евгений Сергеевич, д.э.н., профессор, и.о. заведующего кафедрой КБ-9 «Предметно-ориентированные информационные системы», Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: mityakov@mirea.ru. Scopus Author ID 55960540500, SPIN-код РИНЦ 5691-8947, <https://orcid.org/0000-0001-6579-0988>

Максимова Елена Александровна, д.т.н., доцент, заведующий кафедрой КБ-4 «Интеллектуальные системы информационной безопасности», Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: maksimova@mirea.ru. Scopus Author ID 57219701980, SPIN-код РИНЦ 6876-5558, <https://orcid.org/0000-0001-8788-4256>

Артемова Светлана Валерьевна, д.т.н., доцент, заведующий кафедрой КБ-1 «Защита информации», Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: artemova_s@mirea.ru. Scopus Author ID 6508256085, SPIN-код РИНЦ 3775-6241, <https://orcid.org/0009-0006-8374-8197>

Бакаев Анатолий Александрович, д.и.н., к.ю.н., доцент, директор Института кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: bakaev@mirea.ru. Scopus Author ID 57297341000, SPIN-код РИНЦ 5283-9148, <https://orcid.org/0000-0002-9526-0117>

Вегера Жанна Геннадьевна, к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой высшей математики, Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: vegera@mirea.ru. Scopus Author ID 57212931836, SPIN-код РИНЦ 9076-5678, <https://orcid.org/0000-0001-7312-3341>

About the authors

Evgeny S. Mityakov, Dr. Sci. (Econ.), Professor, Acting Head of the “Subject-Oriented Information Systems” Department, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: mityakov@mirea.ru. Scopus Author ID 55960540500, RSCI SPIN-code 5691-8947, <https://orcid.org/0000-0001-6579-0988>

Elena A. Maksimova, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the “Intelligent Information Security Systems” Department, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: maksimova@mirea.ru. Scopus Author ID 57219701980, RSCI SPIN-code 6876-5558, <https://orcid.org/0000-0001-8788-4256>

Svetlana V. Artemova, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the “Information Protection” Department, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: artemova_s@mirea.ru. Scopus Author ID 6508256085, RSCI SPIN-code 3775-6241, <https://orcid.org/0009-0006-8374-8197>

Anatoly A. Bakaev, Dr. Sci. (Hist.), Cand. Sci. (Juri.), Associate Professor, Director of the Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: bakaev@mirea.ru. Scopus Author ID 57297341000, RSCI SPIN-code 5283-9148, <https://orcid.org/0000-0002-9526-0117>

Zhanna G. Vegera, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: vegera@mirea.ru. Scopus Author ID 57212931836, RSCI SPIN-code 9076-5678, <https://orcid.org/0000-0001-7312-3341>

УДК 004.932.4

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-48-58>

EDN NZQPFH



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Цифровой трехкаскадный рекурсивно-сепарабельный фильтр обработки изображений с изменяемыми размерами сканирующей многоэлементной апертуры

А.В. Каменский,
Т.М. Акаева[@],
Д.А. Гребенщикова

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, 634050 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: ttnakaeva@gmail.com

Резюме

Цели. Основными целями цифровой обработки изображений являются повышение их четкости при сохранении качества изображения и устранение шумов. Однако объемы информации, содержащейся в файлах цифровых изображений, растут из года в год. Это обстоятельство негативно сказывается на времени их обработки, что критично для систем с высокими требованиями к нагрузке на вычислительную платформу. В связи с этим актуальным становится применение цифровых фильтров, позволяющих сократить время обработки поступающих данных. Для решения этой задачи разрабатываются адаптивные фильтры с различными размерами многоэлементной апертуры обработки, которые позволяют повысить четкость и сохранить детали изображения. Фильтры с адаптивными свойствами способны изменять свои параметры в процессе обработки данных, обеспечивая максимальное быстродействие при увеличении размеров апертуры. Целью работы является разработка рекурсивно-сепарабельного цифрового фильтра с изменяемыми размерами сканирующей многоэлементной апертуры, позволяющего сократить количество вычислительных операций при сохранении эффективности фильтрации входных данных (изображений).

Методы. В работе использовались рекурсивно-сепарабельные методы и алгоритмы построения цифровых фильтров.

Результаты. Описан алгоритм рекурсивно-сепарабельной реализации цифрового фильтра, а также представлен итоговый вид апертуры обработки и ее трехмерный вид. Для оценки быстродействия фильтра проведено сравнение разработанного алгоритма с алгоритмом классической двумерной свертки. Эксперимент проводился с использованием изображений различных размеров и заключался в определении времени, затраченного на процесс обработки тестового изображения. Установлено, что время обработки тестового изображения с применением разработанного фильтра в среднем в 5 раз меньше, чем время, затрачиваемое алгоритмом классической двумерной свертки. Определены оптимальные коэффициенты увеличения центрального элемента и поднятия положительной части апертуры цифрового фильтра, позволяющие повысить эффективность его применения.

Выводы. Проведенные исследования показывают эффективность использования разработанного рекурсивно-сепарабельного двумерного фильтра для повышения четкости изображений и уменьшения затрачиваемого на обработку времени.

Ключевые слова: цифровая обработка изображений, цифровые фильтры, рекурсия, сепарабельность, повышение четкости изображений, быстродействие

• Поступила: 29.09.2023 • Доработана: 22.04.2024 • Принята к опубликованию: 20.09.2024

Для цитирования: Каменский А.В., Акаева Т.М., Гребенщикова Д.А. Цифровой трехкаскадный рекурсивно-сепарабельный фильтр обработки изображений с изменяемыми размерами сканирующей многоэлементной апертуры. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):48–58. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-48-58>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Digital three-stage recursive-separable image processing filter with variable sizes of scanning multielement aperture

Andrey V. Kamenskiy,
Tatyana M. Akaeva[@],
Darya A. Grebenshchikova

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, 634050 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: ttnakaeva@gmail.com

Abstract

Objectives. The main aim of digital image processing is to increase clarity while maintaining image quality and eliminate noise. However, the amount of information contained in digital image files is growing year after year. This circumstance negatively affects processing time, critical for systems with high load requirements on the computing platform. In this regard, the use of digital filters which enable a reduction to the processing time of incoming data is important. In order to resolve this issue, adaptive filters with different sizes of multielement processing aperture are being developed to improve image clarity and preserve image details. Filters with adaptive properties are able to change their parameters during data processing, and provide maximum performance as the aperture size increases. The aim of the work is to develop a type of recursively separable digital filter with variable sizes of a scanning multielement aperture which allows the number of computational operations to be reduced while maintaining the efficiency of filtering input data (images).

Methods. The work used recursive-separable methods and algorithms to construct digital filters.

Results. An algorithm for the recursive-separable implementation of a digital filter is described, and the final view of the processing aperture and its three-dimensional appearance are presented. In order to evaluate the performance of the filter, a comparison of the developed algorithm with the classical two-dimensional convolution algorithm was carried out. The experiment was performed using images of various sizes and consisted of determining the time spent on the process of processing the test image. The study established that the processing time of a test image using the developed filter is on average 5 times less than the time taken by the classical two-dimensional convolution algorithm. The optimal coefficients for magnifying the central element and raising the positive part of the aperture of a digital filter were determined, enabling the efficiency of its use to be enabled.

Conclusions. The studies show the effectiveness of using the developed recursive-separable two-dimensional filter to improve image clarity and reduce the time spent on processing.

Keywords: digital image processing, digital filters, recursion, separability, increased image clarity, speed

• Submitted: 29.09.2023 • Revised: 22.04.2024 • Accepted: 20.09.2024

For citation: Kamenskiy A.V., Akaeva T.M., Grebenshchikova D.A. Digital three-stage recursive-separable image processing filter with variable sizes of scanning multielement aperture. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):48–58. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-48-58>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Первым предварительным этапом при анализе изображений, как правило, является их цифровая обработка. Качество выполнения этого этапа может сильно влиять на результаты последующего анализа. Цифровая обработка, включающая в себя цифровую фильтрацию, применяется для решения таких задач, как повышение разрешения, восстановление «испорченных» объектов на изображении, повышение четкости и колоризации [1].

Основной целью фильтрации изображений является улучшение их четкости и повышение качества, а также устранение шумов. Однако объемы информации, содержащейся в файлах цифровых изображений, растут из года в год [2]. Это отрицательно сказывается на способности цифровых фильтров выполнять быструю и качественную обработку поступающих данных. Одним из путей решения этой проблемы является повышение быстродействия цифровых фильтров за счет сокращения количества вычислительных операций, необходимых для процесса обработки. Также важно обеспечить вариативность их использования и возможность коррекции параметров при работе. Эффективным решением является разработка адаптивных фильтров, которые могут изменять свои параметры в процессе обработки изображений, чтобы сохранить быстродействие при увеличении размеров апертуры. В адаптивных фильтрах скорость обработки всегда остается постоянной для конкретных размеров изображений независимо от размера апертуры обработки.

ФИЛЬТРЫ С АДАПТИВНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Адаптивные фильтры представляют собой класс фильтров, в которых настройка параметров происходит в процессе работы в соответствии с характеристиками входных данных [3]. При каждом фиксированном наборе параметров адаптивный фильтр – это линейное устройство, т.к. между его входными и выходными сигналами существует линейная зависимость [4, 5].

Адаптивные фильтры бывают двух типов [6, 7]:

- трансверсальный – фильтр с конечной импульсной характеристикой;
- рекурсивный – фильтр с бесконечной импульсной характеристикой.

Адаптивные фильтры широко используются в различных областях, таких как обработка сигналов, компьютерное зрение, обработка изображений и т.д. В двух последних случаях их основное назначение – очистка фото- и видеoinформации от шумов, которые перекрываются по спектру с полезным сигналом, или в случае, когда полоса шумов не определена и не может быть задана изначально [8]. Применение адаптивных фильтров может значительно повысить эффективность и качество обработки данных в различных приложениях, где необходима автоматическая настройка на изменяющиеся условия или требования [4, 9].

ОБРАЗУЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

При разработке рекурсивных фильтров используются образующие рекурсивные ячейки (рециркуляторы). Рециркуляторами называют рекурсивные ячейки, которые выполняют обработку по строке (строчный рециркулятор, СР) и по кадру (кадровый рециркулятор, КР) матрицы входного изображения [10]. Их функциональность заключается в выполнении процедуры двумерной дискретной свертки, при которой входные данные обрабатываются в соответствии с заданной импульсной характеристикой рециркулятора. Импульсную характеристику можно представить в виде единичной матрицы (строка или столбец размером $N \times 1$ элементов). На рис. 1 представлены образующие рекурсивные ячейки по n_1 -строке (СР) (а)

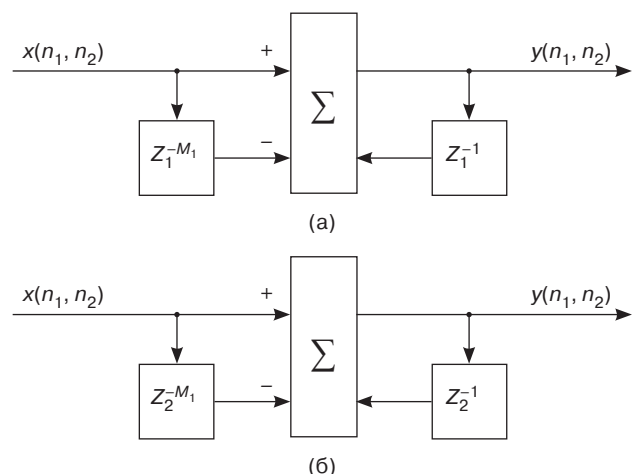


Рис. 1. Схемы рециркуляторов: (а) по n_1 -строке, (б) по n_2 -кадру

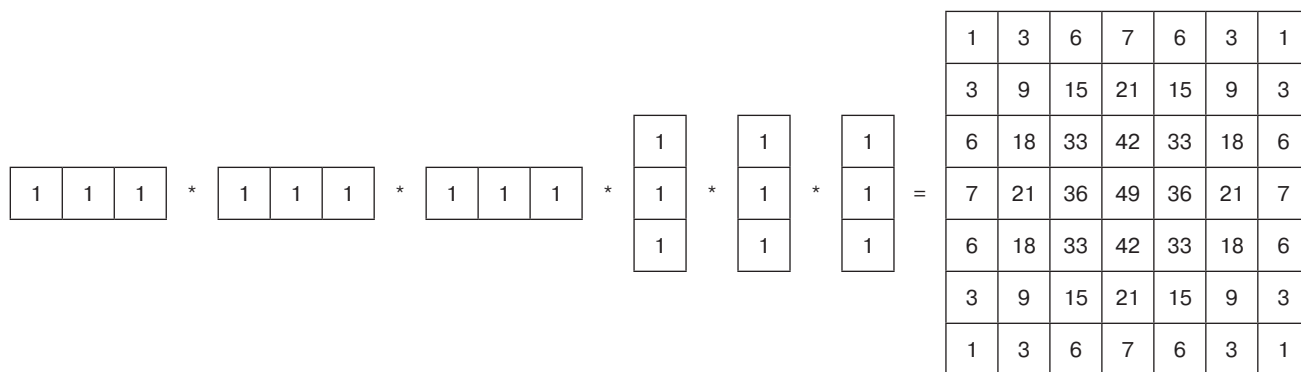


Рис. 2. Алгоритм рекурсивно-сепарабельной реализации фильтра

и по n_2 -кадру (КР) (б), реализующие соответствующие ортогональные направления обработки «скользящее среднее». Рециркулятор СР осуществляет обработку по строке матрицы входных данных, а КР – по столбцу данной матрицы; $x(n_1, n_2)$ – входные данные; $y(n_1, n_2)$ – выходные данные; Z – элементы задержки; M_1 – коэффициент, определяющий величину задержки по строке (целое число); M_2 – коэффициент определяющий величину задержки по столбцу (целое число) [11, 12].

ИСХОДНЫЙ ФИЛЬТР

Разработка двумерного фильтра основывается на последовательности определенных процессов. В качестве примера рассмотрим процесс формирования апертуры обработки размером 7×7 элементов двумерного трехкаскадного рекурсивно-сепарабельного фильтра (ТРСФ).

На вход фильтра подается информационная последовательность в виде единичной матрицы размером 1×1 элемент. Это действие позволит сформировать маску ТРСФ, которая в дальнейшем даст возможность провести корректное сравнение разработанного алгоритма с алгоритмом классической двумерной свертки (КДС). Для формирования основного размера апертуры обработки указанная последовательность проходит через три строчных (строка из единиц размером 3×1 элементов) и три кадровых (столбец из единиц размером 1×3 элементов) рециркуляторов. В результате образуется матрица размером 7×7 элементов, которая является основой для формирования итоговой маски и подвергается дальнейшим изменениям. На рис. 2 представлен алгоритм рекурсивно-сепарабельной реализации фильтра.

В результате операций, протекающих в фильтре после подачи на вход тестовой информационной последовательности в виде единичной матрицы, формируется маска ТРСФ, представленная на рис. 3, ее трехмерный вид показан на рис. 4 [13].

Из рис. 3 видно, что маска ТРСФ обладает положительной областью в центре размером

-1	-3	-6	-7	-6	-3	-1
-3	-9	-18	-21	-18	-9	-3
-6	-18	14	58	14	-18	-6
-7	-21	58	80	58	-21	-7
-6	-18	14	58	14	-18	-6
-3	-9	-18	-21	-18	-9	-3
-1	-3	-6	-7	-6	-3	-1

Рис. 3. Вид маски ТРСФ 7×7 элементов

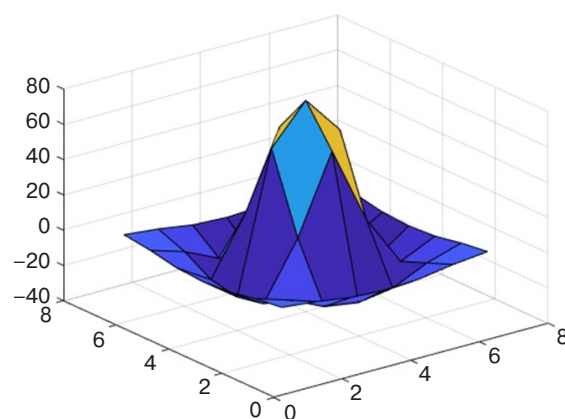


Рис. 4. Трехмерный вид маски ТРСФ

3×3 элементов, ее пропорциональное увеличение, приводящее к изменению изначальной суммы коэффициентов итоговой маски, позволит повысить эффективность обработки цифрового изображения. По такому же принципу выполняется обработка за счет изменения центрального элемента матрицы (для маски размером 7×7 элементов – это 4-й элемент в 4-й строке).

Структурная схема ТРСФ размерностью 7×7 элементов приведена на рис. 5, где обозначено: A_1 – коэффициент увеличения значений положительной части маски, A_2 – коэффициент увеличения значения центрального элемента маски. В первой ветви ТРСФ происходит формирование маски размером

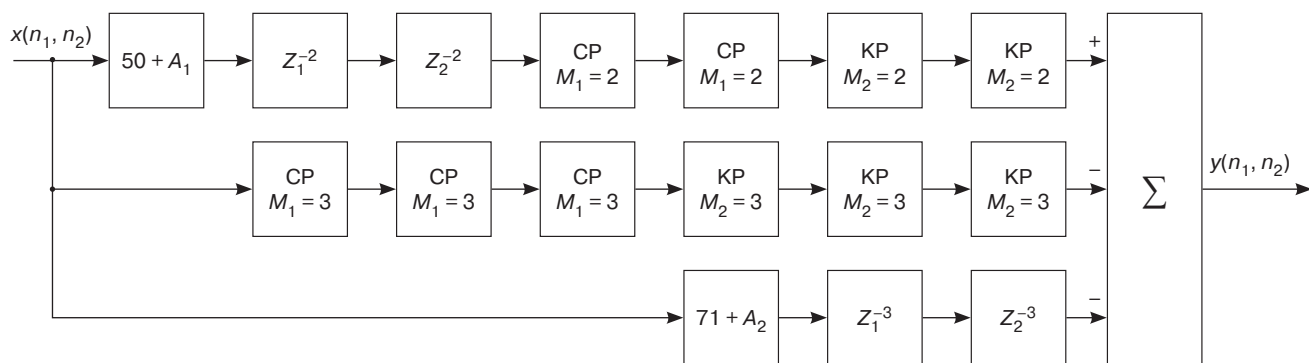


Рис. 5. Структурная схема ТРСФ

3×3 элементов, которая необходима для компенсации отрицательной части и формирования положительного центра итоговой маски за счет элементов задержки Z . Вторая ветвь фильтра формирует основную матрицу размером 7×7 элементов. Третья ветвь ТРСФ необходима для компенсации отрицательной части маски за счет добавления остатка к центральному элементу основной матрицы, а также для возможности его корректировки пользователем. Выходные данные ветвей суммируются, образуя выходной сигнал фильтра, причем для второй и третьей ветвей суммирование происходит с инверсией знака.

ОПИСАНИЕ ПРИНЦИПОВ МОДИФИКАЦИИ ФИЛЬТРА ТРСФ

Для правильного функционирования адаптивного ТРСФ необходимо обеспечить его корректную реакцию на задаваемое пользователем значение размеров апертуры обработки. При этом работа происходит исключительно с нечетными значениями размеров (9×9 , 11×11 , 13×13 и т.д.). Важно учесть изменение коэффициентов рециркуляторов центральной маски к изменениям рециркуляторов основной маски фильтра в соотношении $1 : 2$. Это означает, что при изменении итогового размера основной апертуры фильтра также изменяется размер его центральной маски, но лишь при каждом втором увеличении размера основной маски. Один рециркулятор остается всегда неизменным, т.к. в фильтре используется нечетное количество рециркуляторов, и размер матрицы значений импульсной характеристики должен быть 3×1 или 1×3 элементов. В таком случае при заданной размерности 9×9 коэффициенты строчного и кадрового рециркулятора будут равны, соответственно 4 (единичная матрица 4×1 элементов) и 4 (единичная матрица 1×4 элементов), а при размерности 11×11 равны 5 (единичная матрица 5×1 элементов) и 5 (единичная матрица 1×5 элементов).

Важно отметить, что в центральной части фильтра генерируется маска меньшего размера по сравнению с основной. Эта центральная часть необходима

для достижения баланса суммы внешней и центральной частей итоговой маски, для приведения ее суммы к нулю и сохранения нормальной яркости обработанного изображения. Подобный баланс внешней и центральной частей итоговой маски можно наблюдать в фильтре лапласиан для «восьми соседей», где сумма всех коэффициентов равна нулю [14]. При увеличении размера маски необходимо сохранить нормальное соотношение между размерами внешней и центральной областей для пропорционального изменения ее трехмерного вида. Для этого используется изменение размера центральной маски с шагом 2. Например, центральная маска 3×3 будет использоваться для матриц размером 7×7 и 9×9 элементов, после чего произойдет ее увеличение на 2 элемента до матрицы 5×5 элементов, которая будет использоваться для итоговых матриц размером 11×11 и 13×13 элементов. Это достигается путем автоматизированного расчета коэффициентов рециркуляторов в нижней части фильтра за счет ввода размеров требуемой апертуры фильтра. Таким образом, каждое второе возможное значение размера маски, начиная с 3×3 , будет влиять на изменение размера внутренней маски. Например, при размерности 7×7 левый верхний угол маски находится в позиции $x(n_1 - 1, n_2 - 2)$. Затем, при следующем возможном значении размера маски (начиная с 5×5) коэффициент сдвига внутренней маски изменится на 1. Таким образом, при значении 5×5 сдвиг будет равен 2 (а не 1), потому что размер внутренней маски также уменьшится на 1 ячейку и станет равным 1×1 . Этот процесс будет продолжаться, и при размерности основной маски 9×9 и внутренней маски 3×3 , сдвиг будет равен 3.

Описанную зависимость можно программно выразить как функцию, используя параметры размеров апертуры матриц. Коэффициент сдвига внутренней маски будет равен разности между размером основной маски и размером центральной маски, деленной на два. Например, при размере 17×17 получаем: $(17 - 7) / 2 = 5$. Следовательно, матрица смещается на 5 элементов.

Этот процесс работает корректно для масок любых размеров. Сначала вычисляется общее количество ячеек

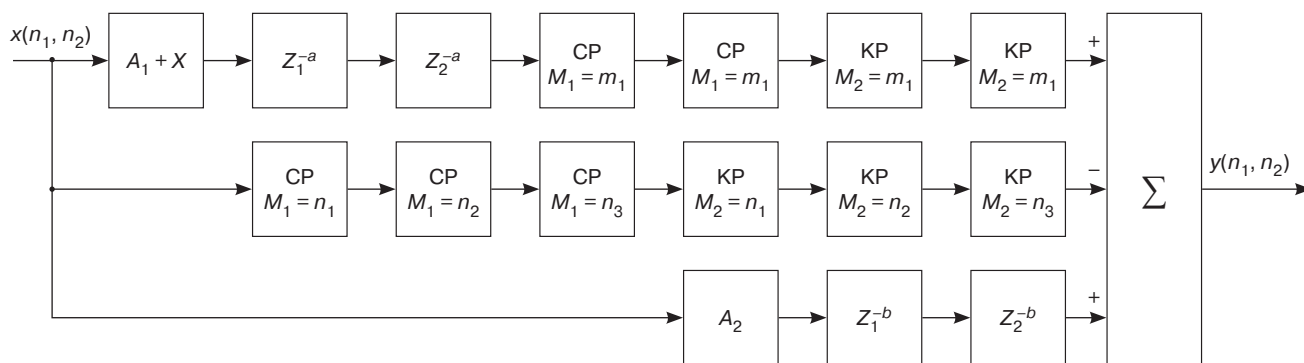


Рис. 6. Структурная схема ТРСФ

в маске, например, для маски 9×9 оно равно 81, а для маски 7×7 это 49. Затем суммируются все элементы маски, и эта сумма делится на предварительно рассчитанную сумму элементов положительного центра итоговой маски. Результат используется для создания новой маски в верхней части фильтра. Из нее происходит вычитание начальной маски, и в результате в ячейках образуются конечные значения, при суммировании которых получается, что вся маска (ее значения) равна 0.

Модифицированный фильтр должен быть настраиваемым с помощью двух входных коэффициентов. Один из этих коэффициентов будет использоваться для увеличения значений центральной части маски на заданную величину, а второй – для увеличения значения центрального элемента маски.

Закономерности, которые используются при создании фильтра, иллюстрируются табл. 1, где приведены значения коэффициентов рециркуляторов, размер центральной маски, количество рециркуляторов для свертки и значения сдвига центральной маски для различных размеров масок от 5×5 до 17×17 .

На базе описанных принципов модификации можно построить структурную схему фильтра, представленную на рис. 6, где обозначено: X – коэффициент уравнивания сумм центральной и внешней масок; A_1 – коэффициент увеличения значений

положительной части маски; A_2 – коэффициент увеличения значения центрального элемента маски; Z_1 и Z_2 – коэффициенты сдвига масок (зависимые от переменных $-a$ и $-b$, рассчитываемых автоматически в коде фильтра); m – коэффициенты строчного и кадрового рециркуляторов для положительной ветви; n – коэффициенты строчного и кадрового рециркуляторов для отрицательной ветви.

ИССЛЕДОВАНИЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ РАЗРАБОТАННОГО ФИЛЬТРА ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ РАЗМЕРА АПЕРТУРЫ ОБРАБОТКИ

Для проведения экспериментальных исследований использовались три изображения различной размерности: 640×480 элементов формата tiff, 1280×720 элементов формата bmp и 3000×2000 элементов формата jpeg. При исследовании для каждого фильтра использовались маски размером 7×7 , 9×9 и 11×11 . Обработка изображений проводилась на персональном компьютере со следующими характеристиками: операционная система – Windows 10; процессор – 12th Gen Intel(R) Core(TM) i5-12400F 2.50 ГГц; оперативная память – 32 Гб. Измерение времени работы фильтра проводилось 10 раз при каждом эксперименте и вычислялось среднее значение.

Результатом экспериментального исследования являлись зависимости быстродействия обработки от размера апертуры для каждого из трех изображений. Средние значения времени обработки для КДС и ТРСФ, а также их компилированных МЕХ-функций¹ оценивались при помощи процедуры измерения времени из программного обеспечения MATLAB². Результаты измерения быстродействия обработки для трех изображений представлены в табл. 2.

¹ Minimum EXcluded, алгоритм поиска минимального отсутствующего числа. [Minimum EXcluded, algorithm for finding the minimum missing number.].

² <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>. Дата обращения 20.09.2023. / Accessed September 20, 2023.

Таблица 1. Зависимость показателей фильтра от изменения размера маски

Заданный размер	Коэффициент CP и KP	Размер внутренней маски	CP и KP для внутренней маски	Коэффициент сдвига внутренней маски
5×5	2 и 2	1×1	1 и 1	3
7×7	3 и 3	3×3	3 и 3	3
9×9	4 и 4	3×3	3 и 3	4
11×11	5 и 5	5×5	5 и 5	4
13×13	6 и 6	5×5	5 и 5	5
15×15	7 и 7	7×7	7 и 7	5
17×17	8 и 8	7×7	7 и 7	6

Таблица 2. Средние значения времени обработки изображения

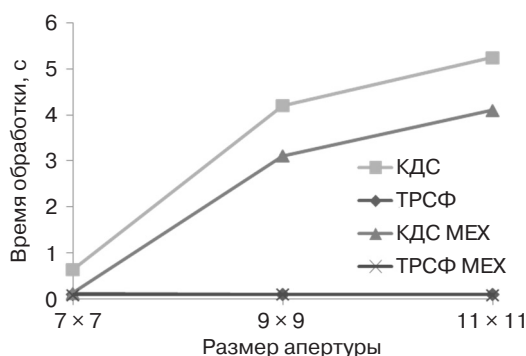
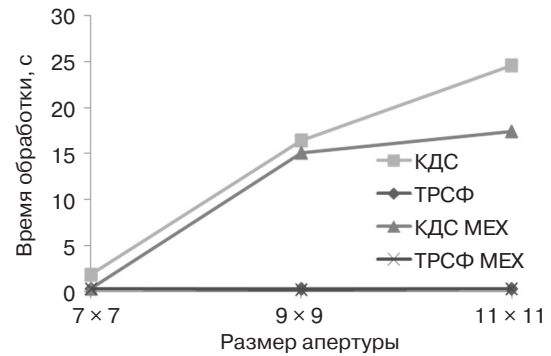
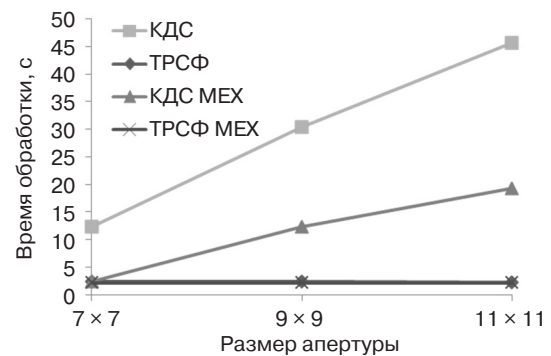
Изображение 640 × 480, формат tiff				
Размер маски фильтра	Время обработки, с			
	MATLAB		MEX	
	КДС	ТРСФ	КДС	ТРСФ
7 × 7	0.6318	0.0995	0.1187	0.0891
9 × 9	4.2060	0.0969	3.1092	0.0951
11 × 11	5.2562	0.0979	4.1090	0.0884
Изображение 1280 × 720, формат bmp				
Размер маски фильтра	Время обработки, с			
	MATLAB		MEX	
	КДС	ТРСФ	КДС	ТРСФ
7 × 7	1.8361	0.3211	0.3622	0.2915
9 × 9	16.4342	0.3256	15.0594	0.2572
11 × 11	24.5264	0.3413	17.3964	0.2912
Изображение 3000 × 2000, формат jpeg				
Размер маски фильтра	Время обработки, с			
	MATLAB		MEX	
	КДС	ТРСФ	КДС	ТРСФ
7 × 7	12.3788	2.4025	2.4289	2.1971
9 × 9	30.3757	2.3876	12.3612	2.1965
11 × 11	45.5701	2.2715	19.3326	2.1916

На рис. 7 представлены графики зависимости времени обработки от размера аперттуры фильтра для изображения 640 × 480 элементов.

На рис. 8 представлены графики зависимости времени обработки от размера аперттуры фильтра для изображения 1280 × 720 элементов.

На рис. 9 представлены графики зависимости времени обработки от размера аперттуры фильтра для изображения 3000 × 2000 элементов.

Из представленных графиков виден выигрыш в быстродействии разработанного фильтра при росте аперттуры обработки относительно алгоритма КДС.

**Рис. 7.** График зависимости быстродействия от размера аперттуры для изображения 640 × 480 (tiff)**Рис. 8.** График зависимости быстродействия от размера аперттуры для изображения 1280 × 720 (bmp)**Рис. 9.** График зависимости быстродействия от размера аперттуры для изображения 3000 × 2000 (jpeg)

Следующий шаг – оценка влияния роста аперттуры ТРСФ на время его работы. Были использованы значения размера маски апертур от 7 до 25 с шагом 2, а также 49, 75 и 99. Значения коэффициентов при всех вычислениях были одинаковы и равнялись: $A_1 = 10$, $A_2 = 0$. Результаты измерений приведены в табл. 3.

Таблица 3. Затраты времени на выполнение фильтрации изображения

Размер маски	Время обработки, с
7	2.46
9	2.39
11	2.24
13	2.27
15	2.33
17	2.29
19	2.31
21	2.32
23	2.31
25	2.33
49	2.56
75	2.62
99	2.49

Можно сделать вывод о том, что изменение апертуры фильтра приводит к незначительным изменениям в быстродействии алгоритма работы ТРСФ в диапазоне от 2.24 до 2.62 с.

ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ТЕЛЕВИЗИОННЫХ ЛИНИЙ НА ОБРАБОТАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

При разработке новых алгоритмов цифровой обработки изображений важно не только повысить их быстродействие, но и не потерять полезную информацию, хранящуюся в самих изображениях, а в идеальном случае – повысить их качество (увеличить четкость, удалить шумы и т.п.).

Исследование проводилось путем измерения количества телевизионных линий (ТВЛ) на обработанных изображениях при изменении коэффициентов A_1 и A_2 . Это необходимо для проверки способности фильтра сохранять мелкие детали изображений четкими [15]. Для пересчета числа «циклов на пиксель» (modulation transfer function, MTF50), получаемых при измерении разрешения в программном обеспечении *Imatest*³ в ТВЛ, использовалась формула [12]:

$$\text{ТВЛ} = \left(\frac{\text{CPR}}{0.5} \right) \times \text{предельное разрешение},$$

где CPR – число «циклов на пиксель», предельное разрешение (в ТВЛ) – значение количества пикселей по ширине изображения.

В качестве тестового изображения взят кадр, полученный активно-импульсной телевизионной измерительной системой⁴ (рис. 10) [16, 17].

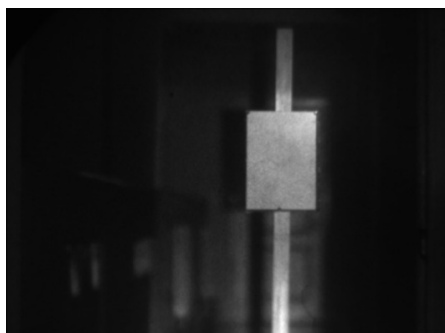


Рис. 10. Тестовое изображение

³ <https://www.imatest.com/>. Дата обращения 20.09.2023. / Accessed September 20, 2023.

⁴ Капустин В.В. *Активно-импульсные телевизионные измерительные системы с повышенной устойчивостью к оптическим помехам*: дис. ... канд. техн. наук. Томск, 2017. 118 с. [Kapurstin V.V. *Active-impulse television measurement systems with increased immunity to optical interference*: Cand. Sci. (Eng.). Tomsk, 2017. 118 p. (in Russ.).]

Данное измерение было выполнено для определения оптимальных значений коэффициентов A_1 и A_2 , а также для определения факта наилучшей обработки при изменении либо A_1 , либо A_2 , т.к. их изменение независимо друг от друга приводило к разным результатам. Сначала изменялся коэффициент A_1 от 1 до 50, затем в таком же диапазоне изменялся коэффициент A_2 . Значение ТВЛ для исходного изображения – 158. На рис. 11 представлена зависимость значений ТВЛ от коэффициента A_1 .

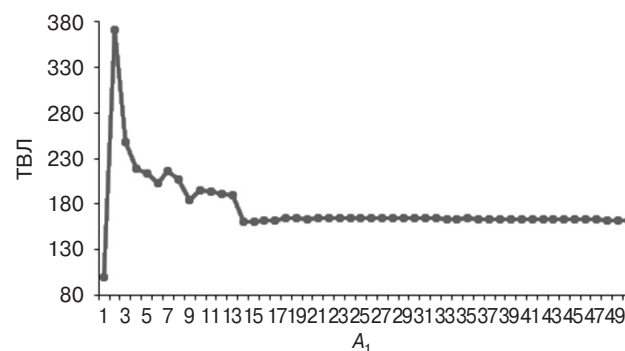


Рис. 11. Зависимость значений ТВЛ от коэффициента увеличения значения положительной части маски A_1

Как видно из полученных результатов, увеличение коэффициента A_1 от 15 и более не влияет на итоговое число ТВЛ. Разрешение изображения до обработки и после практически не изменяется, т.е. фильтрация теряет свою эффективность.

На рис. 12 представлен пример обработки исходного изображения фильтром с оптимальным значением коэффициента $A_1 = 1$.

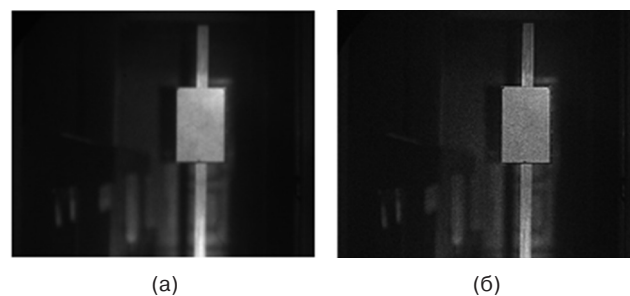


Рис. 12. Изображения до (а) и после (б) обработки фильтром с оптимальным коэффициентом A_1

Результаты измерений количества ТВЛ при изменении коэффициента A_2 приведены на рис. 13.

На рис. 14 представлен пример обработки исходного изображения фильтром с оптимальным значением коэффициента $A_2 = 21$.

На основании приведенных графиков и изображений можно сделать вывод, что изменение коэффициента A_2 дает хорошие результаты во всем диапазоне значений.

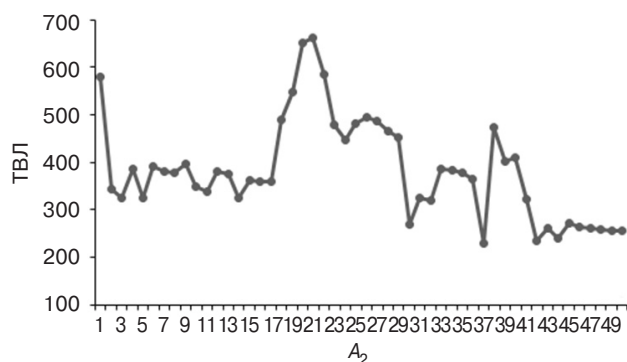


Рис. 13. Зависимость значений ТВЛ от изменения коэффициента увеличения значения центрального элемента маски A_2

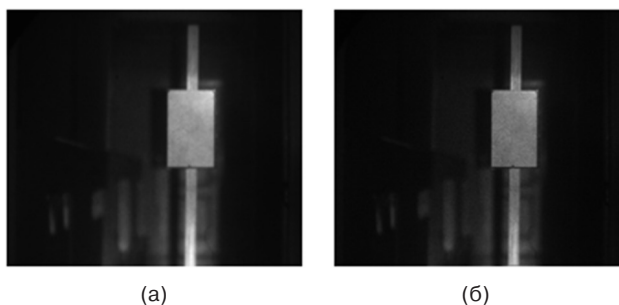


Рис. 14. Изображения до (а) и после (б) обработки фильтром с оптимальным коэффициентом A_2

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен модифицированный ТРСФ для повышения четкости изображений. Описаны принципы его модификации и приведена структурная схема. Выполнено исследование быстродействия и эффективности обработки изображений, обеспечиваемых предложенной модификацией фильтра. Время, затрачиваемое на обработку изображения, оказалось меньше в среднем в 5.3 раза, чем время, затрачиваемое на обработку для КДС.

Представлены результаты оценки влияния коэффициента увеличения значения положительной

центральной апертуры и увеличения значения центрального элемента маски фильтра на характеристики обработанных изображений. Установлено, что величина центрального элемента маски сильнее влияет на параметры обработанного изображения, его изменение позволяет поднять качество изображения значительно, чем при увеличении положительной центральной апертуры фильтра. Найдены оптимальные значения коэффициентов фильтрации A_1 и A_2 .

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники за счет средств гранта Российского научного фонда № 21-79-10200.

ACKNOWLEDGMENTS

The study was carried out at the Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics under the Russian Science Foundation grant No. 21-79-10200.

Вклад авторов

А.В. Каменский – постановка цели и задачи исследования, методов обработки, научное редактирование статьи.

Т.М. Акаева – планирование исследования, написание текста статьи, интерпретация и обобщение результатов.

Д.А. Гребенщикова – проведение исследования, написание текста статьи.

Authors' contributions

A.V. Kamenskiy – setting the aim and objectives of the research, processing methods, scientific editing of the article.

T.M. Akaeva – planning the research, writing the text of the article, interpreting and summarizing the results.

D.A. Grebenshchikova – conducting research, writing the text of the article.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грошев И.В., Корольков В.И. *Системы технического зрения и обработки изображений*. М.: РУДН; 2008. 212 с.
2. Абрамов И.А., Кравченко Е.Н. Многопоточная реализация алгоритма локальной фильтрации изображений. *Вестник Пензенского государственного университета*. 2016;3(15):66–71.
3. Турулин И.И. *Основы теории рекурсивных КИХ-фильтров*. Таганрог: Южный федеральный университет; 2016. 264 с.
4. Айфичер Э.С., Джервис Б.У. *Цифровая обработка сигналов. Практический подход*: пер. с англ. М.: Вильямс; 2004. 992 с.
5. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. *Цифровая обработка сигналов*. М.: Радио и связь; 1990. 256 с.
6. Курячий М.И., Гельцер А.А., Абенев Р.Р., Рогожников Е.В., Попова К.Ю. *Цифровая обработка сигналов*. Томск: Изд-во Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники; 2018. 234 с.
7. Лукин А. *Введение в цифровую обработку сигналов*. М.: МГУ, Лаборатория компьютерной графики и мультимедиа; 2002. 44 с.

8. Матвеев Ю.Н., Симончик К.К., Тропченко А.Ю., Хитров М.В. *Цифровая обработка сигналов*. СПб.: СПбНИУ ИТМО; 2013. 166 с.
9. Бондина Н.Н., Мураров Р.Ю. Адаптивные алгоритмы фильтрации и изменения контраста изображения. *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. Серия: Информатика и моделирование. 2014;35(1078):35–42.
10. Каменский А.В., Рылов К.А. Цифровой сглаживающий трапецеидальный рекурсивно-сепарабельный фильтр обработки изображений с изменяемыми размерами сканирующей многоэлементной апертуры. *Омский научный вестник*. 2024;1(189):127–136. <https://doi.org/10.25206/1813-8225-2024-189-127-136>
11. Сай С.В., Каменский А.В., Курячий М.И. *Современные методы анализа и повышение качества цифровых изображений*: монография. Хабаровск: Изд-во ТОГУ; 2020. 173 с.
12. Kamenskiy A.V. High-speed recursive-separable image processing filters. *Computer Optics*. 2022;46(4):659–665. <http://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-1063>
13. Акаева Т.М., Каменский А.В., Струмилова М.А. Быстродействующий трапецеидальный рекурсивно-сепарабельный фильтр обработки изображений. *Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения*. 2023;1:138–145.
14. Гонсалес Р., Вудс Р. *Цифровая обработка изображений*: пер. с англ. М.: Техносфера; 2019. 1104 с.
15. Маланин М.Ю., Каменский А.В., Курячий М.И. Измерение разрешающей способности и четкости телевизионных изображений. В сб.: *Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации*: сборник материалов XII Международной научно-технической конференции. Курск; 2015. С. 235–237.
16. Мовчан А.К., Капустин В.В., Курячий М.И. Методы и средства томографического видения пространства активно-импульсными телевизионными измерительными системами. *Труды Международной конференции по компьютерной графике и зрению «Графикон»*. 2018;28:222–225. <http://www.graphicon.ru/html/2018/papers/proceedings.pdf>
17. Zaytseva E.V. Integral and spectral sensitivity assessment of the active-pulse television systems. In: *2016 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)*. 2016:7819115. <https://doi.org/10.1109/Dynamics.2016.7819115>

REFERENCES

1. Groshev I.V., Korol'kov V.I. *Sistemy tekhnicheskogo zreniya i obrabotki izobrazhenii (Technical Vision and Image Processing Systems)*. Moscow: RUDN; 2008. 212 p. (in Russ.).
2. Abramov I.A., Kravchenko E.N. Multithreaded realization of the algorithm of local image filtering. *Vestnik Penzenskogo gosudarstvennogo universiteta = Vestnik of Penza State University*. 2016;3(15):66–71 (in Russ.).
3. Turulin I.I. *Osnovy teorii rekursivnykh KIKh-fil'trov (Recursive FIR Filters Theory Base)*. Taganrog: Southern Federal University; 2016. 264 p. (in Russ.).
4. Ifeachor E.C., Jervis B.W. *Tsifrovaya obrabotka signalov. Prakticheskii podkhod (Digital Signal Processing: A Practical Approach)*: transl. from Engl. Moscow: Williams; 2004. 992 p. (in Russ.).
[Ifeachor E.C., Jervis B.W. *Digital Signal Processing: A Practical Approach*. Prentice Hall; 2001. 933 p.]
5. Gol'denberg L.M., Matyushkin B.D., Polyak M.N. *Tsifrovaya obrabotka signalov (Digital Signal Processing)*. Moscow: Radio i svyaz'; 1990. 256 p. (in Russ.).
6. Kuryachii M.I., Gel'tser A.A., Abenov R.R., et al. *Tsifrovaya obrabotka signalov (Digital Signal Processing)*. Tomsk: Tomsk State Univ. of Control Systems and Radioelectronics; 2018. 234 p. (in Russ.).
7. Lukin A. *Vvedenie v tsifrovuyu obrabotku signalov (Introduction to Digital Signal Processing)*. Moscow: MSU, Laboratory of Computer Graphics and Multimedia; 2002. 44 p. (in Russ.).
8. Matveev Yu.N., Simonchik K.K., Tropchenko A.Yu., et al. *Tsifrovaya obrabotka signalov (Digital Signal Processing)*. St. Petersburg: ITMO; 2013. 166 p. (in Russ.).
9. Bondina N.N., Murarov R.Yu. Adaptive algorithms of filtration and contrast changes of image. *Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta "Khar'kovskii politekhnicheskii institute". Seriya: Informatika i modelirovanie = Bulletin of the National Technical University Kharkov Polytechnic Institute. Series: Informatics and Modeling*. 2014;35(1078):35–42 (in Russ.).
10. Kamenskiy A.V., Rylov K.A., Borodina N. Digital anti-aliasing trapezoidal recursively separable image processing filter with resizable scanning multielement aperture. *Omskii nauchnyi vestnik = Omsk Scientific Bulletin*. 2024;1(189):127–136 (in Russ.). <https://doi.org/10.25206/1813-8225-2024-189-127-136>
11. Say S.V., Kamenskiy A.V., Kuryachiy M.I. *Sovremennye metody analiza i povyshenie kachestva tsifrovyykh izobrazhenii (Modern Methods of Analyzing and Improving the Quality of Digital Images: monograph)*. Khabarovsk: Pacific National University; 2020. 173 p. (in Russ.).
12. Kamenskiy A.V. High-speed recursive-separable image processing filters. *Computer Optics*. 2022;46(4):659–665. <http://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-1063>
13. Akaeva T.M., Kamenskiy A.V., Strumilova M.A. Recursive-separable filter image enhancement. *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Tekhnika teledeniya = Questions of Radio Electronics. Series: TV Technique*. 2023;1:138–145 (in Russ.).
14. Gonzalez R., Woods R. *Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii (Digital Image Processing)*: transl. from Engl. Moscow: Tekhnosfera; 2019. 1104 p. (in Russ.).
[Gonzalez R., Woods R. *Digital Image Processing*. Pearson/Prentice Hall; 2008. 954 p.]

15. Malanin M.Yu., Kamenskiy A.V., Kuryachiy M.I. Measurement of resolution and clarity of television images. In: *Optoelectronic Devices and Devices in Systems of Pattern Recognition, Image and Symbolic Information Processing: Collection of materials of the 12th International Scientific and Technical Conference*. Kursk; 2015. P. 235–237 (in Russ.).
16. Movchan A.K., Kapustin V.V., Kuryachiy M.I. Methods and means of tomographic vision of space by active-pulse television measuring systems. *Proceedings of the International Conference on Computer Graphics and Vision "Graficon"*. 2018;28:222–225. <http://www.graphicon.ru/html/2018/papers/proceedings.pdf>
17. Zaytseva E.V. Integral and spectral sensitivity assessment of the active-pulse television systems. In: *2016 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)*. 2016:7819115. <https://doi.org/10.1109/Dynamics.2016.7819115>

Об авторах

Каменский Андрей Викторович, к.т.н., доцент, кафедра телевидения и управления, ФГБОУ ВО «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники» (634050, Россия, Томск, пр. Ленина, д. 40). E-mail: andru170@mail.ru. Scopus Author ID 57191031758, ResearcherID AAX-9780-2021, SPIN-код РИНЦ 9572-4278, <https://orcid.org/0000-0001-6587-7776>

Акаева Татьяна Максимовна, аспирант, кафедра телевидения и управления, ФГБОУ ВО «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники» (634050, Россия, Томск, пр. Ленина, д. 40). E-mail: ttnakaeva@gmail.com. Scopus Author ID 58511241300, ResearcherID GZK-2362-2022, SPIN-код РИНЦ 3514-9658, <https://orcid.org/0000-0002-4846-9508>

Гребенщикова Дарья Александровна, студент, ФГБОУ ВО «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники» (634050, Томск, пр. Ленина, д. 40). E-mail: gredasha9443@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0002-6576-6691>

About the authors

Andrey V. Kamenskiy, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Television and Control, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (40, Lenina pr., Tomsk, 634050 Russia). E-mail: andru170@mail.ru. Scopus Author ID 57191031758, ResearcherID AAX-9780-2021, RSCI SPIN-code 9572-4278, <https://orcid.org/0000-0001-6587-7776>

Tatyana M. Akaeva, Postgraduate Student, Department of Television and Control, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (40, Lenina pr., Tomsk, 634050 Russia). E-mail: ttnakaeva@gmail.com. Scopus Author ID 58511241300, ResearcherID GZK-2362-2022, RSCI SPIN-code 3514-9658, <https://orcid.org/0000-0002-4846-9508>

Darya A. Grebenshchikova, Student, Department of Television and Control, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (40, Lenina pr., Tomsk, 634050 Russia). E-mail: gredasha9443@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0002-6576-6691>

УДК 537.632

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-59-68>

EDN OEKZKM



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Вклад интерференции в магнитооптический экваториальный эффект Керра в белом свете

И.В. Гладышев,
А.Н. Юрасов,
М.М. Яшин[@]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: yashin@mirea.ru

Резюме

Цели. При измерении экваториального эффекта Керра в тонкопленочных структурах большое влияние на полученный результат оказывают интерференционные эффекты. В выступлениях на конференциях некоторые исследователи сообщали об использовании белого света в экспериментах. На их взгляд, хотя толщина исследуемых слоев была много меньше длины волны света, белый свет может помочь избежать интерференционных эффектов и/или резонансного возбуждения плазмонных волн. Цель статьи – путем моделирования проверить обоснованность таких утверждений.

Методы. Для решения обозначенной задачи применялся метод компьютерного моделирования – численного решения уравнений, составленных для модельной структуры при различных толщине и материалах слоев.

Результаты. Результаты моделирования показывают, что интерференционные эффекты в разных частях спектра при использовании источников белого света не нейтрализуют друг друга, и на величину эффекта влияет не только толщина слоев структуры, но и форма спектра излучения источника, а также кривая чувствительности фотоприемника. При этом выход измеряемой величины эффекта на плато при относительно большой толщине магнитооптической пленки обуславливается тем, что при этом свет поглощается в толще магнитооптической пленки и обратное отражение света от подложки пренебрежимо мало.

Выводы. Представленная методика позволяет учитывать влияние интерференционных эффектов при измерении экваториального эффекта Керра в белом свете или с использованием других источников с широким спектральным диапазоном и более качественно интерпретировать экспериментальные результаты, что может быть весьма полезным для разработки и исследования физических основ создания новых и совершенствования существующих приборов, изделий микро- и нанoeлектроники, твердотельной электроники, а также квантовых устройств, включая оптоэлектронные приборы и преобразователи физических величин.

Ключевые слова: магнитооптический экваториальный эффект Керра, тензор диэлектрической проницаемости, интерференция, коэффициент отражения, тонкие пленки

• Поступила: 14.03.2024 • Доработана: 23.04.2024 • Принята к опубликованию: 24.09.2024

Для цитирования: Гладышев И.В., Юрасов А.Н., Яшин М.М. Вклад интерференции в магнитооптический экваториальный эффект Керра в белом свете. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):59–68. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-59-68>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Contribution of interference to the magneto-optical transverse Kerr effect in white light

Igor V. Gladyshev,
Alexey N. Yurasov,
Maxim M. Yashin @

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

@ Corresponding author, e-mail: yashin@mirea.ru

Abstract

Objectives. When measuring the transverse Kerr effect on thin-film structures, interference effects have a great influence on the result obtained. In conference presentations, some researchers have reported on the use of white light in experiments. In their opinion, despite the thickness of the studied layers being much less than the wavelength of light, white light can help avoid interference effects and/or resonant excitation of plasmon waves. The aim of the present work is to verify the validity of such statements using simulation.

Methods. In order to solve this problem, the method of computer simulation was used. A numerical solution of equations was compiled for a model structure for various thicknesses and materials of layers.

Results. The simulation results show that interference effects in different parts of the spectrum when using white light sources do not neutralize each other. The magnitude of the effect is affected not only by the thickness of the structure layers, but also by the shape of the source emission spectrum, as well as the sensitivity curve of the photodetector. In this case, the output of the measured value of the effect to a plateau at relatively large thicknesses of the magneto-optical film is due to the light being absorbed in the thickness of the magneto-optical film and is negligibility of the back reflection of light from the substrate.

Conclusions. The presented technique takes into account the influence of interference effects when measuring the equatorial Kerr effect in white light or using other sources having a wide spectral range, thus improving the interpretation of experimental results. The results are relevant to the development and research of the physical foundations for creating new and improving existing devices in micro-, nano-, and solid-state electronics, as well as quantum devices, including optoelectronic devices and converters of physical quantities.

Keywords: magneto-optical transverse Kerr effect, dielectric constant tensor, interference, reflection coefficient, thin films

• Submitted: 14.03.2024 • Revised: 23.04.2024 • Accepted: 24.09.2024

For citation: Gladyshev I.V., Yurasov A.N., Yashin M.M. Contribution of interference to the magneto-optical transverse Kerr effect in white light. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):59–68. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-59-68>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Магнитооптический экваториальный эффект Керра (ЭЭК) заключается в изменении интенсивности отраженного от образца света при перемагничивании образца в направлении, перпендикулярном плоскости падения света, и является важным и очень эффективным методом изучения магнитной микроструктуры однородных и неоднородных магнетиков. Измеряя величину ЭЭК в зависимости от длины волны излучения, можно судить о магнитооптических переходах, отражающих электронную, кристаллическую и магнитную структуры данного локального участка образца. Магнитооптические тонкопленочные системы также широко изучаются как потенциальные носители для хранения цифровых данных оптическими средствами. В то время как запись данных осуществляется с помощью термомагнитных процессов, считывание осуществляется путем измерения изменения поляризации при отражении с помощью полярного магнитооптического эффекта Керра. Поэтому исследователи очень активно применяют его в своих работах (см., например, [1–8]), в т.ч. для ультратонких [9] и многослойных (ферромагнитный материал и тонкопленочное покрытие [10]) структур. При этом, как правило, измерение ЭЭК проводят, используя источник с узким спектром, почти монохроматичный. Но не так давно, на VIII Евроазиатском симпозиуме «Тенденции в магнетизме» (VIII Euro-Asian Symposium «Trends in MAGnetism»), проходившем в 2022 г. в Казани, был сделан доклад [11], автор которого использовал белый свет при проведении экспериментов по влиянию на величину магнитооптического эффекта тонких пленок немагнитных металлов, нанесенных поверх слоя ферромагнетика. Автор считал, что это значительно уменьшит влияние интерференционных эффектов, и на основании этого сделал вывод, что наблюдаемое им изменение эффекта Керра обуславливалось более фундаментальными физическими процессами. Однако такая оценка не представляется нам априори справедливой, т.к. практически все величины, влияющие на величину эффекта, имеют нелинейную зависимость от частоты падающего света. И хотя данный доклад не был опубликован полностью, сам факт постановки вопроса привел нас к необходимости

более подробного рассмотрения вопроса о степени влияния интерференционных эффектов на параметр ЭЭК в белом свете.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Как уже отмечалось, магнитооптический ЭЭК заключается в изменении интенсивности отраженного от образца света при приложении внешнего магнитного поля к образцу в направлении, перпендикулярном плоскости падения света. Соответственно, необходимо рассчитать интенсивность отраженного от образца света без приложения магнитного поля и при его включении. Геометрия модельной структуры приведена на рис. 1. Здесь вектор напряженности магнитного поля лежит в плоскости пленки перпендикулярно плоскости падения света.

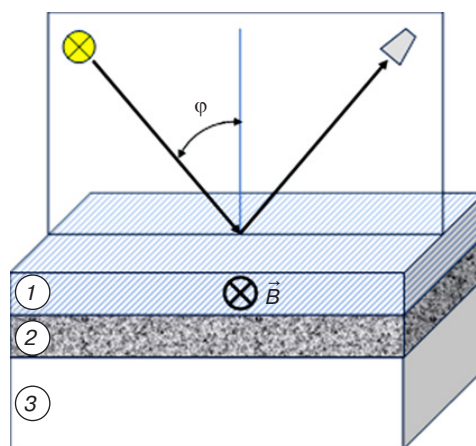


Рис. 1. Геометрия модельной структуры:
1 – защитная пленка (при наличии),
2 – материал, обладающий магнитооптическими свойствами, 3 – подложка,
φ – угол падения света. $\vec{B}$ – вектор индукции магнитного поля

Связь амплитуд отраженного R_j и падающего A_j света можно выразить через их s- и p-компоненты как в [12]:

$$\begin{pmatrix} R_s \\ R_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix}.$$

Для изотропного материала $r_{sp} = r_{ps} = 0$. Приложение внешнего магнитного поля в общем случае нарушает симметрию. Однако в геометрии, используемой в работе и показанной на рис. 1, т.е. при приложении отличного от нуля магнитного поля к магнитооптическому материалу в плоскости пленки перпендикулярно плоскости падения света, также имеем $r_{sp} = r_{ps} = 0$. Поэтому в нашем случае матрица коэффициентов отражения имеет инвариантный вид:

$$\hat{r} = \begin{pmatrix} r_{ss} & 0 \\ 0 & r_{pp} \end{pmatrix}.$$

Тогда:

$$\begin{cases} R_s = r_{ss} A_s, \\ R_p = r_{pp} A_p. \end{cases} \quad (1)$$

При моделировании учитывалась спектральная зависимость интенсивности излучения источника. В модели рассматривался «естественный» или поляризованный по кругу свет. В этом случае матрица компонент амплитуды падающего света может быть представлена в виде:

$$\begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix} = |A| \begin{pmatrix} e^{i(\alpha+\pi/2)} \\ e^{i\alpha} \end{pmatrix},$$

где начальная фаза α меняется либо произвольно («естественный» свет) либо циклически с некоторой частотой (поляризованный по кругу свет). И, соответственно

$$\begin{cases} R_s = |R_s| e^{i\chi}, \\ R_p = |R_p| e^{i\xi}. \end{cases}$$

Здесь $\chi = \alpha + \pi/2 + \Delta_s$ и $\xi = \alpha + \Delta_p$, а Δ_s, Δ_p – набег фазы в результате отражения света от исследуемой структуры для s- и p-компонент, соответственно. Ввиду изменения во времени начальной фазы α , таким же образом изменяются и результирующие фазы χ и ξ .

Тогда интенсивность света, падающего на фотодиод, будет равна:

$$I = \left[|R_s|^2 \cos^2 \chi + |R_p|^2 \cos^2 \xi \right] \sin^2 \omega t,$$

где ω – частота излучения, t – время.

Ввиду инерционности фотоприемника происходит усреднение сигнала по времени и, учитывая также постоянное изменение начальной фазы α , а как следствие, результирующих χ и ξ , получаем $\overline{\cos \chi} = \overline{\cos \xi} = \overline{\sin \omega t} = 0$ и

$$\bar{I} = \frac{|R_s|^2 + |R_p|^2}{4}. \quad (2)$$

Как уже отмечалось, практически все величины, влияющие на величину эффекта, имеют нелинейную зависимость от частоты падающего света. Методика вычислений в широком спектральном диапазоне заключалась в следующем. Спектральный диапазон разбивался на небольшие участки, в пределах которых значения используемых величин считались независимыми от частоты и соответствующими значению в середине данного участка. На рис. 2 приведен пример такого разбиения для относительного спектра одного из источников излучения. Участки разбиения для всех одновременно используемых в расчете величин брались одинаковые, при недостаточности экспериментальных данных использовалась линейная аппроксимация. Для нелинейных зависимостей ошибка такого метода тем меньше, чем уже участок разбиения. Стоит отметить, что это приводит к увеличению времени вычислений. В данной работе применялось разбиение по частоте на участки $1 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}$ эВ (240–720 ГГц). Для каждого участка разбиения по формуле (2) определяется средняя интенсивность излучения, фиксируемая фотоприемником, с учетом его спектральной чувствительности S_ω . Затем путем суммирования по всем участкам разбиения определяется итоговая величина сигнала:

$$\bar{I}_\Sigma = \sum_\omega S_\omega \bar{I}_\omega, \quad (3)$$

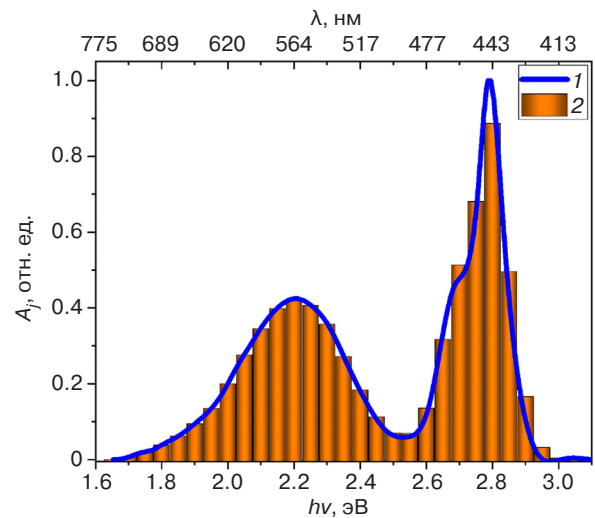


Рис. 2. Спектр излучения белого светодиода с цветовой температурой $T_c = 6500$ K:
1 – данные, взятые из [13], 2 – представление спектра в виде кусочно-постоянной функции.
 λ – длина волны света в вакууме, которой соответствует квант энергии $h\nu$

Итоговая величина сигнала определяется в отсутствие магнитного поля $\overline{I}_{\Sigma}^0$ и при его наличии $\overline{I}_{\Sigma}^M$. Затем вычисляется величина поперечного магнитооптического эффекта δ :

$$\delta = \frac{\overline{I}_{\Sigma}^M - \overline{I}_{\Sigma}^0}{\overline{I}_{\Sigma}^0}. \quad (4)$$

Для определения амплитуд отраженного сигнала (1) необходимо рассчитать коэффициенты отражения света от исследуемой структуры в отсутствие магнитного поля (r_{ss}^0, r_{pp}^0) и при его включении (r_{ss}^M, r_{pp}^M). Этот расчет основывался на известной работе В.М. Маевского «Теория магнитооптических эффектов в многослойных системах с произвольной ориентацией намагниченности» [12], где линейный по намагниченности магнитооптический параметр $Q = i\varepsilon_{xy}\varepsilon_{xx}^{-1}$ рассматривается в качестве малой величины ($|Q| \ll 1$). Здесь $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$ и т.д. – элементы тензора диэлектрической проницаемости, который для изотропных материалов в нашем случае может быть представлен в виде:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & -i\varepsilon Q & 0 \\ i\varepsilon Q & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} = \varepsilon \begin{pmatrix} 1 & -iQ & 0 \\ iQ & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Учитывая, что для оптического диапазона магнитная проницаемость $\mu \approx 1$, можно принять $n^2 \approx \varepsilon$. Здесь n – показатель преломления вещества. Все указанные величины в общем случае комплексные. Тогда для коэффициентов отражения s- и p-поляризованной волны на границе сред j и k можно записать:

$$r_{jk}^s = \frac{g_j - g_k}{g_j + g_k}, \quad r_{jk}^p = \frac{g_j \varepsilon_k - g_k \varepsilon_j}{g_j \varepsilon_k + g_k \varepsilon_j}. \quad (5)$$

Здесь

$$g_j = \sqrt{\varepsilon_j - \sin^2 \varphi}, \quad (6)$$

φ – угол падения света на исследуемую структуру. Свет падает из воздуха, $\varepsilon_{\text{air}} \approx 1$.

Для коэффициентов отражения многослойных структур можно использовать следующие рекуррентные формулы [12, 14]:

$$r_{jkl}^{s(p)} = \frac{r_{jk}^{s(p)} + F_k^2 r_{kl}^{s(p)}}{1 + F_k^2 r_{jk}^{s(p)} r_{kl}^{s(p)}}, \quad r_{jklm}^{s(p)} = \frac{r_{jk}^{s(p)} + F_k^2 r_{klm}^{s(p)}}{1 + F_k^2 r_{jk}^{s(p)} r_{klm}^{s(p)}} \quad (7)$$

и т.д., где j, k, l, m – номера слоев (сред), а величины F_k определяют набег фаз и затухание амплитуды на толщине k -го слоя:

$$F_k = e^{-2\pi g_k \frac{d_k}{\lambda}}. \quad (8)$$

Здесь d_k – толщина слоя, λ – длина волны света в вакууме, g_k – определяется выражением (6).

Эти выражения справедливы для когерентного излучения. Однако в случае проведения измерений в белом свете, длина когерентности небольшая и толщина некоторых слоев (например, подложки) может ее превышать. Как правило, когерентный и некогерентный расчет не смешивают в рамках одной модели, и можно было бы исключить подложку, рассматривая ее как полубесконечное пространство. Однако в этом случае становится невозможным учесть влияние толщины и спектра поглощения слабопоглощающей подложки при проведении эксперимента с освещением ферромагнитной пленки со стороны подложки. Поэтому, учитывая инерционность фотоприемника и то, что для слабопоглощающих материалов поглощение практически не меняется между двумя интерференционными максимумами, было проведено «усреднение» коэффициентов (7) для толщины слоя много большей длины когерентности для того, чтобы «зафиксировать» фазу отраженного света, оставив влияние поглощения. Так, выражение (7) для одного слоя можно записать в виде:

$$r_{jkl}^{s(p)} = r_{jk}^{s(p)} \left(\frac{1 + F_k^2 \frac{r_{kl}^{s(p)}}{r_{jk}^{s(p)}}}{1 + F_k^2 r_{jk}^{s(p)} r_{kl}^{s(p)}} \right). \quad (9)$$

Так как любую комплексную величину можно представить в виде $Y e^{i\alpha}$, где Y и α – действительные числа, то в числителе и знаменателе формулы (9) находятся выражения вида:

$$Y_1 e^{i\alpha_1} + Y_2 e^{i\alpha_2} = Z e^{i\beta},$$

где Y_1, Y_2 и $Z \geq 0$ – модули комплексных чисел, а α_1, α_2 и β – их аргументы.

Пусть $\gamma = \alpha_2 - \alpha_1$, тогда результирующая амплитуда

$$Z = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + 2Y_1 Y_2 \cos \gamma},$$

а для аргумента β можно записать:

$$\beta = \alpha_1 + \frac{\sin \gamma}{|\sin \gamma|} \arccos \left(\frac{Y_1 + Y_2 \cos \gamma}{Z} \right). \quad (10)$$

Второе слагаемое в (10) периодическое и антисимметричное, и легко можно показать, что при усреднении по разности фаз γ оно обращается в ноль. Тогда:

$$\bar{Z} = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2}, \bar{\beta} = \alpha_1.$$

В нашем случае $\alpha_1 = 0$, т.к. $1 = 1 \cdot e^{i0}$. И тогда для случая, когда толщина k -го слоя много больше длины когерентности, выражение (9) можно записать следующим образом:

$$r_{jkl}^{s(p)} = r_{jk}^{s(p)} \sqrt{\frac{1 + |F_k^2 r_{kl}^{s(p)} / r_{jk}^{s(p)}|^2}{1 + |F_k^2 r_{jk}^{s(p)} r_{kl}^{s(p)}|^2}}. \quad (11)$$

Соответственно,

$$r_{jklm}^{s(p)} = r_{jk}^{s(p)} \sqrt{\frac{1 + |F_k^2 r_{klm}^{s(p)} / r_{jk}^{s(p)}|^2}{1 + |F_k^2 r_{jk}^{s(p)} r_{klm}^{s(p)}|^2}} \text{ и т.д.}$$

Для демонстрации преимуществ такого усреднения над использованием для подложки выражений для когерентного света, в то время как условие когерентности не выполняется, на рис. 3 приведены результаты расчетов по рассматриваемой нами методике для поглощающей подложки при изменении ее толщины, выполненных с использованием уравнений (7) и (11).

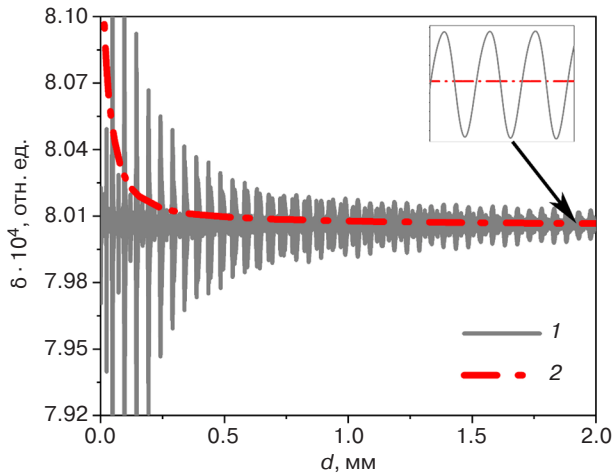


Рис. 3. Зависимость величины эффекта от толщины кремниевой подложки для ферромагнитной пленки без покрытия. Коэффициент отражения от подложки рассчитывался: 1 – по формулам (7), 2 – по формулам (11)

Рассмотрим структуру, изображенную на рис. 1, окруженную воздухом. Тогда коэффициенты отражения в отсутствие магнитного поля r_{ss}^0 и r_{pp}^0 можно рассчитать по формулам (5)–(8), (11) как:

$$r_{ss}^0 = r_{a123a}^s, \quad r_{pp}^0 = r_{a123a}^p. \quad (12)$$

Здесь индекс «а» соответствует воздуху, а остальные – номерам слоев на рис. 1.

Коэффициенты отражения при учете магнитооптического эффекта r_{ss}^M и r_{pp}^M могут быть выражены следующим образом:

$$r_{ss}^M = r_{ss}^0, \quad r_{pp}^M = r_{pp}^0 W (1 + \rho_p). \quad (13)$$

Множители W и ρ_p определим, следуя [12], с учетом геометрии (рис. 1) и падения света на структуру из воздуха. Тогда:

$$\rho_p = i(1 - F_2^2) \times \left[\frac{r_{23a}^p - r_{21a}^{inv}}{1 - F_2^2 r_{21a}^{inv} r_{23a}^p} - \frac{r_{23a}^p - r_{21a}^p}{1 - F_2^2 r_{21a}^p r_{23a}^p} \right] \frac{Q \sin \varphi}{2g_2}, \quad (14)$$

где

$$r_{21a}^{inv} = \frac{r_{21}^p r_{1a}^p + F_1^2}{r_{1a}^p + F_1^2 r_{21}^p}. \quad (15)$$

Для тонких пленок можно считать $W \approx 1$. Мы рассматривали произвольные толщины и тогда, следуя [12]:

$$W = \frac{1 - F_2^2 a_p \sin^2 \vartheta}{1 + F_2^2 a_0 \sin^2 \vartheta}, \quad (16)$$

где

$$\vartheta = \frac{\pi d_2 n_2 Q}{\lambda},$$

$$a_p = \frac{(r_{23a}^p - r_{23a}^s)(1 - r_{21a}^{inv} r_{21a}^s)}{(r_{21a}^{inv} - F_2^2 r_{23a}^p)(1 - F_2^2 r_{21a}^s r_{23a}^s)},$$

$$a_0 = \frac{(r_{23a}^p - r_{23a}^s)(r_{21a}^p - r_{21a}^s)}{(1 - F_2^2 r_{21a}^s r_{23a}^s)(1 - F_2^2 r_{21a}^p r_{23a}^p)}.$$

Учитывая уравнения (1)–(4), можно записать:

$$\delta = \frac{\sum_{\omega} S_{\omega} (|r_{ss_{\omega}}^M A_{s_{\omega}}|^2 + |r_{pp_{\omega}}^M A_{p_{\omega}}|^2)}{\sum_{\omega} S_{\omega} (|r_{ss_{\omega}}^0 A_{s_{\omega}}|^2 + |r_{pp_{\omega}}^0 A_{p_{\omega}}|^2)} - \frac{\sum_{\omega} S_{\omega} (|r_{ss_{\omega}}^0 A_{s_{\omega}}|^2 + |r_{pp_{\omega}}^0 A_{p_{\omega}}|^2)}{\sum_{\omega} S_{\omega} (|r_{ss_{\omega}}^0 A_{s_{\omega}}|^2 + |r_{pp_{\omega}}^0 A_{p_{\omega}}|^2)}. \quad (17)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В данной работе нас, в первую очередь, интересовало наличие или отсутствие влияния интерференционных эффектов, поэтому выбор материалов был достаточно стандартным – в качестве материала, обладающего магнитооптическими свойствами, рассматривался кобальт и защитная пленка из поливинилацетата (ПВА). Изучались двухслойные (магнитооптическая пленка на подложке) и трехслойные (на пленку нанесен еще защитный слой) структуры. Длина когерентности излучения принималась равной 500 нм, поэтому для расчетов брались либо толщины меньше – для пленки и защитного слоя, либо много больше – для подложки, толщина которой бралась равной 500 мкм, что близко к толщинам кремниевых пластин, используемых в микроэлектронном производстве. Белый свет считался «естественным» (поляризованным по кругу), при этом направление индукции внешнего магнитного поля лежит в плоскости пленки перпендикулярно плоскости падения света (рис. 1). В качестве фотоприемника рассматривался кремниевый фотодиод с «усредненной» по данным [15, 16] кривой чувствительности.

Проведенное численное моделирование подтвердило предположение, что интерференционные эффекты в разных частях спектра при использовании источников белого света не нейтрализуют друг друга, и величина измеряемого эффекта может сильно зависеть от толщины пленки магнитооптического материала, вплоть до смены знака эффекта (см., например, кривая 1 на рис. 4). Кроме того, на измеряемую величину также заметно влияет форма спектра излучения источника, что также хорошо видно на рис. 4. Выход измеряемой величины эффекта на плато при относительно больших толщинах магнитооптической пленки обуславливается, по всей видимости, тем, что при этом свет поглощается в толще магнитооптической пленки и обратное отражение света от подложки пренебрежимо мало. Это подтверждается тем, что при таких толщинах пленки материал подложки не играет роли (рис. 5).

Если сверху на структуру нанести защитную пленку, то это еще больше усложнит наблюдаемую картину. Для проверки этого предположения были проведены расчеты, в которых в качестве защитного материала рассматривался ПВА. Так как в этом случае оказалось, что влияние изменения толщины магнитооптической пленки значительно сильнее, чем влияние изменения толщины прозрачной пленки, то для демонстрации на рис. 6 приведены зависимости величины эффекта от толщины «защитной пленки», нормированные на величину эффекта при отсутствии такого покрытия. Использовано: подложка

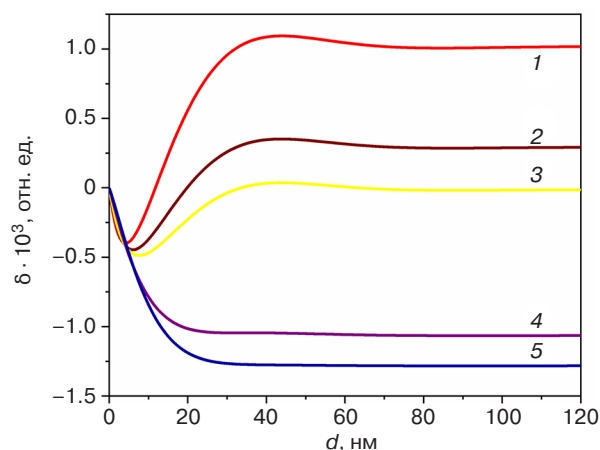


Рис. 4. Зависимость величины эффекта от толщины ферромагнитной пленки без покрытия (угол падения света 75°, кремниевый фотодиод) для различных источников белого света:

1 – источник типа «А» (абсолютно черное тело (АЧТ) с $T = 2856$ K), 2 – источник типа «В» (АЧТ с $T = 4874$ K), 3 – «солнечный свет» (АЧТ с $T = 6000$ K), 4 – белый светодиод с цветовой температурой $T_c = 3000$ K, 5 – белый светодиод с цветовой температурой $T_c = 6500$ K

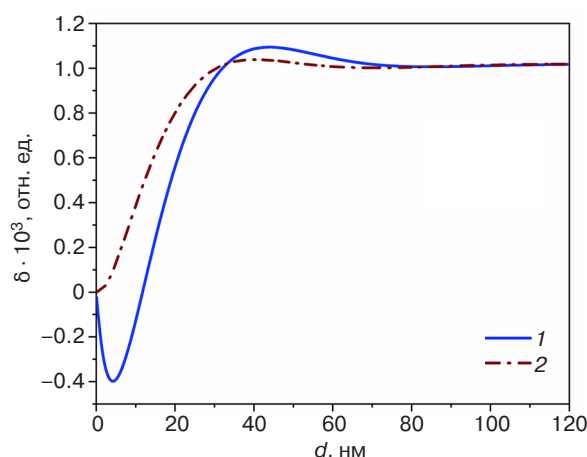


Рис. 5. Зависимость величины эффекта от толщины ферромагнитной пленки без покрытия на подложках из кварца SiO_2 (1) и кремния Si (2) (угол падения света 75°, источник типа «А», кремниевый фотодиод)

SiO_2 , угол падения света 75°, источник типа «А», кремниевый фотодиод.

Кривые на рис. 7 находятся в согласии с теорией металлооптики (например, [17]) и показывают, что для получения максимального значения измеряемого эффекта лучше работать в геометрии, когда свет падает на структуру под углом порядка 70°–75°. Отсутствие зависимости величины эффекта от толщины магнитооптического материала при углах падения близких к 90° (углу скольжения) связано с тем, что в этом случае свет в пленку практически не проникает и регистрируется только поверхностный

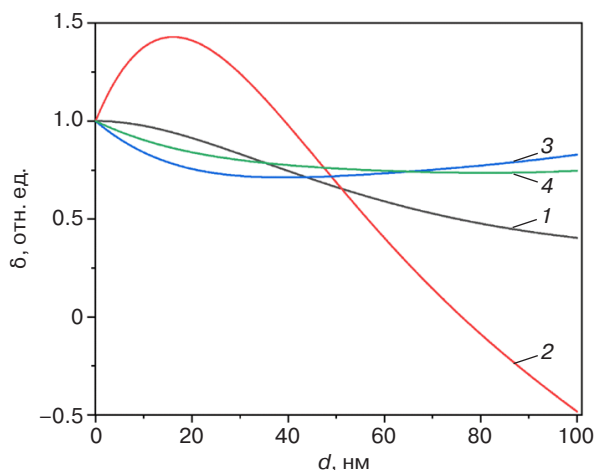


Рис. 6. Зависимости величины эффекта от толщины «защитного слоя» из ПВА на ферромагнитных пленках различной толщины, нормированные на величину эффекта при отсутствии такого слоя: 1 – 10 нм, 2 – 20 нм, 3 – 30 нм, 4 – 60 нм

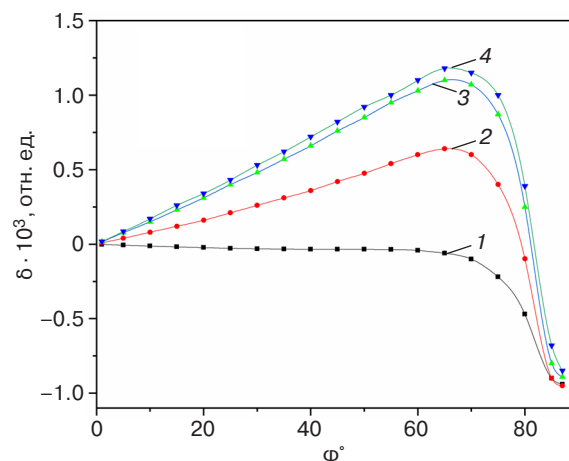


Рис. 7. Зависимости величины ЭК от угла падения света на ферромагнитные пленки различной толщины без «защитного слоя»: 1 – 15 нм, 2 – 30 нм, 3 – 45 нм, 4 – 60 нм

эффект. При этом видно явное влияние интерференционных эффектов, уменьшающееся с ростом толщины ферромагнитной пленки. Это уменьшение связано с поглощением света в толще ферромагнитного материала и, как следствие, уменьшением влияния отраженного от границы раздела с подложкой света. Использовано: подложка SiO_2 , источник типа «А», кремниевый фотодиод.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные расчеты показывают, что, используя источники белого света, при интерпретации полученных результатов по измерению ЭК нужно обязательно учитывать влияние спектральной чувствительности фотодетектора. Также важно отметить, что при малых толщинах ферромагнитной и/или «защитной» пленки необходимо рассматривать интерференцию в них. Разработанная методика позволяет учитывать влияние интерференционных эффектов при измерении ЭК в белом свете или,

с использованием других источников, в широком спектральном диапазоне и более точно интерпретировать экспериментальные результаты.

Вклад авторов

И.В. Гладышев – разработка модели и методики расчета, создание компьютерной программы, компьютерное моделирование, обсуждение результатов, написание статьи.

А.Н. Юрасов – моделирование, обсуждение результатов, написание и редактирование статьи.

М.М. Яшин – обработка литературных источников, компьютерное моделирование, обсуждение результатов, написание статьи.

Authors' contributions

I.V. Gladyshev – model proposal and development, calculation methodology development, creating a computer program, computer simulation, discussion of results, writing the text of the article.

A.N. Yurasov – computer simulation, discussion of results, writing and editing the text of the article.

M.M. Yashin – processing the literary sources, computer simulation, discussion of results, writing the text if the article.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ганьшина Е.А., Гаршин В.В., Перова Н.Н., Припеченков И.М., Юрасов А.Н., Яшин М.М., Рыльков В.В., Грановский А.Б. Магнитооптическая Керр-спектроскопия нанокмпозитов. *Журнал экспериментальной и теоретической физики (ЖЭТФ)*. 2023;164(4):662–672.
- Sato K., Ishibashi T. Fundamentals of Magneto-Optical Spectroscopy. *Front. Phys.* 2022;10:946515. <https://doi.org/10.3389/fphy.2022.946515>
- Телегин А.В., Бессонова В.А., Сухоруков Ю.П., Носов А.П., Ганьшина Е.А. Магнитоотражение и эффект Керра в пленках $\text{La}_{2/3}\text{Ba}_{1/3}\text{MnO}_3$ с вариантной структурой. *Оптика и спектроскопия*. 2020;128(1):43–49. <https://doi.org/10.21883/OS.2020.01.48836.40-19>

4. Dyakov S.A., Fradkin I.M., Gippius N.A., Klompmaker L., Spitzer F., Yalcin E., Akimov I.A., Bayer M., Yavsin D.A., Pavlov S.I., Pevtsov A.B., Verbin S.Y., Tikhodeev S.G. Wide-band enhancement of the transverse magneto-optical Kerr effect in magnetite-based plasmonic crystals. *Phys. Rev. B*. 2019;100(21):214411. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.100.214411>
5. Ганьшина Е.А., Припеченков И.М., Перова Н.Н., Каназакова Е.С., Овешников Л.Н., Джалолиддинзода М., Риль А.И., Грановский А.Б., Аронзон Б.А. Магнитооптическая спектроскопия композитов GaSb–MnSb. *Известия Российской академии наук. Серия физическая*. 2023;87(3):328–332. <https://doi.org/10.31857/S0367676522700570>
6. Бучин Э.Ю., Ваганова Е.И., Наумов В.В., Папорков В.А., Проказников А.В. Усиление экваториального эффекта Керра в наноперфорированных пленках кобальта. *Письма в ЖТФ*. 2009;35(13):8–17.
7. Ганьшина Е.А., Кунькова З.Э., Припеченков И.М., Маркин Ю.В. Магнитооптическое зондирование магнитного состояния и фазового состава слоев INFEAS. *Физика металлов и металловедение*. 2022;123(11):1168–1174. <https://doi.org/10.31857/S0015323022601222>
8. Li T., Luo L., Li X., Dove M.T., Zhang S., He J., Zhang Z. Observation of the mixed magneto-optical Kerr effects using weak measurement. *Opt. Express*. 2023;31(15):24469–24480. <https://doi.org/10.1364/oe.492380>
9. Sumi S., Awano H., Hayashi M. Interference induced enhancement of magneto-optical Kerr effect in ultrathin magnetic films. *Sci. Rep.* 2018;8(1):776. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-18794-w>
10. Kaihara T., Ando T., Shimizu H., Zayets V., Saito H., Ando K., Yuasa S. Enhancement of magneto-optical Kerr effect by surface plasmons in trilayer structure consisting of double-layer dielectrics and ferromagnetic metal. *Opt. Express*. 2015;23(9):11537–11555. <https://doi.org/10.1364/oe.23.011537>
11. Skidanov V.A. Proximity induced long-range transformation of transverse magneto-optical Kerr effect in bilayers of magnetic and normal transition metals. In: *EASTMAG Conference*. 2022. Abstracts. V. 1. P. 415–416. URL: https://eastmag2022.knc.ru/wp-content/uploads/2023/10/EASTMAG-2022_Abstracts_volume-1-2.pdf
12. Маевский В.М. Теория магнитооптических эффектов в многослойных системах с произвольной ориентацией намагниченности. *Физика металлов и металловедение*. 1985;50(2):213–219.
13. Дейнего В., Капцов В., Гордиенко В. Десять лет школьному светодиодному освещению. Часть 1. Новые угрозы. *Полупроводниковая светотехника*. 2021;3(71):22–28.
14. Горшков М.М. *Эллипсометрия*. М.: Советское радио; 1974. 199 с.
15. Ломакин Л. Кремниевые фотодиоды. Справочный листок. *Радио*. 1998;2:65–68.
16. Аксененко М.Д., Бараночников М.Л. *Приемники оптического излучения. Справочник*. М.: Радио и связь; 1987. 296 с.
17. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*: пер. с англ. М.: Наука; 1973. 719 с.

REFERENCES

1. Gan'shina E.A., Garshin V.V., Perova N.N., et. al. Magneto-optical Kerr spectroscopy of nanocomposites. *J. Exp. Theor. Phys.* 2023;137(4):572–581. <https://doi.org/10.1134/S1063776123100151>
[Original Russian Text: Gan'shina E.A., Garshin V.V., Perova N.N., Pripechenkov I.M., Yurasov A.N., Yashin M.M., Ryl'kov V.V., Granovskii A.B. Magneto-optical Kerr spectroscopy of nanocomposites. *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki (ZhETF)*. 2023;164(4):662–672 (in Russ.).]
2. Sato K., Ishibashi T. Fundamentals of Magneto-Optical Spectroscopy. *Front. Phys.* 2022;10:946515. <https://doi.org/10.3389/fphy.2022.946515>
3. Telegin A.V., Bessonova V.A., Suhorukov Yu.P., et. al. Magnetic reflection and the Kerr effect in $\text{La}_{2/3}\text{Ba}_{1/3}\text{MnO}_3$ films with a variant structure. *Opt. Spectrosc.* 2020;128(1):42–48. <https://doi.org/10.1134/S0030400X20010233>
[Original Russian Text: Telegin A.V., Bessonova V.A., Suhorukov Yu.P., Nosov A.P., Gan'shina E.A. Magnetic reflection and the Kerr effect in $\text{La}_{2/3}\text{Ba}_{1/3}\text{MnO}_3$ films with a variant structure. *Optika i spektroskopiya*. 2020;128(1):43–49 (in Russ.). <https://doi.org/10.21883/OS.2020.01.48836.40-19>]
4. Dyakov S.A., Fradkin I.M., Gippius N.A., Klompmaker L., Spitzer F., Yalcin E., Akimov I.A., Bayer M., Yavsin D.A., Pavlov S.I., Pevtsov A.B., Verbin S.Y., Tikhodeev S.G. Wide-band enhancement of the transverse magneto-optical Kerr effect in magnetite-based plasmonic crystals. *Phys. Rev. B*. 2019;100(21):214411. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.100.214411>
5. Gan'shina E.A., Pripechenkov I.M., Perova N.N., et al. Magneto-Optical Spectroscopy of GaSb–MnSb Composites. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2023;87(3):282–286. <https://doi.org/10.3103/s1062873822701088>
[Original Russian Text: Gan'shina E.A., Pripechenkov I.M., Perova N.N., Kanazakova E.S., Oveshnikov L.N., Dzhahaloliddinzoda M., Ril' A.I., Granovskii A.B., Aronzon B.A. Magneto-optical spectroscopy of composites GaSb–MnSb. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Seriya fizicheskaya*. 2023;87(3):328–332 (in Russ.). <https://doi.org/10.31857/S0367676522700570>]
6. Buchin E.Yu., Vaganova E.I., Naumov V.V., et al. Enhancement of the transversal magneto-optical Kerr effect in nanoperforated cobalt films. *Tech. Phys. Lett.* 2009;35(7):589–593. <https://doi.org/10.1134/S1063785009070025>
[Original Russian Text: Buchin E.Yu., Vaganova E.I., Naumov V.V., Paporkov V.A., Prokaznikov A.V. Enhancement of the transversal magneto-optical Kerr effect in nanoperforated cobalt films. *Pis'ma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki (Pis'ma v ZhTF)*. 2009;35(13):8–17 (in Russ.).]
7. Gan'shina E.A., Kun'kova Z.E., Pripechenkov I.M., et al. Magneto-Optical Probing of the Magnetic State and Phase Composition of InFeAs Layers. *Phys. Metals Metallogr.* 2022;123(11):1098–1104. <https://doi.org/10.1134/S0031918X22601287>

- [Original Russian Text: Gan'shina E.A., Kun'kova Z.E., Pripechenkov I.M., Markin Yu.V. Magneto-Optical Probing of the Magnetic State and Phase Composition of InFeAs Layers. *Fizika metallov i metallovedenie*. 2022;123(11):1168–1174 (in Russ.). <https://doi.org/10.31857/S0015323022601222>]
8. Li T., Luo L., Li X., Dove M.T., Zhang S., He J., Zhang Z. Observation of the mixed magneto-optical Kerr effects using weak measurement. *Opt. Express*. 2023;31(15):24469–24480. <https://doi.org/10.1364/oe.492380>
 9. Sumi S., Awano H., Hayashi M. Interference induced enhancement of magneto-optical Kerr effect in ultrathin magnetic films. *Sci. Rep.* 2018;8(1):776. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-18794-w>
 10. Kaihara T., Ando T., Shimizu H., Zayets V., Saito H., Ando K., Yuasa S. Enhancement of magneto-optical Kerr effect by surface plasmons in trilayer structure consisting of double-layer dielectrics and ferromagnetic metal. *Opt. Express*. 2015;23(9):11537–11555. <https://doi.org/10.1364/oe.23.011537>
 11. Skidanov V.A. Proximity induced long-range transformation of transverse magneto-optical Kerr effect in bilayers of magnetic and normal transition metals. In: *EASTMAG Conference*. 2022. Abstracts. V. 1. P. 415–416. URL: https://eastmag2022.knc.ru/wp-content/uploads/2023/10/EASTMAG-2022_Abstracts_volume-1-2.pdf
 12. Maevskii V.M. Theory of magneto-optical effects in multilayer systems with arbitrary orientation of magnetization. *Fizika metallov i metallovedenie = Physics of Metals and Metallography*. 1985;59(2):213–219 (in Russ.).
 13. Deinego V., Kaptsov V., Gordienko V. Ten years of school LED lighting. Part 1. New threats. *Poluprovodnikovaya svetotekhnika = Solid-State Lighting*. 2021;3(71):22–28 (in Russ.).
 14. Gorshkov M.M. *Ellipsometriya (Ellipsometry)*. Moscow: Sovetskoe radio; 1974. 199 p. (in Russ.).
 15. Lomakin L. Silicon photodiodes. The reference sheet. *Radio*. 1998;2:65–68 (in Russ.).
 16. Aksenenko M.D., Baranochnikov M.L. *Priemniki opticheskogo izlucheniya. Spravochnik (Optical Radiation Receivers. Guide)*. Moscow: Radio i svyaz'; 1987. 296 p. (in Russ.).
 18. Born M., Wolf E. *Osnovy optiki (Principles of Optics)*: transl. from Engl. Moscow: Nauka; 1973. 719 p. (in Russ.). [Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. Cambridge: Cambridge University Press; 2019. 992 p.]

Об авторах

Гладышев Игорь Васильевич, к.ф.-м.н., доцент, кафедра нанoeлектроники, Институт перспективных технологий и индустриального программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: i_gladyshev@mirea.ru. ResearcherID N-1535-2016, Scopus Author ID 6701612553, SPIN-код РИНЦ 6735-1887, <https://orcid.org/0000-0002-7627-4978>

Юрасов Алексей Николаевич, д.ф.-м.н., профессор, кафедра нанoeлектроники, Институт перспективных технологий и индустриального программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: alexey_yurasov@mail.ru. ResearcherID M-3113-2016, Scopus Author ID 6602974416, SPIN-код РИНЦ 4259-8885, <https://orcid.org/0000-0002-9104-3529>

Яшин Максим Михайлович, к.ф.-м.н., доцент, кафедра нанoeлектроники, Институт перспективных технологий и индустриального программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: ihkamax@mail.ru. ResearcherID G-6809-2017, Scopus Author ID 57210607470, SPIN-код РИНЦ 2438-6135, <https://orcid.org/0000-0001-8022-9355>

About the authors

Igor V. Gladyshev, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Nanoelectronics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: i_gladyshev@mirea.ru. ResearcherID N-1535-2016, Scopus Author ID 6701612553, RSCI SPIN-code 6735-1887, <https://orcid.org/0000-0002-7627-4978>

Alexey N. Yurasov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Nanoelectronics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: alexey_yurasov@mail.ru, ResearcherID M-3113-2016, Scopus Author ID 6602974416, RSCI SPIN-code 4259-8885, <https://orcid.org/0000-0002-9104-3529>

Maxim M. Yashin, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Nanoelectronics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: ihkamax@mail.ru. ResearcherID G-6809-2017, Scopus Author ID 57210607470, RSCI SPIN-code 2438-6135, <https://orcid.org/0000-0001-8022-9355>

УДК 535.075.8

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-69-79>

EDN OHJNSF



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Отражение линейно поляризованных электромагнитных волн от многослойного периодического зеркала

Д.Х. Нурлигареев ^{1, @},
И.А. Недоспасов ^{1, 2},
К.Ю. Харитонов ¹

¹ МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

² Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, 125009 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: nurligareev@mirea.ru

Резюме

Цели. Цель работы – теоретическое и экспериментальное исследование углового спектра отражения линейно поляризованных электромагнитных волн от многослойного периодического зеркала на прозрачной подложке, вывод точных аналитических выражений для коэффициентов отражения и прохождения, обобщающих случаи падения плоских ТЕ-(transverse electric) и ТМ-мод (transverse magnetic) на ограниченные периодические структуры со ступенчатым профилем показателя преломления.

Методы. Теоретический анализ задачи отражения основан на поиске точных аналитических решений в виде волн Флоке – Блоха, представленных в форме неоднородных волн, в области периодически структурированных сред. На основе того факта, что в ограниченном одномерном фотонном кристалле возможно существование одиночной волны Флоке – Блоха, предлагается искать точные решения волнового уравнения в виде линейной комбинации волн Флоке – Блоха, бегущих в разные стороны. Канонические формы рассматриваемых периодических структур позволяют достаточно просто осуществлять переход от случая ТЕ-поляризации к ТМ-типу в дисперсионных соотношениях и выражениях для углового спектра отражения.

Результаты. Рассмотрены случаи отражения линейно поляризованного излучения для следующих случаев: плоской границы двух диэлектриков, тонкой плоскопараллельной пластины и многослойного диэлектрического зеркала. Получены точные аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения, обобщающие случаи падения волн ТЕ- и ТМ-поляризации на ограниченный одномерный фотонный кристалл. Экспериментально измерен коэффициент пропускания плоской ТЕ-волны для многослойного диэлектрического зеркала, напыленного на тонкую стеклянную пластину.

Выводы. Получено количественное и качественное согласование экспериментальных измерений коэффициента пропускания плоской волны, падающей из полупространства на ограниченный фотонный кристалл с теоретическими вычислениями. Показано, что полученные выражения для коэффициента пропускания ограниченного одномерного фотонного кристалла определяются интерференцией волн Флоке – Блоха, представленных в форме неоднородных волн, и могут быть приведены к виду, аналогичному для величины коэффициента прохождения традиционного интерферометра Фабри – Перо. В случае ТМ-поляризации при выполнении условия Брюстера на межслойных границах волна Флоке – Блоха имеет вид однородных плоских волн в слоях фотонного кристалла.

Ключевые слова: электромагнитные волны, периодическая среда, многослойное зеркало, одномерный фотонный кристалл, волны Флоке – Блоха

• Поступила: 31.05.2023 • Доработана: 12.04.2024 • Принята к опубликованию: 09.10.2024

Для цитирования: Нурлигареев Д.Х., Недоспасов И.А., Харитонов К.Ю. Отражение линейно поляризованных электромагнитных волн от многослойного периодического зеркала. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):69–79. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-69-79>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Reflections of linearly polarized electromagnetic waves from a multilayer periodic mirror

Dzamil Kh. Nurligareev ^{1, @},
Iliya A. Nedospasov ^{1, 2},
Kseniya Yu. Kharitonova ¹

¹ MIREA – Russian Technological University, 119454 Russia

² Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 125009 Russia

@ Corresponding author, e-mail: nurligareev@mirea.ru

Abstract

Objectives. The purpose of the article is to carry out a theoretical and experimental study of the angular reflection spectrum of linearly polarized electromagnetic waves from a multilayer periodic mirror on a transparent substrate to exact analytical expressions for reflection and transmission coefficients generalizing the cases of incidence of plane transverse electric (TE) and transverse magnetic (TM) modes on limited periodically structured media with a stepped refractive index profile.

Methods. The theoretical analysis of the reflection problem is based on the search for exact analytical solutions in the form of Floquet–Bloch waves presented in the form of inhomogeneous waves in the domain of periodically structured media. On the basis of the possible existence of a single Floquet–Bloch wave in a limited one-dimensional photonic crystal, it is proposed to search for exact solutions of the wave equation in the form of a linear combination of inhomogeneous waves propagating in different directions. By using the canonical forms of the considered periodic structures, it is possible to carry out the simple transition from the case of TE polarization to TM type in dispersion relations and expressions for the angular reflection spectrum.

Results. Cases of reflection of linearly polarized radiation are considered for the following cases: a flat boundary of two dielectrics, a thin plane-parallel plate, and a multilayer dielectric mirror. Exact analytical expressions for the reflection and transmission coefficients generalizing the cases of incidence of TE and TM polarizations waves on a limited one-dimensional photonic crystal are obtained. The transmission coefficients of a plane TE wave from a multilayer dielectric mirror sputtered on thin glass were experimentally measured.

Conclusions. A quantitative and qualitative agreement of experimental measurements of the transmission coefficient of a plane wave incident from a half-space on a confined photonic crystal with theoretical calculations is obtained. The obtained expressions for the transmission coefficient of a confined one-dimensional photonic crystal, which are shown to be determined by the interference of Floquet–Bloch waves presented in the form of inhomogeneous waves, can be reduced to a form analogous to the expression for the value of the transmission coefficient of a traditional Fabry–Pérot interferometer. In the case of TM polarization, when the Brewster condition is fulfilled at the interlayer boundaries, the Floquet–Bloch wave has the form of homogeneous plane waves in the layers of a photonic crystal.

Keywords: electromagnetic waves, periodic medium, multilayer mirror, one-dimensional photonic crystal, Floquet–Bloch waves

• Submitted: 31.05.2023 • Revised: 12.04.2024 • Accepted: 09.10.2024

For citation: Nurligareev D.Kh., Nedospasov I.A., Kharitonova K.Yu. Reflections of linearly polarized electromagnetic waves from a multilayer periodic mirror. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):69–79. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-69-79>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение особенностей распространения света в слоистых средах, свойства которых постоянны на плоскостях, перпендикулярных фиксированному направлению, является хорошо известной задачей в оптике. В качестве исторического примера можно привести классические работы Стокса [1] и Релея [2], в которых рассматривались явления, возникающие при прохождении света через кристаллические периодические структуры. Известно, что волновое уравнение в слоистых периодических средах сводится к дифференциальному уравнению Хилла, и в этих средах могут существовать окна пропускания и непропускания для проходящего излучения [2]. В одномерном случае решение волнового уравнения в слоистых периодических средах записывается в форме Флоке [3], а в трехмерном случае – в форме волн Блоха [4]. Достаточно подробно история вопроса излагается в обзоре [5]. Относительно недавно возникший и не ослабевающий интерес к изучению распространения волн через одномерные периодические структуры в оптике связан с тем, что такие структуры, при относительной простоте их изготовления, могут обеспечивать полное отражение в заданном частотном диапазоне частот и углов падения для различных состояний поляризации [6, 7]. В связи с этим одномерные периодические структуры можно рассматривать как одномерные фотонные кристаллы (ОФК), а распространение света в них описывать, используя подход Флоке – Блоха [8–13]. Элементы теории волн Флоке – Блоха (ВФБ) в настоящее время разработаны недостаточно подробно, и для описания распространения электромагнитных волн через такие структуры, как правило, используются численные методы. Численные расчеты, выполненные, например, с использованием комплексных матриц переноса, не дают наглядного представления о явной количественной

зависимости изучаемых физических процессов от геометрических и материальных параметров периодической структуры [14–16]. В работах [8, 9] для случая ТЕ-поляризованного излучения¹ ВФБ в ОФК представлена в форме неоднородной волны. В частности, были найдены функции, описывающие амплитудный и фазовый профили волны и коэффициент отражения плоской волны на границе ОФК.

В настоящее время в литературе активно исследуются различные вопросы применения ОФК. В частности, исследуются спектры пропускания ОФК со сложной последовательностью сверхпроводник-полупроводниковых слоев [17], рассматривается применение фотонного кристалла в качестве биосенсора на основе графена [18]. Особо актуальными представляются исследования ОФК в связи с возможностью экспериментальной реализации связанных или локализованных состояний в непрерывном спектре [19]. Так, недавно было предложено использовать двулучепреломляющие среды в сочетании с ОФК, где при падении под углом Брюстера поддерживается существование таких мод.

Поэтому основные цели настоящей работы – распространить развитое представление ВФБ в форме неоднородной волны и на случай ТМ-поляризованного излучения², а также продемонстрировать экспериментально эффект влияния интерференции ВФБ

¹ Transverse electric – линейно (плоско) поляризованная волна с вектором напряженности $\vec{E}$ электрического поля ориентированным перпендикулярно плоскости падения. [Transverse electric, linearly (plane) polarized wave with the electric field intensity vector oriented perpendicular to the plane of incidence.]

² Transverse magnetic, линейно (плоско) поляризованная волна с вектором напряженности $\vec{H}$ магнитного поля ориентированным перпендикулярно плоскости падения. [Transverse magnetic, linearly (plane) polarized wave with the magnetic field intensity vector oriented perpendicular to the plane of incidence.]

на величину коэффициентов отражения и пропускания для случая падения плоской линейно поляризованной волны из однородной среды на ограниченный ОФК.

1. ОТРАЖЕНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ И ОТ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ

В данной работе рассмотрены условия прохождения плоской электромагнитной волны через границу раздела двух сред для трех характерных случаев (рис. 1): отражения на границе двух однородных диэлектриков, отражения от тонкой диэлектрической пластины, отражения от многослойного диэлектрического зеркала (ограниченного ОФК).

Распределение поля $E(x, z, t)$ ($H(x, z, t)$) волн, распространяющихся в x - z -плоскости (плоскости падения), будем записывать в виде скалярной функции $\Psi(x, z, t)$:

$$\left. \begin{array}{l} E(x, z, t) \\ H(x, z, t) \end{array} \right\} = \Psi(x, z, t) = \Psi(x) e^{i(\omega t - \beta z)}. \quad (1)$$

При падении плоской волны $\hat{P}_a$

$$\hat{P}_a = P_a \exp[i(\phi_p + \omega t - \kappa_a x - \beta z)]$$

на границу диэлектриков с показателями преломления n_a, n_b ($n_a^2 = \epsilon_a$, $n_b^2 = \epsilon_b$) и диэлектрическими проницаемостями ϵ_a, ϵ_b параметр β – продольная компонента волновых векторов ($\beta = k_0 n_a \sin \phi$) определяется углом падения ϕ , отсчитываемым от нормали к границе раздела ($x = 0$) сред. Амплитуда Q_a отраженной волны $\hat{Q}_a$

$$\hat{Q}_a = Q_a \exp[i(\phi_q + \omega t + \kappa_a x - \beta z)]$$

определяется френелевским коэффициентом отражения r_a и амплитудой P_a падающей волны ($Q_a = r_a P_a$), а амплитуда G_b преломленной волны

$$\hat{G}_b = G_b \exp[i(\phi_g + \omega t - \kappa_b x - \beta z)]$$

определяется амплитудным коэффициентом пропускания t_b ($G_b = t_b P_a$). Здесь ϕ_p, ϕ_q, ϕ_g – начальные фазы, κ_a, κ_b – поперечные компоненты волновых векторов ($\kappa_a = \sqrt{k_0^2 n_a^2 - \beta^2}$, $\kappa_b = \sqrt{k_0^2 n_b^2 - \beta^2}$), t – время, $k_0 = \omega/c$ – волновой вектор излучения в вакууме, ω – частота излучения.

Удобно, рассматривая перпендикулярную плоскости падения компоненту поля – вектора $\vec{E}$ ($\vec{H}$) в случае ТЕ- или ТМ-поляризованных волн, ввести параметры χ_a, χ_b , связанные с поперечными волновыми векторами: $\chi_a = \kappa_a / (\epsilon_a)^\tau$, $\chi_b = \kappa_b / (\epsilon_b)^\tau$, где τ – эффективный параметр поляризации, равный нулю (единице) в данном случае. Формулы Френеля для амплитуд отраженного и преломленного света можно представить в одинаковом виде для случаев ТЕ- и ТМ-поляризованных волн:

$$\begin{aligned} r_a &= Q_a / P_a = (\chi_a - \chi_b) / (\chi_a + \chi_b), \\ t_a &= G_b / P_a = 2\chi_a / (\chi_a + \chi_b), \quad t_a - r_a = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Если параметры χ_a, χ_b – действительные, то амплитудный коэффициент t_a всегда положительный, и фаза преломленной волны на границе раздела совпадает с фазой падающей волны. При $\chi_a > \chi_b$ и $r_a > 0$ фаза отраженной волны также совпадает с фазой падающей волны, а при $\chi_a < \chi_b$ и $r_a < 0$ для отраженной волны возникает фазовый сдвиг, равный π . Начальные фазы ϕ_p, ϕ_q, ϕ_g совпадают с точностью до величины 2π , умноженной на произвольное целое число, и их численные значения удобно приравнять к нулю. В таком случае коэффициенты r_a, t_a – действительные. В общем случае, когда начальные фазы ϕ_p, ϕ_q, ϕ_g могут не совпадать, для обозначения комплексного коэффициента отражения будем пользоваться параметром $\hat{r}_a$ ($\hat{r}_a = r_a \exp(i\phi_{ra})$, $\phi_{ra} = \phi_q - \phi_p$).

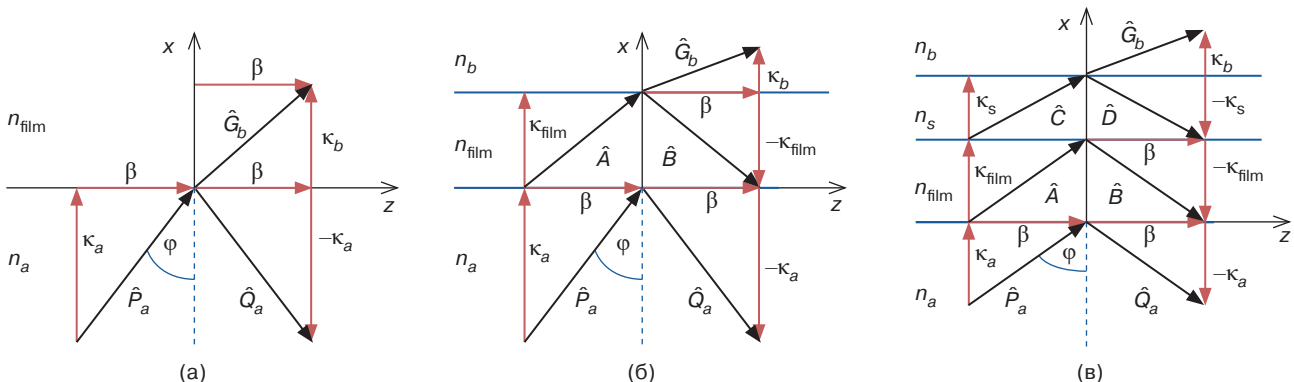


Рис. 1. Направления компонент волновых векторов $\kappa_a, \kappa_b, \kappa_{film}, \beta$ при отражении: (а) на границе раздела двух диэлектриков, (б) от тонкой диэлектрической пластины, (в) от ОФК

Энергетические коэффициенты отражения R_a и пропускания T_a представим следующим образом:

$$\begin{aligned} R_a &= Q_a^2 / P_a^2 = |r_a|^2 = (\chi_a - \chi_b)^2 / (\chi_a + \chi_b)^2; \\ T_a &= |t_a|^2 \cdot (\chi_b / \chi_a) = 4\chi_a\chi_b / (\chi_a + \chi_b)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Энергетические коэффициенты R_a и T_a равны отношению среднего потока энергии, соответственно, отраженной и прошедшей волн к среднему потоку энергии падающей волны. Здесь рассматриваются только поперечные (т.е. параллельные оси x) составляющие потоков энергии в слоях среды. Выполняется условие непрерывности поперечного потока энергии:

$$\chi_a(P_a^2 - Q_a^2) = \chi_b G_b^2. \quad (4)$$

В случае падения плоской волны $\hat{P}_a$ из среды с показателем преломления n_a ($x < 0$) на диэлектрическую пластину толщиной h и показателем преломления n_{film} ($n_{\text{film}}^2 = \epsilon_{\text{film}}$, ϵ_{film} – диэлектрическая проницаемость материала пластины) (рис. 1б) в области $x < 0$ возникает отраженная волна $\hat{Q}_a$, а в области $x > h$ – волна $\hat{G}_b$, преломленная в среду с показателем преломления n_b . Поле внутри пластины можно представить прямой и обратной волнами $\hat{A}, \hat{B}$

$$\hat{A} = A \exp[i(\phi_a + \omega t - \kappa_{\text{film}} x - \beta z)],$$

$$\hat{B} = B \exp[i(\phi_b + \omega t + \kappa_{\text{film}} x - \beta z)],$$

где $\kappa_{\text{film}} = \sqrt{k_0^2 n_{\text{film}}^2 - \beta^2}$. Эти волны называются парциальными волнами.

Для комплексных амплитуд $\hat{A}, \hat{B}, \hat{G}_b$ справедливы равенства $B = \hat{r}_b A$, $G_b = A + B$, где $\hat{r}_b = r_b \exp(i\phi_{rb})$ – френелевский коэффициент отражения на границе $x = h$,

$$\begin{aligned} \hat{r}_b &= (\chi_{\text{film}} - \chi_b) / (\chi_{\text{film}} + \chi_b), \\ \chi_{\text{film}} &= \kappa_{\text{film}} / (\epsilon_{\text{film}})^{\tau}, \quad \chi_b = \kappa_b / (\epsilon_b)^{\tau}. \end{aligned} \quad (5)$$

Начальные фазы ϕ_a, ϕ_b, ϕ_g совпадают с точностью до величины 2π , умноженной на произвольное целое число, и здесь удобно выбрать их численные значения равными $\phi_g = 0$. В таком случае фазы волн $\hat{A}, \hat{B}$ на границе $x = 0$ будут равны, соответственно, $\pm\phi_h$ (где $\phi_h = \kappa_{\text{film}} h$ – фазовая задержка, возникающая для парциальной волны при прохождении слоя толщиной h).

Теперь запишем формулы для коэффициента отражения r_a на границе $x = 0$ и отражательной (R_a) и пропускательной (T_a) способности пластины:

$$\begin{aligned} r_a &= \frac{Q_a}{P_a} = \\ &= \frac{\left(\left(1 - \frac{\chi_b}{\chi_a} \right)^2 + \left(\frac{\chi_b}{\chi_{\text{film}}} - \frac{\chi_{\text{film}}}{\chi_a} \right)^2 \tan^2 \phi_h \right)^{1/2}}{\left(\left(1 + \frac{\chi_b}{\chi_a} \right)^2 + \left(\frac{\chi_b}{\chi_{\text{film}}} + \frac{\chi_{\text{film}}}{\chi_a} \right)^2 \tan^2 \phi_h \right)^{1/2}}, \quad (6) \\ R_a &= \frac{Q_a^2}{P_a^2} = r_a^2, \quad T_a = 1 - R_a. \end{aligned}$$

Формулы (6) находятся в согласии с известными формулами Эйри, получаемыми при рассмотрении многолучевой интерференции волн в прозрачной пластине [20]. Так, согласно (6), при значениях $2\phi_h = 2\pi m$ и $\pi(2m + 1)$ для R_a достигаются экстремальные значения равные, соответственно, $(\chi_a - \chi_b)^2 / (\chi_a + \chi_b)^2$ и $(\chi_a\chi_b - \chi_{\text{film}}^2)^2 / (\chi_a\chi_b + \chi_{\text{film}}^2)^2$. В частности, в интерференционных минимумах отражения, возникающих, например, при одновременном выполнении условий: 1) $2\phi_h = 2\pi m$ и $\chi_a = \chi_b$ или 2) $2\phi_h = \pi(2m + 1)$ и $\chi_a \neq \chi_b$, $\chi_{\text{film}}^2 = \chi_a\chi_b$ должны достигаться значения R_a , равные нулю. В общем случае при вариации угла падения ϕ падающей волны $\hat{P}_a$ должны наблюдаться чередующиеся максимумы и минимумы интенсивности отраженной $\hat{Q}_a$ и преломленной $\hat{G}_b$ волн.

2. ОТРАЖЕНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ОТ МНОГОСЛОЙНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗЕРКАЛА

Рассмотрим многослойное диэлектрическое зеркало (рис. 1в), состоящее из чередующихся f - и s -слоев с показателями преломления n_f и n_s и толщиной h и s , соответственно, и размещенное между однородными диэлектрическими средами с показателями преломления n_a ($x < 0$) и n_b ($x > H$). Удобно представлять данную структуру как обрамленный двумя однородными диэлектрическими средами ОФК, образованный многократным повторением составленной из двух слоев (f - и s -слоев) ячейки с размером Λ ($\Lambda = h + s$). На рис. 1в показана всего одна такая ячейка, обрамленная двумя однородными средами. При падении плоской волны $\hat{P}_a$ на нижнюю границу ($x = 0$) ОФК в областях $x < 0$ и $x > H$ возникают, соответственно, отраженная $\hat{Q}_a$ и преломленная $\hat{G}_b$ плоские волны, а в области

$H > x > 0$ возбуждаются прямая и обратная ВФБ. Описание ТЕ-поляризованных ВФБ для случая неограниченного ОФК приводится нами в работах [8, 9]. В данной работе представим эти волны для случаев ТЕ- и ТМ-поляризации излучения в единой форме неоднородной волны $\Psi_u(x, z, t)$:

$$\Psi_u(x, z, t) = \Psi_u(x) \exp \{i[(\omega t + \Phi(x, z))]\}. \quad (7)$$

Здесь функции $\Psi_u(x)$ и $\Phi(x, z)$ задают, соответственно, распределение амплитуды и фазы волны. Поверхности постоянной амплитуды являются плоскостями, перпендикулярными оси x . Функция $\Psi_u(x)$ – периодическая с периодом, равным Λ , так что, введя локальные координаты $\xi_f = x - h/2 - \Lambda m$ и $\xi_s = x - s/2 - h - \Lambda m$ (где m – номер ячейки ОФК), отсчитываемые от середин соответствующих слоев, для нее можно записать:

$$\Psi_u(x) = \begin{cases} \Psi_f(\xi_f) = (A^2 + B^2 + 2AB \cdot \cos(2\kappa_f \xi_f))^{1/2}, \\ \quad -h/2 < \xi_f < h/2, \\ \Psi_s(\xi_s) = (C^2 + D^2 + 2CD \cdot \cos(2\kappa_s \xi_s))^{1/2}, \\ \quad -s/2 < \xi_s < s/2. \end{cases} \quad (8)$$

Фазовая функция $\Phi(x, z)$ зависит от двух координат, и, в общем случае, ВФБ – неплоская:

$$\Phi(x, z) = \phi_0 - K\Lambda(m + \varsigma) - \beta z - \phi_u(x), \quad (9)$$

где ϕ_0 имеет смысл начальной фазы волны, фазовый параметр $\varsigma = 0$ в f -слоях при $\Lambda m < x < \Lambda m + h$ и $\varsigma = 1/2$ в s -слоях при $\Lambda m + h < x < \Lambda(m + 1)$, а $\phi_u(x)$ – нелинейная составляющая фазовой функции $\Phi(x, z)$, задающая форму профиля волновых поверхностей ВФБ. Константа K (блоховское волновое число) может быть найдена из дисперсионного уравнения [8]:

$$\cos K\Lambda = \cos(\kappa_f h) \cos(\kappa_s s) - \frac{1}{2} \left(\frac{\chi_s}{\chi_f} + \frac{\chi_f}{\chi_s} \right) \sin(\kappa_f h) \sin(\kappa_s s), \quad \beta < k_0 n_s. \quad (10)$$

Распределение (8) поля ВФБ в слоях ОФК задается амплитудными коэффициентами A, B, C, D парциальных волн, которые при действительных κ_f, κ_s и K также являются действительными и зависят от параметров ячейки среды и блоховского волнового числа [8, 9]:

$$\begin{cases} A = A_0 \sin((\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2) \sin((\kappa_f h + \kappa_s s + K\Lambda)/2), \\ B = A_0 \sin((\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2) \times \\ \quad \times \sin((\kappa_f h - \kappa_s s - K\Lambda)/2) (\chi_s - \chi_f) / (\chi_s + \chi_f), \\ C = A_0 \sin((\kappa_f h + \kappa_s s + K\Lambda)/2) \sin(\kappa_f h) (\chi_s + \chi_f) / 2\chi_s, \\ D = A_0 \sin((\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2) \sin(\kappa_f h) (\chi_s - \chi_f) / 2\chi_s. \end{cases} \quad (11)$$

Формулы (11) являются обобщением формул (12) работы [8] и позволяют описывать особенности ТМ-поляризованных волн, которые ранее нами не рассматривались. Например, для случая ТМ-поляризации излучения, согласно (11), при выполнении условия $\chi_s = \chi_f$ амплитуды B и D парциальных волн равны нулю, а коэффициенты A и C равны друг другу, ВФБ в f - и s -слоях фотонного кристалла имеет вид однородных плоских волн, для которых углы падения α_f, α_s на межслойные границы находятся в согласии с условиями Брюстера $\text{tg} \alpha_f = n_s / n_f, \text{tg} \alpha_s = n_f / n_s$. При этом дисперсионное уравнение (10) сводится к равенству $\cos K\Lambda = \cos(\kappa_f h + \kappa_s s)$.

Параметр A_0 в (11) играет роль амплитуды ВФБ. В ограниченном ОФК для прямой и обратной волн этот параметр может различаться. Имеет смысл ввести в рассмотрение амплитудный коэффициент отражения r_u на границе $x = H$ как отношение амплитуд A_{down} и A_{up} (в данном случае считаем эти параметры действительными), соответственно обратной и прямой ВФБ. Рассматривая условия непрерывности тангенциальных компонент полей волн, на межслойных границах внутри ОФК и на границах ОФК с прилегающими средами, можно получить для коэффициента r_u :

$$r_u = \frac{A_{\text{down}}}{A_{\text{up}}} = \frac{1 - F_u}{1 + F_u}, \quad (12)$$

$$F_u = \frac{\chi_b}{\chi_f} \left(\frac{A - B}{A + B} + \frac{4AB}{A^2 - B^2} \cos^2 \phi_h \right).$$

Модуль амплитудного коэффициента отражения r_{au} и энергетические коэффициенты отражения R_{au} и пропускания T_{au} плоской волны $\hat{P}_a$, полученные для ОФК с учетом интерференции прямой и обратной ВФБ, находятся из следующих формул:

$$r_{au} = \frac{Q_a}{P_a} = \left(\frac{r_a^2 + r_u^2 + 2r_a r_u \cos(2\phi_{p-q} + 2\phi_{p-d})}{1 + r_a^2 r_u^2 + 2r_a r_u \cos(2\phi_{p-q} + 2\phi_{p-d})} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

$$R_{au} = r_{au}^2, \quad T_{au} = 1 - R_{au},$$

где r_a – модуль амплитудного коэффициента отражения от полубесконечного ОФК:

$$r_a = \left(\frac{(\chi_a - \chi_f)^2 A^2 + (\chi_a + \chi_f)^2 B^2 + 2AB(\chi_a^2 - \chi_f^2) \cos \kappa_f h}{(\chi_a + \chi_f)^2 A^2 + (\chi_a - \chi_f)^2 B^2 + 2AB(\chi_a^2 - \chi_f^2) \cos \kappa_f h} \right)^{1/2}, \quad (14)$$

$2\phi_{p.-q.}$, $2\phi_{p.-d.}$ – параметры согласования фаз волн³ на границах $x = 0$ и $x = h$:

$$2\phi_{p.-q.} = \arctg \frac{(\chi_f^2 - \chi_a^2)(A^2 - B^2) \sin 2\phi_h}{(\chi_f^2 - \chi_a^2)(A^2 + B^2) - 2AB(\chi_f^2 + \chi_a^2) \cos 2\phi_h} + \pi m_{p.-q.}, \quad (15)$$

$$2\phi_{p.-d.} = 2K\Lambda N + 2\arctg(\operatorname{tg}\phi_h(A - B)/(A + B)). \quad (16)$$

Здесь параметр $\phi_{p.-d.}$ с точностью до величины 2π , умноженной на целое число, равен фазовой задержке, возникающей для ВФБ при двойном прохождении ограниченного ОФК, параметр N задает число ячеек ограниченного ОФК, параметр $\phi_{p.-q.}$ равен среднему значению фаз падающей и отраженной волн на границе $x = 0$, численные значения параметра $m_{p.-q.}$ при вариации параметров ячейки ОФК и ВФБ могут принимать значения 0 ± 1 . Анализ формул (13–16) показывает, что при вариации угла падения ϕ плоской волны на ОФК должны возникать интерференционные максимумы и минимумы интенсивностей для отраженной и преломленной волн.

3. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА И ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В экспериментах в качестве исследуемой структуры использовалось многослойное интерференционное диэлектрическое зеркало, изготовленное на высоковакуумной установке ионно-лучевого нанесения диэлектрических слоев Aspira-150 (производитель – Изовак, Беларусь)⁴. Данная структура (образец) представляла собой стеклянную подложку (в качестве материала подложки использовалось стандартное слайдовое стекло, толщина подложки 0.7 мм, показатель преломления 1.52) с нанесенными на ее поверхность 10 парами чередующихся слоев Nb_2O_5 (оксид ниобия (V), толщина 0.11 мкм, показатель преломления 2.27) и SiO_2 (кварцевое стекло, толщина 0.18 мкм, показатель преломления 1.48). Материальные параметры слоев структуры и подложки предоставлены производителем. В экспериментах изучалась зависимость

коэффициента пропускания T_a образца от угла падения ϕ лазерного пучка света. На рис. 2 представлена схема эксперимента. Интенсивность излучения He-Ne-лазера⁵ (1), прошедшего через поляризатор (2) и образец (4), установленный на столике гониометра (3), измерялась фотоприемником (5).

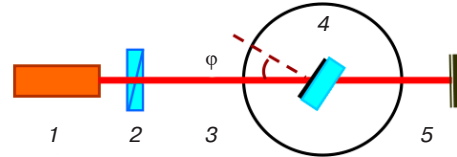


Рис. 2. Схема эксперимента

Согласно предварительным оценкам, выполненным по формулам (6), угловое расстояние между соседними максимумами интенсивности проходящего света должно быть наибольшим при значениях углов падения, близких к нулю (режим нормального падения) и углов падения близких к 90° (режим скользкого падения). Угловая ширина интерференционных резонансов в этих режимах наиболее велика, что также должно существенно упрощать уверенную регистрацию максимумов и минимумов интенсивности проходящего излучения при вариации угла падения ϕ .

На рис. 3 для случая ТЕ-поляризованного излучения при вариации угла падения ϕ в пределах от 0° до 8° представлены: измеренная интенсивность I_{trans} излучения (в относительных единицах, о.е.), прошедшего через образец, и рассчитанный по формулам (6) коэффициент пропускания T_a стеклянной пластины. В полном соответствии с предварительными расчетами при увеличении угла падения в пределах от 0° до 8° угловое расстояние между резонансами и их угловая ширина уменьшаются.

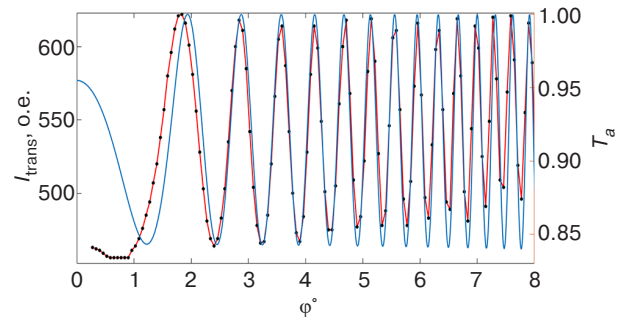


Рис. 3. Измеренная интенсивность I_{trans} (красная линия с точками) и рассчитанная функция пропускания T_a пластины с $n_b = 1.52$ и $d = 0.7$ мм (сплошная синяя линия) в зависимости от угла падения ϕ . Длина волны излучения равна 0.6328 мкм

³ Индекс p.-d. – phase delay – фазовая задержка; в индексе p.-q. буква p указывает на волну P_a , а буква q указывает на волну Q_a . [Index p.-d. is a phase delay; in p.-q. index the letter p indicates the P_a wave, and the letter q indicates the Q_a wave.]

⁴ <http://izovac.by/> (in Russ.). Дата обращения 27.09.2024. / Accessed September 27, 2024.

⁵ Гелий-неоновый лазер.

На рис. 4 для случая ТЕ-поляризованного излучения представлены в зависимости от угла скольжения θ ($\theta = \pi/2 - \varphi$): измеренная интенсивность I_{trans} излучения (в о.е.), прошедшего через образец, и рассчитанный по формулам (6) коэффициент пропускания T_a стеклянной пластины.

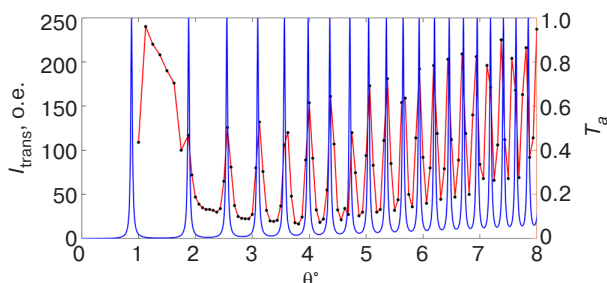


Рис. 4. Измеренная интенсивность I_{trans} (красная линия с точками) и рассчитанная функция пропускания T_a пластины с $n_b = 1.52$ и $d = 0.7$ мм (сплошная синяя линия) в зависимости от угла скольжения θ . Длина волны излучения равна 0.6328 мкм

В данном режиме скользкого падения при увеличении угла скольжения θ в представленных пределах от 0° до 8° также в полном согласии с предварительными оценками отчетливо фиксируется заметное уменьшение угловой ширины и углового расстояния между наблюдаемыми резонансами.

Представленные на рис. 3 и 4 зависимости отчетливо демонстрируют наличие интерференционных резонансов тонкой диэлектрической пластины. Вместе с тем следует заметить для представленных зависимостей I_{trans} наличие значительного роста пропускания в максимумах и минимумах интенсивности как при увеличении угла падения φ (в режиме, близком к нормальному падению), так и при увеличении угла скольжения θ (в режиме, близком к скользкому падению). Данные особенности объясняются влиянием нанесенных на стеклянную пластину слоев Nb_2O_5 и SiO_2 , интерференция волн в которых должна приводить к дополнительным модуляциям интенсивности проходящего через образец излучения.

На рис. 5 для случая вариации угла падения φ в пределах от 0° до 90° представлены измеренная интенсивность I_{trans} ТЕ-поляризованного излучения He-Ne-лазера (в о.е.), прошедшего через образец (красный цвет, черные точки), и рассчитанная по формулам (13) функция пропускания T_{au} ОФК с параметрами ячейки: $h = 0.11$ мкм, $s = 0.18$ мкм, $n_f = 2.27$, $n_s = 1.48$ (сплошная синяя линия). Кристалл состоит из 10 ячеек, обрамлен двумя однородными средами с показателями преломления: $n_a = 1$, $n_b = 1.52$. Согласно расчетам, в результате интерференции ВФБ в ОФК при вариации угла падения φ в диапазоне от 0° до 90° должны наблюдаться четыре интерференционных максимума пропускания.

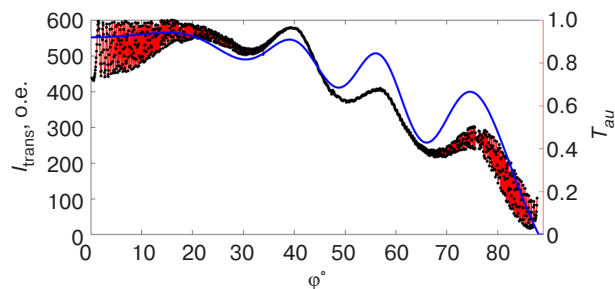


Рис. 5. Функция пропускания T_{au} ОФК (сплошная синяя линия) и измеренная интенсивность I_{trans} в зависимости от угла падения φ (красный цвет, черные точки). Длина волны равна 0.6328 мкм

Пропускание рассматриваемого образца определяется наложением на интерференционные резонансы стеклянной пластины интерференционных резонансов ОФК. Здесь следует заметить, что резонансы пропускания и соответствующие им резонансы отражения для стеклянной пластины отчетливо регистрируются с используемым лазером лишь в ограниченном интервале углов падения φ и скольжения θ , не превышающих 20° (рис. 6а, 6б).

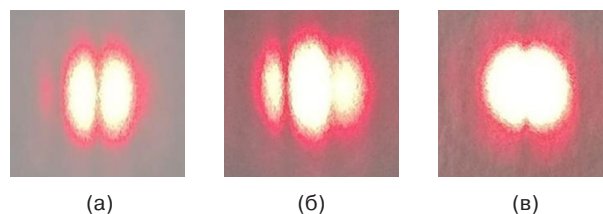


Рис. 6. Фотографии отраженного лазерного пучка при значениях угла падения φ : (а) 12° ; (б) 75° ; (в) 50°

В диапазоне углов падения φ от 30° до 70° угловая ширина резонансов стеклянной пластины существенно меньше угловой расходимости лазерного пучка (рис. 6в), и эти быстрые модуляции интенсивности не разрешаются. При этом медленные модуляции интенсивности, обусловленные интерференцией ВФБ, находятся в полном соответствии с теорией.

Полученные результаты экспериментов и теоретического моделирования достаточно хорошо согласуются и демонстрируют наличие интерференции ВФБ в ОФК, в результате которой интенсивность излучения в максимумах и минимумах интерференционных резонансов тонкой стеклянной пластины может изменяться существенным образом. Таким образом, представление ВФБ в форме неоднородных волн может быть полезным для расчета и оптимизации параметров оптических элементов и устройств, в которых используются интерференционные эффекты в многослойных периодических структурах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены точные выражения для коэффициентов отражения и прохождения для случая ограниченного ОФК со ступенчатым профилем показателя преломления на основе представления волн в виде линейной комбинации Флоке – Блоха. Установлено качественное согласование экспериментальных измерений коэффициента пропускания плоской ТЕ-волны, падающей из полупространства на ограниченный фотонный кристалл с теоретическими вычислениями. На графике (рис. 5) отчетливо наблюдаются быстрые модуляции интенсивности, что находится в соответствии с известными выражениями Эйри, получаемыми в случае многолучевой интерференции волн в прозрачной пластине при вариации угла падения волны. Толщина стеклянной подложки во много раз больше толщины фотонного кристалла и длины волны лазерного излучения, что приводит к большой фазовой задержке, поэтому должны наблюдаться быстро чередующиеся максимумы и минимумы интенсивности, которые с трудом разрешаются при измерениях. Медленные же модуляции интенсивности в свою очередь, обусловлены интерференцией ВФБ в фотонном кристалле, где при небольшом блоховском волновом векторе фазовый набег намного меньше.

БЛАГОДАРНОСТИ

И.А. Недоспасов благодарит Российский научный фонд (проект № 22-79-10267) за частичную поддержку.

ACKNOWLEDGMENTS

I.A. Nedospasov thanks the Russian Science Foundation (grant No. 22-79-10267) for financial support.

Вклад авторов

Д.Х. Нурлигареев – Введение, разделы 1 и 2 (вывод точных формул для коэффициентов отражения и пропускания для случаев ограниченного одномерного фотонного кристалла со ступенчатым профилем показателя преломления и многослойного диэлектрического зеркала), Заключение.

И.А. Недоспасов – Резюме, раздел 3 (выполнение расчетов и построение графиков зависимостей интенсивностей и функции пропускания исследуемых структур).

К.Ю. Харитонов – раздел 3 (выполнение измерений и построение экспериментальных зависимостей интенсивностей излучения).

Authors' contributions

D.Kh. Nurligareev – derivation of exact formulas for reflection and transmission coefficients for the cases of a limited one-dimensional photonic crystal with a stepped refractive index profile and a multilayer dielectric mirror; writing the Introduction, Conclusions, and the 1st and 2nd sections of the article.

I.A. Nedospasov – performing calculations and plotting dependencies of intensities and transmission functions of the studied structures; writing the Abstract and the 3rd section of the article.

K.Yu. Kharitonova – performing measurements and constructing experimental dependencies of radiation intensities; writing the 3rd section of the article.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lord Rayleigh. On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with periodic structure. *Phyl. Mag. Ser. 5*. 1887;24(147):145–159. <https://doi.org/10.1080/14786448708628074>
2. Lord Rayleigh. On the remarkable phenomenon of crystalline reflection described by Prof. Stokes. *Phyl. Mag. Ser. 5*. 1888;26(160):256–265. <https://doi.org/10.1080/14786448808628259>
3. Floquet G. Sur les equations differentielles lineaires a coefficients periodiques. (*Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, Serie 2*) *Ann. Ecole Norm. Sup.* 1883;12:47–88. <https://doi.org/10.24033/asens.220>
4. Bloch F. Über die Quantenmechanik der elektronen in kristallgittern. *Z. Phys.* 1929;52(85):555–600. <https://doi.org/10.1007/BF01339455>
5. Elachi C. Waves in active and passive periodical structures: A review. *Proc. IEEE*. 1976;64(12):1666–1698. <https://doi.org/10.1109/PROC.1976.10409>, URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/216300643.pdf>
6. Winn J.N., Fink Y., Fan S., Joannopoulos J.D. Omnidirectional reflection from a one-dimensional photonic crystal. *Opt. Lett.* 1998;23(20):1573–1575. <https://doi.org/10.1364/ol.23.001573>
7. Chigrin D.N., Lavrinenko A.V., Yarotsky D.A., Gaponenko S.V. Observation of total omnidirectional reflection from a one-dimensional dielectric lattice. *Appl. Phys. A*. 1999;68(1):25–28. <https://doi.org/10.1007/s003390050849>
8. Нурлигареев Д.Х., Сычугов В.А. Распространение света в одномерном фотонном кристалле: анализ методом функции Флоке-Блоха. *Квантовая электроника*. 2008;38(5):452–461. URL: <https://www.elibrary.ru/tteynf>
9. Нурлигареев Д.Х. Волны Флоке-Блоха одномерного фотонного кристалла: общая теория. *Наукоемкие технологии*. 2009;10(9):12–23.
10. Нурлигареев Д.Х., Сычугов В.А. Методика определения параметров ячейки ограниченного одномерного фотонного кристалла, основанная на формализме функций Флоке-Блоха. *Краткие сообщения по физике Физического института им. П.Н. Лебедева РАН*. 2012;2:3–10. URL: <https://www.elibrary.ru/ouillp>

11. Caffrey S., Morozov G.V., Sprung D.W.L., Martorell J. Floquet–Bloch solutions in a sawtooth photonic crystal. *Opt. Quantum Electron.* 2017;49(3):112. <https://doi.org/10.1007/s11082-017-0939-1>
12. Ibrahim A., Sprung D.W.L., Morozov G.V. Construction and Floquet–Bloch analysis of analytically solvable Hill equations with smooth potentials. *J. Opt. Soc. Am. B.* 2018;35(6):1223–1232. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.35.001223>
13. Shmat'ko A.A., Mizernik V.N., Odarenko E.N. Floquet–Bloch waves in magnetophotonic crystals with transverse magnetic field. *J. Electromagn. Waves Appl.* 2020;34(12):1667–1679. <https://doi.org/10.1080/09205071.2020.1780955>
14. Yeh P., Yariv A., Hong C.S. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. 1. General theory. *J. Opt. Soc. Am.* 1977;67(4):423–438. <https://doi.org/10.1364/JOSA.67.000423>
15. Walpita L.M. Solutions for planar optical waveguide equations by selecting zero elements in a characteristic matrix. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1985;2(4):595–602. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.2.000595>
16. Konopsky V. Design of 1D Photonic Crystals Sustaining Optical Surface Modes. *Coatings.* 2022;12(10):1489. <https://doi.org/10.3390/coatings12101489>
17. Segovia-Chaves F., Vinck-Posada H., Trabelsi Y., Ali N.B. Transmittance spectrum in a one-dimensional photonic crystal with Fibonacci sequence superconductor–semiconductor. *Optik.* 2020;217:164803. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.164803>
18. Panda A., Pukhrambam P.D., Wu F., Belhadj W. Graphene-based 1D defective photonic crystal biosensor for real-time detection of cancer cells. *Eur. Phys. J. Plus.* 2021;136(8):809. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-01796-z>
19. Liu Z., Li X., Chen C., Wang X., Gao W., Ye W., Li L., Liu J. Bound states in the continuum in asymmetric one-dimensional photonic crystal systems guided by anisotropy. *Opt. Express.* 2023;31(5):8384–8392. <https://doi.org/10.1364/OE.482894>
20. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*: пер с англ. М.: Наука; 1970. 856 с.

REFERENCES

1. Lord Rayleigh. On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with periodic structure. *Phyl. Mag. Ser. 5.* 1887;24(147):145–159. <https://doi.org/10.1080/14786448708628074>
2. Lord Rayleigh. On the remarkable phenomenon of crystalline reflection described by Prof. Stokes. *Phyl. Mag. Ser. 5.* 1888;26(160):256–265. <https://doi.org/10.1080/14786448808628259>
3. Floquet G. Sur les equations differentielles lineaires a coefficients periodiques. (*Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, Serie 2*) *Ann. Ecole Norm. Sup.* 1883;12:47–88. <https://doi.org/10.24033/asens.220>
4. Bloch F. Über die Quantenmechanik der elektronen in kristallgittern. *Z. Phys.* 1929;52(85):555–600. <https://doi.org/10.1007/BF01339455>
5. Elachi C. Waves in active and passive periodical structures: A review. *Proc. IEEE.* 1976;64(12):1666–1698. <https://doi.org/10.1109/PROC.1976.10409>. Available from URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/216300643.pdf>
6. Winn J.N., Fink Y., Fan S., Joannopoulos J.D. Omnidirectional reflection from a one-dimensional photonic crystal. *Opt. Lett.* 1998;23(20):1573–1575. <https://doi.org/10.1364/OL.23.001573>
7. Chigrin D.N., Lavrinenko A.V., Yarotsky D.A., Gaponenko S.V. Observation of total omnidirectional reflection from a one-dimensional dielectric lattice. *Appl. Phys. A.* 1999;68(1):25–28. <https://doi.org/10.1007/s003390050849>
8. Nurligareev D.K., Sychugov V.A. Propagation of light in a one-dimensional photonic crystal: analysis by the Floquet–Bloch function method. *Quantum Electron.* 2008;38(5):452–461. <https://doi.org/10.1070/QE2008v038n05ABEH013653>
[Original Russian Text: Nurligareev D.K., Sychugov V.A. Propagation of light in a one-dimensional photonic crystal: analysis by the Floquet–Bloch function method. *Kvantovaya elektronika.* 2008;38(5):452–461. Available from URL: <https://www.elibrary.ru/tteynf>]
9. Nurligareev D.K. Floquet–Bloch waves of a one-dimensional photonic crystal: a general theory. *Naukoemkie tekhnologii.* 2009;10(9):12–23 (in Russ.).
10. Nurligareev D.K., Sychugov V.A. Technique for determining the cell parameters of the confined one-dimensional photonic crystal, based on the Floquet–Bloch formalism. *Bull. Lebedev Phys. Inst.* 2012;39(2):33–37. <https://doi.org/10.3103/S1068335612020017>
[Original Russian Text: Nurligareev D.K., Sychugov V.A. Technique for determining the cell parameters of the confined one-dimensional photonic crystal, based on the Floquet–Bloch formalism. *Kratkie soobshcheniya po fizike.* 2012;2:3–10 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/ouillp>]
11. Caffrey S., Morozov G.V., Sprung D.W., Martorell J. Floquet–Bloch solutions in a sawtooth photonic crystal. *Opt. Quantum Electron.* 2017;49(3):112. <https://doi.org/10.1007/s11082-017-0939-1>
12. Ibrahim A., Sprung D.W.L., Morozov G.V. Construction and Floquet–Bloch analysis of analytically solvable Hill equations with smooth potentials. *J. Opt. Soc. Am. B.* 2018;35(6):1223–1232. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.35.001223>
13. Shmat'ko A.A., Mizernik V.N., Odarenko E.N. Floquet–Bloch waves in magnetophotonic crystals with transverse magnetic field. *J. Electromagn. Waves Appl.* 2020;34(12):1667–1679. <https://doi.org/10.1080/09205071.2020.1780955>
14. Yeh P., Yariv A., Hong C.S. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. 1. General theory. *J. Opt. Soc. Am.* 1977;67(4):423–438. <https://doi.org/10.1364/JOSA.67.000423>
15. Walpita L.M. Solutions for planar optical waveguide equations by selecting zero elements in a characteristic matrix. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1985;2(4):595–602. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.2.000595>
16. Konopsky V. Design of 1D Photonic Crystals Sustaining Optical Surface Modes. *Coatings.* 2022;12(10):1489. <https://doi.org/10.3390/coatings12101489>

17. Segovia-Chaves F., Vinck-Posada H., Trabelsi Y., Ali N.B. Transmittance spectrum in a one-dimensional photonic crystal with Fibonacci sequence superconductor–semiconductor. *Optik*. 2020;217:164803. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.164803>
18. Panda A., Pukhrambam P.D., Wu F., Belhadj W. Graphene-based 1D defective photonic crystal biosensor for real-time detection of cancer cells. *Eur. Phys. J. Plus*. 2021;136(8):809. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-01796-z>
19. Liu Z., Li X., Chen C., Wang X., Gao W., Ye W., Li L., Liu J. Bound states in the continuum in asymmetric one-dimensional photonic crystal systems guided by anisotropy. *Opt. Express*. 2023;31(5):8384–8392. <https://doi.org/10.1364/OE.482894>
20. Born M., Wolf E. *Osnovy optiki (Principles of Optics)*. Transl. from Engl. Moscow: Nauka; 1970. 856 p. (in Russ.). [Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. Oxford, London, Edinburgh, New York, Paris, Frankfurt: Pergamon Press; 1964, 856 p.]

Об авторах

Нурлигареев Джамиль Хайдарович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра физики, Институт перспективных технологий и промышленного программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: nurligareev@mirea.ru. Scopus Author ID 6602356533, ResearcherID L-5323-2018, SPIN-код РИНЦ 3651-6149, <https://orcid.org/0009-0006-6412-0580>

Недоспасов Илья Александрович, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, ФГБУН «Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук» (ИРЭ РАН) (125009, Россия, Москва, ул. Моховая, д. 11); доцент, кафедра физики, Институт перспективных технологий и промышленного программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: nedospasov@mirea.ru. Scopus Author ID 56415098900, ResearcherID G-6191-2016, SPIN-код РИНЦ 4300-8750, <https://orcid.org/0000-0002-8185-5072>

Харитонов Ксения Юрьевна, к.ф.-м.н., доцент, кафедра физики, Институт перспективных технологий и промышленного программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: kharitonova_k@mirea.ru. Scopus Author ID 6603407254. <https://orcid.org/0009-0008-2967-8372>

About the authors

Dzamil Kh. Nurligareev, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Physics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: nurligareev@mirea.ru. Scopus Author ID 6602356533, ResearcherID L-5323-2018, RSCI SPIN-code 3651-6149, <https://orcid.org/0009-0006-6412-0580>

Iliya A. Nedospasov, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Kotelnikov Institute of Radio engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences (11, Mokhovaya ul., Moscow, 125009 Russia); Associate Professor, Department of Physics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: nedospasov@mirea.ru. Scopus Author ID 56415098900, ResearcherID G-6191-2016, RSCI SPIN-code 4300-8750, <https://orcid.org/0000-0002-8185-5072>

Kseniya Yu. Kharitonova, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Physics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: kharitonova_k@mirea.ru. Scopus Author ID 6603407254. <https://orcid.org/0009-0008-2967-8372>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 539.3; 536.2

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-80-90>

EDN VWASPO



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Развитие модельных представлений термической реакции вязкоупругих тел на температурное поле

Э.М. Карташов ®

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

® Автор для переписки, e-mail: professor.kartashov@gmail.com

Резюме

Цели. В последние десятилетия в связи с созданием мощных излучателей энергии и их использованием в технологических операциях возросла актуальность исследований термической реакции твердых тел на температурное поле. Существует значительное количество публикаций, описывающих эти процессы математическими моделями динамической или квазистатической термоупругости, в основном для большинства технических важных материалов, подчиняющихся закону Гука. Однако при повышенных температурах и более высоком уровне напряжений понятие об упругом теле становится недостаточным: почти у всех материалов обнаруживается более или менее отчетливо явление вязкого течения. Реальное тело начинает проявлять упругие и вязкие свойства и становится вязкоупругим. Возникает достаточно сложная проблема – развитие динамической (квазистатической) термовязкоупругости в рамках соответствующих математических моделей классической прикладной термомеханики и математики. Цель работы – рассмотреть открытую проблему теории теплового удара в терминах обобщенной модели термовязкоупругости в условиях классической феноменологии Фурье о распространении теплоты в твердых телах. Рассматриваются три вида интенсивного нагрева: температурный, тепловой, нагрев средой. В равной мере могут быть рассмотрены режимы интенсивного охлаждения. Ставится задача: разработать модельные представления динамической (квазистатической) термовязкоупругости, допускающие точные аналитические решения соответствующих краевых задач на их основе. Указанное направление в научной литературе практически отсутствует.

Методы. Используются методы и теоремы операционного исчисления.

Результаты. Развита модельная представления термической реакции вязкоупругих тел с использованием предложенного нового уравнения совместности в перемещениях.

Выводы. Предложены новые интегро-дифференциальные соотношения на базе линейных реологических моделей для среды Максвелла и среды Кельвина, включающие одновременно динамические и квазистатические модели для вязкоупругих и упругих сред, обобщающие результаты предыдущих исследований. Предложенные определяющие соотношения новой формы применимы для описания термической реакции квазиупругих тел канонической формы одновременно в трех системах координат с определяющим систему параметром, что позволяет выявить влияние топологии области на величину соответствующих температурных напряжений.

Ключевые слова: тепловой удар, термовязкоупругость, обобщенные динамические модели, аналитические решения, термические напряжения

• Поступила: 26.03.2024 • Доработана: 10.04.2024 • Принята к опубликованию: 10.10.2024

Для цитирования: Карташов Э.М. Развитие модельных представлений термической реакции вязкоупругих тел на температурное поле. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):80–90. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-80-90>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Development of model representations of thermal reaction viscoelastic bodies on the temperature field

Eduard M. Kartashov [®]

MIREA – Russian Technological University, 119454 Russia

[®] Corresponding author, e-mail: professor.kartashov@gmail.com

Abstract

Objectives. In recent decades, the relevance of research into the thermal response of solids to a temperature field has increased in connection with the creation of powerful energy emitters and their use in technological operations. There is a significant number of publications describing these processes using mathematical models of dynamic or quasi-static thermoelasticity, mainly for most technically important materials that obey Hooke's law. However, at elevated temperatures and higher stress levels, the concept of an elastic body becomes insufficient: almost all materials exhibit more or less clearly the phenomenon of viscous flow. The real body begins to exhibit elastic and viscous properties and becomes viscoelastic. A rather complex problem arises: the development of dynamic (quasi-static) thermoviscoelasticity within the framework of the corresponding mathematical models of classical applied thermomechanics and mathematics. The purpose of the work is to consider the open problem of the theory of thermal shock in terms of a generalized model of thermoviscoelasticity under the conditions of classical Fourier phenomenology on the propagation of heat in solids. Three types of intense heating are considered: temperature, thermal, and medium heating. Intensive cooling modes can be equally considered. The task is posed: to develop model representations of dynamic (quasi-static) thermoviscoelasticity that allow accurate analytical solutions of the corresponding boundary value problems on their basis. This direction is practically absent in the scientific literature.

Methods. Methods and theorems of operational calculus were used.

Results. Model representations of the thermal response of viscoelastic bodies using the proposed new compatibility equation in displacements have been developed.

Conclusions. New integro-differential relations are proposed based on linear rheological models for the Maxwell medium and the Kelvin medium, including both dynamic and quasi-static models for viscoelastic and elastic media, generalizing the results of previous studies. The proposed constitutive relations of the new form are applicable to describe the thermal response of quasi-elastic bodies of a canonical shape simultaneously in three coordinate systems with a system-defining parameter, which makes it possible to identify the influence of the topology of the region on the value of the corresponding temperature stresses.

Keywords: heat stroke, thermoviscoelasticity, generalized dynamic models, analytical solutions, thermal stresses

• Submitted: 26.03.2024 • Revised: 10.04.2024 • Accepted: 10.10.2024

For citation: Kartashov E.M. Development of model representations of thermal reaction viscoelastic bodies on the temperature field. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):80–90. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-80-90>

Financial disclosure: The author has no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Статья продолжает исследования автора [1, 2] по развитию обобщенных локально-равновесных и локально-неравновесных процессов переноса теплоты. В данной статье изучается открытая проблема термической реакции вязкоупругих тел на нагрев массивного тела, ограниченного изнутри либо плоской поверхностью (упругое полупространство в декартовой системе координат), либо цилиндрической поверхностью (упругое пространство в цилиндрической системе координат с внутренней цилиндрической полостью), либо сферической поверхностью (упругое пространство в сферической системе координат с внутренней сферической полостью). Развивается новый подход на основе интегро-дифференциальных соотношений, включающих одновременно динамические и квазистатические модели для вязкоупругих и упругих сред, обобщающий результаты предыдущих исследований. Новые модельные представления основаны на линейных реологических моделях Максвелла и Кельвина, что позволяет отчетливо проследить влияние вязкого течения в упругой среде на температурные упругие напряжения. Приведенные результаты практически открывают новое научное направление в прикладной термомеханике и математике, а именно: исследование термической реакции вязкоупругих тел на интенсивный нагрев (охлаждение) в рамках динамических и квазистатических моделей. На первом этапе исследования проводятся в условиях наиболее распространенного на практике локально-равновесного процесса переноса теплоты на основе классической феноменологии Фурье [3] в виде линейного градиентного соотношения, связывающего вектор плотности теплового потока $\bar{q}(M, t)$ (t – время), с градиентом температуры $T(M, t)$: $\bar{q}(M, t) = -\lambda_T \text{grad} T(M, t)$, λ_T – коэффициент теплопроводности. Рассматриваются три случая интенсивного нагрева границы S области $\bar{\Omega} = \{M(x, y, z) \in \bar{D} = D + S, t > 0\}$, описывающей реальное твердое тело, а именно: температурный нагрев $T(M, t) = T_c(t)$, $M \in S$, $t > 0$ ($T_c(t) > T_0$; T_0 – начальная температура, при которой область находится в ненапряженном и недеформированном состоянии); тепловой нагрев $\partial T(M, t) / \partial n = -(1 / \lambda_T) q_0(t)$, $M \in S$, $t > 0$ ($q_0(t)$ – величина теплового потока, $\bar{n} = (n_1, n_2, n_3)$ – внешняя нормаль к S , вектор, непрерывный на S);

нагрев средой $\partial T(M, t) / \partial n = -h [T(M, t) - T_c]$, $M \in S$, $t > 0$ (h – относительный коэффициент теплообмена, T_c – температура окружающей среды ($T_c(t) > T_0$). В равной мере могут быть рассмотрены и случаи резкого охлаждения, а также действия внутренних источников (стоков) теплоты.

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Пусть $\sigma_{ij}(M, t)$, $\varepsilon_{ij}(M, t)$, $U_i(M, t)$ – соответственно компоненты тензоров напряжения, деформации и вектора перемещения, удовлетворяющие основным уравнениям (несвязанной) термоупругости (в индексных обозначениях) [1–6]:

$$\sigma_{ij,j}(M, t) + F_i(M, t) = \rho^* U_i(M, t), \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij}(M, t) = (1/2) [U_{i,j}(M, t) + U_{j,i}(M, t)], \quad (2)$$

$$\sigma_{ij}(M, t) = 2\mu \varepsilon_{ij}(M, t) + [\lambda \varepsilon_{ii}(M, t) - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T (T(M, t) - T_0)] \delta_{ij}, \quad (3)$$

$$M \in D, t > 0,$$

где ρ^* – плотность; λ , μ – изотермические коэффициенты Ламе; G – модуль сдвига; $\lambda = 2G\nu / (1 - 2\nu)$; ν – коэффициент Пуассона, при этом $2G(1 + \nu) = E$, E – модуль Юнга; λ_T – коэффициент линейного теплового расширения, δ_{ij} – символ Кронекера, $F_i(M, t)$ – компоненты объемной силы; $e(M, t) = U_{i,i}(M, t) = \varepsilon_{ii}(M, t)$ – объемная деформация, связанная с суммой нормальных напряжений $\sigma(M, t) = \sigma_{nn}(M, t)$, ($n = x, y, z$) соотношением

$$e(M, t) = \frac{1 - 2\nu}{E} \sigma(M, t) + 3\alpha_T [T(M, t) - T_0]. \quad (4)$$

К соотношениям (1)–(4) следует присоединить граничные условия $\sum_j \sigma_{ji}(M, t) n_j = f_i(M, t)$, $M \in S$, $t > 0$ на той части поверхности, где заданы напряжения, и граничные условия $U_i(M, t) = \varphi_i(M, t)$, $M \in S$, $t > 0$ – на той части поверхности, где заданы перемещения. Для частично ограниченной области $\bar{\Omega}$

следует добавить условие ограниченности всех функций, входящих в (1)–(4). Входящая в (3) температурная функция $T(M, t)$ находится из решения краевой задачи нестационарной теплопроводности вида

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= a \Delta T(M, t) + (1 / c \rho^*) f(M, t), M \in D, t > 0, \\ T(M, t) \Big|_{t=0} &= T_0, M \in S, \\ \gamma_1 \frac{\partial T(M, t)}{\partial n} + \gamma_2 T(M, t) &= \gamma_3 \varphi(M, t), M \in S, t > 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

a – температуропроводность; c – теплоемкость; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – коэффициенты в граничном условии.

Соотношения (1)–(4) – общие соотношения динамической термоупругости, связывающие напряжения, деформации, перемещения и температуру. При переходе к конкретным случаям выражения (1)–(4) необходимо преобразовать в так называемые уравнения совместности либо в напряжениях, либо в перемещениях и для этих уравнений записывать соответствующую задачу динамической термоупругости. Для рассматриваемого в статье случая необходимо учесть влияние кривизны граничной поверхности твердого тела на температуру и соответствующие температурные напряжения. Здесь более удобной математической моделью является уравнение «совместности» в перемещениях, одновременно охватывающее цилиндрическую, сферическую и декартову системы координат, причем в рамках обобщенной модели, затрагивающей многочисленные практические приложения.

Подставляя правые части (3) в (1) (без объемных сил) и используя далее (2) и (4), после ряда длительных преобразований приходим к трем уравнениям:

$$\begin{aligned} \Delta U_i(M, t) + \frac{1}{(1-2\nu)} \cdot \frac{\partial \bar{e}(M, t)}{\partial i} - (\rho^* / G) \frac{\partial^2 U_i(M, t)}{\partial t^2} = \\ = \frac{2(1+\nu) \alpha_T}{(1-2\nu)} \cdot \frac{\partial [T(M, t) - T_0]}{\partial i}, (i = x, y, z), \end{aligned}$$

которые формально можно записать в виде векторного равенства

$$\begin{aligned} \Delta \bar{U}(M, t) + \frac{1}{(1-2\nu)} \text{grad} [\text{div} \bar{U}(M, t)] - \\ - (\rho^* / G) \frac{\partial^2 \bar{U}(M, t)}{\partial t^2} = \\ = \frac{2(1+\nu)}{(1-2\nu)} \alpha_T \text{grad} [T(M, t) - T_0], M \in D, t > 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что при обратном переходе необходимо приравнять соответствующие компоненты в векторной записи левой и правой частей в (6).

Рассмотрим далее практические случаи динамической термоупругости на основе соотношения (6). В первом случае в декартовых координатах (x, y, z) рассматривается область $z > R, t > 0$, ограниченная плоской поверхностью, температурное состояние которой описывается функцией $T_i(z, t)$, $(i = 1, 2, 3)$; при этом $U_x = U_y = 0, U_z = U_z(z, t)$ и соотношение (6) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_z(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{v_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_z(z, t)}{\partial t^2} = \\ = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \frac{\partial [T_i(z, t) - T_0]}{\partial z}, z > R, t > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $v_p = \sqrt{\frac{2G(1-\nu)}{\rho^*(1-2\nu)}} = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho^*}$ – скорость распространения волны расширения в упругой среде, близкая к скорости звука.

Интересующая нас компонента напряжения $\sigma_{zz}(z, t)$ связана с перемещением соотношением

$$\sigma_{zz}(z, t) = \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \left\{ \frac{\partial U_z}{\partial z} - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T [T_i(z, t) - T_0] \right\}. \quad (8)$$

Температурная функция удовлетворяет трем условиям нагрева:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_i}{\partial t} &= a \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2}, z > R, t > 0, (i = 1, 2, 3), \\ T_i(z, t) \Big|_{t=0} &= T_0, z \geq R, \\ T_1(z, t) \Big|_{z=R} &= T_c, t > 0, \\ \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=R} &= -(1 / \lambda_T) q_0, t > 0, \\ \frac{\partial T_3}{\partial z} \Big|_{z=R} &= -h(T_3 - T_c), t > 0, \\ |T_i(z, t)| &< \infty, z \geq R, t \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Во втором случае в сферических координатах (ρ, φ, θ) рассматривается область $\rho > R, t > 0$ с внутренней сферической полостью при нагреве в условиях центральной симметрии $T_i = T_i(\rho, t)$, так что $U_\varphi = U_\theta = 0, U_\rho = U_\rho(\rho, t)$ и (6) записывается в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_\rho(\rho, t)}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \cdot \frac{\partial U_\rho(\rho, t)}{\partial \rho} - \\ - \frac{2}{\rho^2} U_\rho(\rho, t) - \frac{1}{v_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_\rho(\rho, t)}{\partial t^2} = \\ = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \frac{\partial [T_i(\rho, t) - T_0]}{\partial \rho}, \rho > R, t > 0. \end{aligned} \quad (10)$$

При этом

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho\rho}(\rho, t) &= \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \left\{ \frac{\partial U_\rho(\rho, t)}{\partial \rho} + \frac{2\nu}{1-\nu} \times \right. \\ &\quad \times \left. \frac{1}{\rho} U_\rho(\rho, t) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T [T_i(\rho, t) - T_0] \right\}, \\ \left. \begin{aligned} \frac{\partial T_i(\rho, t)}{\partial t} &= a \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \cdot \frac{\partial T_i}{\partial \rho} \right), \rho > R, t > 0, \\ T_1(\rho, t) \Big|_{\rho=R} &= T_c, t > 0, \\ \frac{\partial T_2(\rho, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R} &= -(1/\lambda_T) q_0, t > 0, \\ \frac{\partial T_3(\rho, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R} &= -h [T_3(\rho, t) \Big|_{\rho=R} - T_c], t > 0, \\ T_i(\rho, t) &< \infty, \rho \geq R, t \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

В третьем случае в цилиндрических координатах (r, φ, z) рассматривается область $\rho > R, t > 0$ с внутренней цилиндрической полостью в условиях радиальной температуры $T_i = T_i(\rho, t)$, так что $U_\varphi = U_z = 0, U_r = U_r(r, t)$ и соотношение (6) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_r(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_r(r, t)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} U_r(r, t) - \\ - \frac{1}{\nu_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_r(r, t)}{\partial t^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \frac{\partial [T_i(r, t) - T_0]}{\partial r}, \quad (13) \\ r > R, t > 0. \end{aligned}$$

При этом:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, t) &= \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \left\{ \frac{\partial U_r(r, t)}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu} \times \right. \\ &\quad \times \left. \frac{1}{r} U_r(r, t) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T [T_i(r, t) - T_0] \right\}, \\ \left. \begin{aligned} \frac{\partial T_i}{\partial t} &= a \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_i}{\partial r} \right), r > R, t > 0, \\ T_i(r, t) \Big|_{t=0} &= T_0, r \geq R, \\ T_1(r, t) \Big|_{r=R} &= T_c, t > 0, \\ \frac{\partial T_2(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=R} &= -(1/\lambda_T) q_0, t > 0, \\ \frac{\partial T_3(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=R} &= -h [T_3(r, t) \Big|_{r=R} - T_c], t > 0, \\ T_i(r, t) &< \infty, r \geq R, t \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

Представляет интерес охватить одновременно все три случая во всех трех системах координат в рамках обобщенной модели, что может представлять несомненную практическую значимость в теории теплового удара. Для удобства записи обобщенной модели введем обобщенную координату μ : $\mu = z$ в декартовых координатах, $\mu = \rho$ – в сферических, $\mu = r$ – в цилиндрических. При этом $U_\mu = U_\mu(\mu, t)$, $\sigma_{\mu\mu} = \sigma_{\mu\mu}(\mu, t)$, $T_i = T_i(\mu, t)$.

Соотношения (7)–(15) для упругого тела теперь можно записать следующим образом в обобщенном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_\mu}{\partial \mu^2} + \frac{2m+1}{\mu} \left(\frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} - \frac{1}{\mu} U_\mu \right) - \frac{1}{\nu_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_\mu}{\partial t^2} = \\ = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \frac{\partial [T_i(\mu, t) - T_0]}{\partial \mu}, \mu > R, t > 0, \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\mu\mu}(\mu, t) &= \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \left\{ \frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} + \frac{(2m+1)\nu}{(1-\nu)} \cdot \frac{1}{\mu} U_\mu - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T [T_i(\mu, t) - T_0] \right\}, \mu > R, t > 0, \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \frac{\partial T_i(\mu, t)}{\partial t} &= a \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial \mu^2} + \frac{2m+1}{\mu} \cdot \frac{\partial T_i}{\partial \mu} \right), \mu > R, t > 0, \\ T_i(\mu, t) \Big|_{t=0} &= T_0, \mu \geq R, \\ T_1(\mu, t) \Big|_{\mu=R} &= T_c, t > 0, \\ \frac{\partial T_2(\mu, t)}{\partial \mu} \Big|_{\mu=R} &= -(1/\lambda_T) q_0, t > 0, \\ \frac{\partial T_3(\mu, t)}{\partial \mu} \Big|_{\mu=R} &= -h [T_3(\mu, t) \Big|_{\mu=R} - T_c], t > 0, \\ T_i(\mu, t) &< \infty, \mu \geq R, t \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

Здесь

$$\mu = \begin{cases} z, z > R, m = -1/2 - \\ \text{для декартовых координат,} \\ \rho, \rho > R, m = 1/2 - \\ \text{для сферических координат,} \\ r, r > R, m = 0 - \\ \text{для цилиндрических координат.} \end{cases} \quad (19)$$

К полной постановке динамической задачи для перемещений в упругой области следует добавить начальные и граничные условия (в последнем случае граница области предполагается свободной от напряжений):

$$U_{\mu}(\mu, t) \Big|_{t=0}, \frac{\partial U_{\mu}(\mu, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \mu \geq R, \quad (20)$$

$$\left[\frac{\partial U_{\mu}(\mu, t)}{\partial \mu} + \frac{(2m+1)v}{(1-v)} \cdot \frac{1}{\mu} U_{\mu}(\mu, t) \right]_{\mu=R} =$$

$$= \frac{1+v}{1-v} \alpha_T [T_i(\mu, t) - T_0]_{\mu=R}, t > 0, \quad (21)$$

$$|U_{\mu}(\mu, t); \sigma_{\mu\mu}(\mu, t)| < \infty, \mu \geq R, t \geq 0. \quad (22)$$

ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ В РЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Многочисленные исследования термической реакции твердых тел выполнены, в основном, для большинства технически важных материалов, подчиняющихся закону Гука. Считается, что при относительно низком уровне температур и напряжений поведение широкого класса материалов находится в хорошем соответствии с теорией термоупругости, изложенной выше.

При повышенных температурах и более высоком уровне напряжений понятие об упругом теле становится недостаточным: почти у всех материалов обнаруживается более или менее отчетливо выраженное явление вязкого течения. В этом случае поведение реального тела принято называть вязкоупругим, т.к. тело одновременно проявляет упругие и вязкие свойства. Чтобы математически описать неупругое поведение тела при заданных условиях нагрева и напряжения, необходимо соответствующим образом обобщить соотношения между напряжениями и деформациями (3)–(4).

Реологические модели, которые учитывают одновременно протекающие процессы упругого деформирования и вязкого течения, благодаря достаточной простоте принятых соотношений между напряжениями и деформациями дают возможность математически проанализировать, как будут вести себя реальные тела в различных условиях нагружения. В этом отношении учет реологических эффектов имеет большое значение при проектировании элементов конструкций, подвергающихся воздействию высоких температур.

Выпишем все необходимые соотношения для реологических законов, связывающих напряжения $\sigma_{ij}(M, t)$ и деформации $\varepsilon_{ij}(M, t)$, ($i, j = x, y, z$). Для этого введем девиатор напряжений $s_{ij}(M, t)$ и девиатор деформаций $e_{ij}(M, t)$ соотношениями:

$$s_{ij}(M, t) = \sigma_{ij}(M, t) - \sigma^*(M, t)\delta_{ij}, \quad (23)$$

$$e_{ij}(M, t) = \varepsilon_{ij}(M, t) - \varepsilon^*(M, t)\delta_{ij}, \quad (24)$$

где σ^* и ε^* – среднее нормальное напряжение и среднее удлинение:

$$\sigma^*(M, t) = \frac{1}{3} \sum_i \sigma_{ii}(M, t), \quad \varepsilon^*(M, t) = \frac{1}{3} \sum_i \varepsilon_{ii}(M, t). \quad (25)$$

При помощи этих девиаторов соотношения (3)–(4) можно записать в виде:

$$s_{ij}(M, t) = 2Ge_{ij}(M, t), \quad (26)$$

$$\varepsilon^*(M, t) = \frac{1-2\nu}{2G(1+\nu)} \sigma^*(M, t) + \alpha_T [T(M, t) - T_0]. \quad (27)$$

Эти равенства описывают поведение линейной упругой среды. Если к соотношениям закона Гука добавить слагаемое, выражающее ньютонов закон вязкости (последовательное или параллельное соединение пружины и вязкого сопротивления), то полученные зависимости будут приводить к среде Максвелла:

$$\frac{\partial s_{ij}(M, t)}{\partial t} + \frac{1}{\tau_{\text{рел}}} s_{ij}(M, t) = 2G \frac{\partial e_{ij}(M, t)}{\partial t} \quad (28)$$

и к среде Кельвина

$$s_{ij}(M, t) = 2G \left[e_{ij}(M, t) + \tau_{\text{рел}} \frac{\partial e_{ij}(M, t)}{\partial t} \right]. \quad (29)$$

При этом соотношение (27) остается без изменения. Последнее означает, что при гидростатическом сжатии или растяжении тело ведет себя как вполне упругое. Постоянная $\tau_{\text{рел}} = \eta/G$ носит название «время релаксации» в (28) и «время запаздывания» в (29), η – вязкость материала. Разумеется, поведение материалов на практике сложнее случаев (28)–(29), однако, если основываться на применении простейших моделей, то для металлов при высоких температурах и для полимеров, сочетающих процессы упругого деформирования и вязкого течения можно использовать схему Максвелла, а для материалов с внутренним трением при изучении затухающих колебаний – схему Кельвина.

Заметим, что при $\tau_{\text{рел}} = 0$ ($\eta = \infty$) соотношение (28) дает среду Гука, при $\tau_{\text{рел}} = 0$ ($\eta = 0$) в (29) закон Кельвина сводится к зависимости (26).

При тепловом ударе (мгновенное нагревание или охлаждение граничной поверхности) напряжения скачкообразно изменяются на величину $\Delta = |E\alpha_T (T_c - T_0)|$ [3]. В упругой среде эти напряжения остаются неизменными,

а в среде Максвелла начинается вязкое течение, вследствие которого напряжение непрерывно убывает, асимптотически приближаясь к нулевому значению. В среде Кельвина, напротив, скачок напряжения превышает соответствующее упругое значение, к которому это напряжение впоследствии асимптотически приближается.

НОВЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕРМОВЯЗКОУПРУГОСТИ

Так как соотношения между напряжениями и деформациями для вязкоупругих материалов содержат переменную t – время, то соответствующие математические модели будут нестационарными и, следовательно, динамическими. Приведенные соотношения могут быть использованы для описания термической реакции вязкоупругих тел канонической формы (бесконечная пластина; полупространство, ограниченное плоской поверхностью; тела цилиндрической и сферической формы и др.) при заданных условиях нагрева (или охлаждения) в рамках соответствующей краевой задачи нестационарной теплопроводности. Для этого на начальном этапе необходимо получить дифференциальное уравнение динамической термовязкоупругости. Рассмотрим этот вопрос начнем в декартовых координатах для вязкоупругого полупространства $z \geq l$ (l – левая граница области) температуры $T(z, t)$, граница которого свободна от напряжений. При этом $U_x = U_y = 0$, $U_z = U_z(z, t)$, $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 0$, $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}$, напряжения $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(z, t)$ для $i = j$, $\sigma_{ij} = 0$ для $i \neq j$, ($i, j = x, y, z$).

Имеем далее:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial s_{zz}(z, t)}{\partial t} + \frac{1}{\tau_{\text{рел}}} s_{zz}(z, t) &= \frac{4G}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{zz}(z, t)}{\partial t}, \quad t > 0, \\ s_{zz}(z, t)|_{t=0} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{zz}(z, t) &= \frac{\partial U_z(z, t)}{\partial z}, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}(z, t)}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 U_z(z, t)}{\partial t^2}, \quad z > l, \quad t > 0, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= s_{zz} + \sigma^* = \\ &= s_{zz} + \frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \varepsilon_{zz} - \frac{2G(1+\nu)}{(1-2\nu)} \alpha_T (T_i - T_0). \end{aligned} \quad (32)$$

Находим решение задачи Коши (30):

$$s_{zz} = \frac{4G}{3} \varepsilon_{zz} - \frac{4G}{3\tau_{\text{рел}}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \varepsilon_{zz}(z, \tau) d\tau. \quad (33)$$

Найдем σ_{zz} из (32)–(33) и подставим в (31). В результате приходим к следующему соотношению для среды Максвелла:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} - \frac{1}{v_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} &= \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T \frac{\partial [T_i(z, t) - T_0]}{\partial z} + \\ &+ \frac{2(1-2\nu)}{3\tau_{\text{рел}}(1-\nu)} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \frac{\partial^2 U_z(z, \tau)}{\partial z^2} d\tau. \end{aligned} \quad (34)$$

При этом

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(z, t) &= \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \cdot \frac{\partial U_z}{\partial z} - \\ &- \frac{4G}{3\tau_{\text{рел}}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \frac{\partial U_z(z, \tau)}{\partial z} d\tau - \\ &- \frac{2G(1+\nu)}{(1-2\nu)} \alpha_T [T_i(z, t) - T_0]. \end{aligned} \quad (35)$$

Аналогичными рассуждениями в сферической системе координат (центральная симметрия $T_i = T_i(\rho, t)$ для вязкоупругой области $\rho > R$, $t > 0$ находим соотношения для среды Максвелла:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_\rho}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \cdot \frac{\partial U_\rho}{\partial \rho} - \frac{2}{\rho^2} U_\rho - \frac{1}{v_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_\rho}{\partial t^2} &= \\ &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \frac{\partial [T_i(\rho, t) - T_0]}{\partial \rho} + \frac{2(1-2\nu)}{3\tau_{\text{рел}}(1-\nu)} \times \\ &\times \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \left(\frac{\partial^2 U_\rho}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \cdot \frac{\partial U_\rho}{\partial \rho} - \frac{2}{\rho^2} U_\rho(\rho, \tau) \right) d\tau, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho\rho}(\rho, t) &= \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \times \\ &\times \left\{ \frac{\partial U_\rho}{\partial \rho} + \frac{2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{1}{\rho} U_\rho - \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T [T_i(\rho, t) - T_0] - \right. \\ &- \left. \frac{2}{3\tau_{\text{рел}}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \left(\frac{\partial U_\rho}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} U_\rho(\rho, \tau) \right) d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

В цилиндрических координатах (радиальный поток $T_i = T_i(r, t)$ для вязкоупругой области $r > R$, $t > 0$ аналогичные рассуждения приводят к результатам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} U_r - \frac{1}{v_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} &= \\ &= \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T \frac{\partial [T_i(r, t) - T_0]}{\partial r} + \frac{2(1-2\nu)}{3\tau_{\text{рел}}(1-\nu)} \times \\ &\times \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} U_r(r, \tau) \right) d\tau, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\sigma_{rr}(r, t) = \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \times \left\{ \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r} U_r - \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T [T_i(r, t) - T_0] - \right. \quad (39)$$

$$\left. - \frac{2}{3\tau_{\text{рел}}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{1}{2r} U_r(r, \tau) \right) d\tau \right\}.$$

Теперь в координатах (μ, t) можно записать обобщенную модель динамической термовязкоупругости одновременно для всех трех систем координат.

Для среды Максвелла:

$$\frac{\partial^2 U_\mu}{\partial \mu^2} + \frac{2m+1}{\mu} \left(\frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} - \frac{1}{\mu} U_\mu \right) - \frac{1}{v_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_\mu}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T \frac{\partial [T_i(\mu, t) - T_0]}{\partial \mu} + \frac{2(1-2\nu)}{3\tau_{\text{рел}}(1-\nu)} \times \quad (40)$$

$$\times \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \left[\frac{\partial^2 U_\mu}{\partial \mu^2} + \frac{2m+1}{\mu} \left(\frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} - \frac{1}{\mu} U_\mu(\mu, \tau) \right) \right] d\tau,$$

$$\sigma_{\mu\mu}(\mu, t) = \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \times \left\{ \frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} + \frac{(2m+1)\nu}{(1-\nu)} \cdot \frac{1}{\mu} U_\mu - \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T [T_i(\mu, t) - T_0] \right\} - \quad (41)$$

$$- \frac{4G}{3\tau_{\text{рел}}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \left[\frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} - \frac{2m+1}{2\mu} U_\mu(\mu, \tau) \right] d\tau.$$

Конкретная система координат в соотношениях (40)–(41) фиксируется записью (19).

Для среды Кельвина:

$$\frac{\partial^2 U_\mu}{\partial \mu^2} + \frac{2m+1}{\mu} \left(\frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} - \frac{1}{\mu} U_\mu \right) - \frac{1}{v_p^2} \cdot \frac{\partial^2 U_\mu}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T \frac{\partial [T_i(\mu, t) - T_0]}{\partial \mu} - \frac{2\tau_{\text{рел}}}{3} \cdot \frac{(1-2\nu)}{1-\nu} \times \quad (42)$$

$$\times \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial^2 U_\mu}{\partial \mu^2} + \frac{2m+1}{\mu} \left(\frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} - \frac{1}{\mu} U_\mu \right) \right].$$

$$\sigma_{\mu\mu}(\mu, t) = \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \times \left\{ \frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} + \frac{\nu}{1-\nu} \cdot \frac{2m+1}{\mu} U_\mu - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T [T_i(\mu, t) - T_0] \right\} + \quad (43)$$

$$+ \frac{4G\tau_{\text{рел}}}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial U_\mu}{\partial \mu} - \frac{2m+1}{2\mu} U_\mu \right).$$

Здесь, как и выше в (41), соответствующая система координат определяется условиями (19). Функции

$T_i(\mu, t)$, $(i = 1, 2, 3)$ соответствуют постановкам (18). Для записи краевых задач для уравнений (40) и (42) следует добавить начальные условия (20), условия ограниченности (22) и граничное условие для свободной от напряжений (41) и (43) границы области $\mu \geq R$, $t \geq 0$. При проведении численных экспериментов для различных условий теплового нагрева (или охлаждения), указанных в (18), уравнения (40) и (42) допускают преобразования Лапласа, что позволяет в пространстве изображений перейти к линейным краевым задачам для перемещений и после их нахождения выписать все (ненулевые) компоненты тензоров напряжений и деформаций, затем после перехода к оригиналам становится возможным воспроизвести полную картину динамической реакции вязкоупругого тела на тепловой удар. Можно использовать для этих целей также и частные соотношения (34), (36), (38), а можно (что более интересно) перейти сразу к обобщенным моделям для уравнений (40), (42). Автором в [2] развит аналитический метод нахождения точных операционных решений такого рода обобщенных уравнений, что в конечном счете позволяет описать влияние топологии области (фиксируя в решении задачи m) на величину вязкоупругих температурных напряжений. Последнее с практической точки зрения представляет значительный интерес для многих направлений науки и техники [3–6].

Можно указать еще один новый подход на основе девiatorных соотношений, также приводящий к динамической постановке термовязкоупругой задачи. Рассмотрим этот подход для декартовых координат. Находим из (32)–(33):

$$\sigma_{zz}(z, t) = \frac{2G(1-\nu)}{(1-2\nu)} \varepsilon_{zz} - \frac{2G(1+\nu)}{(1-2\nu)} \alpha_T [T_i(z, t) - T_0] - \quad (44)$$

$$- \frac{4G}{3\tau_{\text{рел}}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{\tau_{\text{рел}}}\right] \varepsilon_{zz}(z, \tau) d\tau.$$

Операционным методом находим из (44) $\bar{\varepsilon}_{zz}(z, p)$ и подставляем найденное соотношение в операционную форму уравнения

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial z^2} = \rho^* \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon_{zz}).$$

После длительных преобразований приходим к уравнению нового вида:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial z^2} - \frac{1}{v_p^2} \cdot \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial t^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \rho^* \frac{\partial^2 [T_i(z, t) - T_0]}{\partial t^2} + \frac{m_1}{v_p^2 \tau_{\text{рел}}} \times \quad (45)$$

$$\times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t \exp\left[-\left(\frac{m_2}{3\tau_{\text{рел}}}\right)(t-\tau)\right] \sigma_{zz}(z, \tau) d\tau + \frac{m_1 m_2}{\tau_{\text{рел}}(1/\rho^*)} \times$$

$$\times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t \exp\left[-\left(\frac{m_2}{3\tau_{\text{рел}}}\right)(t-\tau)\right] \alpha_T [T_i(z, \tau) - T_0] d\tau, \quad z > l, \quad t > 0.$$

$$\text{Здесь } m_1 = \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)}, m_2 = \frac{1+\nu}{1-\nu}.$$

Уравнение (45) обобщает известное уравнение Даниловской для упругих тел [7] на вязкоупругие тела и фактически дает дальнейшее развитие указанной проблемы (в рамках среды Максвелла). Для среды Кельвина имеем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial z^2} &= \frac{1}{m_1 \tau_{\text{рел}} v_p^2} \times \\ &\times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{m_1 \tau_{\text{рел}}}\right] \sigma_{zz}(z, \tau) d\tau + \frac{m_2 \rho^*}{m_1 \tau_{\text{рел}}} \times \\ &\times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\tau)}{m_1 \tau_{\text{рел}}}\right] \alpha_T [T_i(z, \tau) - T_0] d\tau. \end{aligned} \quad (46)$$

Для проведения численных расчетов, например, на основе уравнения (45), целесообразно перейти к безразмерным величинам по формулам:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{v_p(z-l)}{a}, \\ \tau &= \frac{v_p^2 t}{a}, \\ \beta_1 &= \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)\tau_{\text{рел}}(v_p^2/a)}, \\ \beta_2 &= \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)3\tau_{\text{рел}}(v_p^2/a)}, \\ S_T &= \frac{2G\alpha_T(T_c - T_0)(1+\nu)}{(1-2\nu)}, \\ \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) &= \frac{\sigma_{zz}(z, t)}{S_T}, \\ W_i(\xi, \tau) &= \frac{T_i(z, t) - T_0}{T_c - T_0}. \end{aligned}$$

Уравнение (45) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma_{\xi\xi}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{\xi\xi}}{\partial \tau^2} &= \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} + \beta_1 \times \\ &\times \int_0^\tau \exp[-\beta_2(\tau - \tau')] [\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau') + W(\xi, \tau')] d\tau' \end{aligned} \quad (47)$$

и в такой форме является более удобным для преобразований в пространстве изображений по Лапласу, т.к. содержит слагаемое типа свертки (что удобно для применения преобразования Лапласа).

Найдем операционное решение уравнения (47):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\xi\xi}(\xi, p) &= \frac{1}{2} p \sqrt{\frac{p+\beta_1+\beta_2}{p+\beta_2}} \bar{W}(0, p) \times \\ &\times \int_0^\infty \exp\left[-p(\xi+\xi') \sqrt{\frac{p+\beta_1+\beta_2}{p+\beta_2}}\right] d\xi' - \\ &- \frac{1}{2} p \sqrt{\frac{p+\beta_1+\beta_2}{p+\beta_2}} \bar{W}(\xi, p) \times \\ &\times \int_\xi^\infty \exp\left[-p(\xi'-\xi) \sqrt{\frac{p+\beta_1+\beta_2}{p+\beta_2}}\right] d\xi' - \\ &- \frac{1}{2} p \sqrt{\frac{p+\beta_1+\beta_2}{p+\beta_2}} \bar{W}(\xi, p) \times \\ &\times \int_0^\xi \exp\left[-p(\xi-\xi') \sqrt{\frac{p+\beta_1+\beta_2}{p+\beta_2}}\right] d\xi'. \end{aligned} \quad (48)$$

Представленное изображение является характерным для динамических задач термовязкоупругости и отличается от классических изображений (с оригиналами) в таблицах [8]. Ключевым вопросом при нахождении оригинала сложного изображения (48) является предварительное нахождение оригинала изображения

$$\bar{\Psi}_i(\xi, \xi', p) = \frac{1}{p} \exp\left[-\gamma_i(\xi, \xi') \sqrt{\frac{p+\beta_1+\beta_2}{p+\beta_2}}\right]. \quad (49)$$

Здесь можно использовать подход, разработанный автором в [2] для сложных изображений. Используем для этих целей интеграл Римана – Меллина, учитывая, что функция (49) имеет две точки ветвления. Опуская длительные выкладки, приведем конечный результат:

$$\begin{aligned} \Psi_i(\xi, \xi', \tau) &= \left\{ 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{\beta_1} \frac{1}{x+\beta_2} \exp[-(x+\beta_2)\tau] \times \right. \\ &\times \sin\left[\gamma_i(\xi, \xi')(x+\beta_2) \sqrt{\frac{\beta_1-x}{x}}\right] dx \Big\} \times \eta[\tau - \gamma_i(\xi, \xi')]. \end{aligned} \quad (50)$$

Здесь:

$$\gamma_i(\xi, \xi') = \begin{cases} (\xi + \xi'), & i = 1, \\ (\xi' - \xi), & i = 2, \\ (\xi - \xi'), & i = 3, \end{cases}$$

$\eta(z)$ – функция Хевисайда. Теперь можно выписать оригинал изображения (48):

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = & -W(\xi, \tau) - \\ & - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^\infty d\xi' \int_0^\tau \frac{\partial W(0, \tau')}{\partial \tau'} \Psi_1(\xi, \xi', \tau - \tau') d\tau' - \\ & - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \int_\xi^\infty d\xi' \int_0^\tau \frac{\partial W(\xi, \tau')}{\partial \tau'} \Psi_2(\xi, \xi', \tau - \tau') d\tau' + \\ & + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^\xi d\xi' \int_0^\tau \frac{\partial W(\xi, \tau')}{\partial \tau'} \Psi_3(\xi, \xi', \tau - \tau') d\tau'. \end{aligned} \quad (51)$$

Аналогичным образом могут быть рассмотрены и другие системы координат.

Заканчивая эту часть теории динамической термовязкоупругости, следует сравнить обобщенные соотношения (16)–(17) для упругой среды и соотношения (40), (41) для модели Максвелла и (42), (43) для модели Кельвина для вязкоупругой среды. Здесь наглядно проявляется влияние вязкости и ее вклад в обобщенную термомеханику. Фактически приведенные соотношения (как и (45), (46), (51)) открывают перспективное научное направление, связанное с исследованием термической реакции вязкоупругих сред на нагрев (или охлаждение) в терминах динамической вязкоупругости. Например, в (51) могут быть рассмотрены многочисленные случаи нагрева (охлаждения) в рамках модельных задач (9) с различным тепловым потоком: однородным, неоднородным, импульсным, пульсирующим, периодическим, аperiodическим и др. Каждый случай такого

изучения представляет собой самостоятельное научное исследование, затрагивающее не только термомеханику, но и вычислительную математику и в особенности операционное исчисление при нахождении оригиналов сложных изображений. Заметим, что подобного рода решения динамических задач в литературе практически не рассмотрены. Дальнейшие исследования указанной проблемы заключаются в развитии обобщенных модельных представлений термической реакции вязкоупругих сред для локально-неравновесных процессов переноса теплоты [9–15].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложены новые модельные представления интегро-дифференциальной формы для динамической и квазистатической термовязкоупругости для различных случаев теплового воздействия на вязкоупругие тела одновременно в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат. Приведенные соотношения позволяют аналитически изучить многочисленные практические случаи термической реакции вязкоупругой среды (вязкоупругих тел канонической формы) в рамках линейных реологических моделей Максвелла и Кельвина в терминах классической феноменологии Фурье о распространении теплоты в твердых телах и автоматически могут быть распространены на локально-неравновесные процессы теплообмена в терминах феноменологии Максвелла – Каттанео – Лыкова – Вернотта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карташов Э.М. Модельные представления теплового удара в динамической термоупругости. *Russ. Technol. J.* 2020;8(2):85–108. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-85-108>
2. Карташов Э.М. Новые операционные соотношения для математических моделей локально-неравновесного теплообмена. *Russ. Technol. J.* 2022;10(1):68–79. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-1-68-79>
3. Карташов Э.М., Кудинов В.А. *Аналитическая теория теплопроводности и прикладной термоупругости*. М.: URSS; 2012. 670 с. ISBN 978-5-397-02750-2
4. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. *Математические модели термомеханики*. М.: ФИЗМАТЛИТ; 2002. 168 с.
5. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. *Математические модели механики и электродинамики сплошной среды*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2008. 512 с. ISBN 978-5-7038-3162-5
6. Боли Б., Уэйнер Дж. *Теория температурных напряжений*: пер. с англ. М.: Мир; 1964. 517 с.
7. Даниловская В.И. Температурные напряжения в упругом полупространстве, возникающие вследствие внезапного нагрева его границы. *Прикладная математика и механика*. 1950;14(3):316–324.
8. Диткин В.А., Прудников А.П. *Справочник по операционному исчислению*. М.: Высшая школа; 1965. 467 с.
9. Кудинов И.В., Кудинов В.А. Математическая модель локально-неравновесного теплопереноса с учетом пространственно-временной нелокальности. *Инженерно-физический журнал*. 2015;88(2):393–408.
10. Кудинов В.А., Еремин А.В., Кудинов И.В. Разработка и исследование сильно неравновесной модели теплообмена в жидкости с учетом пространственно-временной нелокальности и диссипации энергии. *Теплофизика и аэромеханика*. 2017;24(6):929–935.
11. Баумейстер К., Хамилл Т. Гиперболическое уравнение теплопроводности. Решение задачи о полубесконечном теле. *Теплопередача*. 1969;4:112–119.
12. Соболев С.Л. Локально-неравновесные модели процессов переноса. *Успехи физ. наук*. 1997;167(10):1095–1106. <https://doi.org/10.3367/UFN.0167.199710f.1095>
13. Савельева И.Ю. Вариационная формулировка математической модели процесса стационарной теплопроводности с учетом пространственной нелокальности. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки*. 2022;2(101):68–86. <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2022-2-68-86>

14. Кудинов В.А., Кудинов И.В. Исследование теплопроводности с учетом конечной скорости распространения теплоты. *Теплофизика высоких температур*. 2013;51(2):301–310.
15. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. *Обобщенная термомеханика*. Киев: Наукова думка; 1976. 312 с.

REFERENCES

1. Kartashov E.M. Model representations of heat shock in terms of dynamic thermal elasticity. *Russ. Technol. J.* 2020;8(2):85–108 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-85-108>
2. Kartashov E.M. New operational relations for mathematical models of local nonequilibrium heat transfer. *Russ. Technol. J.* 2022;10(1):68–79 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-1-68-79>
3. Kartashov E.M., Kudinov V.A. *Analiticheskaya teoriya teploprovodnosti i prikladnoi termouprugosti (Analytical Theory of Thermal Conductivity and Applied Thermoelasticity)*. Moscow: URSS; 2012. 670 p. (in Russ.). ISBN 978-5-397-02750-2
4. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskie modeli termomekhaniki (Mathematical Thermomechanics Models)*. Moscow: FIZMATLIT; 2002. 168 p. (in Russ.).
5. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskie modeli mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoi sredy (Mathematical Models of Mechanics and Electrodynamics of a Continuous Medium)*. Moscow: Bauman Press; 2008. 512 p. (in Russ.). ISBN 978-5-7038-3162-5
6. Boley B., Weiner J. *Teoriya temperaturnykh napryazhenii (Theory of Thermal Stresses)*: transl. from Engl. Moscow: Mir; 1964. 517 p. (in Russ.).
[Boley B., Weiner J. *Theory of Thermal Stresses*. N.Y., London: Wiley & Sons; 1960. 608 p.]
7. Danilovskaya V.I. Temperature stresses in an elastic half-space arising due to sudden heating of its boundary. *Prikladnaya matematika i mehanika = J. Appl. Math. Mech.* 1950;14(3):316–324 (in Russ.).
8. Ditkin V.A., Prudnikov A.P. *Spravochnik po operatsionnomu ischisleniyu (Handbook of Operational Calculus)*. Moscow: Vysshaya shkola; 1965. 467 p. (in Russ.).
9. Kudinov I.V., Kudinov V.A. Mathematical Simulation of the Locally Nonequilibrium Heat Transfer in a Body with Account for its Nonlocality in Space and Time. *J. Eng. Phys. Thermophy.* 2015;88(2):406–422. <https://doi.org/10.1007/s10891-015-1206-6>
[Original Russian Text: Kudinov I.V., Kudinov V.A. Mathematical Simulation of the Locally Nonequilibrium Heat Transfer in a Body with Account for its Nonlocality in Space and Time. *Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal*. 2015;88(2):393–408 (in Russ.).]
10. Kudinov V.A., Eremin A.V., Kudinov I.V. The development and investigation of a strongly non-equilibrium model of heat transfer in fluid with allowance for the spatial and temporal non-locality and energy dissipation. *Thermophys. Aeromech.* 2017;24(6):901–907. <https://doi.org/10.1134/S0869864317060087>
[Original Russian Text: Kudinov V.A., Eremin A.V., Kudinov I.V. The development and investigation of a strongly non-equilibrium model of heat transfer in fluid with allowance for the spatial and temporal non-locality and energy dissipation. *Teplofizika i Aeromekhanika*. 2017;24(6):929–935 (in Russ.).]
11. Baumeister K., Hamill T. Hyperbolic heat equation. Solving the problem of a semi-infinite body. *Teploperedacha = J. Heat Transfer*. 1969;4:112–119 (in Russ.).
12. Sobolev S.L. Local Non-Equilibrium Transport Models. *Phys. Usp.* 1997;40(10):1043. <https://doi.org/10.1070/PU1997v040n10ABEH000292>
[Original Russian Text: Sobolev S.L. Local Non-Equilibrium Transport Models. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. 1997;167(10):1095–1106 (in Russ.). <https://doi.org/10.3367/UFNr.0167.199710f.1095>]
13. Savelyeva I.Yu. Variational formulation of a mathematical model of stationary thermal heat conduction with account spatial nonlocality. *Herald of the Bauman Moscow State University. Series Natural Sciences*. 2022;2(101):68–86 (in Russ.). <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2022-2-68-86>
14. Kudinov V.A., Kudinov I.V. Studying heat conduction taking into account the finite rate of heat propagation. *High Temp.* 2013;51(2):268–276. <https://doi.org/10.1134/S0018151X1204013X>
[Original Russian Text: Kudinov V.A., Kudinov I.V. Studying heat conduction taking into account the finite rate of heat propagation. *Teplofizika Vysokikh Temperatur*. 2013;51(2):301–310 (in Russ.).]
15. Podstrigach Ya.S., Kolyano Yu.M. *Obobshchennaya termomekhanika (Generalized Thermomechanics)*. Kiev: Naukova dumka; 1976. 312 p. (in Russ.).

Об авторе

Карташов Эдуард Михайлович, д.ф.-м.н., Заслуженный деятель науки Российской Федерации, Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации, Почетный работник науки и техники Российской Федерации, Почетный профессор МИТХТ им. М.В. Ломоносова, Лауреат Золотой медали Академии наук Беларуси по теплофизике, профессор, кафедра высшей и прикладной математики, Институт тонких химических технологий им. М.В. Ломоносова, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: professor.kartashov@gmail.com. Scopus Author ID 7004134344, ResearcherID Q-9572-2016, <https://orcid.org/0000-0002-7808-4246>

About the author

Eduard M. Kartashov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Honored Scientist of the Russian Federation, Honorary Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation, Honorary Worker of Science and Technology of the Russian Federation, Honorary Professor of the Lomonosov Moscow State University of Fine Chemical Technology, Laureate of the Golden Medal of the Academy of Sciences of Belarus in Thermophysics, Professor, Department of Higher and Applied Mathematics, M.V. Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: professor.kartashov@gmail.com. Scopus Author ID 7004134344, ResearcherID Q-9572-2016, <https://orcid.org/0000-0002-7808-4246>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 535.375.5

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-91-101>

EDN ZHLMCM



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Структурные переходы в системах с трехминимумным потенциалом

Л.М. Ожерелкова[@],
Е.С. Савин,
И.Р. Тишаева,
В.В. Шевелев

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия
[@] Автор для переписки, e-mail: ozherelkova@mirea.ru

Резюме

Цели. Явления, которые в последнее время изучаются физикой конденсированного состояния, привели к новым взглядам на проблемы динамической теории кристаллов. Результаты многочисленных экспериментальных данных показывают, что их невозможно объяснить, оставаясь в рамках линейных моделей динамики многочастичных систем. Необходимо учитывать существенно нелинейные эффекты. Анализ динамики систем в физике конденсированного состояния, содержащих достаточно большое число частиц, показывает, что они могут, в зависимости от потенциала межатомного взаимодействия, испытывать смену режимов движения. Это проявляется и в том, что в фазовом пространстве такой системы с числом степеней свободы $N \geq 1.5$ при определенном наборе параметров межатомного взаимодействия имеются области, в которых движение является по существу хаотическим. Однако не только динамическая модель оказывается сильно нелинейной. Подобный характер движения может проявляться и в статической нелинейной многочастичной системе. Цель работы – исследовать влияние внешнего поля, задаваемого межатомным трехминимумным потенциалом, на равновесную структуру цепочки взаимодействующих атомов.

Методы. Используются методы гамильтоновой механики.

Результаты. Получены и проанализированы аналитические выражения, определяющие фазовый портрет равновесной структуры цепочки взаимодействующих атомов при различных значениях параметра потенциала межатомного взаимодействия, в котором движется каждый атом цепочки. Построены фазовые портреты равновесной структуры системы в континуальном и дискретном представлениях уравнений равновесия при различных значениях параметра, характеризующего межатомный потенциал, в котором движется каждый атом цепочки.

Выводы. Показано, что в зависимости от величины внешнего поля реализуется как периодическое, так и случайное, хаотическое расположение атомов цепочки.

Ключевые слова: трехминимумный потенциал, цепочка, взаимодействие, атом, фазовый портрет, хаос, структура

• Поступила: 22.03.2024 • Доработана: 15.04.2024 • Принята к опубликованию: 27.09.2024

Для цитирования: Ожерелкова Л.М., Савин Е.С., Тишаева И.Р., Шевелев В.В. Структурные переходы в системах с трехминимумным потенциалом. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):91–101. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-91-101>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Structural transitions in systems with a triple-well potential

Liliya M. Ozherelkova [@],
Evgeniy S. Savin,
Irina R. Tishaeva,
Valentin V. Shevelev

MIREA – Russian Technological University, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: ozherelkova@mirea.ru

Abstract

Objectives. Recently studied phenomena in condensed matter physics have prompted new insights into the dynamic theory of crystals. The results of numerous experimental data demonstrate the impossibility of their explanation within the framework of linear models of the dynamics of many-particle systems, resulting in the necessity to account for nonlinear effects. Analyzing the dynamics of systems in condensed matter physics containing a sufficiently large number of particles shows that modes of motion can undergo changes depending on the potential of interparticle interaction. This is also reflected in the presence of domains with essentially chaotic phase space having a number of degrees of freedom $N \geq 1.5$ and a certain set of interparticle interaction parameters. However, it is not only the dynamic model that appears to be strongly nonlinear. A similar nature of motion can be also observed in a static nonlinear many-particle system. The paper aims to study the influence of the external field specified by the interatomic triple-well potential on the equilibrium structure of a chain of interacting atoms.

Methods. Methods of Hamiltonian mechanics are used.

Results. Analytical expressions are obtained and analyzed for determining the phase portrait of the equilibrium structure of a chain of interacting atoms for various values of the parameter characterizing the local potential of the field in which each atom of the chain moves. Phase portraits of the equilibrium structure of the system are constructed in continuous and discrete representations of the equilibrium equations for various values of the parameter characterizing the local potential of the field in which each atom of the chain moves.

Conclusions. It is shown that both periodic and random chaotic arrangements of atoms are implemented depending on the magnitude of the external field.

Keywords: triple-well potential, chain, interaction, atom, phase portrait, chaos, structure

• Submitted: 22.03.2024 • Revised: 15.04.2024 • Accepted: 27.09.2024

For citation: Ozherelkova L.M., Savin E.S., Tishaeva I.R., Shevelev V.V. Structural transitions in systems with a triple-well potential. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):91–101. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-91-101>**Financial disclosure:** The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Явления, изучаемые в последнее время физической конденсированного состояния, привели к новым взглядам на проблемы динамической теории кристаллов [1, 2]. Для объяснения многочисленных экспериментальных данных [3, 4] стало необходимым учитывать существенно нелинейные эффекты. Однако не только динамическая модель является сильно нелинейной. Оказалось [4, 5], что тип кристаллической решетки даже при абсолютной температуре $T = 0$ К зависит от нелинейных свойств потенциала взаимодействия атомов кристалла.

Анализ динамики систем, состоящих из достаточно большого числа частиц, показывает [1–5], что в зависимости от характера и величины взаимодействий между частицами система может проходить через ряд бифуркаций, проявляющихся в смене различных видов движения. Это проявляется и в том, что в фазовом пространстве такой системы с числом степеней свободы $N \geq 1.5$ при определенном наборе параметров потенциала межчастичного взаимодействия имеются области, в которых движение является по существу хаотическим [6–12].

Сказанное означает, что в этих областях характер детерминированного уравнения динамики движения системы такой, что его трудно отличить от случайного процесса. Кроме того, наличие таких областей означает, что при изменении параметров потенциала межчастичного взаимодействия или начальных условий в системе могут реализоваться либо детерминированные, либо стохастические траектории движения. Эти эффекты являются проявлением нелинейности потенциала межчастичного взаимодействия.

Явление бифуркации возможно и в статической системе с нелинейным потенциалом межчастичного взаимодействия. Наличие таких бифуркаций в этом случае будет означать наличие структурных переходов разной степени регулярности, вплоть до хаотической.

Авторами [3, 5] в основном проводились исследования возможных видов одномерных структур и переходов между ними. Выделение одномерных систем по отношению к неодномерным существенно упрощает решение задачи о равновесии атомных цепочек, поскольку расположение атомов вдоль одной координаты позволяет придать этой координате смысл «времени». Модель атомной одномерной

цепочки в периодическом поле рассмотрена в [13, 14], модель «и – 4» – в [13]. В данной работе рассматривается модель «и – 6».

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

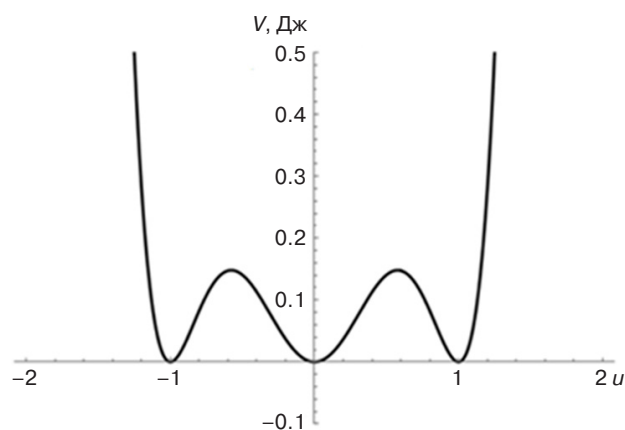
Рассмотрим, следуя [4], одномерную цепочку атомов, которые взаимодействуют с ближайшими к ним соседями и находятся во внешнем поле $V(u_n)$, обусловленном взаимодействием атома с номером n цепочки с атомами решетки, его окружающими. Функция Гамильтона (гамильтониан) такой цепочки (системы) имеет вид (масса атома принята равной единице):

$$H = \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{2} p_n^2 + \frac{1}{2} \chi a^2 (u_n - u_{n-1} - 1)^2 + V(u_n) \right]. \quad (1)$$

Здесь u_n – смещение n -го атома в единицах межатомного расстояния a в невозмущенной цепочке, т.к. при $V = 0$ условие минимума потенциальной энергии дает $u_{n+1} - u_n = 1$ для всех номеров n ; $p_n = a \dot{u}_n$, χ – постоянная силового взаимодействия атомов цепочки; $V(u_n)$ – внешнее потенциальное поле, в котором движется n -й атом. Зададим потенциальное поле $V(u_n)$ в виде следующей функции (модель «и – 6»):

$$V(u) = \varepsilon_0 u^2 (u^2 - 1)^2, \quad (2)$$

где $|\varepsilon_0|$ – величина потенциального барьера. При $\varepsilon_0 > 0$ функция имеет три минимума и два максимума (рис. 1), при $\varepsilon_0 < 0$ – два минимума и три максимума (рис. 2).

**Рис. 1.** Потенциал $V(u)$ при $\varepsilon_0 > 0$

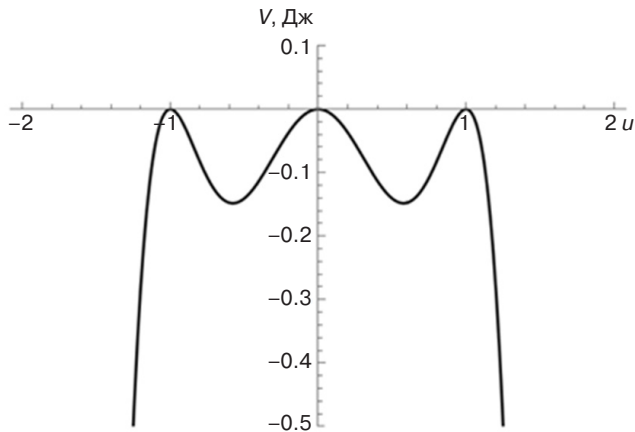


Рис. 2. Потенциал $V(u)$ при $\varepsilon_0 < 0$

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ. КОНТИНУАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

1. Особые точки на фазовой плоскости.

Относительная величина потенциального барьера $|\varepsilon_0|$ и энергия межатомной связи $\approx \chi a^2$ между атомами в соседних узлах цепочки являются существенными параметрами, влияющими на свойства цепочки с гамильтонианом (1) с внешним потенциалом (2). Если выполняется неравенство $\chi a^2 \gg |\varepsilon_0|$, то равновесное положение атомов цепочки будет иметь форму пространственной периодической волны. В случае $\chi a^2 \ll |\varepsilon_0|$ связи между частицами становятся малосущественными, и цепочка образует «газ» частиц, которые хаотически разбросаны по потенциальным ямам внешнего поля.

Все возможные конфигурации цепочки являются решениями уравнения ($\partial H / \partial u_n = 0$):

$$\chi a^2 (u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}) = \frac{dV}{du_n}. \quad (3)$$

Выражение (3) является разностным уравнением. В континуальном приближении, когда величины смещения атомов u_n слабо зависят от индекса n , имеем

$$u_{n+1} = u_n + \frac{du}{dx} + \frac{1}{2!} \cdot \frac{d^2u}{dx^2} + \dots,$$

$$u_{n-1} = u_n - \frac{du}{dx} + \frac{1}{2!} \cdot \frac{d^2u}{dx^2} + \dots,$$

и уравнение, описывающее равновесную форму цепочки, будет иметь вид:

$$\chi a^2 \frac{d^2u}{dx^2} = \frac{dV}{du}. \quad (4)$$

Для функции $W = -V$ формула (4) есть уравнение движения нелинейного осциллятора, если под временем понимать переменную x . Оно эквивалентно системе двух уравнений 1-го порядка:

$$\begin{cases} \chi a^2 \frac{du}{dx} = v, \\ \frac{dv}{dx} = \varepsilon_0 (6u^5 - 8u^3 + 2u). \end{cases}$$

Особые точки на фазовой плоскости ($u, du/dx$) определяются условиями ($v = 0, dv/dx = 0$), т.е. системой уравнений

$$\begin{cases} v = 0, \\ 6u^5 - 8u^3 + 2u = 0. \end{cases}$$

Эта система определяет 5 особых точек: $u = 0, u = \pm 1/\sqrt{3}, u = \pm 1$. При $\varepsilon_0 > 0$ точки $u = 0, \pm 1$ являются седловыми, а точки $u = \pm 1/\sqrt{3}$ – центрами. Наоборот, при $\varepsilon_0 < 0$ точки $u = 0, \pm 1$ – центры, а $u = \pm 1/\sqrt{3}$ – седла.

2. Фазовые траектории движения. Интегрируя уравнение (4) один раз, получим уравнение, определяющее фазовые траектории на плоскости ($u, du/dx$):

$$\sqrt{\frac{\chi a^2}{2}} \cdot \frac{du}{dx} = \pm \sqrt{\varepsilon_0 (u^6 - 2u^4 + u^2) + E}, \quad (5)$$

где E – постоянная интегрирования. Траектории движения системы (фазовый портрет) существенно зависят от знака параметра ε_0 . Поэтому рассмотрим два случая.

2.1. Параметр $\varepsilon_0 > 0$. Как следует из (5), при $\varepsilon_0 > 0$ в потенциальной яме конечной глубины периодические колебания атомов (периодические структуры) существуют только при условии $-4\varepsilon_0/27 \leq E \leq 0$.

В промежутке $E > 0$ периодические колебания и соответствующие им периодические (упорядоченные) структуры цепочки невозможны.

Фазовые траектории движения системы на фазовой плоскости, построенные на основе уравнения (5), для случая $\varepsilon_0 > 0$ имеют вид, представленный на рис. 3. Как видно из рисунка, фазовый портрет системы содержит 5 основных элементов: особые точки типа «центр» при $u = \pm 1/\sqrt{3}$ и три седловые особые точки $u = 0, \pm 1$. Выделенная траектория движения, которая выходит из одного седла и входит в другое, является сепаратрисой. Эта кривая разделяет области фазовой плоскости с существенно разным характером движения: сепаратриса отделяет периодические движения цепочки от аperiodических, т.е. упорядоченные структуры от неупорядоченных.

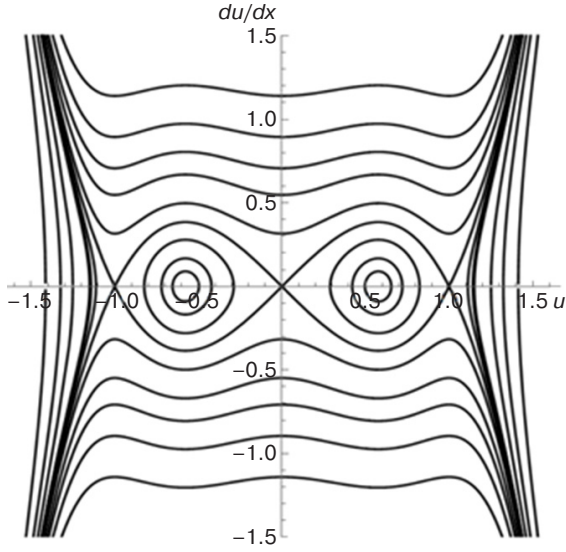


Рис. 3. Фазовый портрет системы при $\varepsilon_0 > 0$

2.2. Параметр $\varepsilon_0 < 0$. На рис. 4 представлены фазовые траектории движения системы на фазовой плоскости в случае, когда $\varepsilon_0 < 0$. Как видно из рисунка, все фазовые траектории в этом случае являются замкнутыми, что отвечает колебательному движению атомов цепочки и соответствует существованию ее периодических структур. При этом сепаратрисы имеют вид петель, которые начинаются и заканчиваются в одном и том же седле и выделяют траектории, которые соответствуют колебаниям цепочки, имеющим разный характер: колебания малой амплитуды возле минимумов $u = 0, \pm 1$ отделены сепаратрисой от колебаний с большой амплитудой около начала координат.

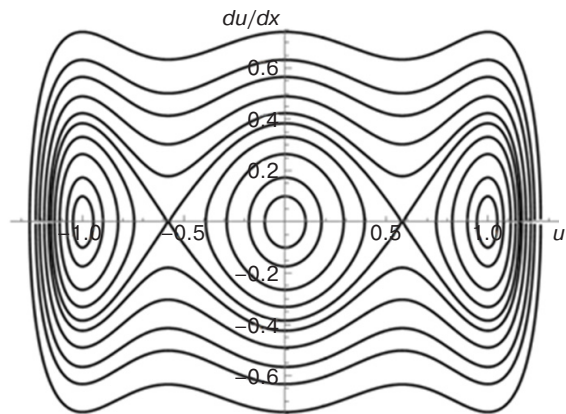


Рис. 4. Фазовый портрет системы при $\varepsilon_0 < 0$

3. Анализ решений уравнения (5). Далее рассмотрим отдельно решения уравнения (5) в зависимости от знака параметра ε_0 в выражении (2).

3.1. Параметр $\varepsilon_0 > 0$. В этом случае после интегрирования уравнения (5) получим, обозначив $E_0 = E/\varepsilon_0$,

$$\int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{\sqrt{u^6 - 2u^4 + u^2 + E_0}} = \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{\sqrt{P_6(u, E_0)}} = \pm \int_{x_0}^x \frac{\sqrt{2\varepsilon_0}}{\sqrt{\chi a^2}} dx. \quad (6)$$

Здесь величина $P_6(u, E_0) = u^6 - 2u^4 + u^2 + E_0$. Пределы интегрирования u_1, u_2 должны удовлетворять условию $P_6(u, E_0) > 0$. Введем новую переменную интегрирования соотношением $u^2 = y$ и далее преобразуем выражение (6) к виду:

$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{\sqrt{P_4(y, E_0)}} = \pm 2 \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{\chi a^2}} (x - x_0). \quad (7)$$

Здесь $P_4(y, E_0) = y^4 - 2y^3 + y^2 + E_0y$. На рис. 5 представлены графики функции $P_4(y, E_0)$ для двух различных значений E_0 .

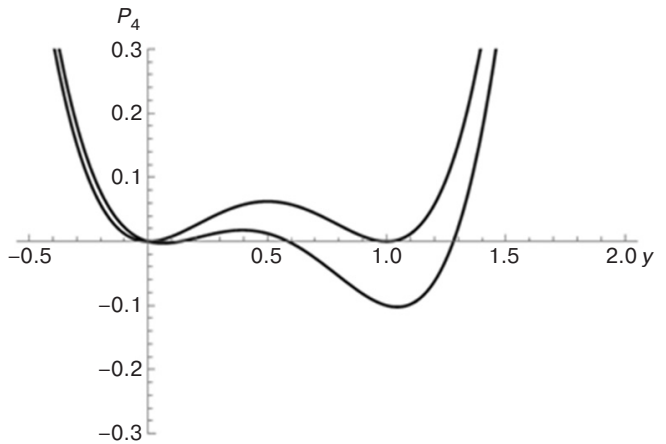


Рис. 5. Графики функции $P_4(y, E_0)$ при $\varepsilon_0 > 0$

Исследуем все возможные случаи представления полинома $P_4(y, E_0)$ в виде произведения сомножителей. При $E < -4\varepsilon_0/27$ полином $P_4(y, E_0)$ имеет два действительных и два комплексно-сопряженных корня. Тогда с учетом этого уравнение (7) примет вид:

$$\int_{C_1}^y \frac{dy}{\sqrt{y(y - C_1)[(y - \alpha)^2 + \beta^2]}} = \pm 2 \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{\chi a^2}} (x - x_0). \quad (8)$$

Здесь C_1 – действительный корень полинома $P_4(y, E_0)$, второй действительный корень $y = 0$, комплексные корни $\alpha \pm i\beta$. Интеграл в левой части уравнения (8) выражается через эллиптические функции Якоби [15, 16]:

$$\int_{C_1}^y \frac{dy}{\sqrt{y(y-C_1)[(y-\alpha)^2+\beta^2]}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{pq}} F \left(2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{q(y-C_1)}{py}}; \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(p+q)^2+C_1^2}{pq}} \right). \quad (9)$$

Здесь $p^2 = (C_1 - \alpha)^2 + \beta^2$, $q^2 = (2C_1 - \alpha)^2 + \beta^2$.

Введя новую переменную $z = 2 \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 pq}{\chi a^2}} (x - x_0)$,
получим из уравнений (8), (9)

$$z = \pm F(\gamma, k). \quad (10)$$

Здесь $\gamma = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{q(y-C_1)}{py}}$, $k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(p+q)^2+C_1^2}{pq}}$,

а $F(\gamma, k)$ – эллиптический интеграл 1-го рода.

Из выражения (10) следует, что

$$\operatorname{sn}(z, k) = \sin(\gamma) = \sin \left(2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{q(y-C_1)}{py}} \right) =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{q(y-C_1)}{py}} \left[1 + \frac{q(y-C_1)}{py} \right]^{-1/2}. \quad (11)$$

Тогда

$$y = \frac{C_1 q \operatorname{sn}^2(z, k)}{q \operatorname{sn}^2(z, k) - p(1 \pm \operatorname{cn}(z, k))^2}. \quad (12)$$

Здесь $\operatorname{sn}(z, k)$ и $\operatorname{cn}(z, k)$ – соответственно эллиптические синус и косинус.

Функция y , определяемая уравнением (12), есть четная функция с периодом $T = 4K(k)/\delta$, где $K(k)$ – полный эллиптический интеграл 1-го рода, $\delta = 8|\varepsilon_0|pq/(\chi a^2)$. Следовательно,

$$u = \pm \frac{\operatorname{sn}(z, k) \sqrt{\alpha q}}{\sqrt{q \operatorname{sn}^2(z, k) - p(1 \pm \operatorname{cn}(z, k))^2}}. \quad (13)$$

В области $-4/27 \leq E_0 \leq 0$ полином $P_4(y, E_0)$ имеет 4 действительных корня $C_1 > C_2 > C_3 > C_4 = 0$. Корни C_1, C_2, C_3, C_4 должны удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = -2, \\ C_1 C_2 + C_3 C_4 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4) = -1, \\ C_1 C_2 (C_3 + C_4) + C_3 C_4 (C_1 + C_2) = E_0, \\ -C_1 C_2 C_3 C_4 = 0. \end{cases}$$

С учетом расположения корней C_1, C_2, C_3, C_4 на действительной оси полином $P_4(y, E_0) > 0$ в интервалах $y \in (C_3, C_2)$ и $y \in (C_1, \infty)$.

На интервале $y \in (C_3, C_2)$ интеграл в левой части уравнения (7) имеет вид:

$$\int_{C_3}^y \frac{dy}{\sqrt{(C_1-y)(C_2-y)(y-C_3)y}} = \frac{2F(\gamma, q)}{\sqrt{(C_1-C_3)C_2}}. \quad (14)$$

Здесь $\gamma = \arcsin \sqrt{\frac{C_2(y-C_3)}{(C_2-C_3)y}}$, $q = \sqrt{\frac{(C_2-C_3)C_1}{(C_1-C_3)C_2}}$.

Обозначим

$$z = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0(C_1-C_3)C_2}{\chi a^2}} (x - x_0). \quad (15)$$

Тогда из (14), (15) получим, что $z = \pm F(\gamma, q)$ и, таким образом,

$$\operatorname{sn}(z, q) = \sin \gamma = \sqrt{\frac{C_2(y-C_3)}{(C_2-C_3)y}}.$$

Следовательно,

$$u = \pm \left[\frac{C_2 C_3}{C_2 - (C_2 - C_3) \operatorname{sn}^2(z, q)} \right]^{1/2}. \quad (16)$$

Как и выше, функция u является четной функцией с периодом $T = 4K(k)/\delta$, где

$$\delta = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0(C_1-C_3)C_2}{\chi a^2}}.$$

Если положить в (16) $C_1 = C_2$, то параметр $q = 1$ и решение (16) является солитонным решением, имеющим вид:

$$u = \pm \sqrt{\frac{C_2 C_3}{C_2 - (C_2 - C_3) \operatorname{th}^2 z}}. \quad (17)$$

В интервале значений $y > C_1$ многочлен $P_4(y, E_0) > 0$. Подставляя в (8) нужные пределы интегрирования, находим периодические решения, существующие при $E_0 > 0$. Имеем

$$\int_{C_1}^y \frac{dy}{\sqrt{(y-C_1)(y-C_2)(y-C_3)y}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{(C_1-C_3)C_2}} F(\varphi, k) = \pm 2 \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{\chi a^2}} (x - x_0), \quad (18)$$

где $\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{C_2(y-C_1)}{C_1(y-C_2)}}$, $k = \sqrt{\frac{(C_2-C_3)C_1}{(C_1-C_3)C_2}}$.

$$\text{Пусть } z = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0(C_1 - C_3)C_2}{\chi a^2}}(x - x_0).$$

Тогда $z = \pm F(\varphi, k)$ и, следовательно,

$$\operatorname{sn}(z, k) = \sin \varphi = \sqrt{\frac{C_2(y - C_1)}{C_1(y - C_2)}}. \quad (19)$$

Учитывая, что $u = \pm y^{1/2}$, получим

$$u = \pm \left[\frac{C_1 C_2 (1 - \operatorname{sn}^2(z, k))}{C_2 - C_1 \operatorname{sn}^2(z, k)} \right]^{1/2}. \quad (20)$$

При $C_1 = C_2$ ($k = 1$) из (20) имеем солитонное решение колокообразного вида:

$$u = \pm \left[\frac{C_1 C_2 (1 - \operatorname{th}^2(z))}{C_2 - C_1 \operatorname{th}^2(z)} \right]^{1/2}.$$

При $z = 0$ u имеет вид $u = \pm C_1^{1/2}$, а при $z \rightarrow \pm\infty$ $u = 0$.

3.2 Параметр $\varepsilon_0 < 0$. В случае $\varepsilon_0 < 0$ уравнение (5) имеет вид:

$$\sqrt{\frac{\chi a^2}{2|\varepsilon_0|}} \frac{du}{dx} = \pm \sqrt{-u^6 + 2u^4 - u^2 + E_0}, \quad (21)$$

где $E_0 = E/|\varepsilon_0|$.

На фазовой плоскости $(u, du/dx)$ «осциллятора» имеются 3 точки устойчивого положения равновесия $u = 0, \pm 1$ и 2 точки $u = \pm 1/\sqrt{3}$, отвечающие неустойчивым положениям.

Интегрируем уравнение (21):

$$\begin{aligned} \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{\sqrt{-u^6 + 2u^4 - u^2 + E_0}} &= \\ &= \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{\sqrt{P_6(u, E_0)}} = \pm \sqrt{\frac{2|\varepsilon_0|}{\chi a^2}} \int_{x_0}^x dx, \end{aligned} \quad (22)$$

где $P_6(u, E_0) = -u^6 + 2u^4 - u^2 + E_0$.

Введем новую переменную интегрирования $u^2 = y$, $du = dy/2\sqrt{y}$. Тогда (22) примет вид

$$\int_{u_3}^{u_4} \frac{dy}{\sqrt{P_4(y, E_0)}} = \pm 2\sqrt{\frac{2|\varepsilon_0|}{\chi a^2}}(x - x_0). \quad (23)$$

Здесь $P_4(y, E_0) = -y^4 + 2y^3 - y^2 + E_0 y$. На рис. 6 представлены графики функции $P_4(y, E_0)$ при двух различных значениях E_0 .

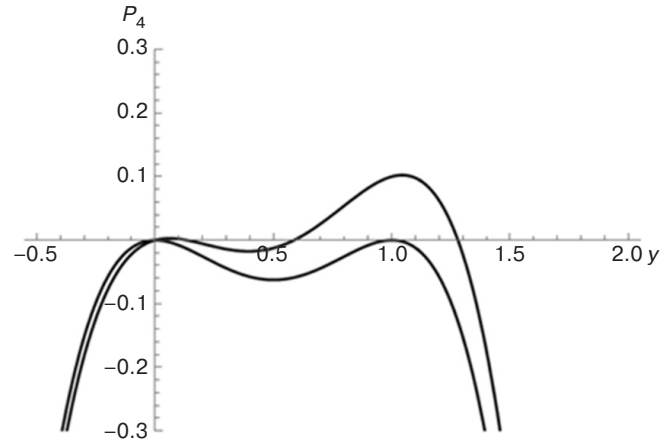


Рис. 6. Графики функции $P_4(y, E_0)$ при $\varepsilon_0 < 0$

Также, как и ранее, исследуем различные случаи разложения многочлена $P_4(y, E_0)$ на множители. В том случае, когда у многочлена $P_4(y, E_0)$ имеется два действительных $y = 0, y = C_1$ и два комплексно-сопряженных корня $y = \alpha \pm i\beta$, выражение (23) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{y(C_1 - y)[(y - \alpha)^2 + \beta^2]}} &= \\ &= \pm 2\sqrt{\frac{2|\varepsilon_0|}{\chi a^2}}(x - x_0), \quad 0 < y < C_1. \end{aligned} \quad (24)$$

Так как интеграл в левой части (24) есть эллиптическая функция Якоби, то это уравнение можно представить в виде

$$z = \pm F(\gamma, k), \quad (25)$$

$$\text{где } z = 2\sqrt{\frac{2|\varepsilon_0|}{\chi a^2}}pq(x - x_0), \quad \gamma = 2 \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{q(C_1 - y)}{py}},$$

$$k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-(p - q)^2 + C_1^2}{pq}}, \quad q^2 = \alpha^2 + \beta^2, \quad p^2 = (\alpha - C_1)^2 + \beta^2,$$

$F(\gamma, k)$ – эллиптическая функция Якоби.

Из уравнения (25) следует

$$\begin{aligned} \operatorname{sn}(z, k) = \sin \gamma &= \sin \left(2 \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{q(C_1 - y)}{py}} \right) = \\ &= \frac{\sqrt{qpy(C_1 - y)}}{py + q(C_1 - y)}. \end{aligned}$$

Отсюда получим, что $y = u^2$ и

$$y = \frac{qC_1 \operatorname{sn}^2(z, k)}{p(1 \pm \operatorname{cn}(z, k))^2 + q \operatorname{sn}^2(z, k)}. \quad (26)$$

Функция y есть четная периодическая функция с периодом $T = 4K(k)/\delta$. При $x = x_0$ эта функция обращается в ноль. Таким образом

$$u = \pm \frac{\operatorname{sn}(z, k) \sqrt{qC_1}}{\sqrt{p(1 \pm \operatorname{cn}(z, k))^2 + q \operatorname{sn}^2(z, k)}}. \quad (27)$$

Из (27) следует, что функция u может быть как четной с периодом $T = 4K(k)/\delta$, так и нечетной с периодом $T = 8K(k)/\delta$, $\delta = 8|\varepsilon_0|pq/(\chi a^2)$.

Рассмотрим теперь случай, когда все корни C_1, C_2, C_3, C_4 многочлена $P_4(y, E_0)$ действительные, причем $C_1 > C_2 > C_3 > C_4 = 0$. Тогда интеграл в левой части (23) преобразуется к виду при условии $0 < y < C_3$:

$$\begin{aligned} \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{(C_1 - y)(C_2 - y)(C_3 - y)y}} = \\ = \frac{2}{\sqrt{(C_1 - C_3)C_2}} F(\beta, r) = \pm 2 \sqrt{\frac{2|\varepsilon_0|}{\chi a^2}} (x - x_0). \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь $\beta = \arcsin \sqrt{\frac{(C_1 - C_3)y}{(C_1 - y)C_3}}$, $r = \sqrt{\frac{C_3(C_1 - C_2)}{C_2(C_1 - C_3)}}$, $0 < y < C_3$.

Из выражения (28) следует:

$$u = \pm \frac{\sqrt{C_1 C_3} \operatorname{sn}(z, r)}{\sqrt{(C_1 - C_3) + C_3 \operatorname{sn}^2(z, r)}}. \quad (29)$$

Здесь $z = \sqrt{\frac{2|\varepsilon_0|}{\chi a^2}} (C_1 - C_3) C_2 (x - x_0)$.

Уравнение (29) имеет солитонное решение в случае, когда $C_2 = C_3$, при этом параметр $r = 1$. Это решение имеет вид

$$u = \pm \frac{\sqrt{C_1 C_3} \operatorname{th} z}{\sqrt{C_1 - C_3 + C_3 \operatorname{th}^2 z}}. \quad (30)$$

Заметим, что $u = 0$ при $z = 0$, а при $z \rightarrow \pm\infty$ $u = \pm\sqrt{C_3}$.

Полином $P_4(y, E_0)$ положителен также в интервале $C_2 < y < C_1$.

Подставляя нужные пределы интегрирования, из (23) находим:

$$\begin{aligned} \int_{C_2}^y \frac{dy}{\sqrt{y(C_1 - y)(y - C_2)(y - C_3)}} = \\ = \frac{2}{\sqrt{(C_1 - C_3)C_2}} F(\lambda, r) = \pm \sqrt{\frac{2|\varepsilon_0|}{\chi a^2}} (x - x_0), \end{aligned} \quad (31)$$

где $\lambda = \arcsin \sqrt{\frac{(C_1 - C_3)(y - C_2)}{(C_1 - C_2)(y - C_3)}}$, $r = \sqrt{\frac{C_3(C_1 - C_2)}{C_2(C_1 - C_3)}}$.

Учитывая (31), получим

$$u = \pm \sqrt{\frac{C_3(C_1 - C_2) \operatorname{sn}^2(z, r) - C_2(C_1 - C_3)}{(C_1 - C_2) \operatorname{sn}^2(z, r) - (C_1 - C_3)}}, \quad (32)$$

где $z = \sqrt{\frac{2|\varepsilon_0|}{\chi a^2}} (C_1 - C_3) C_2 (x - x_0)$.

Таким образом, полученные в континуальном приближении (при условиях слабого внешнего поля) результаты свидетельствуют о том, что независимо от знака ε_0 в окрестностях точек устойчивого положения фазовые кривые замкнуты и имеют вид слегка деформированных эллипсов. Каждой такой кривой соответствует равновесное положение цепочки в форме пространственной периодической волны. Сепаратрисам, соединяющим точки неустойчивого положения и ограничивающим область замкнутых кривых, отвечает равновесная форма в виде уединенной волны, имеющей колоколообразную форму.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ. ДИСКРЕТНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

При достаточно большом значении потенциала внешнего поля функцию u_n нельзя считать слабозависящей от n , поэтому необходимо вернуться к разностным уравнениям.

Уравнение (3) можно представить в виде отображения, если ввести переменную $I_n = (u_n - u_{n-1})$. Тогда уравнение (3) переходит в универсальное отображение [3]:

$$\begin{cases} I_{n+1} = I_n + \frac{dV_0}{du_n}, \\ u_{n+1} = u_n + I_{n+1}, \end{cases} \quad (33)$$

где $V_0 = V/(\chi a^2)$.

Отображение (33) имеет периодические и хаотические решения, которые определяют соответствующие

расположения атомов в цепочке, т.е. ее структуру. Таким образом, изучение равновесных форм цепочки сводится к исследованию последовательностей точек $\{u_n, I_n\}$, нанесенных на плоскость. В зависимости от начальных значений (u_0, I_0) эта последовательность либо регулярно укладывается в замкнутые линии, либо оказывается хаотически разбросанной в некоторой области на координатной плоскости.

Результаты численного решения системы уравнений (33) с функцией V в виде (2) представлены на рис. 7 и 8 как фазовые портреты системы при различных значениях параметра $\varepsilon'_0 = \varepsilon_0/(\chi a^2)$.

При $\varepsilon'_0 = 0$ решение системы (33) в координатах (u, I) при любых начальных значениях (u_0, I_0) представляет собой прямую линию, параллельную оси u . При достаточно малых ε'_0 (рис. 7) основную часть фазового пространства занимает последовательность точек, укладывающаяся в замкнутые кривые.

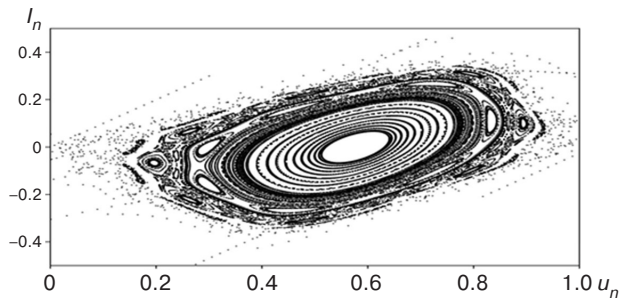


Рис. 7. Фазовый портрет системы при $\varepsilon'_0 = 0.4$

Вместе с тем, в малой части фазового пространства появляется беспорядочное распределение последовательных пар (u_n, I_n) на плоскости, демонстрирующее явление хаоса для модели (33). Эти пары занимают в фазовом пространстве узкие стохастические слои, отделенные друг от друга инвариантными кривыми. Отдельные области на фазовой плоскости не заняты точками стохастической траектории. В этих областях имеется конечная мера периодических траекторий, в центральных частях этих областей выполняются условия КАМ-теории (теории Колмогорова – Арнольда – Мезера) [13]. Это означает, что в случае малости ε'_0 стохастические слои не соединяются друг с другом. Это есть прямое следствие КАМ-теории [13] для числа степеней свободы $N \leq 2$.

Для $\varepsilon'_0 \ll 1$, следуя [3], можно получить оценку ширины стохастического слоя δh :

$$\delta h \approx 2(2\pi)^4 e^{-\frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon'_0}}}. \quad (34)$$

Из (34) следует, что при любых сколь угодно малых возмущениях появляется экспоненциально малый стохастический слой, который можно

трактовать как зародыш структурного хаоса в расположении атомов цепочки.

Увеличение значений параметра ε'_0 ведет к росту ширины стохастического слоя, что, в свою очередь, ведет к разрушению КАМ-кривых и слиянию стохастических слоев и далее – к образованию стохастического моря, содержащего островки устойчивости.

На рис. 8 представлен фазовый портрет системы при $\varepsilon'_0 = 0.7$.

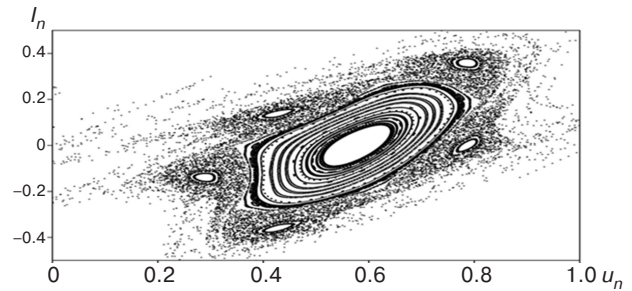


Рис. 8. Фазовый портрет системы при $\varepsilon'_0 = 0.7$

Как видно из рис. 8, наиболее крупным объектом фазового портрета является ячейка сепаратрисы с седлом $u = \pm 1/\sqrt{3}$, которая разрушена, а на ее месте образовался стохастический структурный слой. В области, ограниченной этим главным слоем, содержится семейство вложенных друг в друга инвариантных кривых, которые охватывают точку $I = 0$. Вне области, ограниченной главным стохастическим слоем, располагается группа сепаратрисных ячеек, содержащих более узкие стохастические слои. Вне ячеек расположены инвариантные кривые. Таким образом, фазовый портрет системы состоит из бесконечного числа чередующихся инвариантных кривых и стохастических слоев. При $\varepsilon'_0 \sim 1$ наблюдается слияние стохастических слоев, образование общего стохастического моря, что означает переход к образованию хаотичной структуры цепочки.

При $|\varepsilon'_0| \gg 1$ почти вся область фазового пространства становится областью стохастического движения. Исключения составляют островки устойчивости, размер которых при $|\varepsilon'_0| \gg 1$ имеет порядок $1/|\varepsilon'_0|$. Они расположены в окрестности эллиптических точек (точек устойчивого положения равновесия) отображения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что в континуальном приближении в условиях малого внешнего поля, независимо от знака ε_0 , в окрестностях точек устойчивого положения фазовые кривые замкнуты и имеют вид слегка деформированных эллипсов. Каждой такой кривой соответствует равновесное положение цепочки в форме пространственной периодической волны.

Сепаратрисам, соединяющим точки неустойчивого положения и ограничивающим область замкнутых кривых, отвечает равновесная форма цепочки в виде уединенной волны, имеющей колоколообразную форму.

Результаты численного решения системы уравнений равновесия также показывают, что в зависимости от величины внешнего поля реализуется как

периодическое, так и случайное, хаотическое расположение атомов цепочки.

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глик Д. *Хаос. Создание новой науки*: пер. с англ. М.: АСТ: Corpus; 2022. 432 с. ISBN 978-5-17-138645-0
2. Гринченко В.Т., Мацыпура В.Т., Снарский А.А. *Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы*. М.: ЛЕНАНД; 2021. 280 с. ISBN 978-5-9710-6410-7
3. Заславский Г.М. *Физика хаоса в гамильтоновых системах*. Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований; 2004. 286 с. ISBN 5-93972-342-X
4. Ахмадулина Э.Н., Савин Е.С. Колебание протона в трех-минимумном потенциале. *Тонкие химические технологии (Вестник МИТХТ им. М.В. Ломоносова)*. 2012;7(6):88–91. URL: <https://www.elibrary.ru/pnmfxv>
5. Рагушина М.Д., Савин Е.С. Динамика систем, допускающих структурные фазовые переходы. *Тонкие химические технологии*. 2016;11(2):81–85. <https://doi.org/10.32362/2410-6593-2016-11-2-81-85>, URL: <https://www.elibrary.ru/tugqvj>
6. Ivanchenko M.V., Kozinov E.A., Volokitin V.D., Liniov A.V., Meyerov I.B., Denisov S.V. Classical bifurcation diagrams by quantum means. *Ann. Der Phys.* 2017;529(8):1600402. <https://doi.org/10.1002/andp.201600402>
7. Иванченко М.В. Диссипативный квантовый хаос. В сб.: *Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика: Сборник трудов XIV Всероссийской конференции молодых ученых*. Саратов: Техно-Декор; 2019. С. 96. URL: <https://www.elibrary.ru/pdgagn>
8. Arnold L., Boxier P. Stochastic bifurcation: instructive examples in dimension one. In: Pinsky M., Wihstutz V. (Eds.). *Diffusion Processes and Related Problems in Analysis. Volume II: Stochastic Flows. Volume 27: Progress in Probability*. Birkhäuser, Boston Basel Stuttgart; 1992. P. 241–255. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0389-6_10
9. Юсипов И.И., Денисов С.В., Иванченко М.В. Бифуркации и хаос в открытых квантовых системах. *Известия вузов. Радиофизика*. 2023;66(1):71–85. URL: <https://www.elibrary.ru/zmnages>
10. Poot M., van der Zant H.S.J. Mechanical systems in the quantum regime. *Phys. Rep.* 2012;511(5):273–335. <http://doi.org/10.1016/j.physrep.2011.12.004>
11. Савин Е.С. Модель перехода полиэтилена в мезофазное состояние. *Высокомолекулярные соединения. Серия А*. 200;42(6):974–979. URL: <https://www.elibrary.ru/mpggvt>
12. Хакен Г. *Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах*: пер. с англ. М.: Мир; 1985. 424 с.
13. Beloshapkin V.V., Tretyakov A.G., Zaslavsky G.M. Disorder of Particle Chains as a Dynamical Problem of Transition to Chaos: Analogy to Simulation Induced Chaos. *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 1994;47(1):39–46. <https://doi.org/10.1002/cpa.3160470104>, URL: <https://www.elibrary.ru/zztesn>
14. Chernikov A.A., Natenzon M.Ya., Petrovichev B.A., Sagdeev R.Z., Zaslavsky G.M. Strong changing of adiabatic invariants, KAM-tori and Web-tori. *Phys. Lett. A*. 1988;129(7):377–380. [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(88\)90006-0](https://doi.org/10.1016/0375-9601(88)90006-0)
15. Градштейн М.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*. М.: Физматгиз; 1971. 1108 с.
16. Бейтмен Г., Эрдейи А. *Высшие трансцендентные функции. Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье*: пер. с англ. М.: Наука; 1967. 300 с.

REFERENCES

1. Gleick J. *Khaos. Sozdanie novoi nauki (Chaos. Making a New Science)*. Transl. from Engl. Moscow: AST: Corpus; 2022. 432 p. (in Russ.). ISBN 978-5-17-138645-0
[Gleick J. *Chaos: Making a New Science*. Open Road Medea; 2011. 360 p.]
2. Grinchenko V.T., Matsypura V.T., Snarskii A.A. *Vvedenie v nelineinuyu dinamiku: Khaos i fraktaly (Introduction to Nonlinear Dynamics: Chaos and Fractals)*. M.: LENAND; 2021. 280 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9710-6410-7
3. Zaslavskii G.M. *Fizika khaosa v gamil'tonovykh sistemakh (Physics of Chaos in Hamiltonian Systems)*. Moscow, Izhevsk: Institute of Computer Research; 2004. 286 p. (in Russ.). ISBN 5-93972-342-X
4. Akhmadulina E.N., Savin E.S. Proton oscillation in a three-minimum potential. *Fine Chem. Technol. (Vestnik MITHT)*. 2012;7(6):88–91 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/pnmfxv>
5. Ragushina M.D., Savin E.S. Dynamics of systems allowing structural phase transitions. *Fine Chem. Technol.* 2016;11(2): 81–85 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2410-6593-2016-11-2-81-85>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/tugqvj>
6. Ivanchenko M.V., Kozinov E.A., Volokitin V.D., Liniov A.V., Meyerov I.B., Denisov S.V. Classical bifurcation diagrams by quantum means. *Ann. Der Phys.* 2017;529(8):1600402. <https://doi.org/10.1002/andp.201600402>
7. Ivanchenko M.V. Dissipative quantum chaos. In: *Nanoelectronics, Nanophotonics and Nonlinear Physics: Collection of proceedings of the 14th All-Russian Conference of Young Scientists*. Saratov: Techno-Décor; 2019. P. 96 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/pdgagn>

8. Arnold L., Boxier P. Stochastic bifurcation: instructive examples in dimension one. In: M. Pinsky and V. Wihstutz (Eds.). *Diffusion Processes and Related Problems in Analysis. Volume II: Stochastic Flows. Volume 27: Progress in Probability.* Birkhäuser, Boston Basel Stuttgart; 1992. P. 241–255. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0389-6_10
9. Yusipov I.I., Denisov S.V., Ivanchenko M.V. Bifurcations and chaos in open quantum systems. *Radiophys. Quantum El.* 2023;66(1):63–76. <https://doi.org/10.1007/s11141-023-10276-6>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/skhwmx> [Original Russian Text: Yusipov I.I., Denisov S.V., Ivanchenko M.V. Bifurcations and chaos in open quantum systems. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Radiofizika.* 2023;66(1):71–85 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/zmnages>]
10. Poot M., van der Zant H.S.J. Mechanical systems in the quantum regime. *Phys. Rep.* 2012;511(5):273–335. <http://doi.org/10.1016/j.physrep.2011.12.004>
11. Savin E.S. Model of the transition of polyethylene to a mesophase state. *Polym. Sci. Ser. A.* 2000;42(6):637–641. Available from URL: <https://www.elibrary.ru/lfybdp> [Original Russian Text: Savin E.S. Model of the transition of polyethylene to a mesophase state. *Vysokomole-kulyarnye Soedineniya. Seriya A.* 2000; 42(6):974–979 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/mpggtv>]
12. Haken H. *Sinergetika. Ierarkhiya neustoichivostei v samoorganizuyushchikhsya sistemakh i ustroistvakh (Synergetics. Hierarchy of Instabilities in Self-Organizing Systems and Devices).* Transl. from Engl. Moscow: Mir; 1985. 424 p. (in Russ.). [Haken H. *Synergetics: An Introduction.* Berlin: Springer Verlag; 1978. 394 p.]
13. Beloshapkin V.V., Tretyakov A.G., Zaslavsky G.M. Disorder of Particle Chains as a Dynamical Problem of Transition to Chaos: Analogy to Simulation Induced Chaos. *Communications on Pure and Applied Mathematics.* 1994;47(1):39–46. <https://doi.org/10.1002/cpa.3160470104>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/zztesn>
14. Chernikov A.A., Natenzon M.Ya., Petrovichev B.A., Sagdeev R.Z., Zaslavsky G.M. Strong changing of adiabatic invariants, KAM-tori and Web-tori. *Phys. Lett. A.* 1988;129(7):377–380. [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(88\)90006-0](https://doi.org/10.1016/0375-9601(88)90006-0)
15. Gradshteyn M.S., Ryzhik I.M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedenii (Tables of Integrals, Sums, Series and Products).* Moscow: Fizmatgiz; 1971. 1108 p. (in Russ.).
16. Bateman H., Erdelyi A. *Vysshie transtsendentnye funktsii. Ellipticheskie i avtomorfnye funktsii. Funktsii Lame i Mat'e (Higher transcendental functions. Elliptic and automorphic functions. Lamé and Mathieu functions).* Transl. from Engl. Moscow: Nauka; 1967. 300 p. (in Russ.). [Bateman H., Erdelyi A. *Higher Transcendental Functions.* V. 3. McGraw Hill; 1955. 312 p.]

Об авторах

Ожерелкова Лилия Мухарамовна, к.т.н., доцент, кафедра высшей и прикладной математики, Институт тонких химических технологий им. М.В. Ломоносова, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119571, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 86). E-mail: lilom@list.ru. Scopus Author ID 57212531310, <https://orcid.org/0009-0004-5680-5040>

Савин Евгений Степанович, к.ф.-м.н., доцент, кафедра высшей и прикладной математики, Институт тонких химических технологий им. М.В. Ломоносова, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119571, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 86). E-mail: savin@mirea.ru. Scopus Author ID 57214433156, <https://orcid.org/0009-0001-1402-5845>

Тишаева Ирина Романовна, к.т.н., доцент, кафедра высшей и прикладной математики, Институт тонких химических технологий им. М.В. Ломоносова, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119571, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 86). E-mail: irina.tishaeva@rambler.ru. Scopus Author ID 57212526831, <https://orcid.org/0000-0003-1866-6866>

Шевелев Валентин Владимирович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра высшей и прикладной математики, Институт тонких химических технологий им. М.В. Ломоносова, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119571, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 86). E-mail: valeshevelev@yandex.ru. Scopus Author ID 7006985545, SPIN-код РИНЦ 3007-0334, <https://orcid.org/0000-0002-9285-5772>

About the authors

Liliya M. Ozherelkova, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Higher and Applied Mathematics, M.V. Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies, MIREA – Russian Technological University (86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571 Russia). E-mail: lilom@list.ru. Scopus Author ID 57212531310, <https://orcid.org/0009-0004-5680-5040>

Evgeniy S. Savin, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Higher and Applied Mathematics, M.V. Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies, MIREA – Russian Technological University (86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571 Russia). E-mail: savin@mirea.ru. Scopus Author ID 57214433156, <https://orcid.org/0009-0001-1402-5845>

Irina R. Tishaeva, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Higher and Applied Mathematics, M.V. Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies, MIREA – Russian Technological University (86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571 Russia). E-mail: irina.tishaeva@rambler.ru. Scopus Author ID 57212526831, <https://orcid.org/0000-0003-1866-6866>

Valentin V. Shevelev, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Higher and Applied Mathematics, M.V. Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies, MIREA – Russian Technological University (86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571 Russia). E-mail: valeshevelev@yandex.ru. Scopus Author ID 7006985545, RSCI SPIN-code 3007-0334, <https://orcid.org/0000-0002-9285-5772>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 519.673
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-102-112>
EDN YBOYBL



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Нейронные операторы для гидродинамического моделирования подземных хранилищ газа

Д.Д. Сирота[@],
К.А. Гуцин,
С.А. Хан,
С.Л. Костиков,
К.А. Бутов

ПАО «Газпром», Санкт-Петербург, 197229 Россия
[@] Автор для переписки, e-mail: D.Sirota@adm.gazprom.ru

Резюме

Цели. Значительная часть исследований в области глубокого обучения сосредоточена на изучении отображений между конечномерными пространствами. Гидродинамические процессы фильтрации газа в подземных хранилищах, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных (ДУЧП), требуют изучения отображений между функциональными пространствами бесконечной размерности, что отличает данную задачу от традиционных. Одним из перспективных подходов является построение нейронных операторов – обобщение нейронных сетей для аппроксимации отображений между функциональными пространствами. Цель работы – создание нейронного оператора для ускорения расчетов гидродинамического моделирования подземных хранилищ газа (ПХГ) при допустимых потерях точности.

Методы. В работе построен и обучен модифицированный нейронный оператор Фурье для гидродинамического моделирования процессов фильтрации газа в ПХГ.

Результаты. Показано, что данный метод может быть успешно применен для задач трехмерной фильтрации газа в декартовой системе координат на объектах с множеством скважин. Разработанная модель обеспечивает высокое качество при моделировании объектов с неравномерной сеткой дискретизации и сложной геометрией, несмотря на использование в архитектуре алгоритма быстрого преобразования Фурье. При этом нейронному оператору не требуется большой размер обучающей выборки для достижения высокой точности аппроксимации решений ДУЧП, что демонстрируется не только на тестовой выборке, но и на искусственно сгенерированных сценариях с внесением существенных изменений в структуру моделируемого объекта. Обученный нейронный оператор осуществляет моделирование заданного сценария за доли секунды, что, по меньшей мере, в 10^6 раз быстрее, чем традиционный численный симулятор.

Выводы. Построенный и обученный нейронный оператор показал хорошую эффективность в задаче гидродинамического моделирования ПХГ. Полученный алгоритм воспроизводит адекватные решения даже в случае существенных изменений в моделируемом объекте, которых не было в процессе обучения. Все это делает возможным применение данной модели в задачах планирования и принятия решений в отношении различных аспектов эксплуатации ПХГ, таких как оптимальное использование скважин, контроль давления и управление запасами газа.

Ключевые слова: математическое моделирование, глубокое обучение, искусственный интеллект, нейронные сети, нейронные операторы, нейронные операторы Фурье, гидродинамическое моделирование, подземные хранилища газа

• Поступила: 31.05.2024 • Доработана: 12.07.2024 • Принята к опубликованию: 25.09.2024

Для цитирования: Сирота Д.Д., Гущин К.А., Хан С.А., Костиков С.Л., Бутов К.А. Нейронные операторы для гидродинамического моделирования подземных хранилищ газа. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):102–112. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-102-112>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Neural operators for hydrodynamic modeling of underground gas storage facilities

Daniil D. Sirota[@],
Kirill A. Gushchin,
Sergey A. Khan,
Sergey L. Kostikov,
Kirill A. Butov

Gazprom, St. Petersburg, 197229 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: D.Sirota@adm.gazprom.ru

Abstract

Objectives. Much of the research in deep learning has focused on studying mappings between finite-dimensional spaces. While hydrodynamic processes of gas filtration in underground storage facilities can be described by partial differential equations (PDE), the requirement to study the mappings between functional spaces of infinite dimension distinguishes this problem from those solved using traditional mapping approaches. One of the most promising approaches involves the construction of neural operators, i.e., a generalization of neural networks to approximate mappings between functional spaces. The purpose of the work is to develop a neural operator to speed up calculations involved in hydrodynamic modeling of underground gas storages (UGS) to an acceptable degree of accuracy.

Methods. In this work, a modified Fourier neural operator was built and trained for hydrodynamic modeling of gas filtration processes in underground gas storages.

Results. The described method is shown to be capable of successful application to problems of three-dimensional gas filtration in a Cartesian coordinate system at objects with many wells. Despite the use of the fast Fourier transform algorithm in the architecture, the developed model is also effective for modeling objects having a nonuniform grid and complex geometry. As demonstrated not only on the test set, but also on artificially generated scenarios with significant changes made to the structure of the modeled object, the neural operator does not require a large training dataset size to achieve high accuracy of approximation of PDE solutions. A trained neural operator can simulate a given scenario in a fraction of a second, which is at least 10^6 times faster than a traditional numerical simulator.

Conclusions. The constructed and trained neural operator demonstrated efficient hydrodynamic modeling of underground gas storages. The resulting algorithm reproduces adequate solutions even in the case of significant changes in the modeled object that had not occurred during the training process. The model can be recommended for use in planning and decision-making purposes regarding various aspects of UGS operation, such as optimal control of gas wells, pressure control, and management of gas reserves.

Keywords: mathematical modeling, deep learning, artificial intelligence, neural networks, neural operators, Fourier neural operators, hydrodynamic modeling, underground gas storage facilities

• Submitted: 31.05.2024 • Revised: 12.07.2024 • Accepted: 25.09.2024

For citation: Sirota D.D., Gushchin K.A., Khan S.A., Kostikov S.L., Butov K.A. Neural operators for hydrodynamic modeling of underground gas storage facilities. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):102–112. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-102-112>

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Подземные хранилища газа (ПХГ) – технологический комплекс, предназначенный для закачки, хранения и отбора газа, включающий наземные инженерно-технические сооружения; участок недр, ограниченный горным отводом; объект хранения газа; контрольные пласты; буферный объем газа; фонд скважин различного назначения. Гидродинамическое моделирование пластов-коллекторов ПХГ требуется для повышения точности и надежности прогнозирования поведения ПХГ и является неотъемлемой составляющей процессов планирования и принятия решений в отношении различных аспектов эксплуатации ПХГ, таких как оптимальное использование скважин, контроль давления и управление запасами газа.

При моделировании фильтрационных процессов подземного хранения газа могут использоваться упрощенные балансовые модели и более точные численные гидродинамические модели (ГДМ). Использование балансовых моделей, как правило, определяется отсутствием в достаточном количестве исходных данных для построения трехмерных численных моделей или ограниченностью вычислительных мощностей. Такие модели осуществляют решение уравнения фильтрации по пласту-коллектору, используя упрощенные зависимости, не учитывая сложные геологические и гидродинамические процессы, которые могут оказывать значительное влияние на поведение ПХГ. Использование современных гидродинамических симуляторов для численного моделирования процессов фильтрации газа, в свою очередь, позволяет получать более детальную информацию о распределении параметров в пластах-коллекторах ПХГ и оценивать влияние различных факторов на процессы подземного хранения газа. Численные симуляторы, как правило, используют метод конечных объемов для аппроксимации системы дифференциальных уравнений по пространству и неявную схему для аппроксимации по времени для моделирования, что может быть вычислительно затратной процедурой.

В настоящее время для решения задач гидродинамического моделирования ПХГ в основном используются численные ГДМ. В связи с тем, что такие модели могут адаптироваться на накопленную историю

разработки месторождений (в случае создания ПХГ в истощенных месторождениях) и фактическую историю эксплуатации ПХГ, горизонт моделирования и адаптации моделей может составлять более 60 лет. Более того, учитывая значительный объем геолого-промысловых данных, поступающих в ГДМ в качестве исходных (результаты геофизических исследований, замеры давлений, дебиты газа и т.д.), время одного расчета может достигать нескольких часов.

Таким образом, скорость расчетов является одним из определяющих факторов, влияющих на принятие управленческих решений, связанных с распределением закачки/отбора газа по скважинам и по площади. Одним из перспективных подходов к решению вопроса ускорения гидродинамических расчетов является использование современных методов глубокого обучения.

Существенная часть работ в области глубокого обучения посвящена построению отображений между конечномерными (например, евклидовыми) пространствами [1, 2]. Вместе с тем физические процессы фильтрации газа в ПХГ, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных (ДУЧП), требуют изучения отображений между функциональными пространствами бесконечной размерности, что отличает данную задачу от традиционных [3].

Согласно теореме об универсальной аппроксимации [4, 5], полносвязная сеть с достаточным числом параметров потенциально может аппроксимировать любую непрерывную функцию, определенную на компактном множестве, с любой наперед заданной точностью. В [6–8] показаны теоретические возможности аппроксимации нелинейных отображений между функциональными пространствами. Кроме того, в [9] приводятся оценки границ сложности ошибки аппроксимации нейронных сетей, связывающие число параметров модели и размерность задачи со значением ошибки аппроксимации.

Однако из теоретической возможности аппроксимировать отображения между бесконечномерными пространствами не следует информация о том, как это делать эффективно на практике. Известно, что существующие архитектуры нейронных сетей показывают разную производительность в решении специфических задач. Например, те же

полносвязные сети демонстрируют значительно более низкое качество в работе с изображениями по сравнению с широко распространенными сверточными архитектурами [2]. Чтобы глубже исследовать вопрос эффективного обучения нейронных сетей, в [10] приводится декомпозиция общей ошибки модели на три составляющие: ошибку аппроксимации, ошибку оптимизации и ошибку обобщения. Ошибка аппроксимации зависит от количества параметров сети и размерности задачи, ошибка оптимизации связана с функцией потерь, а ошибка обобщения зависит от размера обучающей выборки [11].

Одним из важных моментов при обобщении зависимостей, описываемых ДУЧП с использованием нейронных сетей, является проблема размерности («проклятие размерности») [12, 13], особенно при моделировании объектов со сложной геометрией ПХГ или уравнений с многомерными пространствами параметров (основное уравнение фильтрации газа) [3]. Известно, что моделям глубокого обучения требуется достаточно большой объем обучающей выборки для обобщения основных зависимостей и соотношений. Согласно [11] верхняя граница ошибки обобщения: $E_{\text{gen}} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$, где N – количество тренировочных семплов. Следовательно, для получения относительной ошибки обобщения в 1% необходима выборка размера $O(10^4)$.

В случае с моделированием гидродинамических процессов в пластовых системах получение набора данных подобных размеров может оказаться сложной задачей, поскольку набор данных формируется из расчетов на численном симуляторе, что является вычислительно затратной процедурой. Следовательно, с учетом приведенных выше особенностей, разработка архитектуры нейронной сети для эффективного решения задач такого вида является нетривиальным и актуальным вопросом.

В течение последних лет глубокое обучение активно проникает в область научных вычислений, становясь новой парадигмой^{1, 2}. Появилось множество методов, которые предлагают более быстрые альтернативы численному моделированию.

Разумеется, существуют работы, основанные на традиционных подходах глубокого обучения в виде построения конечномерных операторов, с использованием результатов численных симуляций в качестве

обучающего набора. Например, в [14–16] исследованы сверточные, рекуррентные и генеративно-состязательные архитектуры для решения задач гидродинамики. Однако представленные методы не используют знания о структуре моделируемых зависимостей и, как следствие, требовательны к геометрии объекта, сетке дискретизации и нуждаются в большом количестве данных.

Группа методов [17–19] относится к специализированному классу алгоритмов, так называемых *физически информированных нейронных сетей*. Данный подход также основан на конечномерных отображениях, но инкорпорирует ДУЧП напрямую в функцию ошибки алгоритма, используя механизм автоматического дифференцирования [20]. Таким образом физика учитывается в процессе обучения, т.к. модель стремится минимизировать невязки между левой и правой частью уравнения, начальными и граничными условиями. Недостатком такого подхода является способность к приближению лишь конкретной реализации ДУЧП. Следовательно, физически информированные нейронные сети не предоставляют существенного ускорения относительно традиционных численных методов для многих прикладных задач.

Альтернативный и относительно новый подход заключается в обучении *нейронных операторов*, которые представляют собой отображения между функциональными пространствами [21–23]. Обученные нейронные операторы могут аппроксимировать любые нелинейные непрерывные операторы, не зависят от сетки дискретизации и требуют лишь однократного обучения, поэтому их можно обучать и оценивать на разных сетках дискретизации и реализациях ДУЧП. Показано, что данные методы обладают лучшей эффективностью в задачах аппроксимации ДУЧП по сравнению с другими существующими подходами, основанными на глубоком обучении, в т.ч. и для задач гидродинамического моделирования.

Обучение операторов в пространствах бесконечной размерности является активной областью исследований. В настоящее время продолжаются работы по повышению эффективности и применимости данного подхода в различных приложениях.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая модель процесса фильтрации газа

В данной работе рассматривается процесс гидродинамического моделирования ПХГ пористого типа. Для таких объектов различные параметры, описывающие движение газа в пористой среде (фильтрацию), имеют сильную зависимость от времени [3]. Такие процессы называются неустойчивыми (нестационарными).

¹ Lavin A., Krakauer D., Zenil H., et al. *Simulation Intelligence: Towards a New Generation of Scientific Methods*. 2022. <http://arxiv.org/abs/2112.03235>. Дата обращения 25.04.2023. / Accessed April 25, 2023.

² Cuomo S., di Cola V.S., Giampaolo F., et al. *Scientific Machine Learning through Physics-Informed Neural Networks: Where we are and What's next*. 2022. <http://arxiv.org/abs/2201.05624>. Дата обращения 25.04.2023. / Accessed April 25, 2023.

Основное уравнение трехмерной неустановившейся однофазной фильтрации сжимаемого флюида (газа) в пористой среде получается путем подстановки закона сохранения импульса (закон фильтрации Дарси) в закон сохранения массы [24]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A_x k_x}{\mu_g B_g} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A_y k_y}{\mu_g B_g} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{A_z k_z}{\mu_g B_g} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Delta z = \frac{V_b \phi T_{sc}}{p_{sc}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{Z} \right) - q_{gsc}, \end{aligned} \quad (1)$$

где p – давление; q_{gsc} – дебит газа в стандартных условиях; $B_g = \frac{p_{sc} T Z}{T_{sc} p}$ – объемный коэффициент газовой фазы; Z – коэффициент сверхсжимаемости газа; μ_g – вязкость газа; T_{sc} – температура в стандартных условиях; p_{sc} – давление в стандартных условиях; V_b – объем породы; ϕ – пористость; k – проницаемость; A – площадь поперечного сечения породы, перпендикулярная направлению фильтрации; Δx , Δy , Δz – длина, ширина и высота объема породы (конечного объема) соответственно.

Вследствие зависимости μ_g , B_g и Z от давления ДУЧП (1) является нелинейным и схоже с уравнением диффузии, однако, по своим динамическим характеристикам поток, описываемый данным соотношением, является не диффузионным, а фильтрационным.

Обучение нейронных операторов

Целью данной работы является аппроксимация уравнения фильтрации газа в ПХГ (1) путем построения нейронного оператора, отображающего между двумя бесконечномерными пространствами из конечного набора пар начальных, граничных условий и решений ДУЧП.

Зафиксируем пространственно-временную размерность $d \in \mathbb{N}$ и обозначим через $D \subset \mathbb{R}^d$ область в $\mathbb{R}^d$. Тогда можно рассмотреть отображение, являющееся по своей сути оператором решения ДУЧП:

$$\begin{aligned} G : A(D; \mathbb{R}^{d_a}) &\rightarrow U(D; \mathbb{R}^{d_u}), \\ a &\rightarrow u := G(a), \end{aligned} \quad (2)$$

где $a \in A(D; \mathbb{R}^{d_a})$ – функция входных данных вида $a : D \rightarrow \mathbb{R}^{d_a}$; $u \in U(D; \mathbb{R}^{d_u})$ – функция выходных данных вида $u : D \rightarrow \mathbb{R}^{d_u}$. $A(D; \mathbb{R}^{d_a})$ и $U(D; \mathbb{R}^{d_u})$ – банаховы пространства.

Для обучения оператора имеется конечное множество пар из начальных, граничных условий

и решений ДУЧП $\{a_j, u_j\}_{j=1}^N$, где $a_j \sim \mu$ (μ – вероятностная мера) является последовательностью вероятностных мер, заданных на A и $u_j = G(a_j)$. Данные пары получены из ГДМ действующего ПХГ, которая использует метод конечных объемов для аппроксимации системы дифференциальных уравнений по пространству и неявную схему для аппроксимации по времени. Таким образом, обучение нейронного оператора можно сформулировать следующим образом. Исходные данные, сгенерированные на численном симуляторе, по сути, являются результатом нелинейного отображения, удовлетворяющего уравнению фильтрации газа: $G(a_j) = u_j$. В результате можно построить нейронный оператор N_{θ^*} , подбирая параметры $\theta \in \Theta$ таким образом, чтобы приближать исходное отображение $N_{\theta^*} \approx G$. Тогда процесс обучения сводится к задаче минимизации функции потерь $C : U \times U \rightarrow \mathbb{R}$ и имеет вид:

$$\min_{\theta} E_{a \sim \mu} [C(N_{\theta}(a), G(a))], \quad (3)$$

где $E_{a \sim \mu}$ – математическое ожидание.

2. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ НЕЙРОННОГО ОПЕРАТОРА

В соответствии с постановкой задачи предполагается обучение нейронного оператора, аппроксимирующего решение ДУЧП фильтрации газа в ПХГ. При разработке таких методов удобно придерживаться следующей последовательности шагов в архитектуре модели [23]:

1. P – оператор преобразования входных данных в скрытое пространство большей размерности;
2. Итеративное применение ядра интегрального оператора L ;
3. Q – оператор проекции из скрытого пространства в исходное пространство выхода.

Таким образом, структура нейронного оператора имеет вид (4):

$$N(a) = Q \circ L_L \circ L_{L-1} \circ \dots \circ L_1 \circ P(a), \quad (4)$$

где заданная глубина слоев $L \in \mathbb{N}$, $P : A(D; \mathbb{R}^{d_a}) \rightarrow U(D; \mathbb{R}^{d_v})$, $d_v \geq d_a$, $Q : U(D; \mathbb{R}^{d_v}) \rightarrow U(D; \mathbb{R}^{d_u})$.

По аналогии с классическими конечномерными нейронными сетями $L_1, \dots, L_L$ – нелинейные слои оператора, $L_l : U(D; \mathbb{R}^{d_v}) \rightarrow U(D; \mathbb{R}^{d_u})$, $v \rightarrow L_l(v)$, которые можно записать как:

$$L_l(v)(x) = \sigma(W_l v(x) + (K(a; \theta_l)v)(x)), \quad \forall x \in D, \quad (5)$$

где σ – функция активации, W_l – линейное преобразование, $K : A \times \Theta \rightarrow L(U(D; \mathbb{R}^{d_v}), U(D; \mathbb{R}^{d_v}))$.

Оператор $K(a, \theta_l)$ [22] – интегральный оператор вида:

$$(K(a, \theta_l)v)(x) = \int_D \kappa_\theta(x, y, a(x), a(y))v(y)dy, \forall x \in D. \quad (6)$$

Ядро κ_θ представляет собой нейронную сеть с параметрами $\theta \in \Theta$ и может иметь различную структуру. Из этого исходят различные виды нейронных операторов. Например, графовые нейронные операторы (GNO³, MGNO⁴) [22], низкоранговые нейронные операторы (low-rank neural operators, LNO), нейронные операторы Фурье (Fourier neural operator, FNO).

На сегодняшний день одним из перспективных методов для аппроксимации решений уравнений фильтрации является FNO, параметризующий ядро интегрального оператора в пространстве Фурье [25]. Данный метод показывает лучшую эффективность в задачах фильтрации флюидов в пористой среде по сравнению с традиционными нейросетевыми алгоритмами и другими операторными архитектурами (GNO, MGNO, LNO, DeepONet) [23]. В то же время в [26] показано на примере аппроксимации уравнения переноса, что для достижения заданной ошибки сложность FNO растет *логарифмически*, в отличие от альтернативной архитектуры DeepONet [21], у которой данный показатель растет *квадратично*.

Нейронный оператор Фурье [25] относится к классу нейронных операторов, в котором ядро может быть записано как свертка:

$$(K(a, \theta_l)v)(x) = \int_D \kappa_\theta(x - y)v(y)dy, \forall x \in D. \quad (7)$$

Чтобы эффективно параметризовать ядро, согласно теореме о свертке, данный метод рассматривает образ v в пространстве Фурье, используя быстрое преобразование Фурье F и обратное преобразование Фурье F^{-1} :

$$(K(\theta)v)(x) = F^{-1}(R_\theta(k) \cdot F(v)(k))(x), \forall x \in D, \quad (8)$$

где $R_\theta(k) = F(\kappa_\theta)(k)$ – матрица коэффициентов преобразования Фурье от κ_θ .

Таким образом, слои оператора Фурье будут иметь вид:

$$L_l(v)(x) = \sigma(W_l v(x) + F^{-1}(R_l(k) \cdot F(v)(k))(x)). \quad (9)$$

Ключевое различие между (9) и традиционной архитектурой нейронных сетей заключается в том, что все операции определены непосредственно в функциональном пространстве и, следовательно, не зависят от дискретизации данных.

В данной работе разработан метод гидродинамического моделирования ПХГ, который представляет собой модифицированный нейронный оператор Фурье, в котором слои нейронного оператора включают в себя оператор сверточной нейронной сети U-Net для повышения выразительности за счет обработки высокочастотной информации, которая не улавливается базисом Фурье⁵. Такой алгоритм включает следующие три шага (рис. 1):

1. Преобразование входных данных $a(x)$ в скрытое пространство большей размерности $v_{l_0} = P(a(x))$;
2. Итеративное применение слоев Фурье и последующее применение модифицированных слоев Фурье: $v_{l_0} \rightarrow \dots \rightarrow v_{l_L} \rightarrow v_{m_0} \rightarrow \dots \rightarrow v_{m_M}$, где v_{l_j} для $j = \overline{0, L}$ и v_{m_k} для $k = \overline{0, M}$;
3. Проекция v_{m_M} из скрытого пространства в исходное пространство выхода $z(x) = Q(v_{m_M}(x))$.

Модифицированный слой Фурье нейронного оператора имеет вид:

$$v_{m_{k+1}}(x) = \sigma(W(v_{m_k}(x)) + (Kv_{m_k})(x) + Uv_{m_k}(x)), \forall x \in D, \quad (10)$$

где W – линейный оператор, $Kv_{m_k}(x) = F^{-1}(R \cdot F(v_{m_k}))(x)$ – оператор интегрального преобразования, U – оператор сверточной нейронной сети U-Net.

Важно отметить, что нейронный оператор Фурье является бесконечномерным оператором, который способен генерировать инвариантные решения вне зависимости от сетки дискретизации на обучающей и тестовой выборках. Однако за счет добавления U-Net-блока, который по своей сути не обеспечивает гибкость обучения и тестирования при различной дискретизации, авторы архитектуры жертвуют гибкостью в пользу более высокой точности. Предполагается, что такая архитектура позволит обеспечить приемлемую точность даже на относительно небольшой обучающей выборке.

³ Graph neural operators.

⁴ Multipole graph neural operator – мультипольный графовый нейронный оператор.

⁵ Wen G., Li Z., Azizzadenesheli K., et al. *U-FNO – An enhanced Fourier neural operator-based deep-learning model for multiphase flow*. 2022. <http://arxiv.org/abs/2109.03697>. Дата обращения 25.04.2023. / Accessed April 25, 2023.

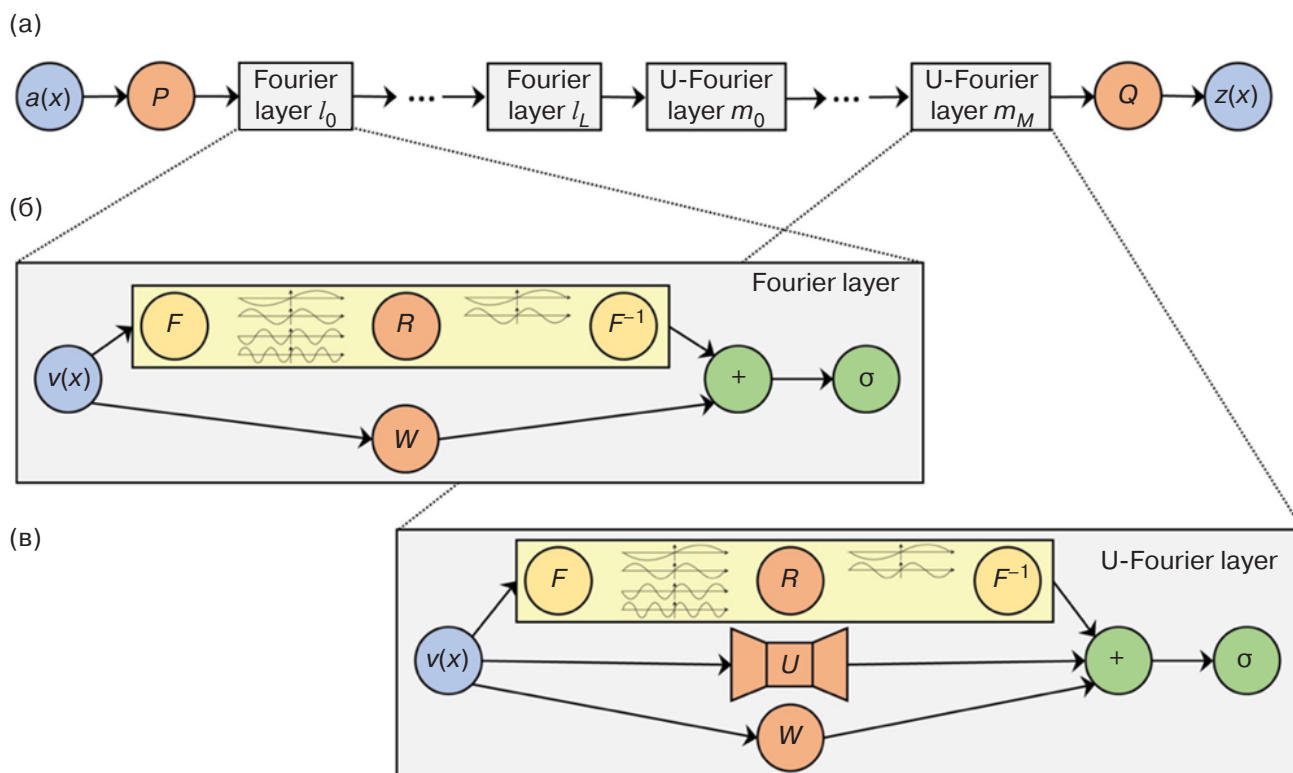


Рис. 1. (а) Архитектура модели: P и Q – полносвязные слои, $z(x)$ – выход модели; (б) слой Фурье: R представляет собой параметризацию в пространстве Фурье, W – линейное смещение; (в) модифицированный слой Фурье: U – оператор U-Net, остальные обозначения имеют то же значение, что и в слое Фурье

Конфигурация данных

Для формирования набора данных в настоящей работе используются данные из ГДМ. Период аппроксимации выбран равным сезону отборов газа. Весь набор данных формируется из 70 различных сценариев отборов с временным шагом в 10 дней. Рассматриваемое ПХГ имеет более 100 действующих скважин и сложную геометрию.

Итоговый набор данных состоит из 2850 пар «вход-выход». Для обучения было выделено 2250 образцов для тренировочной выборки и по 300 для валидационной и тестовой выборки.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве функции потерь используется относительная ошибка

$$L(y, \hat{y}) = \frac{\|y - \hat{y}\|_2}{\|y\|_2}, \quad (11)$$

поскольку пластовое давление в ПХГ в разные периоды имеет разный масштаб, $\hat{y}$ – значение, полученное из модели.

Во время обучения начальный коэффициент скорости обучения принят равным 0.001 и постепенно

снижается с увеличением количества пройденных эпох. Обучение прекращается, когда потери на валидационной выборке больше не уменьшаются (рис. 2).

Оценка качества обученной модели проводилась на тестовой выборке. Статистические параметры ошибок модели: среднее – 0.006, стандартное отклонение – 0.2.

Обученная модель способна достаточно точно воспроизводить динамику пластового давления на период сезонов отбора. На рис. 3 представлена диаграмма рассеяния нормализованного (масштабированного на диапазон от 0 до 1) пластового давления между обученным нейронным оператором и результатами численных симуляций. Коэффициент детерминации $R^2 = 0.999$.

Исходя из диаграммы рассеяния следует, что распределение, генерируемое нейронным оператором на тестовой выборке, в каждой ячейке пласта очень близко к распределению из ГДМ.

Визуализация сравнения результатов моделирования динамики поля пластового давления посредством нейронного оператора и ГДМ представлена на рис. 4–6. Временной шаг означает порядковый номер десятидневного периода (декады) в рамках сезона отбора газа.

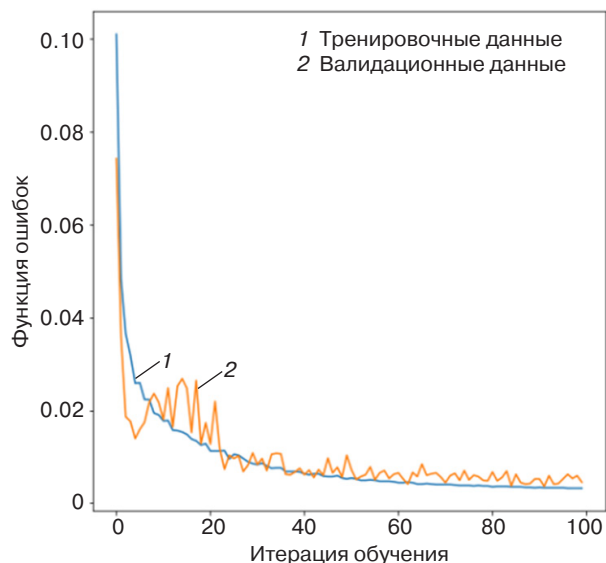


Рис. 2. График ошибки модели в процессе обучения

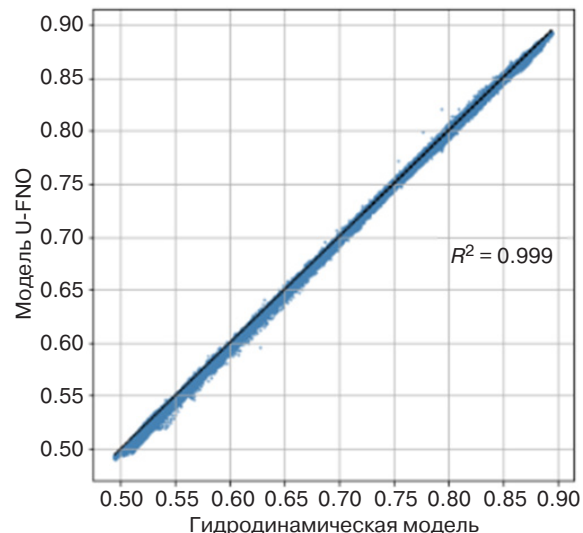


Рис. 3. Диаграмма рассеяния нормализованного пластового давления

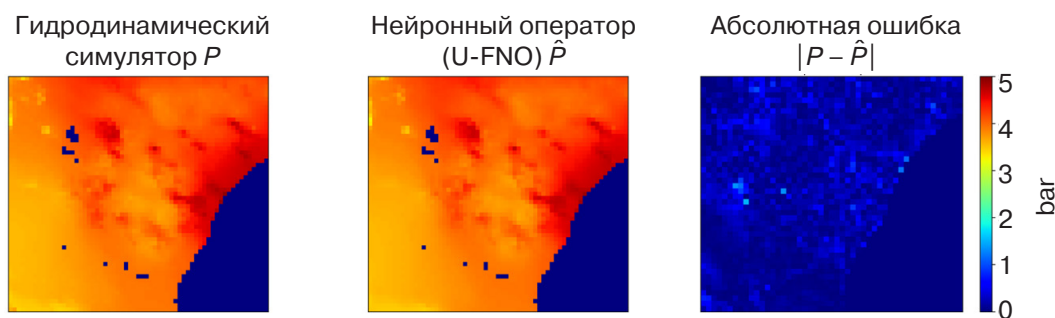


Рис. 4. Визуализация пластового давления из ГДМ, модели U-FNO и абсолютной ошибки на тестовой выборке (временной шаг 4/16)

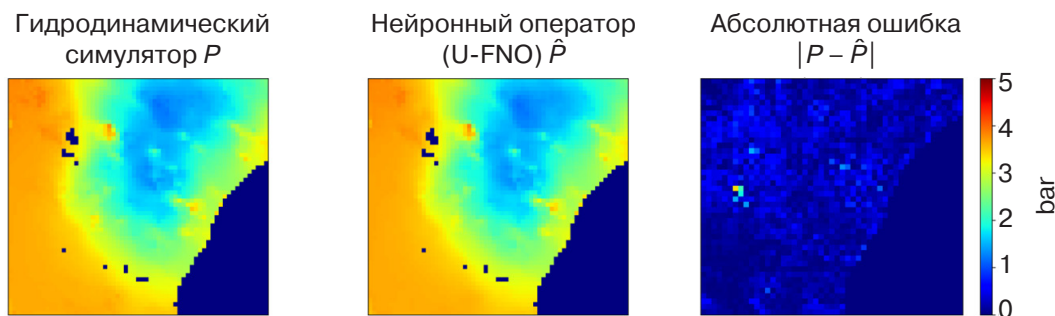


Рис. 5. Визуализация пластового давления из ГДМ, модели U-FNO и абсолютной ошибки на тестовой выборке (временной шаг 10/16)

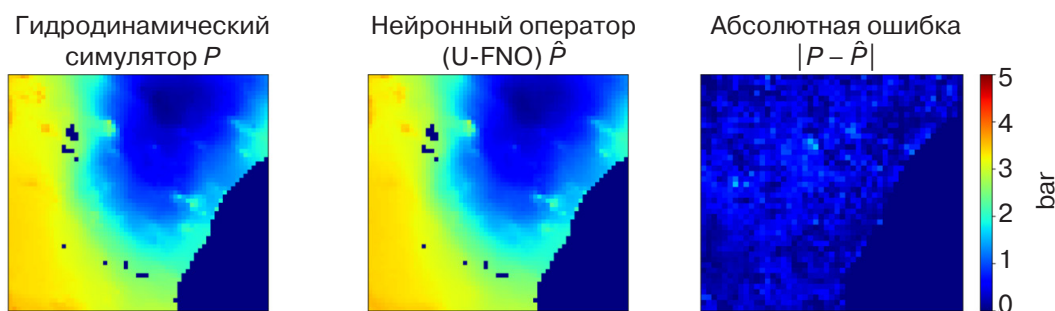


Рис. 6. Визуализация пластового давления из ГДМ, модели U-FNO и абсолютной ошибки на тестовой выборке (временной шаг 16/16)

Обученный нейронный оператор показал хорошую эффективность на тестовой выборке. Вместе с тем, полученная модель осуществляет расчет заданного сценария за доли секунды, что, по меньшей мере, в 10^6 раз быстрее, чем традиционный численный симулятор.

Несмотря на небольшое количество реализаций ДУЧП в обучающей выборке, авторами была проведена оценка обобщающей способности модели на примере воспроизведения динамики пластового давления в случае существенных изменений в самом объекте – изменении количества и расположения скважин. Поскольку использование разработанного нейронного оператора на данном этапе не предполагает расчеты и оптимизацию различных схем размещения скважин, в качестве опорного сценария был

взят рассчитанный на действующей ГДМ сценарий, воспроизводящий ситуацию с околонулевыми отборами из ПХГ в течение всего периода. Далее были удалены все скважины, помещены 11 новых эксплуатационных скважин в те ячейки пласта, где их никогда не было, и смоделирован сценарий форсированных отборов газа через эти скважины. Результаты представлены на рис. 7.

В нижней части рис. 7 помещены визуализации объемов ячеек дискретизированного пласта, пористости и проницаемости. Исходя из полученных результатов можно заключить, что модель реагирует на такие существенные изменения адекватно – поле пластового давления в околоскважинном пространстве изменяется с учетом распределения пластовых свойств.

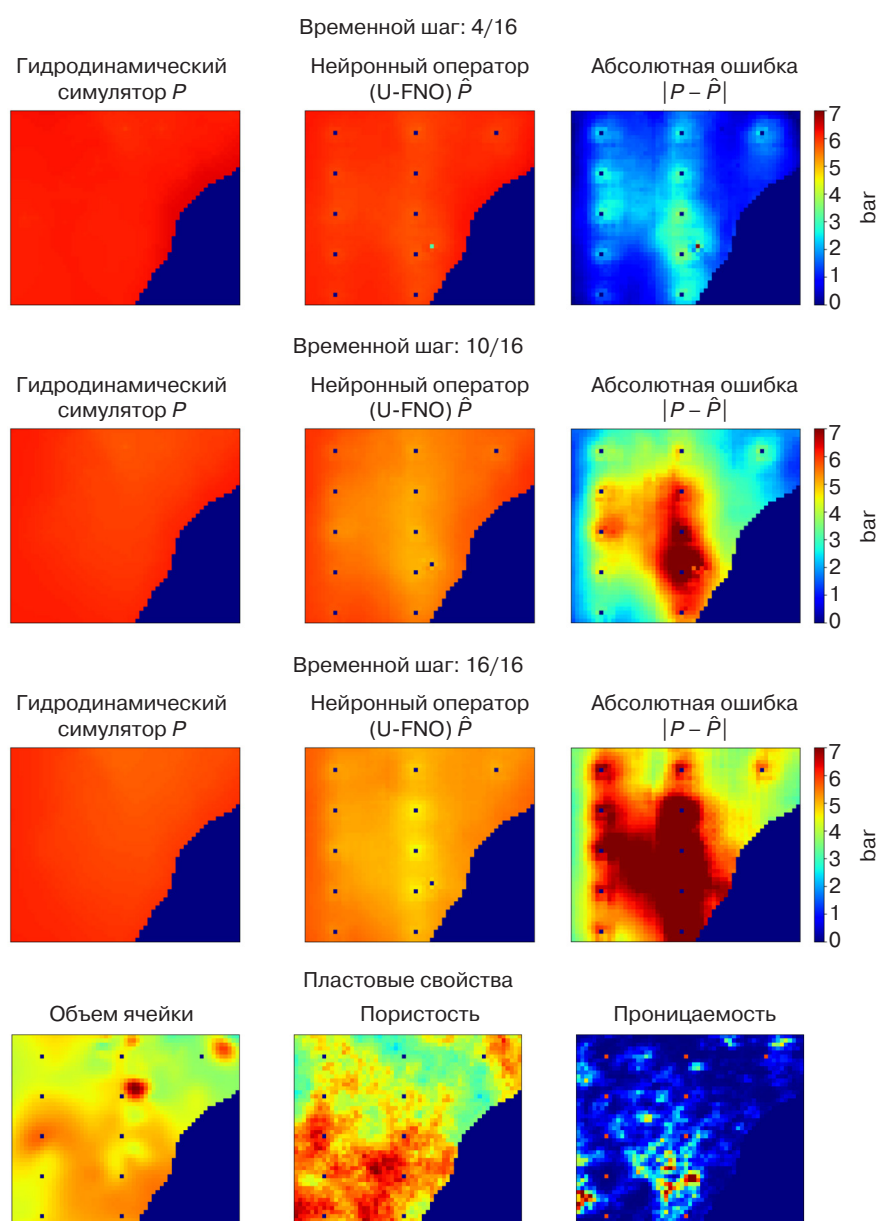


Рис. 7. Визуализация результатов моделирования с учетом изменения фонда скважин и визуализация пластовых свойств (ячейки с размещенными скважинами выделены цветом)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что модифицированный нейронный оператор Фурье может быть успешно применен не только для задач моделирования фильтрации газа в цилиндрической системе координат с одной скважиной, но и для задач трехмерной фильтрации газа в декартовой системе координат на объектах с множеством скважин. Кроме того, разработанная модель обеспечивает высокое качество при моделировании объектов с неравномерной сеткой дискретизации и сложной геометрией, несмотря на использование в архитектуре алгоритма быстрого преобразования Фурье.

При этом нейронному оператору не требуется большой размер обучающей выборки для достижения высокой точности аппроксимации решений ДУЧП, что демонстрируется не только на тестовой

выборке, но и на искусственно сгенерированных сценариях с внесением существенных изменений в структуру моделируемого объекта. Исходя из экспериментов, обученный нейронный оператор осуществляет моделирование заданного сценария за доли секунды, что, по меньшей мере, в 10^6 раз быстрее, чем традиционный численный симулятор, что делает возможным применение данной модели в задачах планирования и принятия решений в отношении различных аспектов эксплуатации ПХГ, таких как оптимальное использование скважин, контроль давления и управление запасами газа.

Вклад авторов

Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contributions

All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. LeCun Y., Bengio Y., Hinton G. Deep learning. *Nature*. 2015;521(7553):436–444. <https://doi.org/10.1038/nature14539>
2. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. *Deep Learning*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press; 2016. 775 p.
3. Aziz K., Settari A. *Petroleum Reservoir Simulation*. London, New York: Applied Science Publ.; 1979. 497 p.
4. Cybenko G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Math. Control Signals Syst.* 1989;2:303–314. <https://doi.org/10.1007/BF02551274>
5. Hornik K., Stinchcombe M., White H. Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Netw.* 1989;2(5):359–366. [https://doi.org/10.1016/0893-6080\(89\)90020-8](https://doi.org/10.1016/0893-6080(89)90020-8)
6. Chen T., Chen H. Approximations of continuous functionals by neural networks with application to dynamic systems. *IEEE Trans. Neural Netw.* 1993;4(6):910–918. <https://doi.org/10.1109/72.286886>
7. Chen T., Chen H. Approximation capability to functions of several variables, nonlinear functionals, and operators by radial basis function neural networks. *IEEE Trans. Neural Netw.* 1995;6(4):904–910. <https://doi.org/10.1109/72.392252>
8. Chen T., Chen H. Universal approximation to nonlinear operators by neural networks with arbitrary activation functions and its application to dynamical systems. *IEEE Trans. Neural Netw.* 1995;6(4):911–917. <https://doi.org/10.1109/72.392253>
9. Yarotsky D. Error bounds for approximations with deep ReLU networks. *Neural Netw.* 2017;94:103–114. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2017.07.002>
10. Jin P., Lu L., Tang Y., et al. Quantifying the generalization error in deep learning in terms of data distribution and neural network smoothness. *Neural Netw.* 2020;130:85–99. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2020.06.024>
11. Jakubovitz D., Giryes R., Rodrigues M.R.D. Generalization Error in Deep Learning. Epub ahead of print 2018. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.1808.01174>
12. Bellman R. *Dynamic Programming*. Princeton: Princeton University Press; 2010. 392 p.
13. Han J., Jentzen A., Weinan E. Solving high-dimensional partial differential equations using deep learning. *Proc. Natl. Acad. Sci.* 2018;115(34):8505–8510. <https://doi.org/10.1073/pnas.1718942115>
14. Guo X., Li W., Iorio F. Convolutional Neural Networks for Steady Flow Approximation. In: *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. San Francisco California USA: ACM; 2016. P. 481–490. <https://doi.org/10.1145/2939672.2939738>
15. Tang M., Liu Y., Durlflosky L.J. A deep-learning-based surrogate model for data assimilation in dynamic subsurface flow problems. *J. Comput. Phys.* 2020;413(1):109456. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.109456>
16. Zhong Z., Sun A.Y., Jeong H. Predicting CO₂ Plume Migration in Heterogeneous Formations Using Conditional Deep Convolutional Generative Adversarial Network. *Water Resour. Res.* 2019;55(7):5830–5851. <https://doi.org/10.1029/2018WR024592>
17. Berg J., Nyström K. A unified deep artificial neural network approach to partial differential equations in complex geometries. Epub ahead of print 2017. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.1711.06464>, Related DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2018.06.056>
18. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics Informed Deep Learning (Part I): Data-driven Solutions of Nonlinear Partial Differential Equations. Epub ahead of print 2017. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.1711.10561>

19. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *J. Comput. Phys.* 2019;378:686–707. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>
20. Baydin A.G., Pearlmutter B.A., Radul A.A., et al. Automatic differentiation in machine learning: a survey. Epub ahead of print 2015. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.1502.05767>
21. Lu L., Jin P., Pang G., Zhang Z., Karniadakis G.E. Learning nonlinear operators via DeepONet based on the universal approximation theorem of operators. *Nat. Mach. Intell.* 2021;3(3):218–229. <https://doi.org/10.1038/s42256-021-00302-5>
22. Li Z., Kovachki N., Azizzadenesheli K., et al. Neural Operator: Graph Kernel Network for Partial Differential Equations. Epub ahead of print 2020. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2003.03485>
23. Kovachki N., Li Z., Liu B., et al. Neural Operator: Learning Maps Between Function Spaces. Epub ahead of print 2021. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2108.08481>
24. Ertekin T., Abou-Kassem J.H., King G.R. *Basic Applied Reservoir Simulation*. Richardson, Tex.: Society of Petroleum Engineers; 2001. 406 p.
25. Li Z., Kovachki N., Azizzadenesheli K., et al. Fourier Neural Operator for Parametric Partial Differential Equations. Epub ahead of print 2020. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2010.08895>
26. Lanthaler S., Molinaro R., Hadorn P., et al. Nonlinear Reconstruction for Operator Learning of PDEs with Discontinuities. Epub ahead of print 2022. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2210.01074>

Об авторах

Сирота Даниил Дмитриевич, заместитель начальника отдела, Публичное акционерное общество «Газпром» (ПАО «Газпром») (197229, Россия, Санкт-Петербург, Лахтинский пр., д. 2, корп. 3, стр. 1). E-mail: D.Sirota@adm.gazprom.ru. ResearcherID KUF-1969-2024, SPIN-код РИНЦ 1137-2827, <https://orcid.org/0009-0009-9663-6188>

Гущин Кирилл Андреевич, заместитель начальника Департамента – начальник Управления, Публичное акционерное общество «Газпром» (ПАО «Газпром») (197229, Россия, Санкт-Петербург, Лахтинский пр., д. 2, корп. 3, стр. 1). E-mail: K.Gushchin@adm.gazprom.ru. <https://orcid.org/0009-0006-2181-3272>

Хан Сергей Александрович, к.т.н., заместитель начальника Департамента – начальник Управления, Публичное акционерное общество «Газпром» (ПАО «Газпром») (197229, Россия, Санкт-Петербург, Лахтинский пр., д. 2, корп. 3, стр. 1). E-mail: S.Khan@adm.gazprom.ru. Scopus Author ID 27172181100, SPIN-код РИНЦ 2591-5980

Костиков Сергей Леонидович, заместитель начальника Управления – начальник отдела, Публичное акционерное общество «Газпром» (ПАО «Газпром») (197229, Россия, Санкт-Петербург, Лахтинский пр., д. 2, корп. 3, стр. 1). E-mail: S.Kostikov@adm.gazprom.ru. Scopus Author ID 58283384300, <https://orcid.org/0009-0007-7298-3586>

Бутов Кирилл Андреевич, к.т.н., главный технолог отдела, Публичное акционерное общество «Газпром» (ПАО «Газпром») (197229, Россия, Санкт-Петербург, Лахтинский пр., д. 2, корп. 3, стр. 1). E-mail: K.Butov@adm.gazprom.ru. <https://orcid.org/0009-0008-3444-2049>

About the authors

Daniil D. Sirota, Deputy Head of Division, PJSC Gazprom (2/3, Lakhtinsky pr., St. Petersburg, 197229 Russia). E-mail: D.Sirota@adm.gazprom.ru. ResearcherID KUF-1969-2024, RSCI SPIN-code 1137-2827, <https://orcid.org/0009-0009-9663-6188>

Kirill A. Gushchin, Deputy Head of Department – Head of Directorate, PJSC Gazprom (2/3, Lakhtinsky pr., St. Petersburg, 197229 Russia). E-mail: K.Gushchin@adm.gazprom.ru. <https://orcid.org/0009-0006-2181-3272>

Sergey A. Khan, Cand. Sci. (Eng.), Deputy Head of Department – Head of Directorate, PJSC Gazprom (2/3, Lakhtinsky pr., St. Petersburg, 197229 Russia). E-mail: S.Khan@adm.gazprom.ru. Scopus Author ID 27172181100, RSCI SPIN-code 2591-5980

Sergey L. Kostikov, Deputy Head of Directorate – Head of Division, PJSC Gazprom (2/3, Lakhtinsky pr., St. Petersburg, 197229 Russia). E-mail: S.Kostikov@adm.gazprom.ru. Scopus Author ID 58283384300, <https://orcid.org/0009-0007-7298-3586>

Kirill A. Butov, Cand. Sci. (Eng.), Chief Technologist of the Division, PJSC Gazprom (2/3, Lakhtinsky pr., St. Petersburg, 197229 Russia). E-mail: K.Butov@adm.gazprom.ru. <https://orcid.org/0009-0008-3444-2049>

Экономика наукоемких и высокотехнологичных предприятий и производств.
Управление в организационных системах
Economics of knowledge-intensive and high-tech enterprises and industries.
Management in organizational systems

УДК 332.05

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-113-126>

EDN QPTLBD



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Краткосрочные биржевые индексы как инструмент оценки и прогнозирования научно-технологической безопасности

А.И. Ладынин[@]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: ladynin@mirea.ru

Резюме

Цели. Обеспечение научно-технологического суверенитета, определенное как одна из задач Концепции технологического развития на период до 2030 г., утвержденной Распоряжением Правительства Российской Федерации от 20 мая 2023 г. № 1315-р, предполагает использование эффективных механизмов управления экономикой страны. В современных условиях технологическое развитие экономики является императивом развития страны и ключевой составляющей научно-технологической безопасности. Цель работы – развитие существующих инструментальных методов анализа экономически значимой информации для мониторинга и диагностики научно-технологической безопасности на мезо- и макроуровне.

Методы. Использована авторская методика мониторинга и прогнозирования уровня научно-технологической безопасности на основе анализа динамики стоимости ценных бумаг компаний, включающая методы экономико-статистического анализа, инструменты машинного обучения и анализа временных рядов.

Результаты. Представлен авторский подход к совершенствованию механизмов обработки и анализа информации в ходе принятия управленческих решений. Для этого осуществлена разработка инструмента диагностики научно-технологической безопасности социально-экономической системы на основе экономико-математических методов обработки информации. Предложена методика интегральной оценки научно-технологической безопасности на макроуровне на основе анализа и прогнозирования стоимости ценных бумаг экономических агентов – системообразующих компаний. Научный результат – разработанная методика анализа биржевых индексов системообразующих предприятий, осуществляющих исследования и разработки для оценки и прогнозирования динамики научно-технологической безопасности на мезо- и макроуровне экономики. Для верификации методики проведен численный эксперимент с использованием статистических данных системообразующих компаний.

Выводы. Разработанная методика направлена на повышение точности и быстродействия управления в задачах обеспечения научно-технологической безопасности социально-экономических систем. Результаты эксперимента количественно подтверждают предположение о значительном вкладе системообразующих предприятий в обеспечение научно-технологической безопасности Российской Федерации.

Ключевые слова: научно-технологическая безопасность, методика анализа информации, экономико-математическое моделирование, научное развитие, биржевые индексы, инструменты поддержки принятия решений

• Поступила: 12.02.2024 • Доработана: 04.04.2024 • Принята к опубликованию: 23.09.2024

Для цитирования: Ладынин А.И. Краткосрочные биржевые индексы как инструмент оценки и прогнозирования научно-технологической безопасности. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):113–126. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-113-126>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Short-term stock indices as a tool for assessing and forecasting scientific and technological security

Andrey I. Ladynin [@]

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: ladynin@mirea.ru

Abstract

Objectives. Ensuring scientific and technological sovereignty, defined as one of the objectives of the Concept of Technological Development for the period until 2030, approved by the Order of the Government of the Russian Federation No. 1315-r dated May 20, 2023, implies the use of effective mechanisms for managing the country's economy. Under contemporary conditions, technology is a crucial element in the country's economic development and a key component of scientific and technological security. Thus, the aim of the present work is to develop existing methods for analyzing economically significant information relating to the monitoring and diagnostics of scientific and technological security at the meso- and macrolevels.

Methods. The developed method for scientific and technological security level monitoring and forecasting, which is based on the dynamics analysis of the values of corporate securities, includes economic and statistical analysis methods, machine learning and time series analysis tools.

Results. The approach towards information processing and enhancement of analysis mechanisms in managerial decisions, which relies on diagnostic, analysis, and forecasting tools for socioeconomic system scientific and technological security, is based on information-processing, economic, and mathematical methods. The presented results constitute a developed method for the analysis of systemically important enterprises stock indices, supporting research and development to assess and predict scientific and technological security dynamics at meso- and macro levels of the economy. In order to verify the methodology, a numerical experiment was carried out using statistical data from systemically important companies.

Conclusions. The developed methodology is aimed at improved managerial decision-making accuracy and speed when solving problems connected with scientific and technological security underpinning socioeconomic systems. The experimental results quantitatively confirm the significant contribution made by systemically important companies to Russian Federation's scientific and technological security ensuring.

Keywords: scientific and technological safety, information analysis methods, economic and mathematical modeling, scientific development, stock indices, decision support tools

• Submitted: 12.02.2024 • Revised: 04.04.2024 • Accepted: 23.09.2024

For citation: Ladynin A.I. Short-term stock indices as a tool for assessing and forecasting scientific and technological security. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):113–126. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-113-126>

Financial disclosure: The author has no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Современные инструменты мониторинга, анализа и прогнозирования состояния экономики предполагают использование актуального инструментария обработки информации. Научные исследования и опытно-конструкторские разработки крупных предприятий, находящихся в юрисдикции Российской Федерации, являются одним из инструментов обеспечения экономической безопасности. При этом деятельности наукоемких предприятий свойственна неопределенность, обусловленная, в частности, сложностью решаемых задач, многообразием факторов влияния и динамикой изменений влияния внешней среды.

В подобных условиях целесообразно рассмотреть не только методы прямой оценки научно-технологической безопасности (НТБ) на основе индикаторов научной активности предприятия или компании, но и процессы ее совершенствования в более общем характере – через опосредованные признаки оценки, например, установить количественную связь стоимости ценных бумаг крупных технологических компаний с уровнем НТБ. Являясь признанным механизмом оценки, системы индикаторов, как правило, включают характеристики, определяющие уровень инновационной активности, затраты и результаты функционирования предприятий в области научной деятельности и высоких технологий. Следует отметить, что дополнительным фактором, определяющим возможность проведения такого рода оценки является значительное участие государства в крупном бизнесе – так, для многих крупных компаний, выполняющих, в т.ч., исследования и разработки в рамках обеспечения бизнес-интересов, в число акционеров входят государственные институты.

Одними из ключевых факторов эффективности принятия управленческих решений являются точность и быстрдействие. Однако статистические оценки, включающие значимые для НТБ индикаторы, обладают значительными интервалами между периодами поступления статистических данных. В условиях динамичного изменения показателей, характеризующих социально-экономическую систему, целесообразно рассмотреть инструментарий, обладающий большей чувствительностью и меньшими временными задержками. Отсюда возникает

необходимость в использовании методических подходов, основанных на анализе оперативно изменяющихся данных, и появляется потребность в совершенствовании существующих и разработке новых инструментов обработки и анализа информации.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Рассматривая задачи обеспечения НТБ, необходимо определиться с ее положением в структуре современной экономики. Представляется целесообразным рассматривать НТБ как составную часть экономической безопасности. Современное понимание конкурентоспособной национальной экономики находится в тесной взаимосвязи с научно-технологическим прогрессом. Концепция обеспечения научно-технологического суверенитета, определенная одним из приоритетов развития России¹, в современных условиях также предполагает актуализацию существующего и дальнейшее наращивание независимого научно-технологического базиса. В профильной литературе НТБ занимает важную роль. А.Е. Варшавский в работе [1] постулировал принципы обеспечения НТБ. В работе М.С. Власовой, О.С. Степченко рассмотрены показатели экономической безопасности в научно-технической сфере [2]. А.Ю. Пинчук рассматривает научно-технологическое развитие в контексте цифровизации экономики и промышленного развития [3]. А.А. Афанасьев рассматривает роль НТБ в задачах обеспечения технологического суверенитета [4].

В научном сообществе существует обоснованное предположение о наличии фундаментальной связи между инновационной деятельностью и НТБ [5]. Проблемам методического обеспечения инновационной деятельности посвящены работы [6, 7]. Исследования в области оценки эффективности инновационной деятельности организаций в условиях цифровизации экономики представлены в [8].

¹ Указ Президента Российской Федерации от 28.02.2024 г. № 145 О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации. <http://www.kremlin.ru/acts/bank/50358>. Дата обращения 03.04.2024. [Decree of the President of the Russian Federation No. 145, dated February 28, 2024, On the Strategy for Scientific and Technological Development of the Russian Federation. <http://www.kremlin.ru/acts/bank/50358>. Accessed April 03, 2024 (in Russ.).]

Существенный пласт работ посвящен анализу проблем инновационного развития бизнеса современной России [9–12].

Задачи обеспечения инновационного развития тесно связаны с конкурентоспособностью организаций в современных условиях. Инновации являются одним из факторов производства, а разработка инноваций – стимулом и требованием к совершенствованию инструментария производств. М.П. Калиниченко рассматривает управление конкурентоспособностью предприятий через инновационную деятельность [13]. Т.А. Бурцева представила подходы к анализу оценки эффективности информационного обеспечения управления инновациями [14]. А.В. Бабкин и Л. Чэнь на примере провинции Китайской Народной Республики провели оценку эффективности инноваций высокотехнологичной промышленности [15]. Проблемы управления наукоемких организаций рассматривались в работах А.М. Батьковского [16, 17], Д.Ю. Фраймовича [18]. И.Л. Березин рассмотрел институциональные формы управления инновационной деятельностью и их ограничения [19], а С.А. Филин – принципы управления в контексте перехода к цифровой экономике [20]. Следует отметить актуализацию исследований в области обеспечения научной деятельности и экономической безопасности в контексте санкционного давления [21]. Авторы [22] рассматривают подходы к преодолению технологической зависимости России. Исследованы доступные механизмы и инструменты перехода к шестому технологическому укладу [23].

Авторы отмечают необходимость перехода к суверенной, импортонезависимой модели научно-технического развития. Например, Т.Д. Степанова в работе [24] выявила ключевые угрозы технологическому развитию, и, как следствие, экономической безопасности. Необходимо отметить, что проблемы кадрового обеспечения – важный аспект научных дискуссий. В.И. Авдийский отмечает необходимость совершенствования подготовки кадров в контексте обеспечения экономической безопасности и предлагает рекомендации, способствующие этому процессу [25].

Признанным механизмом обеспечения экономической безопасности является мониторинг ключевых индикаторов социально-экономического развития [26]. Актуальные исследования посвящены различным аспектам мониторинга и оценке экономической безопасности. Так, А.П. Суворова и Н.Ю. Судакова рассматривают научно-техническое развитие России через призму эффективности реализации государственных программ [27]. В [28] совершенствуются теоретико-методологические подходы к исследованию экономической безопасности, развитию теории и практики обработки

информации в контексте ее обеспечения. В работах В.К. Сенчагова, С.Н. Митякова [29] описан подход к применению моделей оценки краткосрочных индикаторов для анализа экономической безопасности. Авторами рассматривается мониторинг региональной инновационной деятельности в контексте обеспечения экономической безопасности и научного суверенитета. Другие исследования посвящены оценке эффектов и реализации проектов в производственных системах, как части научного потенциала страны [30]. В профильной литературе представлены концептуальные аспекты обеспечения и инструментарий мониторинга НТБ регионов России [31].

Обобщая обзор научных публикаций, можно сделать вывод о важности рассматриваемой темы в контексте обеспечения экономической безопасности на региональном и федеральном уровнях. Так, большинство работ посвящены формированию инструментальной и методологической базы исследования НТБ на основе существующей статистической информации. Это, безусловно, оправдано в контексте собираемости данных и возможности их дальнейшего сравнительного и ретроспективного анализа. Однако существующие подходы могут быть дополнены на основе альтернативных методов оценки. Более того, такие инструменты, в основе которых лежат не прямые индикаторы экономической активности, оказывающие существенное воздействие на состояние НТБ, позволяют дополнительно верифицировать существующие официальные статистические данные.

МЕТОДИКА МОНИТОРИНГА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УРОВНЯ НТБ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ СТОИМОСТИ ЦЕННЫХ БУМАГ КОМПАНИЙ

С развитием сетей передачи данных, механизмов организации, хранения и представления информации, многие российские и зарубежные ученые в своих работах используют биржевые котировки для анализа финансовой составляющей, оценки перспективности развития отраслей реального сектора экономики, уточнения параметров разрабатываемых имитационных моделей. Авторы используют систему индикаторов, в которой применяются краткосрочные индексы. Подобный подход применим к задачам выборочной оценки и прогнозирования составляющих элементов структуры экономической безопасности, однако в задачах совершенствования ее научно-технической составляющей, представляется обоснованным перейти к мониторингу изменений ключевых индикаторов в среднесрочной перспективе. Это обусловлено более сложными свойствами влияния изменений финансовых инструментов компаний и корпораций,



Рисунок. Структурная схема методики мониторинга и прогнозирования уровня НТБ на основе анализа динамики стоимости ценных бумаг компаний

занимающихся исследованиями и разработками, на уровень НТБ социально-экономической системы. Также это обусловлено присутствием отложенности влияния инновационных процессов, результативность которых также, с одной стороны, оказывает влияние на общий уровень НТБ, а, с другой – формирует стоимость акций компании на бирже.

Следует отметить, что актуальность представляют методы прогностического моделирования, используемые для оценки и анализа временных рядов на основе машинного обучения, а также формальных моделей математической статистики. Они позволяют с определенной долей вероятности предсказывать динамику изменения стоимости ценных бумаг компаний. Иными словами, методика мониторинга НТБ на основе анализа динамики стоимости ценных бумаг компаний включает две ключевых составляющих: систему индикаторов, сформированную на основе совокупности компаний-лидеров научно-технического прогресса для непосредственного построения интегрального индекса и методы анализа временных рядов – для прогнозирования (см. рисунок).

Рассмотрим методику мониторинга и прогнозирования уровня НТБ на основе анализа динамики стоимости ценных бумаг компаний-лидеров России. Методика предполагает анализ стоимости ценных бумаг компаний, сгруппированных по видам экономической деятельности и напрямую связанных

с исследованиями и разработками, инвестициями в науку и технологии. Итак, среди возможного множества рассматриваемых проекций выделим компании, занятые в добыче полезных ископаемых, обрабатывающих производствах, а также принадлежащие собирательной классификационной группировке видов экономической деятельности «Сектор информационно-коммуникационных технологий».

Формальная составляющая методики включает инструментарий анализа временных рядов, позволяющий строить прогностические модели в условиях наличия достаточного количества начальных данных. Существующие модели предоставляют возможности по подбору наиболее подходящих механизмов под характеристики начальных данных и требуют сравнительного анализа результатов для выбора из них наиболее адекватных исходным данным. Так, в работе [32] приводится пример прогнозирования краткосрочных индексов экономической безопасности на основе инструментария машинного обучения и временных рядов. Авторами проводится сравнительный анализ результатов моделирования по различным макроэкономическим показателям с применением моделей ARIMA² и Хольта, а также нейросетевых моделей. Применительно к оценке НТБ

² Autoregressive integrated moving average – модель скользящего среднего.

на основе анализа стоимости акций компаний, занимающихся исследованиями и разработками, представляется целесообразным воспользоваться совокупностью методов прогнозирования временных рядов, основанных на моделях Хольта – Уинтерса и Бокса – Дженкинса, принимая во внимание важность сравнительного анализа получаемых прогнозов. Также целесообразно использовать модели машинного обучения, что позволяет сравнить итоговые результаты, например, сеть долгой краткосрочной памяти, известную как LSTM-модель³.

Указанные методы не являются обязательным руководством к действию при прогнозировании значений временного ряда, но позволяют проводить сравнительный анализ точности прогнозов. Аналитическая составляющая предлагаемой методики предполагает итеративное сравнение получаемых значений в соответствии с определенными критериями точности и адаптацию выбранных моделей под решение конкретных практических задач. Применение машинного обучения и аппарата временных рядов позволяет проиллюстрировать многообразие подходов к прогнозированию и формирует возможность выбора наиболее подходящих из них для решения конкретной задачи анализа динамики изменения НТБ.

Рассмотрим определяющие соотношения, необходимые для количественной оценки изменения уровня НТБ в соответствии с представленной методикой. Для этого предлагается использовать авторскую формулу, основанную на предположении о выраженном прямом влиянии инвестиционной привлекательности высокотехнологичной компании на сектор научных исследований и разработок, а следовательно – на уровень НТБ.

Перейдем к построению интегрального индекса НТБ на основе анализа стоимости акций компаний. Для этого целесообразно воспользоваться следующим соотношением:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i \sum_{j=1}^m (1 - \rho_j) \alpha_j \frac{x_t}{\bar{x}_t}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{x_t}{\bar{x}_t}}, \quad (1)$$

где n – число проекций видов экономической деятельности компаний; m – число компаний в анализируемой проекции; $0 \leq \beta_i \leq 1$ – коэффициент значимости проекции для НТБ; $0 \leq \alpha_j \leq 1$ – коэффициент значимости компании в проекции; $0 \leq \rho_j \leq 1$ – оценка риска рассматриваемого актива; x_t – значение стоимости финансового инструмента компании (например, акций) в последнем анализируемом периоде;

$\bar{x}_t$ – усредненное значение стоимости финансового инструмента на некотором временном интервале, равном нескольким периодам t , предвещающим рассматриваемый.

Отметим, что коэффициент значимости компании α_j возможно определить на основе экспертного оценивания, но при наличии исходных данных его расчет лежит в плоскости оценки статистических показателей анализируемой организации в области завершённых исследований и разработок. Так, предлагается определять значимость конкретной компании в контексте обеспечения НТБ на основе относительного вклада в части научно-исследовательских работ (НИР) и научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИОКР) в рамках отрасли. При этом нормирование значений α_j для рассматриваемой формулы предлагается проводить по условию максимума, где $\alpha_j = 1$ присваивается наиболее инновационно-активной компании, а остальные нормируются по убыванию. То есть, после получения относительных весов вклада каждой из компаний в число НИР и НИОКР отрасли, проводят пропорциональное масштабирование значений до соответствия единице относительного веса лидера рассматриваемого распределения.

В свою очередь, коэффициент β_i также может быть определен экспертно, однако его значения целесообразно рассмотреть на основе оценки статистических данных в отношении инновационной активности по отраслям, определив как отношение числа НИР и НИОКР рассматриваемого вида экономической деятельности к общему числу выполняемых научных работ по всем ее видам. Нормирование величины β_i предполагается сообразно с α_j , т.е. наибольшее значение коэффициента в распределении эквивалентно единице, а остальные значения рассчитываются пропорционально. Для корректного функционирования методики следует отметить необходимость наличия соответствующих статистических данных для расчета коэффициентов β_i и α_j по видам экономической деятельности и числу новых продуктов и технологий, соответственно.

Отдельно следует отметить рисковую составляющую, представленную соответствующей компонентой $(1 - \rho_j)$ и нормированной от 0 до 1. Оценку влияния динамики изменения стоимости ценных бумаг на уровень НТБ необходимо проводить при учете рисков, характеризующих инвестиционную привлекательность выбранного актива. Отметим, что оценка рисков в предлагаемой методике относится к волатильности ценных бумаг, однако, при необходимости, в нее могут быть также заложены риски снижения влияния динамики анализируемых финансовых инструментов на изменение уровня НТБ. В то же время, данная конфликтная ситуация может быть

³ Long short-term memory.

урегулирована в модели благодаря увеличению или снижению экспертных значений коэффициентов значимости влияния динамики рассматриваемого актива на уровень НТБ.

Отметим, что при детальном рассмотрении некоторых практически значимых задач целесообразно прибегнуть к дифференцированным методам оценки рисков составляющей. Так, настоящая методика не предполагает ограничения на вид ценных бумаг, что в контексте оценки предполагает соответствующую адаптацию меры риска. Для выбранных временных периодов могут быть использованы популярные в финансовом анализе меры на основе суммы под риском (VaR⁴), рассчитанные специально под каждый из рассматриваемых видов ценных бумаг, вероятностная оценка рисков, экспертная оценка или методики на основе более сложных факторных моделей. Необходимо подчеркнуть, что используемый в конкретной практической задаче метод оценки рисков составляющей финансового инструмента в первую очередь основан на требованиях исследования при учете доступных статистических данных, временных и материально-технических ресурсов для анализа.

В базовом варианте применения методики расчет соответствующей компоненты основывается на общеизвестных методиках оценки финансовых рисков. В качестве меры может служить коэффициент вариации. При необходимости используемый инструмент может быть дополнен и изменен в соответствии с требованиями конкретного исследования. Коэффициент вариации, используемый в настоящей методике, рассчитывается по следующей формуле:

$$\rho_j = \frac{SD_j}{M_j}, \quad (2)$$

где SD_j – стандартное отклонение по статистическим данным за рассматриваемый период, M_j – среднее значение стоимости рассматриваемого финансового инструмента на оцениваемом интервале времени.

Таким образом, итоговая формула включает консервативную оценку рисков при учете коэффициента вариации, что позволяет дополнительно уточнить характеристики анализируемой совокупности финансовых инструментов. Формализуя совокупность действий, определяющих методику мониторинга и прогнозирования уровня НТБ на основе анализа динамики стоимости ценных бумаг компаний, можно выделить следующие этапы:

1. Выбор временного интервала оценки уровня НТБ.

2. Формирование перечня компаний-эмитентов финансовых инструментов, согласно направлениям их научно-исследовательской деятельности и видам экономической деятельности.
3. Подготовка статистических данных по выбранным компаниям: определение текущей x_t и усредненной $\bar{x}_t$ стоимостей финансового инструмента, меры его риска ρ_j .
4. Расчет весов β_i , характеризующих вклад отрасли, соответствующей выбранным компаниям, в научно-технический прогресс страны.
5. Оценка значимости компании в проекции α_j .
6. Построение S – интегрального индекса НТБ на основе анализа стоимости акций компаний.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для иллюстрации практического применения представленной методики обратимся к рейтингу крупнейших компаний России по объему реализации продукции. Выберем в соответствии с выделенными проекциями оценки компании, занимающие ведущие позиции по данному показателю согласно рейтинговому агентству RAEX-Аналитика⁵. Расчет коэффициентов β_i проводился на основе данных Федеральной службы государственной статистики, в частности, в соответствии с отчетом⁶ о количестве принципиально новых разработанных передовых производственных технологий по видам экономической деятельности. Коэффициенты α_j в примере представляют собой экспертное мнение о важности той или иной компании в контексте обеспечения НТБ. Для анализа биржевых котировок и расчета параметров x_t , $\bar{x}_t$ использовались открытые данные по стоимости финансовых инструментов рассматриваемых компаний с использованием открытых сервисов – Investing.com⁷, Yahoo finance⁸, Московской биржи⁹ и других.

⁵ Рейтинг крупнейших компаний России по объему реализации продукции – RAEX-600. https://raex-rr.com/largest/RAEX-600/biggest_companies/2022/. Дата обращения 03.04.2024. [Rating of Russia's largest companies by sales volume—RAEX-600. https://raex-rr.com/largest/RAEX-600/biggest_companies/2022/. Accessed April 03, 2024 (in Russ.).]

⁶ Технологическое развитие отраслей экономики. Федеральная служба государственной статистики. <https://rosstat.gov.ru/folder/11189>. Дата обращения 02.04.2024. [Technological development of economic sectors. Federal State Statistics Service. <https://rosstat.gov.ru/folder/11189>. Accessed April 02, 2024 (in Russ.).]

⁷ <https://www.investing.com>. Дата обращения 02.04.2024. / Accessed April 02, 2024.

⁸ <https://finance.yahoo.com>. Дата обращения 02.04.2024. / Accessed April 02, 2024.

⁹ <https://www.moex.com> (in Russ.). Дата обращения 02.04.2024. / Accessed April 02, 2024.

⁴ Value at risk – стоимостная мера риска.

Для оценки уровня НТБ за период 2022 г. (табл. 1) использовались данные, агрегированные посредством сравнительного анализа и взаимопроверки стоимости финансовых активов на международных площадках. Для периода весны 2024 г. (табл. 3) в расчетах использованы данные Московской биржи по причине делистинга финансовых инструментов российских компаний с общемировых торговых площадок. Необходимо

отметить, что в условиях изолированного национального финансового рынка рисковая составляющая, выраженная волатильностью эмитируемых компаниями инструментов, в среднем ниже, о чем свидетельствует сравнительный анализ соответствующих статистических данных, приведенных в численном эксперименте в табл. 1, 3. В связи с этим в дальнейших практических расчетах целесообразно дополнить рисковую составляющую

Таблица 1. Данные для оценки уровня НТБ на основе анализа рынка ценных бумаг крупных компаний, осуществляющих научно-исследовательскую деятельность, февраль 2022 г.

Показатели компании Вид экономической деятельности	Название компании		Значение стоимости финансового инструмента в последнем анализируемом периоде, x_t (февраль 2022 г.), руб.	Усредненное значение стоимости финансового инструмента на некотором временном интервале, $\bar{x}_t$ (январь 2021 – январь 2022 гг.), руб.	Коэффициент β_j , рассчитанный на основе статистических данных, приведенный по правилу максимума значения	Коэффициент α_j , экспертная оценка, приведенные по правилу максимума значения	Оценка риска ($1 - \rho_j$)
Добыча полезных ископаемых	АО «Газпром»		324.30	287.57	0.21	0.5	0.82
	ПАО «ЛУКОЙЛ»		70.41	63.48		0.5	0.92
	МКПАО «Объединенная Компания «РУСАЛ»		67.07	77.47		0.25	0.85
	ПАО «Норильский никель», горнометаллургическая компания		21919	23683		0.25	0.94
Обработывающие производства, машиностроение	ГК «Ростех», структуры, представленные на финансовом рынке	Концерн «Калашников»	99.8	101.27	1	0.75	0.99
		АО «Вертолеты России»	96.48	99.26		0.75	0.97
		ПАО «КАМАЗ»	106.08	87.01		0.5	0.76
	ПАО «Российские сети»		1.01	1.36		0.5	0.86
	ПАО «СИБУР Холдинг»		94.5	98.00		0.25	0.97
Собирательная классификационная группировка видов экономической деятельности «Сектор информационно-коммуникационных технологий»	ПАО АФК «Система»		19.44	29.31	0.46	0.5	0.84
	ПАО «Ростелеком»		71.42	95.45		0.5	0.88

настоящей методики факторами, обладающими количественным выражением.

После подготовки начальных данных, расчета коэффициентов β_i и α_j , и отношения $\frac{x_t}{x_t}$ для каждой из рассматриваемых компаний перейдем к построению интегральной оценки уровня НТБ социально-экономической системы. Воспользовавшись формулой (1), получим значение интегрального индекса НТБ, составляющее 0.64. При этом, согласно рассматриваемой модели оценки, значения частного вклада компаний по каждому из видов экономической деятельности составляют 26%, 60% и 14% соответственно (табл. 2).

Таблица 2. Значения интегрального индекса НТБ на основе анализа рынка ценных бумаг крупных компаний, осуществляющих научно-исследовательскую деятельность, февраль 2022 г.

Вид экономической деятельности	Процентное выражение вклада компаний в интегральный индекс НТБ по каждому из анализируемых видов экономической деятельности
Добыча полезных ископаемых	26%
Обрабатывающие производства, машиностроение	60%
Собирательная классификационная группировка видов экономической деятельности «Сектор информационно-коммуникационных технологий»	14%

Для обеспечения соответствия результатов численного эксперимента актуальному временному интервалу необходимо воспользоваться данными Московской биржи. Это частично обусловлено исключением российских компаний из перечня организаций, представленных на международных биржах, частично – ограничением доступа к статистической отчетности системообразующих компаний¹⁰. Необходимо также отметить, что для части статистических данных (например, числа принципиально

новых разработанных передовых производственных технологий), на основе которых, в частности, рассчитывался коэффициент β_i методики, периодом значимый также является 2022 г. Численный эксперимент, основанный на актуализированной статистической информации, представлен ниже (табл. 3 и 4).

Теперь, на основании формулы (1), значение интегрального индекса НТБ составляет 0.22. При этом, согласно рассматриваемой модели оценки, значения частного вклада компаний по каждому из видов экономической деятельности составляют 24%, 61% и 15% соответственно (табл. 4).

Необходимо отметить, что в механизме расчетов представленных результатов отсутствуют структуры ГК «Ростех», в частности, Концерн «Калашников» и Холдинг «Вертолеты России», т.к. их финансовые инструменты не представлены на Московской бирже. Для обеспечения возможности сравнительного анализа результатов на интервале отчетного периода (данные за февраль 2022 г. и апрель 2024 г.) был рассчитан S – интегральный индекс НТБ на период февраля 2022 г. без участия указанных выше компаний. Соответствующее значение составило 0.20, а показатели частного вклада компаний по каждому из видов экономической деятельности составили 15%, 61% и 24%, соответственно. Это свидетельствует о снижении вклада предприятий по добыче полезных ископаемых, сохранении роли обрабатывающих производств и росте значимости сектора информационно-коммуникационных технологий.

Сравнительный анализ полученных результатов показывает, что методика устойчива по отношению к числу выделяемых компаний внутри собирательной группировки «Вид экономической деятельности». При этом сохраняется уверенность, что с увеличением числа организаций-представителей каждого из рассматриваемых направлений экономической деятельности, оказывающих влияние на изменение уровня НТБ, объективность оценки пропорционально повышается. Проведенный вычислительный эксперимент на разных временных интервалах количественно показывает, что наиболее значительный вклад в интегральный уровень НТБ осуществляют предприятия обрабатывающего производства и машиностроения. Это позволяет обоснованно заявлять о необходимости наращивания промышленного потенциала для обеспечения научно-технологического суверенитета Российской Федерации.

¹⁰ Федеральный закон от 28.02.2023 № 55-ФЗ «О внесении изменения в статью 5 и приостановлении действия части 7 статьи 8 Федерального закона «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики в Российской Федерации» и об особенностях осуществления официального статистического учета на территориях отдельных субъектов Российской Федерации». <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202302280031>. Дата обращения 03.04.2024. [Federal Law No. 55-FZ dated February 28, 2023 “On Amending Article 5 and Suspending Part 7 of Article 8 of the Federal Law “On Official Statistical Accounting and the System of State Statistics in the Russian Federation” and on the Specifics of Official Statistical Accounting in the Territories of Certain Constituent Entities of the Russian Federation.” <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202302280031> (in Russ.). Accessed April 03, 2024.]

Таблица 3. Данные для оценки уровня НТБ на основе анализа рынка ценных бумаг крупных компаний, осуществляющих научно-исследовательскую деятельность, апрель 2024 г.

Показатели компании Вид экономической деятельности	Название компании	Значение стоимости финансового инструмента в последнем анализируемом периоде, x_t (апрель 2024 г.), руб.	Усредненное значение стоимости финансового инструмента на некотором временном интервале, $\bar{x}_t$ (апрель 2023 – апрель 2024 гг.), руб.	Коэффициент β_j , рассчитанный на основе статистических данных, приведенный по правилу максимума значения	Коэффициент α_j , экспертная оценка, приведенные по правилу максимума значения	Оценка риска ($1 - \rho_j$)
Добыча полезных ископаемых	АО «Газпром»	92.53	95.44	0.35	0.5	0.97
	ПАО «ЛУКОЙЛ»	94.08	90.29		0.5	0.95
	МКПАО «Русал», объединенная компания	100.59	70.36		0.25	0.57
	ПАО «Норильский никель», горнометаллургическая компания	93.45	97.54		0.25	0.96
Обрабатывающие производства, машиностроение	ГК «Ростех», структуры, представленные на финансовом рынке	Концерн «Калашников»	неторгуемый инструмент ¹¹	1	0.75	0.99
		АО «Вертолеты России»	неторгуемый инструмент ¹²		0.75	0.97
		ПАО «КАМАЗ»	100.50		0.5	1.00
	ПАО «Российские сети»		99.87		0.5	0.97
	ПАО «СИБУР Холдинг»		93.52		0.25	0.96
Собирательная классификационная группировка видов экономической деятельности «Сектор информационно-коммуникационных технологий»	ПАО АФК «Система»		92.47	0.33	0.5	0.96
	ПАО «Ростелеком»		91.22		0.5	0.96

Таблица 4. Значения интегрального индекса НТБ на основе анализа рынка ценных бумаг крупных компаний, осуществляющих научно-исследовательскую деятельность, апрель 2024 г.

Вид экономической деятельности	Процентное выражение вклада компаний в интегральный индекс НТБ по каждому из анализируемых видов экономической деятельности
Добыча полезных ископаемых	24%
Обрабатывающие производства, машиностроение	61%
Собирательная классификационная группировка видов экономической деятельности «Сектор информационно-коммуникационных технологий»	15%

¹¹ О внесении изменений в Список ценных бумаг, допущенных к торгам. Московская биржа. <https://www.moex.com/n47168?print=1>. Дата обращения 03.04.2024. [On Amendments to the List of Securities Admitted to Trading. Moscow Exchange. <https://www.moex.com/n47168?print=1> (in Russ.). Accessed April 03, 2024.]

¹² Об оставлении ценных бумаг в Списке ценных бумаг, допущенных к торгам. Московская биржа. <https://www.moex.com/n67495?print=1>. Дата обращения 03.04.2024. [On Keeping Securities on the List of Securities Admitted to Trading. Moscow Exchange. <https://www.moex.com/n67495?print=1> (in Russ.). Accessed April 03, 2024.]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная методика мониторинга и прогнозирования уровня НТБ на основе анализа динамики стоимости ценных бумаг компаний является частью комплексного инструментария обработки значимой ретроспективной и моментальной информации о состоянии, динамике изменений и прогнозировании важных, в контексте обеспечения экономической и национальной безопасности, индикаторов научно-технического развития. С применением инструментария статистического анализа и экономико-математического моделирования, используемых в настоящей методике, достигается объективная оценка состояния научных исследований и разработок социально-экономической системы. Представленная методика позволяет объединить методы имитационного моделирования сложных систем в единую структуру, позволяющую проводить оперативный мониторинг сферы исследований

и разработок на основе оценки динамики интегрального индекса по выбранным отраслям и сферам экономической деятельности.

Отличительной особенностью методики является ее высокая адаптируемость и возможность к встраиванию в функционирующие механизмы поддержки принятия управленческих решений в качестве основного или дополнительного источника информации. Также следует отметить, что при наличии статистической выборки достаточного объема и качества существует возможность построения интегральной оценки уровня НТБ с применением инструментария исключительно формальных методов, что положительно влияет на точность результатов в сравнении с принятыми подходами – экспертными или вероятностными, а в контексте обеспечения мониторинга способствует повышению точности и быстродействия управления и, как следствие – наращиванию уровня экономической безопасности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Варшавский А.Е. Методические принципы оценивания научно-технологической безопасности России. *Вестник Московского университета. Серия 25: Международные отношения и мировая политика*. 2015;7(4):73–100. https://fmp.msu.ru/attachments/article/361/VARSHAVSKII_2015_4.pdf, URL: <https://www.elibrary.ru/vrnhyr>
2. Власова М.С., Степченко О.С. Показатели экономической безопасности в научно-технологической сфере. *Вопросы статистики*. 2019;26(10):5–17. <https://doi.org/10.34023/2313-6383-2019-26-10-5-17>, URL: <https://www.elibrary.ru/lyzokw>
3. Пинчук А.Ю. О взаимосвязи обеспечения национальной безопасности и трансформации социально-политических процессов в научно-технологическом развитии России. *Вопросы управления*. 2020;6(67):6–14. <https://doi.org/10.22394/2304-3369-2020-6-6-14>, URL: <https://www.elibrary.ru/ronggn>
4. Афанасьев А.А. Технологический суверенитет: к вопросу о сущности. *Креативная экономика*. 2022;16(10):3691–3708. <https://doi.org/10.18334/ce.16.10.116406>, URL: <https://www.elibrary.ru/ecahwb>
5. Ладынин А.И. *Развитие инструментария анализа научно-технологической безопасности России*: монография. Нижний Новгород: Нижегород. гос. техн. ун-т. им. Р.Е. Алексеева; 2023. 92 с. ISBN 978-5-502-01711-4
6. Глазкова В.В. Методический подход к оценке эффективности внедрения инноваций в единые теплоснабжающие организации. *Вестник университета*. 2023;8:30–39. <https://doi.org/10.26425/1816-4277-2023-8-30-39>, URL: <https://www.elibrary.ru/yolcba>
7. Аленкова И.В., Митякова О.И. Система показателей оценки эффективности внедрения экологических инноваций. *Фундаментальные исследования*. 2019;12(2):237–241. URL: <https://www.elibrary.ru/rfwyzz>
8. Тищенко И.А. Система показателей по оценке инноваций в условиях цифровой трансформации экономики. *Экономические и гуманитарные науки*. 2022;5(364):3–9. <https://doi.org/10.33979/2073-7424-2022-364-5-3-9>, URL: <https://www.elibrary.ru/mgvlmb>
9. Милочихина О.А. Управление инновациями в Российской Федерации: оценка основных проблем и перспектив развития инновационного бизнеса на современном этапе. *Russian Economic Bulletin*. 2020;3(4):252–255. URL: <https://www.elibrary.ru/gnklkt>
10. Митрофанов А.С., Пастухов М.В. Показатели результативности Программ Фонда содействия инновациям как инструмент оценки эффективности вложения бюджетных средств. *Качество. Инновации. Образование*. 2019;6(164):58–66. <https://doi.org/10.31145/1999-513x-2019-6-58-66>, URL: <https://www.elibrary.ru/tlfndu>
11. Глухов В.В., Бабкин А.В., Шкарупета Е.В. Цифровое стратегирование промышленных систем на основе устойчивых экоинновационных и циркулярных бизнес-моделей в условиях перехода к Индустрии 5.0. *Экономика и управление*. 2022;28(10):1006–1020. <https://doi.org/10.35854/1998-1627-2022-10-1006-1020>
12. Рыбаков Ф.Ф. Экономика исследований и разработок: эволюция взглядов и современность. *Инновации*. 2014;4(186):62–64. URL: <https://www.elibrary.ru/TJDBFR>

13. Калининченко М.П. Управление стратегической конкурентоспособностью промышленных предприятий: оценка, внедрение технологических и управленческих инноваций. *Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Экономика. Социология. Менеджмент*. 2022;12(1):80–91. <https://doi.org/10.21869/2223-1552-2022-12-1-80-91>, URL: <https://www.elibrary.ru/bhgnjk>
14. Бурцева Т.А. Оценка эффективности информационного обеспечения управления инновациями. *Вестник Московского университета им. С.Ю. Витте. Серия 1: Экономика и управление*. 2020;1(32):78–86. <https://doi.org/10.21777/2587-554X-2020-1-78-86>, URL: <https://www.elibrary.ru/cegzcw>
15. Бабкин А.В., Чэнь Л. Оценка эффективности инноваций высокотехнологичной промышленности. *Естественно-гуманитарные исследования*. 2022;41(3):42–50. URL: <https://www.elibrary.ru/EZNQAV>
16. Батьковский А.М., Кравчук П.В., Фомина А.В. Управление инновационно-активными предприятиями радиоэлектронной промышленности в условиях их диверсификации. *Дневник науки*. 2020;1(37):31. URL: <https://www.elibrary.ru/UELSHJ>
17. Батьковский А.М., Батьковский М.А., Ермакова Я.М., Омельченко А.Н. Анализ и формализация информации, необходимой для моделирования диверсификации производства. *Оригинальные исследования*. 2023;13(1):175–187. URL: <https://www.elibrary.ru/TVAUSG>
18. Фраймович Д.Ю., Алексеев В.А. Развитие механизма управления инновационной деятельностью. *Международный экспедитор*. 2021;4:20–23. URL: <https://www.elibrary.ru/TWBMGU>
19. Березин И.Л., Лукьянова А.А. Институциональные формы управления инновационной деятельностью и их ограничения. *Креативная экономика*. 2023;17(4):1211–1230. <https://doi.org/10.18334/ce.17.4.117687>, URL: <https://www.elibrary.ru/LUKYND>
20. Филин С.А., Кузина А.А. Принципы управления инновационной деятельностью предприятий в России при переходе к «цифровой» экономике. *Дайджест-финансы*. 2021;26(1-257):107–122. <https://doi.org/10.24891/df.26.1.107>, URL: <https://www.elibrary.ru/WSRRQF>
21. Фролова О.В., Дончевская Л.В. Научно-технологическое развитие в системе обеспечения экономической безопасности России в условиях санкций. *Социальные и экономические системы*. 2023;3–2(44):136–154. URL: <https://www.elibrary.ru/NQRWWR>
22. Никитина И.А., Круглова И.А., Потемкин А.С. Глобальные санкции в контексте экономической безопасности России. *Региональная экономика: теория и практика*. 2023;21(8-515):1478–1504. <https://doi.org/10.24891/re.21.8.1478>, URL: <https://www.elibrary.ru/LPIVJI>
23. Топунова И.Р. Обеспечение экономической безопасности РФ в условиях внешних санкций. *Экономика: вчера, сегодня, завтра*. 2023;13(3-1):242–250. URL: <https://www.elibrary.ru/OFWBBG>
24. Степанова Т.Д. Экономическая безопасность России после 2022 года: технологический суверенитет и человеческий потенциал. *Российский экономический журнал*. 2023;4:107–119. URL: <https://www.elibrary.ru/QUZGBJ>
25. Авдийский В.И. Современные подходы подготовки кадров как элемент обеспечения национальной безопасности в условиях политических и экономических санкций. *Вестник Евразийской науки*. 2023;15(1):64. URL: <https://www.elibrary.ru/XZPLFW>
26. Миронова О.А. Развитие экономической безопасности как науки: проблемы и перспективы. *Инновационное развитие экономики*. 2019;2(50):332–338. URL: <https://www.elibrary.ru/IKBSIY>
27. Суворова А.П., Судакова Н.Ю. Формирование мониторинга научно-технологического развития как фактора угроз социально-экономической безопасности Российской Федерации. *Инновационное развитие экономики*. 2020;6(60):358–370. URL: <https://www.elibrary.ru/GHWSRK>
28. Бобошко В.И., Миронова О.А., Миронов А.А. Концепция формирования и развития учетно-аналитической информации в условиях пространственного развития экономики России. *Инновационное развитие экономики*. 2022;5(71):225–230. <https://doi.org/10.51832/2223798420225225>, URL: <https://www.elibrary.ru/BDWKMU>
29. Сенчагов В.К., Митяков С.Н. Использование индексного метода для оценки уровня экономической безопасности. *Вестник академии экономической безопасности МВД России*. 2011;5:41–50. URL: <https://elibrary.ru/ogxljl>
30. Абдулкадыров М.А., Игнатов А.Н., Куликова Н.Н., Митяков Е.С. Оценка эффектов реализации проектов развития производственной системы (на примере АО «Лыткаринский завод оптического стекла»). *Russian Technological Journal*. 2023;11(6):76–88. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-6-76-88>
31. Митяков С.Н., Мурашова Н.А., Митяков Е.С., Ладнин А.И. Мониторинг научно-технологической безопасности регионов России: концептуальные аспекты. *Инновации*. 2022;1(279):58–65. URL: <https://www.elibrary.ru/HFQGTI>
32. Shmeleva A.G., Mityakov E.S., Ladynin A.I. Neural Networks Usability Analysis in Economic Security Indicators Dynamics Forecasting. In: *Proceedings of the International Scientific-Practical Conference “Ensuring the Stability and Security of Socio-Economic Systems: Overcoming the Threats of the Crisis Space.”* Kirov: 2021. P. 149–155. ISBN 978-989-758-546-3. <https://doi.org/10.5220/0000148100003169>

REFERENCES

1. Varshavskii A.E. Methodological principles of evaluating Russia's technological security. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 25: Mezhdunarodnye otnosheniya i mirovaya politika = Moscow University Bulletin of World Politics*. 2015;7(4):73–100 (in Russ.). https://fmp.msu.ru/attachments/article/361/VARSHAVSKII_2015_4.pdf, available from URL: <https://www.elibrary.ru/vrnhyr>

2. Vlasova M.S., Stepchenkova O.S. Indicators of economic security in the scientific and technological sphere. *Voprosy Statistiki*. 2019;26(10):5–17 (in Russ.). <https://doi.org/10.34023/2313-6383-2019-26-10-5-17>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/lyzokw>
3. Pinchuk A.Yu. On the relationship between the national security and the transformation of sociopolitical processes in the scientific and technological development of Russia. *Voprosy upravleniya = Management Issues*. 2020;6(67):6–14 (in Russ.). <https://doi.org/10.22394/2304-3369-2020-6-6-14>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/ronggn>
4. Afanasev A.A. Technological sovereignty: a question of essence. *Kreativnaya ekonomika = J. Creative Economy*. 2022;16(10):3691–3708 (in Russ.). <https://doi.org/10.18334/ce.16.10.116406>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/ecahwb>
5. Ladynin A.I. *Razvitie instrumentariya analiza nauchno-tehnologicheskoi bezopasnosti Rossii (Development of Tools for Analyzing Scientific and Technological Security of Russia: monograph)*. Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State Technical University; 2023. 92 p. (in Russ.). ISBN 978-5-502-01711-4
6. Glazkova V.V. Methodical approach to assessing effectiveness of innovation implementation in unified heat supply organizations. *Vestnik Universiteta*. 2023;8:30–39 (in Russ.). <https://doi.org/10.26425/1816-4277-2023-8-30-39>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/yolcba>
7. Alenkova I.V., Mityakova O.I. System of indicators for assessment efficiency of introduction of ecological innovations. *Fundamental'nye issledovaniya = Fundamental Research*. 2019;12(2):237–241 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/rfwyrz>
8. Tishchenko I.A. The system of indicators for evaluating innovations in the context of digital transformation of the economy. *Ekonomicheskie i gumanitarnye nauki = Economic and Humanitarian Sciences*. 2022;5(364):3–9 (in Russ.). <https://doi.org/10.33979/2073-7424-2022-364-5-3-9>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/mgvbmb>
9. Milyuchikhina O.A. Innovation management in Russian Federation: main challenges and perspectives of innovative business. *Russian Economic Bulletin*. 2020;3(4):252–255 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/gnklkt>
10. Mitrofanov A.S., Pastukhov M.V. Performance indicators of the Innovation Assistance Fund Programs as a tool for evaluating the effectiveness of budgetary investment. *Kachestvo. Innovatsii. Obrazovanie = Quality. Innovation. Education*. 2019;6(164):58–66 (in Russ.). <https://doi.org/10.31145/1999-513x-2019-6-58-66>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/tlfndu>
11. Glukhov V.V., Babkin A.V., Shkarupeta E.V. Digital strategizing of industrial systems based on sustainable eco-innovation and circular business models in the context of the transition to Industry 5.0. *Ekonomika i upravlenie = Economics and Management*. 2022;28(10):1006–1020 (in Russ.). <https://doi.org/10.35854/1998-1627-2022-10-1006-1020>
12. Rybakov F.F. The economy of research and development: evolution of views and modernity. *Innovatsii = Innovations*. 2014;4(186):62–64 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/TJDBFR>
13. Kalinichenko M.P. Management of strategic competitiveness of industrial enterprises: assessment, implementation of technological and management innovations. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika. Sotsiologiya. Menedzhment = Proceedings of the Southwest State University. Series: Economics. Sociology. Management*. 2022;12(1):80–91 (in Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1552-2022-12-1-80-91>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/bhgnjk>
14. Burtseva T.A. Evaluating the effectiveness of information support for innovation management. *Vestnik Moskovskogo universiteta im. S.Yu. Vitte. Seriya 1: Ekonomika i upravlenie = Moscow Witte University Bulletin. Series 1: Economics and Management*. 2020;1(32):78–86 (in Russ.). <https://doi.org/10.21777/2587-554X-2020-1-78-86>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/cegzcw>
15. Babkin A.V., Chen L. Evaluation of the efficiency of innovations in the high-tech industry. *Estestvenno-gumanitarnye issledovaniya = Natural-Humanitarian Studies*. 2022;41(3):42–50 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/EZNQAV>
16. Batkovsky A.M., Kravchuk P.V., Fomina A.V. Management of innovative active enterprises of the radioelectronic industry under conditions their diversifications. *Dnevnik nauki = Science Deiry*. 2020;1(37):31 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/uelsjh>
17. Batkovsky A.M., Batkovsky M.A., Ermakova Ya.M., Omelchenko A.N. Formalization of the initial information needed to model the diversification of production. *Original'nye issledovaniya = Original Research*. 2023;13(1):175–187 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/tvausg>
18. Fraimovich D.Yu., Alekseev V.A. Improving the mechanism for managing innovation activities on the basis of public-private partnership. *Mezhdunarodnyi Ekspeditor*. 2021;4:20–23 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/TWBMGU>
19. Berezin I.L., Lukyanova A.A. Institutional forms of innovation management and their limitations. *Kreativnaya ekonomika = J. Creative Economy*. 2023;17(4):1211–1230 (in Russ.). <https://doi.org/10.18334/ce.17.4.117687>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/lukyhd>
20. Filin S.A., Kuzina A.A. Principles for managing innovative activities of entities in Russia during the transition to the digital economy. *Daidzhest-finansy = Digest Finance*. 2021;26(1–257):107–122 (in Russ.). <https://doi.org/10.24891/df.26.1.107>, available from URL: <https://elibrary.ru/wsrqf>
21. Frolova O.V., Donchevskaya L.V. Scientific and technological development in the economic security system of Russia under sanctions. *Sotsial'nye i ekonomicheskie sistemy = Social and Economic Systems*. 2023;3–2(44):136–154 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/nqrwwr>

22. Nikitina I.A., Kruglova I.A., Potemkin A.S. Global sanctions in the context of Russia's economic security. *Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika = Regional Economics: Theory and Practice*. 2023;21(8–515):1478–1504 (in Russ.). <https://doi.org/10.24891/re.21.8.1478>, available from URL: <https://www.elibrary.ru/lpivji>
23. Topunova I.R. Ensuring the economic security of the Russian Federation in the conditions of external sanctions. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra = Economics: Yesterday, Today and Tomorrow*. 2023;13(3–1):242–250 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/ofwbbg>
24. Stepanova T.D. Economic security of Russia after 2022: technological sovereignty and human potential. *Rossiiskii ekonomicheskii zhurnal = Russian Economic J.* 2023;4:107–119 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/quzgbj>
25. Avdiyskiy V.I. Modern approaches to personnel training as an element of ensuring national security in the context of political and economic sanctions. *Vestnik Evraziiskoi nauki = The Eurasian Scientific J.* 2023;15(1):64 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/xzplfw>
26. Mironova O.A. Development of economic security as a science: problems and prospects. *Innovatsionnoe razvitie ekonomiki = Innovative Development of Economy*. 2019;2(50):332–338 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/ikbsiy>
27. Suvorova A.P., Sudakova N.Yu. Formation of monitoring of scientific and technological development as a factor of threats to the social and economic security of the Russian Federation. *Innovatsionnoe razvitie ekonomiki = Innovative Development of Economy*. 2020;6(60):358–370 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/ghwsrk>
28. Boboshko V.I., Mironova O.A., Mironov A.A. The Concept of formation and development of accounting and analytical information in the conditions of spatial development of the Russian economy. *Innovatsionnoe razvitie ekonomiki = Innovative Development of Economy*. 2022;5(71):225–230 (in Russ.). <https://doi.org/10.51832/2223798420225225>, available from URL: <https://elibrary.ru/bdwkmu>
29. Senchagov V.K., Mityakov S.N. Using the index method to assess the level of economic security. *Vestnik akademii ekonomicheskoi bezopasnosti MVD Rossii = Vestnik of Academy of Economic Security of the Ministry of Internal Affairs of Russia*. 2011;5:41–50 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/ogxllj>
30. Abdulkadyrov M.A., Ignatov A.N., Kulikova N.N., Mityakov E.S. Assessment of the effects of production system development projects: Case study of Lytkarino Optical Glass Factory. *Russ. Technol. J.* 2023;11(6):76–88. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-6-76-88>
31. Mityakov S.N., Murashova N.A., Mityakov E.S., Ladynin A.I. Russian regions scientific and technological security monitoring: Conceptual aspects. *Innovatsii = Innovations*. 2022;1(279):58–65 (in Russ.). Available from URL: <https://elibrary.ru/hfqgti>
32. Shmeleva A.G., Mityakov E.S., Ladynin A.I. Neural Networks Usability Analysis in Economic Security Indicators Dynamics Forecasting. In: *Proceedings of the International Scientific-Practical Conference "Ensuring the Stability and Security of Socio-Economic Systems: Overcoming the Threats of the Crisis Space."* Kirov: 2021. P. 149–155. ISBN: 978-989-758-546-3. <https://doi.org/10.5220/0000148100003169>

Об авторе

Ладынин Андрей Иванович, к.э.н., доцент, кафедра информатики, Институт кибербезопасности и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: ladynin@mirea.ru. Scopus Author ID 57202347343, ResearcherID HJP-8030-2023, SPIN-код РИНЦ 8762-8534, <https://orcid.org/0000-0001-7659-2581>

About the author

Andrey I. Ladynin, Cand. Sci. (Econ.), Associate Professor, Informatics Department, Institute of Cybersecurity and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: ladynin@mirea.ru. Scopus Author ID 57202347343, ResearcherID HJP-8030-2023, RSCI SPIN-code 8762-8534, <https://orcid.org/0000-0001-7659-2581>

Отпечатано в «МИРЭА – Российский технологический университет».

119454, РФ, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78.

Подписано в печать 28.11.2024 г.

Формат 60 × 90/8. Печать цифровая.

Уч.-изд. листов 15.75.

Тираж 100 экз. Заказ № 1937.

Подписку на печатную версию

Russian Technological Journal можно оформить
через ООО «Агентство «Книга-Сервис», www.akc.ru.

Подписной индекс: **79641**.

Printed in MIREA – Russian Technological University.
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russian
Federation.

Signed to print November 28, 2024.

Format 60 × 90/8. Digital print.

C.p.l. 15.75.

100 copies. Order No. 1937.

Subscription to the *Russian Technological
Journal* printed version can be made through
the *Kniga-Servis* Agency, www.akc.ru.

Subscription index: **79641**.

