

RUSSIAN TECHNOLOGICAL JOURNAL

**РОССИЙСКИЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
ЖУРНАЛ**



Информационные системы.

Информатика.

Проблемы информационной безопасности

Роботизированные комплексы и системы.

Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

Микро- и нанoeлектроника.

Физика конденсированного состояния

Аналитическое приборостроение и технологии

Математическое моделирование

Экономика наукоемких и высокотехнологичных

предприятий и производств. Управление в организационных системах

Управление качеством продукции. Стандартизация

Мировоззренческие основы технологии и общества

12+

www.rtfj-mirea.ru



9(5) 2021



RUSSIAN TECHNOLOGICAL JOURNAL

РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

- Информационные системы. Информатика. Проблемы информационной безопасности
- Роботизированные комплексы и системы. Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля
- Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы
- Микро- и нанoeлектроника. Физика конденсированного состояния
- Аналитическое приборостроение и технологии
- Математическое моделирование
- Экономика наукоемких и высокотехнологичных предприятий и производств. Управление в организационных системах
- Управление качеством продукции. Стандартизация
- Мировоззренческие основы технологии и общества
- Information systems. Computer sciences. Issues of information security
- Multiple robots (robotic centers) and systems. Remote sensing and non-destructive testing
- Modern radio engineering and telecommunication systems
- Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics
- Analytical instrument engineering and technology
- Mathematical modeling
- Economics of knowledge-intensive and high-tech enterprises and industries. Management in organizational systems
- Product quality management. Standardization
- Philosophical foundations of technology and society

Russian Technological Journal
2021, том 9, № 5

Russian Technological Journal
2021, Vol. 9, No. 5

<https://www.rtj-mirea.ru>



Russian Technological Journal 2021, том 9, № 5

Дата опубликования 30 сентября 2021 г.

Научно-технический рецензируемый журнал освещает вопросы комплексного развития радиотехнических, телекоммуникационных и информационных систем, электроники и информатики, а также результаты фундаментальных и прикладных междисциплинарных исследований, технологических и организационно-экономических разработок, направленных на развитие и совершенствование современной технологической базы.

Периодичность: один раз в два месяца.

Журнал основан в декабре 2013 года. До 2016 г. издавался под названием «Вестник МГТУ МИРЭА» (ISSN 2313-5026), а с января 2016 г. по июль 2021 г. под названием «Российский технологический журнал» (ISSN 2500-316X).

Учредитель и издатель:

федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования

«МИРЭА – Российский технологический университет»
119454, РФ, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78.

Журнал входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов ВАК РФ, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук и доктора наук, индексируется в РГБ, РИНЦ, elibrary, Соционет, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Directory of Open Access Scholarly Resources (ROAD), Google Scholar, Open Archives Initiative, Ulrich's International Periodicals Directory.

Главный редактор:

Сигов Александр Сергеевич, академик РАН,
доктор физ.-мат. наук, профессор, президент ФГБОУ ВО
МИРЭА – Российский технологический университет
(РТУ МИРЭА), Москва, Россия.
Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017,
sigov@mirea.ru.

Редакция:

Зав. редакцией	к.т.н. Г.Д. Середина
Научный редактор	д.т.н., проф. Г.В. Куликов
Выпускающий редактор	А.С. Алексеенко
Технический редактор	Д.В. Трофимова

119571, г. Москва, пр-т Вернадского, 86, оф. Л-119.
Тел.: +7(495) 246-05-55 (#2-88).
E-mail: seredina@mirea.ru.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77 - 81733
от 19.08.2021 г. выдано Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий и массовых
коммуникаций (Роскомнадзор).

<https://www.rtfj-mirea.ru>

Russian Technological Journal 2021, Vol. 9, No. 5

Publication date September 30, 2021.

The peer-reviewed scientific and technical journal highlights the issues of complex development of radio engineering, telecommunication and information systems, electronics and informatics, as well as the results of fundamental and applied interdisciplinary researches, technological and economical developments aimed at the development and improvement of the modern technological base.

Periodicity: bimonthly.

The journal was founded in December 2013. The titles were «Herald of MSTU MIREA» until 2016 (ISSN 2313-5026) and «Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal» from January 2016 until July 2021 (ISSN 2500-316X).

Founder and Publisher:

Federal State Budget
Educational Institution
of Higher Education

«MIREA – Russian Technological University»
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia.

The journal is included into the List of peer-reviewed science press of the State Commission for Academic Degrees and Titles of Russian Federation.

The Journal is included in RSL (Russian State Library), Russian citation index, elibrary, Socionet, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Directory of Open Access Scholarly Resources (ROAD), Google Scholar, Open Archives Initiative, Ulrich's International Periodicals Directory.

Editor-in-Chief:

Alexander S. Sigov, Academician at the Russian Academy
of Sciences, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor,
President of MIREA – Russian Technological University
(RTU MIREA), Moscow, Russia.
Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017,
sigov@mirea.ru.

Editorial staff:

Managing Editor	Cand. Sci. (Eng.) Galina D. Seredina
Scientific Editor	Dr. Sci. (Eng.), Prof. Gennadiy V. Kulikov
Executive Editor	Anna S. Alekseenko
Technical Editor	Darya V. Trofimova

86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571 Russia.
Phone: +7(495) 246-05-55 (#2-88).
E-mail: seredina@mirea.ru.

Registration Certificate ПИ № ФС 77 - 81733,
issued in August 19, 2021 by the Federal Service for
Supervision of Communications, Information Technology, and
Mass Media of Russia.

Редакционная коллегия

Кудж Станислав Алексеевич	профессор, д.т.н., ректор РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 56521711400, ResearcherID AAG-1319-2019, https://orcid.org/0000-0003-1407-2788 , rector@mirea.ru
Банис Юрас Йонович	профессор, хабилитированный доктор наук, проректор Вильнюсского университета, Вильнюс, Литва, Scopus Author ID 7003687871, juras.banys@ff.vu.lt
Боков Алексей Алексеевич	старший научный сотрудник, химический факультет и 4D LABS, Университет Саймона Фрейзера, Ванкувер, Британская Колумбия, Канада, Scopus Author ID 35564490800, ResearcherID C-6924-2008, http://orcid.org/0000-0003-1126-3378 , abokov@sfu.ca
Буслаева Татьяна Максимовна	профессор, д.х.н., РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 6602442002, buslaeva@mirea.ru
Буш Александр Андреевич	профессор, д.т.н., директор Института материалов твердотельной электроники РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 7201882802, ResearcherID R-2287-2016, http://orcid.org/0000-0003-3990-9847 , bush@mirea.ru
Вахрушев Сергей Борисович	профессор, д.ф.-м.н., заведующий лабораторией нейтронных исследований Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук (РАН), профессор кафедры Физической электроники СПбГПУ, Санкт-Петербург, Россия, Scopus Author ID 7004228594, ResearcherID A-9855-2011, http://orcid.org/0000-0003-4867-1404 , s.vakhrushev@mail.ioffe.ru
Голованова Наталья Борисовна	профессор, д.э.н., заместитель первого проректора РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 57191447039, golovanova@mirea.ru
Гуляев Юрий Васильевич	академик РАН, член Президиума РАН, профессор, д.ф.-м.н., научный руководитель Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия, Scopus Author ID 35562581800, gulyaev@cplire.ru
Жуков Дмитрий Олегович	профессор, д.т.н., заведующий кафедрой интеллектуальных технологий и систем РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 57189660218, zhukov_do@mirea.ru
Кимель Алексей Вольдемарович	профессор, к.ф.-м.н., Университет Радбауд, г. Наймерген, Нидерланды, Scopus Author ID 6602091848, ResearcherID D-5112-2012, a.kimel@science.ru.nl
Кондратенко Владимир Степанович	профессор, д.т.н., заведующий кафедрой оптических и биотехнических систем и технологий РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 15834985700, kondratenko@mirea.ru
Крамаров Сергей Олегович	профессор, д.ф.-м.н., Сургутский государственный университет, Сургут, Россия, Scopus Author ID 56638328000, ResearcherID E-9333-2016, https://orcid.org/0000-0003-3743-6513 , mavoo@yandex.ru
Мишина Елена Дмитриевна	профессор, д.ф.-м.н., зав. специализированной учебно-научной лабораторией фемтосекундной оптики для нанотехнологий РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 7005350309, ResearcherID D-6402-2014, http://orcid.org/0000-0003-0387-5016 , mishina@mirea.ru
Пасечник Сергей Вениаминович	профессор, д.ф.-м.н., профессор кафедры оптических и биотехнических систем и технологий РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 6701559250, ResearcherID P-7239-2015, http://orcid.org/0000-0002-6050-2761 , pasechnik@mirea.ru
Перно Филипп	профессор, Центральная Школа г. Лилль, Франция, Scopus Author ID 7003429648, philippe.pernod@ec-lille.fr
Романов Михаил Петрович	профессор, д.т.н., директор Института кибернетики РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 14046079000, https://orcid.org/0000-0003-3353-9945 , m_romanov@mirea.ru
Савиных Виктор Петрович	член-корр. РАН, Дважды Герой Советского Союза, д.т.н., профессор, президент Московского государственного университета геодезии и картографии (МИИГАиК), Москва, Россия, Scopus Author ID 56412838700, vp@miigaik.ru
Соколов Виктор Васильевич	профессор, д.ф.-м.н., советник по научной работе РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 56951446700, v_sokolov@mirea.ru
Тимошенко Андрей Всеволодович	профессор, д.т.н., проректор по учебной работе РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 56576076700, ResearcherID Y-8709-2018, timoshenko@mirea.ru
Фетисов Юрий Константинович	профессор, д.ф.-м.н., профессор кафедры нанoeлектроники РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 7003504213, fetisov@mirea.ru
Харин Юрий Семенович	член-корр. НАН Беларуси, профессор, д.ф.-м.н., директор НИИ прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь, Scopus Author ID 6603832008, http://orcid.org/0000-0003-4226-2546 , kharin@bsu.by
Цветков Виктор Яковлевич	профессор, д.т.н., советник ректората РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 56069916700, tsvetkov@mirea.ru

Editorial Board

Stanislav A. Kudzh	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector of RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 56521711400, ResearcherID AAG-1319-2019, https://orcid.org/0000-0003-1407-2788 , rector@mirea.ru
Juras Banys	Habilitation Doctor of Sciences, Professor, Vice-Rector of Vilnius University, Vilnius, Lithuania, Scopus Author ID 7003687871, juras.banys@ff.vu.lt
Alexei A. Bokov	Senior Research Fellow, Department of Chemistry and 4D LABS, Simon Fraser University, Vancouver, British Columbia, Canada, Scopus Author ID 35564490800, ResearcherID C-6924-2008, http://orcid.org/0000-0003-1126-3378 , abokov@sfu.ca
Tatyana M. Buslaeva	Dr. Sci. (Chem.), Professor, RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 6602442002, buslaeva@mirea.ru
Alexander A. Bush	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Director of the Institute of Materials of Solid State Electronics, RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 7201882802, ResearcherID R-2287-2016, http://orcid.org/0000-0003-3990-9847 , bush@mirea.ru
Sergey B. Vakhrushev	Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, Head of the Laboratory of Neutron Research, A.F. Ioffe Physico-Technical Institute of the Russian Academy of Sciences (RAS), Department of Physical Electronics of St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia, Scopus Author ID 7004228594, ResearcherID A-9855-2011, http://orcid.org/0000-0003-4867-1404 , s.vakhrushev@mail.ioffe.ru
Nataliya B. Golovanova	Dr. Sci. (Econ.), Professor, Deputy First Vice-Rector of RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 57191447039, golovanova@mirea.ru
Yury V. Gulyaev	Academician at the RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, Supervisor of V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS, Moscow, Russia, Scopus Author ID 35562581800, gulyaev@cplire.ru
Dmitry O. Zhukov	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of the Department of Intelligent Technologies and Systems, RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 57189660218, zhukov_do@mirea.ru
Alexey V. Kimel	PhD (Phys.–Math.), Professor, Radboud University, Nijmegen, Netherlands, Scopus Author ID 6602091848, ResearcherID D-5112-2012, a.kimel@science.ru.nl
Vladimir S. Kondratenko	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of the Department of Optical and Biotechnical Systems and Technologies, RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 15834985700, kondratenko@mirea.ru
Sergey O. Kramarov	Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, Surgut State University, Surgut, Russia, Scopus Author ID 56638328000, ResearcherID E-9333-2016, https://orcid.org/0000-0003-3743-6513 , mavoo@yandex.ru
Elena D. Mishina	Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, Head of the Specialized Educational and Research Laboratory of Femtosecond Optics for Nanotechnologies, RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 7005350309, ResearcherID D-6402-2014, http://orcid.org/0000-0003-0387-5016 , mishina@mirea.ru
Sergey V. Pasechnik	Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor of the Department of Optical and Biotechnical Systems and Technologies, RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 6701559250, ResearcherID P-7239-2015, http://orcid.org/0000-0002-6050-2761 , pasechnik@mirea.ru
Philippe Pernod	Professor, Dean of Research, University of Lille, Villeneuve-d'Ascq, France, Scopus Author ID 7003429648, philippe.pernod@ec-lille.fr
Mikhail P. Romanov	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Director of the Institute of Cybernetics, RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 14046079000, https://orcid.org/0000-0003-3353-9945 , m_romanov@mirea.ru
Viktor P. Savinykh	Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Eng.), Professor, President of Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, Russia, Scopus Author ID 56412838700, vp@miigaik.ru
Viktor V. Sokolov	Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, Adviser on Scientific Work of RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 56951446700, v_sokolov@mirea.ru
Andrey V. Timoshenko	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Vice Rector for Academic Affairs of RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 56576076700, ResearcherID Y-8709-2018, timoshenko@mirea.ru
Yury K. Fetisov	Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor of the Department of Nanoelectronics, RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 7003504213, fetisov@mirea.ru
Yury S. Kharin	Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, Director of the Institute of Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University, Minsk, Belarus, Scopus Author ID 6603832008, http://orcid.org/0000-0003-4226-2546 , kharin@bsu.by
Viktor Ya. Tsvetkov	Dr. Sci. (Eng.), Professor, Councilor of the Administration of RTU MIREA, Moscow, Russia, Scopus Author ID 56069916700, tsvetkov@mirea.ru

Содержание

Информационные системы. Информатика. Проблемы информационной безопасности

- 7** *А.А. Куликов*
Структура локального детектора модели репринта объекта на изображении

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

- Данешманд Бехруз Мехди*
14 Анализ и оценка эффективности методов обеспечения качества обслуживания программно-конфигурируемых сетей стандарта 5G/IMT-2020
- С.В. Сай, Н.Ю. Сорокин, О.В. Тиссен*
26 Оценка параметров надежности комплекса оборудования станции эфирного телевидения DVB-T2 с регионализацией контента

Микро- и нанoeлектроника. Физика конденсированного состояния

- А.А. Сандуляк, Д.А. Сандуляк, Ю.О. Горпиенко, В.А. Ершова, А.В. Сандуляк*
36 К модели поцепочного намагничивания гранулированной среды: вариант магнитной диагностики цепочек шаров

Математическое моделирование

- Д.А. Карпов, В.И. Струченков*
45 Двухэтапная сплайн-аппроксимация в компьютерном проектировании трасс линейных сооружений
- А.Е. Коренченко, А.А. Жукова*
57 Испарение жидкой лежащей капли в условиях вынужденной конвекции
- К.Е. Красников*
67 Математическое моделирование некоторых социальных процессов с помощью теоретико-игровых подходов и принятие на их основе управленческих решений
- А.В. Шатина, А.В. Старостина*
84 Эволюция вращательного движения вязкоупругой планеты с ядром на эллиптической орбите

Мировоззренческие основы технологии и общества

- О.Г. Савка*
95 Влияние гуманитарной среды на повышение качества подготовки специалистов в техническом вузе

Contents

Information systems. Computer sciences. Issues of information security

- 7** *Alexander A. Kulikov*
The structure of the local detector of the reprint model of the object in the image

Modern radio engineering and telecommunication systems

- Behrooz Daneshmand*
14 Analysis and evaluation of the effectiveness of methods for ensuring the quality of service for software-defined networks of the standard 5G/IMT-2020
- Sergey V. Sai, Nikolay Yu. Sorokin, Olga V. Tissen*
26 Assessment reliability parameters of the DVB-T2 broadcasting station's equipment with local content insertion

Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics

- Anna A. Sandulyak, Daria A. Sandulyak, Yuriy O. Gorpinenko, Vera A. Ershova, Alexander V. Sandulyak*
36 Towards a model of chain-by-chain magnetization of a granular medium: a variant of magnetic diagnostics of chains of spheres

Mathematical modeling

- Dmitry A. Karpov, Valery I. Struchenkov*
45 Two-stage spline-approximation in linear structure routing
- Anna E. Korenchenko, Anna A. Zhukova*
57 Evaporation of a liquid sessile droplet subjected to forced convection
- Kirill E. Krasnikov*
67 Mathematical modeling of some social processes using game-theoretic approaches and making managerial decisions based on them
- Albina V. Shatina, Anastasia V. Starostina*
84 Evolution of the rotational motion of a viscoelastic planet with a core on an elliptical orbit

Philosophical foundations of technology and society

- Olga G. Savka*
95 Influence of the humanitarian environment on improving the quality of training of specialists in a technical university

Информационные системы. Информатика. Проблемы информационной безопасности
Information systems. Computer sciences. Issues of information security

УДК 658

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-7-13>

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Структура локального детектора модели репринта объекта на изображении

А.А. Куликов[@]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: tibult41@gmail.com

Резюме. Задача распознавания объектов на изображениях является актуальной в настоящее время, поскольку существующие системы и методы не решают полностью проблему идентификации в сложных условиях: помехи, освещение, различные изменения на лице и т.д. С целью решения этой задачи разработан и описан локальный детектор для модели репринта объекта на изображении. Для локального детектора разработан трансформирующий автокодер (ТА) – модель нейронной сети. Данная модель является подвидом общего класса нейронных сетей снижения размерности. Локальный детектор способен, помимо определения изменения объекта, также определить и изначальную форму объекта. Особенностью ТА является представление участков изображения в компактном виде и проведение оценки параметров аффинной трансформации. Трансформирующий автокодер представляет собой гетерогенную сеть (ГС), состоящую из множества сетей меньшей размерности, называемых капсулами. Искусственные нейронные сети должны использовать локальные капсулы, которые выполняют некоторые довольно сложные внутренние вычисления на своих входах, а затем инкапсулируют результаты этих вычислений в небольшой вектор высокоинформативных выходов. Каждая капсула учится распознавать неявно определенный визуальный объект в ограниченной области условий просмотра и деформаций. Она выводит как вероятность того, что объект присутствует в своей ограниченной области, так и набор «параметров экземпляра», которые могут включать точную позу, освещение и деформацию визуального объекта относительно неявно определенной канонической версии этого объекта. Главное преимущество капсул, выводящих параметры экземпляра, заключается в простом способе распознавания целых объектов путем распознавания их частей. Капсула может научиться выводить позу своего визуального объекта в вектор, линейно связанный с «естественными» представлениями позы, которые используются в компьютерной графике. Существует простой и высокоселективный тест на то, имеют ли визуальные объекты, представленные двумя активными капсулами, правильные пространственные отношения для активации капсулы более высокого уровня. Трансформирующий автокодер решает проблему идентификации лицевых изображений в условиях помех (шумности), изменения освещенности и ракурса.

Ключевые слова: нейронная сеть, распознавание изображений, распознавание образов, модель идентификации

• Поступила: 25.03.2021 • Доработана: 31.03.2021 • Принята к опубликованию: 26.05.2021

Для цитирования: Куликов А.А. Структура локального детектора модели репринта объекта на изображении. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):7–13. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-7-13>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

The structure of the local detector of the reprint model of the object in the image

Alexander A. Kulikov @

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

@ Corresponding author, e-mail: tibult41@gmail.com

Abstract. Currently, methods for recognizing objects in images work poorly and use intellectually unsatisfactory methods. The existing identification systems and methods do not completely solve the problem of identification, namely, identification in difficult conditions: interference, lighting, various changes on the face, etc. To solve these problems, a local detector for a reprint model of an object in an image was developed and described. A transforming autocoder (TA), a model of a neural network, was developed for the local detector. This neural network model is a subspecies of the general class of neural networks of reduced dimension. The local detector is able, in addition to determining the modified object, to determine the original shape of the object as well. A special feature of TA is the representation of image sections in a compact form and the evaluation of the parameters of the affine transformation. The transforming autocoder is a heterogeneous network (HS) consisting of a set of networks of smaller dimension. These networks are called capsules. Artificial neural networks should use local capsules that perform some rather complex internal calculations on their inputs, and then encapsulate the results of these calculations in a small vector of highly informative outputs. Each capsule learns to recognize an implicitly defined visual object in a limited area of viewing conditions and deformations. It outputs both the probability that the object is present in its limited area and a set of “instance parameters” that can include the exact pose, lighting, and deformation of the visual object relative to an implicitly defined canonical version of this object. The main advantage of capsules that output instance parameters is a simple way to recognize entire objects by recognizing their parts. The capsule can learn to display the pose of its visual object in a vector that is linearly related to the “natural” representations of the pose that are used in computer graphics. There is a simple and highly selective test for whether visual objects represented by two active capsules A and B have the correct spatial relationships for activating a higher-level capsule C. The transforming auto-encoder solves the problem of identifying facial images in conditions of interference (noise), changes in illumination and angle.

Keywords: neural network, image recognition, pattern recognition, identification model

• Submitted: 25.03.2021 • Revised: 31.03.2021 • Accepted: 26.05.2021

For citation: Kulikov A.A. The structure of the local detector of the reprint model of the object in the image. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):7–13 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-7-13>

Financial disclosure: The author has no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Существующие системы и методы распознавания объектов на изображениях не решают полностью проблему идентификации, а именно, идентификации в сложных условиях: помехи, освещение, различные изменения на лице, изменение большого угла съемки (ракурс) и т.д. В современных методах распознавания использование множества нелинейных функций активаций применяемых нейронов является трудоемким и неточным процессом. Подтверждение тому – большое количество работ, посвященных данной

проблематике [1–13], что говорит об актуальности проблемы и ее нерешенности до сих пор. Актуальные методы, алгоритмы, системы требуют больших вычислительных мощностей либо применения программируемого постоянного запоминающего устройства в «умных» камерах, что ведет к удорожанию системы.

ЛОКАЛЬНЫЙ ДЕТЕКТОР

Для решения описанных выше проблем при идентификации лицевых изображений (и не только) в работе разработан локальный детектор (ЛД)

для модели репринта объекта на изображении [14]. ЛД – элементарная единица модели репринта объекта (МРО) на изображении. Для локального детектора разработан трансформирующий автокодер (ТА) – модель нейронной сети. Данная модель является подвидом общего класса нейронных сетей снижения размерности. Помимо определения измененного объекта, ЛД способен также определить и изначальную форму объекта. В особенности ТА входит представление участков изображения в компактном виде и проведение оценки параметров аффинной трансформации.

Трансформирующий автокодер представляет собой гетерогенную сеть (ГС), которая состоит из множества сетей меньшей размерности – *капсул*.

Определение капсулы:

- все капсулы трансформирующего автокодера имеют одинаковую структуру;
- каждая капсула инкапсулирует визуализацию изображения объекта.

ТА – это нейронная сеть, для обучения которой непосредственно используется «метод обратного распространения ошибки», в качестве эталона используются входные значения автокодера. Функция в рассматриваемой нейронной сети представлена в простом виде $c = f(x) = x$. При использовании трансформирующего автокодера необходимо дополнительно применить ограничение – «узкое горло» в одном из слоев с меньшим числом нейронов, чем во входном слое.

Таким образом, нейроны, принадлежащие такому виду слоя, представляют собой репринт данных. В отличие от метода главных компонент, использование множества слоев трансформирующего автокодера и нелинейных функций активации нейронов является компактным и точным.

Приведем пример: когда набор данных (в данном случае – изображений) подается на вход и представлен в виде небольших изображений размером $x \in R^{28 \cdot 28 = 784}$, тогда их репринт может быть представлен скрытым слоем размером порядка 30, т.е. $c = f(x) = R^{30}$. В каждой капсуле присутствует один решающий нейрон, принимающий значение (0, 1) – это соответствует тому, что объект присутствует на изображении.

Стоит сказать, что некоторые из систем компьютерного зрения используют гистограммы ориентированных градиентов в качестве «визуальных слов» и моделируют пространственное распределение этих элементов с помощью грубой пространственной пирамиды. Такие методы могут правильно распознавать объекты, не зная точно, где они находятся – способность, которая используется для диагностики повреждений мозга у людей. Искусственные нейронные сети используют схемы распределения веса

с ручным кодированием для уменьшения числа свободных параметров и достигают локальной трансляционной инвариантности путем субсэмплирования активности локальных пулов переведенных реплик одного и того же ядра. После нескольких этапов субсэмплирования в сверточной сети высокоуровневые объекты имеют большую неопределенность в своих позах.

Искусственные нейронные сети должны использовать локальные капсулы, которые выполняют некоторые довольно сложные внутренние вычисления на своих входах, а затем инкапсулируют результаты этих вычислений в небольшой вектор высокоинформативных выходов. Каждая капсула учится распознавать неявно определенный визуальный объект в ограниченной области условий просмотра и деформаций. Капсула выводит как вероятность того, что объект присутствует в своей ограниченной области, так и набор «параметров экземпляра», которые могут включать точную позу, освещение и деформацию визуального объекта относительно неявно определенной канонической версии этого объекта. Когда капсула работает должным образом, вероятность присутствия визуальной сущности локально инвариантна – она не изменяется, когда сущность перемещается по многообразию возможных проявлений в ограниченной области, охватываемой капсулой. Параметры экземпляра являются «эквивариантными»: по мере изменения условий просмотра и перемещения объекта по внешнему многообразию параметры экземпляра изменяются на соответствующую величину, поскольку они представляют внутренние координаты объекта на внешнем многообразии [1].

Одно из главных преимуществ капсул, выводящих явные параметры экземпляра, заключается в простом способе распознавания целых объектов путем распознавания их частей. Если капсула может научиться выводить позу своего визуального объекта в вектор, линейно связанный с «естественными» представлениями позы, используемыми в компьютерной графике, существует простой и высокоселективный тест на то, имеют ли визуальные объекты, представленные двумя активными капсулами А и В, правильные пространственные отношения для активации капсулы более высокого уровня С. Предположим, что выходные данные позы капсулы А представлены матрицей T_A , которая задает преобразование координат между канонической визуальной сущностью и фактическим экземпляром этой сущности, найденным капсулой А. Если умножить T_A на функционал преобразования координат «часть-целое» T_{AC} , который связывает каноническую визуальную сущность А с канонической визуальной сущностью С, мы получим предсказание для T_C . Аналогично мы можем использовать T_B и T_{BC} для получения

другого прогноза. Если эти предсказания хорошо совпадают, экземпляры, найденные капсулами А и В, находятся в правильном пространственном соотношении для активации капсулы С, и среднее значение предсказаний говорит нам, как большая визуальная сущность, представленная С, преобразуется относительно канонической визуальной сущности С. Если, например, А – рот, а В – нос, то каждый из них может предсказать положение лица. Если эти предсказания совпадают, рот и нос должны находиться в правильном пространственном соотношении, чтобы сформировать лицо. Интересным свойством этого способа выполнения распознавания формы является то, что знание отношений «часть-целое» является инвариантным и представлено весовыми матрицами, тогда как знание параметров экземпляра наблюдаемых в данный момент объектов и их частей является эквивариантным с точки зрения точки зрения и представлено нейронными активностями.

Чтобы получить такую иерархию «часть-целое», капсулы, которые реализуют части самого низкого уровня в иерархии, должны извлекать явные параметры позы из интенсивности пикселей.

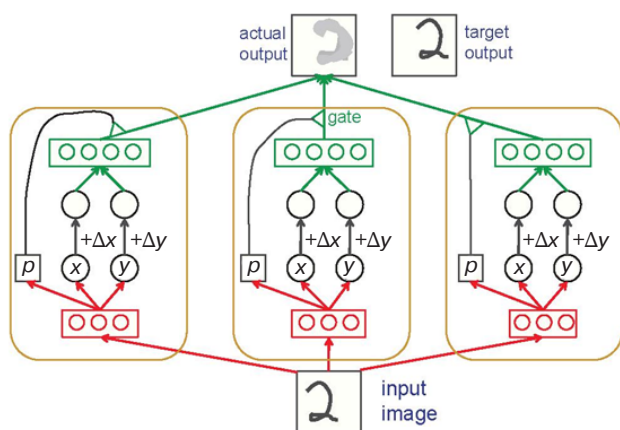


Рис. 1. Три капсулы трансформирующего автоэнкодера, моделирующего переводы

30 выходов модуля до и после сдвига на +3 или -3 пикселя

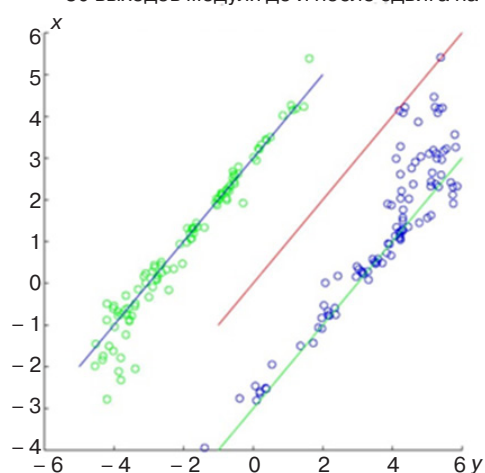
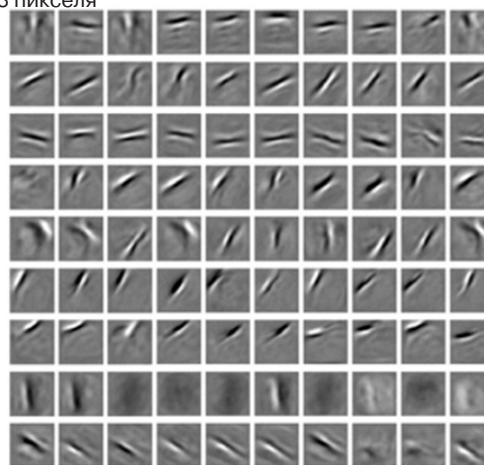


Рис. 2. Сдвиги значений x и y

После того, как интенсивность пикселей была преобразована в выходные данные набора активных капсул первого уровня, каждая из которых производит явное представление позы своего визуального объекта, визуальные объекты могут быть распознаны с помощью активных капсул более низкого уровня.

Рассмотрим нейронную сеть прямой связи, показанную на рис. 1. Каждая капсула на рисунке имеет 3 блока распознавания и 4 блока генерации. Веса на соединениях изучаются путем обратного распространения расхождения между фактическими и целевыми выходами. Сеть детерминирована и, как только она была изучена, она может принимать в качестве входных данных изображение и желаемые сдвиги Δx и Δy и выводит сдвинутое изображение. Сеть состоит из нескольких отдельных капсул, которые взаимодействуют только на последнем слое, когда они сотрудничают для получения желаемого смещенного изображения. Каждая капсула имеет свои собственные логические «блоки распознавания», которые действуют как скрытый слой для вычисления трех чисел x , y и p , являющимися выходами. Капсула будет посылать их на более высокие уровни системы зрения (p – вероятность того, что визуальная сущность капсулы присутствует на входном изображении). Капсула, в свою очередь, имеет свои генераторы, входными данными для этих блоков выступают величины $x + \Delta x$ и $y + \Delta y$, где x и y – входные и выходные данные для одной капсулы. Капсулы изучают генеративные единицы с проективными полями, которые сильно локализованы (рис. 2). Опишем состояние для каждой из них функциями активации:

$$\begin{aligned} H_r &= \sigma(\mathbf{W}_{xh}x + b_r) \in (0,1)^{N_r}, \\ c &= \mathbf{W}_{hc}H_r + b_c \in \mathbb{R}^2, \\ c' &= c + s \in \mathbb{R}^2, \\ p &= \sigma(\mathbf{W}_{hp}H_r + b_p) \in (0,1), \\ H_g &= \sigma(\mathbf{W}_{c'g}c' + b_g) \in (0,1)^{N_g}, \\ y &= p\mathbf{W}_{hy}H_g \in \mathbb{R}^{784}. \end{aligned} \quad (1)$$



Заметим, что, если каждая капсула получает 9 вещественных выходов, которые обрабатываются как матрица размерности 3×3 , ТА может быть обучен предсказывать полное 2D аффинное преобразование (перевод, вращение, масштабирование и сдвиг). Матрица преобразования $\mathbf{T}$ применяется к выходу капсулы $\mathbf{A}$, чтобы получить матрицу $\mathbf{T}_A$. Элементы $\mathbf{T}_A$ затем используются в качестве входных данных для блоков генерации при прогнозировании целевого выходного изображения.

Предполагается применить критерий разреженности в качестве вспомогательного условия. Применение критерия разреженности эффективно для ТА. Заметим, что условие разреженности обязано представлять собой лимитирование, накладываемое на нейроны порождающего и распознающего слоя. Так, для применения ТА в составе модели следует увеличить формулировку трансформации за пределы двумерных трансляций. Для условия разреженности применена информационная дивергенция уже разработанной автором модели идентификации лицевых изображений. Формула расстояния Кульбака – Лейблера имеет вид:

$$S = \sum_{j=1}^{L_n} KL(s \| \hat{s}_j) = \sum_{j=1}^{L_n} s \log \frac{s}{\hat{s}_j} + (1-s) \log \frac{1-s}{1-\hat{s}_j}, \quad (2)$$

где L_n – количество нейронов; $\hat{s}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (a_j^{(L_n)} x_j)$ – среднее значение активации; s – параметр разреженности.

Установив величину параметра s пропорционально небольшой, можно ограничить среднюю активацию нейрона. Можно также изменять влияние этого параметра на работу гетерогенной сети, получив независимые признаки.

Для дальнейшей оптимизации параметров необходимо использовать функцию цены ТА с весами D и v , которая представлена формулой:

$$J_s(\mathbf{D}, \mathbf{v}) = J(\mathbf{D}, \mathbf{v}) + \beta \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{L_i} KL(s \| \hat{s}_j), \quad (3)$$

где β – метапараметр; $\mathbf{D}$ и $\mathbf{v}$ – общие матрицы весов.

В алгоритм обратного распространения ошибки (ОРО) необходимо ввести дополнительный параметр. Ошибка по методу ОРО представляет собой выражение для некоторого слоя нейронной сети l :

$$\delta_i^{(l)} = \left(\left(\sum_{j=1}^L \mathbf{w}_{ji}^{(l)} \delta_j^{(l+1)} \right) + \beta \left(-\frac{s}{\hat{s}_j} + \frac{1-s}{1-\hat{s}_j} \right) \right) f'(z_i^l), \quad (4)$$

где z_i^l – аргумент функции активации i -го нейрона в слое l .

Параметр представляется в виде критерия разреженности. Значение s_j зависит от D и v как средняя активация нейрона j .

Из исследуемых методов и алгоритмов [1–3, 5, 6, 9–13, 15] ТА (нейронная сеть) показала наилучший результат при идентификации лицевых изображений в различных условиях съемки. В табл. 1 показаны результаты идентификации при изменении ракурса.

Таблица 1. Результаты идентификации при изменении ракурса

Ракурс	POSIT, %	SVM, %	Авторский (ТА), %
(0°, 15°)	82 ± 4	85 ± 2	99 ± 4
(15°, 30°)	80 ± 3	81 ± 3	98 ± 3
(30°, 45°)	79 ± 4	80 ± 4	97 ± 3
(45°, 60°)	81 ± 5	82 ± 4	98 ± 4

В табл. 2 показаны результаты идентификации при изменении уровня освещенности.

Таблица 2. Результаты идентификации при изменении уровня освещенности

Освещенность, %	POSIT, %	SVM, %	Авторский (ТА), %
25	35 ± 2	15 ± 2	88 ± 2
50	61 ± 5	47 ± 2	98 ± 2
75	70 ± 2	68 ± 4	98 ± 1
100	99 ± 1	99 ± 1	99 ± 1

В табл. 3 показаны результаты идентификации при возникновении различных помех, шумности на изображении. Под шумностью понимается нечеткость изображения при увеличении. Помехи – различные помехи при получении изображения, а также присутствие на лицевом изображении дополнительных атрибутов: очки, усы, макияж и т.д.

Таблица 3. Результаты идентификации при возникновении различных помех, шумности на изображении

Параметры	POSIT, %	SVM, %	Авторский (ТА), %
шумность	84 ± 2	92 ± 2	97 ± 2
помехи	89 ± 5	83 ± 2	99 ± 1

Как видно из приведенных результатов, ТА, использующий локальный детектор, менее чувствительно реагирует на изменение ракурса положения лицевого изображения, освещенности и наличие помех (шумность).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из проведенного исследования следует, что перспективным направлением дальнейшей работы является распространение предложенного метода на трехмерные предметы, а также комбинация местных пространственных структур с гипотетической 3D-моделью объекта. Представленный ЛД (элемент модели МРО) решает проблему устойчивости идентификации лицевых изображений в условиях помех (шумности), изменения освещенности и ракурса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Парфинович С.Н. Алгоритмы распознавания лиц для верификации личности по изображению. В сб.: «Молодой исследователь: вызовы и перспективы»: сб. мат. CXIV Международной научно-практической конференции. М.: Интернаука; 2019. С. 155–163.
2. Ахмедов А.А., Сагидов Г.С., Курбанисмаилов Г.М. Алгоритм распознавания лиц на основе метода Виолы – Джонса. В сб.: «Молодой исследователь: вызовы и перспективы»: сб. мат. CXVIII Международной научно-практической конференции. М.: Интернаука; 2019. С. 270–274.
3. Пентланд А., Чаудхари Т. Распознавание лиц для интеллектуальных сред. *Открытые системы*. 2000;03. URL: <https://www.osp.ru/os/2000/03/177939>
4. Горелик А.Л., Гуревич И.Б., Скрипкин В.А. *Современное состояние проблемы распознавания: Некоторые аспекты*. М.: Радио и связь; 1985. 161 с.
5. Самаль Д.И., Фролов И.И. Алгоритм подготовки обучающей выборки с использованием 3D-моделирования лиц. *Системный анализ и прикладная информатика*. 2016;4:17–23. URL: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/128/105>
6. Завалов Р.А., Гараев Р.А. Реализация алгоритма Виолы – Джонса на микроконтроллере с ограниченными ресурсами. *Наука и образование сегодня*. 2018;6(29):18–23. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-algoritma-violy-dzhonsa-na-mikrokontrollere-s-ogranichennymi-resursami/viewer>
7. Балдин А.В., Елисеев Д.В. Алгебра многомерных матриц для обработки адаптируемой модели данных. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2011;7:4. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/199561.html>
8. Korotkov A. Database index for approximate string matching. In: *Proceedings of the 4th Spring/Summer Young Researchers' Colloquium on Software Engineering. SYRCoSE '10*. 2010, p. 136–140. <https://doi.org/10.15514/syrcose-2010-4-27>
9. Кононыхин И.А., Ежов Ф.В., Мартынюк Р.А. и др. Реализация системы распознавания и отслеживания лиц. *Молодой ученый*. 2020;28(318):8–12. URL: <https://moluch.ru/archive/318/72492/>
10. Hinton G.E., Krizhevsky A., Wang S.D. Transforming auto-encoders. In: Honkela T., Duch W., Girolami M., Kaski S. (Eds.). *Artificial Neural Networks and Machine Learning – ICANN 2011. ICANN 2011. Lecture Notes in Computer Science*. Springer, Berlin, Heidelberg; 2011. V. 6791. P. 44–51. https://doi.org/10.1007/978-3-642-21735-7_6
11. Alghaili M., Li Z., Ali H.A.R. FaceFilter: Face identification with deep learning and filter algorithm. *Scientific Programming*. 2020;1–9. <https://doi.org/10.1155/2020/7846264>
12. Fitzgerald R.J., Price H.L., Valentine T. Eyewitness identification: Live, photo, and video lineups. *Psychology, Public Policy, and Law*. 2018;24(3):307–325. <http://dx.doi.org/10.1037/law0000164>
13. Etemad K., Chellapa R. Discriminant Analysis for Recognition of Human Face Images. *Journal of the Optical Society of America A*. 2004;14(8):1724–1733. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.14.001724>
1. Parfinovich S.N. Algorithms of face recognition for identity verification by image. In: “*Molodoi issledovatel': vyzovy i perspektivy*”: sb. mat. CXIV Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii” (Proceedings CXIV International Scientific and Practical Conference “Young Researcher: Challenges and Prospects”). Moscow: Internauka; 2019, p. 115–163. (in Russ.).
2. Akhmedov A.A., Sagidov G.S., Kurbanismailov G.M. Algorithm of face recognition based on the Viola–Jones method. In: “*Molodoi issledovatel': vyzovy i perspektivy*”: sb. mat. CXVIII Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii” (Proceedings CXVIII International Scientific and Practical Conference “Young Researcher: Challenges and Prospects”). Moscow: Internauka; 2019, p. 270–274. (in Russ.).
3. Pentland A., Choudhary T. Face recognition for smart environments. *Otkrytye sistemy = Open Systems Publications*. 2000;03 (in Russ.). Available from URL: <https://www.osp.ru/os/2000/03/177939>
4. Gorelik A.L., Gurevich I.B., Skripkin V.A. *Sovremennoe sostoyanie problemy raspoznavaniya: Nekotorye aspekty* (The current state of the recognition problem: Some aspects). Moscow: Radio i svyaz'; 1985. 161 p. (in Russ.).
5. Samal D.I., Frolov I.I. Algorithm of preparation of the training sample using 3D face modeling. *Sistemnyi analiz i prikladnaya informatika = System analysis and applied Information science*. 2016;4:17–23 (in Russ.). Available from URL: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/128/105>
6. Zavalov R.A., Garaev R.A. Implementation of the Viola–Jones algorithm on a microcontroller with limited resources. *Nauka i obrazovanie segodnya = Science and Education Today*. 2018;6(29):18–23 (in Russ.). Available from URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-algoritma-violy-dzhonsa-na-mikrokontrollere-s-ogranichennymi-resursami/viewer>
7. Baldin A.V., Eliseev D.V. Multidimensional matrix algebra for adapted data model processing. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Bauman*. 2011;7:4 (in Russ.). Available from URL: <http://technomag.edu.ru/doc/199561.html>
8. Korotkov A. Database index for approximate string matching. In: *Proceedings of the 4th Spring/Summer Young Researchers' Colloquium on Software Engineering. SYRCoSE '10*. 2010, p. 136–140. <https://doi.org/10.15514/syrcose-2010-4-27>
9. Kononykhin I.A., Ezhov F.V., Martynyuk R.A., et al. Implementation of a face recognition and tracking system. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*. 2020;28(318):8–12 (in Russ.). Available from URL: <https://moluch.ru/archive/318/72492/>
10. Hinton G.E., Krizhevsky A., Wang S.D. Transforming auto-encoders. In: Honkela T., Duch W., Girolami M., Kaski S. (Eds.). *Artificial Neural Networks and Machine Learning – ICANN 2011. ICANN 2011. Lecture Notes in Computer Science*. Springer, Berlin, Heidelberg; 2011. V. 6791. P. 44–51. https://doi.org/10.1007/978-3-642-21735-7_6
11. Alghaili M., Li Z., Ali H.A.R. FaceFilter: Face identification with deep learning and filter algorithm. *Scientific Programming*. 2020;1–9. <https://doi.org/10.1155/2020/7846264>

14. Куликов А.А. Модель репринта объекта на изображении. *Российский технологический журнал*. 2020;8(3):7–13. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-3-7-13>
15. Романенко А.О., Юфряков А.В. Оценка размытия изображения для биометрической идентификации. *Наука и образование сегодня*. 2018;7(30):16–19. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-razmytiya-izobrazheniya-dlya-biometricheskoy-identifikatsii/viewer>
12. Fitzgerald R.J., Price H.L., Valentine T. Eyewitness identification: Live, photo, and video lineups. *Psychology, Public Policy, and Law*. 2018;24(3):307–325. <http://dx.doi.org/10.1037/law0000164>
13. Etemad K., Chellapa R. Discriminant analysis for recognition of human face images. *Journal of the Optical Society of America A*. 2004;14(8):1724–1733. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.14.001724>
14. Kulikov A.A. The model is a reprint of an object in the image. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian technological journal*. 2020;8(3):7–13 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-3-7-13>
15. Romanenko A.O., Yufryakov A.V. Image blur evaluation for biometric identification. *Nauka i obrazovanie segodnya = Science and Education Today*. 2018;7(30):16–19 (in Russ.). Available from URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-razmytiya-izobrazheniya-dlya-biometricheskoy-identifikatsii/viewer>

Об авторе

Куликов Александр Анатольевич, к.т.н., доцент, кафедра инструментального и прикладного программного обеспечения Института информационных технологий ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: tibult41@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-8443-3684>

About the author

Alexander A. Kulikov, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of the Tool and Applied Software, Institute of Information Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: tibult41@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-8443-3684>

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

Modern radio engineering and telecommunication systems

УДК 004.4:004.7

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-14-25>

ОБЗОР

Анализ и оценка эффективности методов обеспечения качества обслуживания программно-конфигурируемых сетей стандарта 5G/IMT-2020

Данешманд Бехруз Мехди @

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: daneshmandbehrooz@gmail.com

Резюме. Качество обслуживания в сети (QoS) – это процесс управления сетевыми ресурсами для уменьшения потери пакетов, а также уменьшения джиттера и задержки. QoS широко используется в традиционных сетях, а также может быть реализован в стандарте 5G на основе программно-конфигурируемой сети (SDN). Традиционная сеть несет в себе несколько проблем, таких как зависимость от поставщика, сложность управления большой сетью, динамически меняющиеся политики пересылки и многое другое. Программно-конфигурируемая сеть – это новая стратегия, разработанная для решения таких проблем традиционной IP-сети, как высокий уровень сложности и неспособность своевременно адаптироваться к новым требованиям к качеству обслуживания. Фундаментальная идея, лежащая в основе SDN, по сравнению с традиционной сетевой парадигмой, заключается в создании горизонтально интегрированных систем путем разделения уровня управления и данных при обеспечении все более сложного набора абстракций. В последнее время появились различные инфраструктуры QoS с поддержкой SDN, которые предлагают множество возможностей для реконфигурации сети и определения политик на высоком уровне. Требования QoS для сетей 5G были определены на основе трех основных категорий сценариев использования: Extreme Mobile BroadBand (xMBB), Massive Machine Type Communications (mMTC) IoT/M2M-устройства и высоконадежная M2M-связь (сверхнадежная связь машинного типа – uMTC). В статье анализируется и исследуется QoS на основе метода протокола OpenFlow и QoS на основе метода контроллеров с открытым исходным кодом SDN в сети 5G. Обсуждаются различные архитектурные проблемы сети SDN контроллеров с открытым исходным кодом и исследуется их влияние на QoS. Описываются характеристики QoS, такие как задержка, доступность, надежность, джиттер и пропускная способность. Обсуждаются и сравниваются параметры QoS в сети 5G, которые определены мировыми лидерами в данной технологии.

Ключевые слова: программно-конфигурируемая сеть, SDN, качество обслуживания, 5G/IMT-2020

• Поступила: 26.05.2021 • Доработана: 26.07.2021 • Принята к опубликованию: 28.07.2021

Для цитирования: Данешманд Бехруз Мехди. Анализ и оценка эффективности методов обеспечения качества обслуживания программно-конфигурируемых сетей стандарта 5G/IMT-2020. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):14–25. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-14-25>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

REVIEW ARTICLE

Analysis and evaluation of the effectiveness of methods for ensuring the quality of service for software-defined networks of the standard 5G/IMT-2020

Behrooz Daneshmand [®]

ITMO University, St. Petersburg, 197101 Russia

[®] Corresponding author, e-mail: daneshmandbehrooz@gmail.com

Abstract. The quality of service (QoS) in networking is the process of managing network resources to reduce packet loss and to lower network jitter and latency. QoS has been widely used in traditional network and can also be implemented in the 5G standard based on a software-defined network (SDN). A traditional network carries several challenges, such as vendor dependency, the complexity of managing a large network, dynamically changing forwarding policies, and more. Software-defined networking is a new networking strategy designed to address the challenges of a traditional IP network, such as high levels of complexity and inability to adapt to the new quality of service requirements in a timely manner. The fundamental idea behind SDNs compared to the conventional networking paradigm is the creation of horizontally integrated systems through the separation of the control and the data plane while providing an increasingly sophisticated set of abstractions. Recently, various SDN-enabled QoS frameworks have emerged that offer many possibilities for network reconfiguration and high-level definition of policies. QoS requirements for 5G networks have been defined on the basis of three main categories of use cases: extreme mobile broadband (xMBB), massive machine type communications (mMTC) IoT/M2M devices, and highly reliable M2M-communication (ultra-reliable machine-type communications – uMTC). This paper analyzes and surveys the QoS based on the openflow protocol method and QoS based on open-source SDN controllers method in 5G network. In addition, we discuss various architectural issues of open-source SDN controllers network and examine their impact on the QoS. Furthermore, we outline the characteristics of the QoS parameters such as latency, availability, reliability, jitter, and bandwidth in the 5G network. Finally, the article discusses and compares parameters of the QoS in 5G determined by world's leaders in 5G technology.

Keywords: Software-Defined Network, SDN, Quality of Service, 5G/IMT-2020

• Submitted: 26.05.2021 • Revised: 26.07.2021 • Accepted: 28.07.2021

For citation: Behrooz Daneshmand. Analysis and evaluation of the effectiveness of methods for ensuring the quality of service for software-defined networks of the standard 5G/IMT-2020. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):14–25 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-14-25>

Financial disclosure: The author has no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Глобальное влияние технологии 4G привело к увеличению использования мобильной связи и повышению производительности сетей. Внедрение технологии 5G позволит развивать этот импульс, обеспечивая существенное улучшение характеристик сетей, в том числе более высокие скорости соединения, мобильность и пропускную способность, а также возможности связи с малой задержкой. Тем самым она открывает новые варианты использования и представляет перспективные приложения, которые могут

положительно повлиять на развитие различных отраслей промышленности. Сети 5G могут создавать экосистему для технических и бизнес-инноваций, включая такие вертикальные рынки, как автомобилестроение, здравоохранение, производство, энергетика, продовольствие и сельское хозяйство, управление городами, правительство, общественный транспорт, СМИ и многое другое. Они предлагают неограниченный мобильный широкополосный доступ, обеспечивают широкие возможности подключения для всего – от управляемых человеком интеллектуальных устройств до датчиков и машин, и, что наиболее

важно, имеют возможность поддерживать критически важные машинные коммуникации с мгновенным действием и сверхвысокой надежностью [1].

Технологии мобильной связи 5G впервые появились в Южной Корее в 2020 году, а затем – в Китае, США и Европейском союзе. К 2025 году ожидается, что в мире будут миллионы подключений 5G. Интернет пятого поколения будет в 5 раз быстрее, чем нынешние системы четвертого поколения (с задержкой в 25 раз меньше), и будет поддерживать до одного миллиона устройств на квадратный километр. Основу Интернета 5G можно резюмировать в следующих пяти технологиях: миллиметровые волны, небольшие сотовые сети, ММО (несколько входов и выходов), формирование луча и двухсторонние байты. Традиционная сеть несет в себе несколько проблем, таких как зависимость от поставщиков, сложность управления большой сетью, динамическое изменение политик пересылки и многое другое. Что еще более важно, традиционная IP-сеть неспособна своевременно реагировать на изменения и вновь возникшие требования QoS. Такие сбои в основном вызваны характером традиционных IP-сетей, в которых плоскость управления и плоскость данных вертикально связаны друг с другом и реализованы в сетевых устройствах. Чтобы преодолеть проблемы существующей традиционной сети, появилась концепция программируемой сети [2, 3].

Ее поведение контролируется программным обеспечением, называемым программно-определяемой сетью (SDN). Эта сеть представляет собой динамически развивающуюся инфраструктуру, которая отдельно управляет плоскостью данных и плоскостью

управления, в отличие от обычных сетей [2]. Плоскость управления логически разделена и централизована, в то время как плоскость передачи данных следует решению плоскости управления. На основе Open Networking Foundation (ONF) [4] SDN имеет три уровня, а именно: уровень инфраструктуры, уровень управления и уровень приложений [5]. Архитектура SDN показана на рис. 1 и поясняется ниже [4].

- **Уровень инфраструктуры** в основном состоит из элементов пересылки (например, физических и виртуальных коммутаторов, маршрутизаторов, точек беспроводного доступа), которые составляют плоскость данных.
- **Уровень управления**, также известный как плоскость управления (это сердце архитектуры SDN), поддерживает связь между уровнем приложений и уровнем инфраструктуры через открытые интерфейсы.
- **Уровень приложения** разработан в основном для удовлетворения требований пользователей. Он состоит из бизнес-приложений конечных пользователей, которые используют сетевые сервисы.

Протокол OpenFlow, поддерживаемый ONF, является фундаментальным элементом для разработки решений SDN. OpenFlow, первый из ведущих авторизованных коммуникационных интерфейсов, связывающий уровни пересылки и управления в архитектуре SDN, позволяет управлять уровнем пересылки сетевых устройств (например, коммутаторами и маршрутизаторами) и управлять им как физически, так и виртуально. Он помогает архитектуре SDN адаптироваться к высокой пропускной способности, динамическому характеру пользовательских

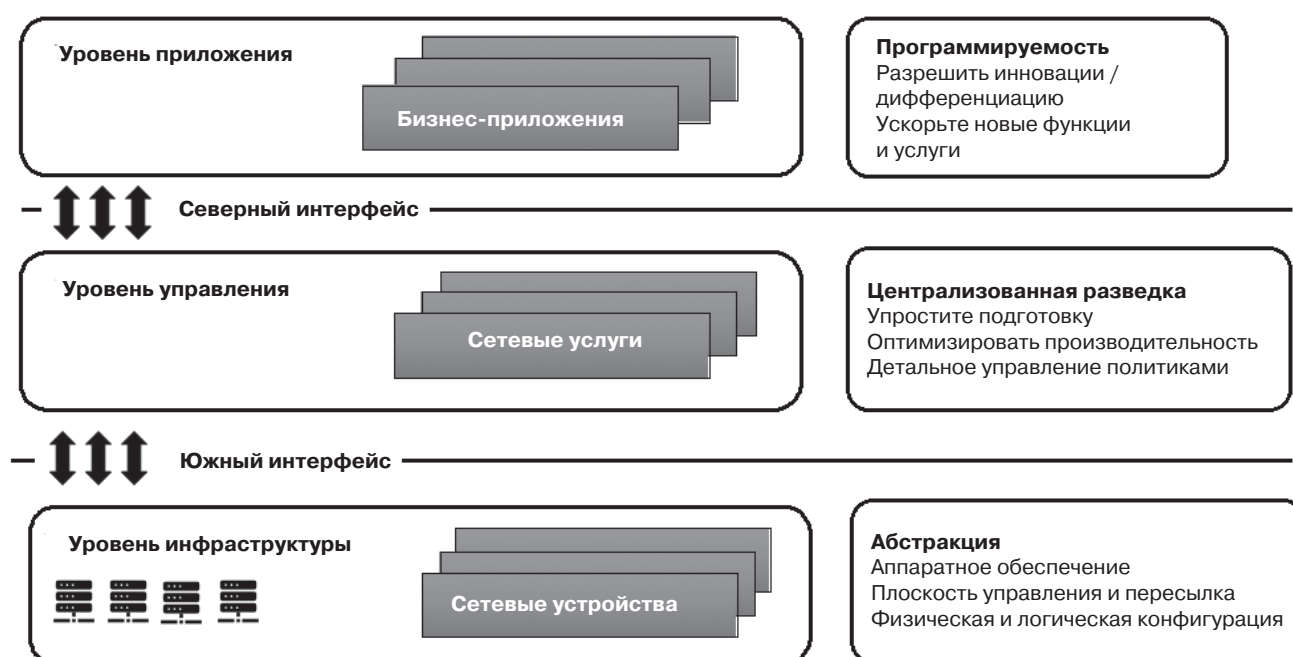


Рис. 1. Уровни и функции SDN

приложений, настраивать сеть в соответствии с различными бизнес-потребностями и, что интересно, уменьшать сложность управления и обслуживания.

В сетях 5G на SDN на основе QoS влияют многие факторы, поэтому далее обсудим параметры QoS, которые определяют мировые лидеры технологий 5G применительно к таким сетям. Будут представлены уровни высокого качества обслуживания в контексте следующих характеристик: повышение скорости, емкости мобильных сетей и рост количества беспроводных устройств.

В разделе 1 дается краткий обзор архитектуры OpenFlow, а затем рассматриваются два метода QoS, основанные на протоколе OpenFlow и контроллерах с открытым исходным кодом SDN. В разделе 2 обсуждаются архитектурные проблемы в SDN и их влияние на QoS. В разделе 3 приведены ключевые показатели эффективности (KPI), параметры QoS и их влияние в сети 5G. В разделе 4 проанализированы и сведены в таблицу параметры QoS для следующего поколения 5G.

1. QOS В ПРОТОКОЛЕ OPENFLOW И КОНТРОЛЛЕРАХ SDN С ОТКРЫТЫМ ИСХОДНЫМ КОДОМ

А. Архитектура OpenFlow и QoS на основе протокола OpenFlow

Архитектура OpenFlow [6] – это предложение инициативы Clean Slate по определению открытого протокола, который устанавливает таблицы пересылки в коммутаторах, это основа архитектуры SDN, в которой пользователь может изменять сеть.

Протокол OpenFlow – это, по сути, интерфейс связи между контроллерами и плоскостями пересылки OpenFlow (уровень инфраструктуры) [7]; это первый стандартный протокол связи для сред SDN. OpenFlow предоставляет путь маршрута потока для пересылки пакетов по программируемым сетям. Ключевое преимущество этого протокола в том, что он позволяет настраивать коммутаторы различных производителей с помощью контроллеров. В средах SDN доступны разные версии OpenFlow.

Архитектура OpenFlow дает несколько преимуществ:

1. централизованные контроллеры OpenFlow могут управлять всеми решениями потока, снижая сложность коммутатора;
2. центральный контроллер может видеть все сети и потоки, обеспечивая глобальное и оптимальное управление инициализацией сети;
3. коммутаторы OpenFlow относительно просты и надежны, поскольку прямые решения определяются контроллером, а не микропрограммой коммутатора.

Однако OpenFlow объединяет две характеристики: уникальный контроллер и простые устройства, что приводит к проблемам масштабируемости.

В сети SDN с коммутаторами и поддержкой OpenFlow коммутатор состоит из трех основных частей. На рис. 2 показаны компоненты архитектуры OpenFlow:

- *таблицы потоков* с действием, связанным с каждой записью потока, чтобы сообщить коммутатору, как обрабатывать поток.
- *защищенный канал*, который соединяет коммутатор с процессом удаленного управления (называемым контроллером), позволяя передавать команды и пакеты между контроллером и коммутатором.
- *протокол OpenFlow*, который обеспечивает открытый и стандартный способ связи контроллера с коммутатором.

Используя протокол OpenFlow, коммутатор OpenFlow становится простым элементом пути данных, который пересылает пакеты между портами таким образом, как это определено процессом удаленного управления.

По мере увеличения количества коммутаторов OpenFlow использование одного контроллера для всей сети может оказаться невозможным по нескольким причинам:

1. количество управляющих сообщений, адресованных централизованному контроллеру, растет с количеством коммутаторов;
2. с увеличением диаметра сети у некоторых коммутаторов будет более длительная задержка срабатывания, независимо от того, где находится контроллер [6];
3. поскольку система ограничена мощностью процессора контроллера, время настройки может значительно увеличиться при увеличении количества коммутаторов и размера сети.

В сети SDN контроллер может работать в трех рабочих режимах для установки нового правила потока: реактивный режим (Reactive mode), проактивный режим (Proactive mode) и гибридный режим (Hybrid mode) [9].

Реактивный режим. В реактивном режиме, когда новый пакет поступает на сетевое устройство (например, коммутатор), коммутатор выполняет поиск правил потока в своих таблицах потоков. Если совпадения с потоком не найдено, коммутатор пересылает его контроллеру, используя C-DPI, чтобы контроллер решал, как обрабатывать пакет. После того, как контроллер обработает пакет в соответствии с сетевыми политиками, он создает и отправляет запись потока для установки на сетевом устройстве. Будущие потоки, соответствующие этой записи потока на основе атрибутов заголовка пакета, будут обрабатываться согласно соответствующему правилу сопоставления.

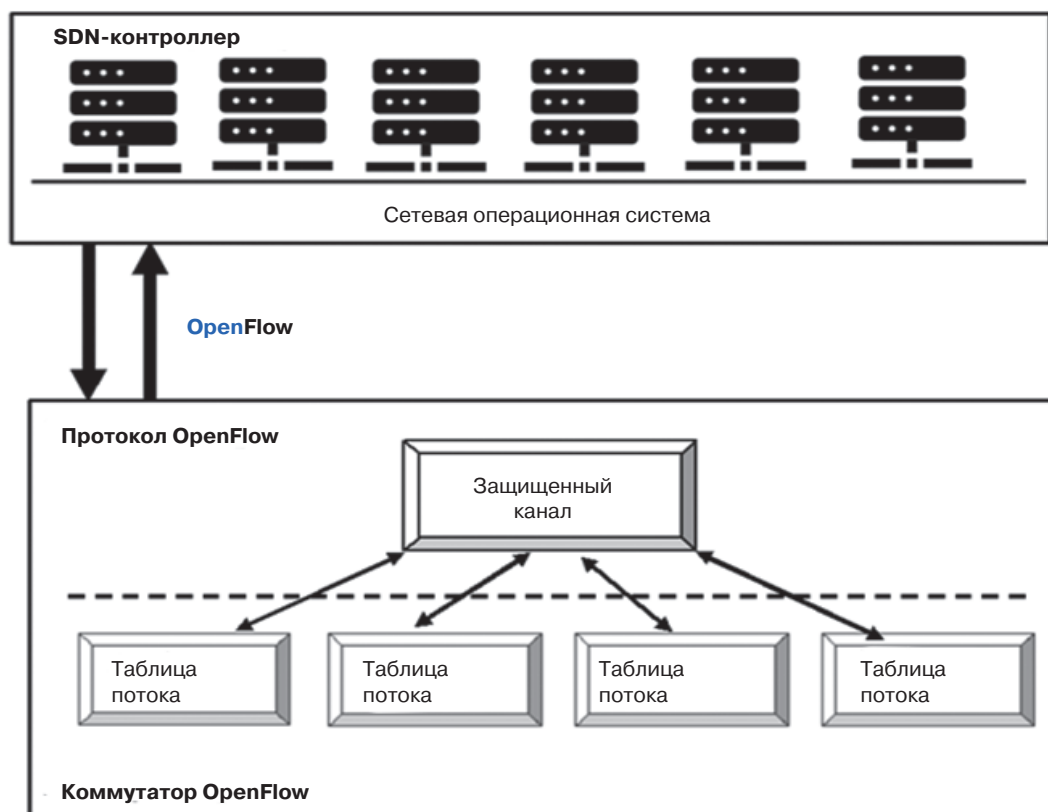


Рис. 2. Архитектура OpenFlow [8]

Проактивный режим. В проактивном режиме записи потоков настраиваются в таблицах потоков коммутаторов до того, как на коммутаторы поступят новые потоки. Когда пакет поступает на коммутатор, коммутатор уже «знает», как поступить с этим пакетом. В этом случае контроллер не участвует ни в каком процессе настройки правил потока.

Гибридный режим. В гибридном режиме контроллер использует преимущества как реактивного, так и проактивного режимов. Вполне возможно, что сетевые администраторы заранее устанавливают определенные записи потока в устройства плоскости данных, а контроллер(ы) реактивно изменяют (удаляют/обновляют) их или даже добавляют новые записи потока на основе входящего трафика.

В то время, как проактивный режим вызывает некоторые опасения по поводу неэффективного использования памяти коммутатора, реактивный режим обеспечивает более гибкую и динамичную среду как для контроллеров, так и для коммутаторов.

В. QoS на базе контроллеров SDN с открытым исходным кодом

Производительность контроллера – центральный вопрос архитектуры OpenFlow. Контроллер может поддерживать ограниченное количество настроек потока в секунду. Программно-определяемые

сети используют два типа контроллеров: централизованные и распределенные. Табл. 1 описывает классификацию различных контроллеров по двум категориям [10, 11].

Параметры качества обслуживания в контроллерах с открытым исходным кодом включают следующие показатели: надежность, масштабируемость, последовательность, балансировка нагрузки.

2. АРХИТЕКТУРНЫЕ ПРОБЛЕМЫ В SDN И ИХ ВЛИЯНИЕ НА КАЧЕСТВО ОБСЛУЖИВАНИЯ

2.1. Централизованное администрирование

В среде SDN коммутатор разделен контроллерами и переключателями дампа. Более того, все контроллеры и переключатели в сетях активны для большой сети. Конструкция контроллеров и размещение различных контроллеров остаются предметами исследования с целью улучшения производительности сети. Другие факторы, такие как гибкость, масштабируемость, задержка, безопасность и совместимость, также важны для повышения производительности сети [7, 12, 13].

Для балансировки нагрузки трафика и достижения хорошего качества обслуживания в крупномасштабных сетях SDN развернуты несколько контроллеров [14]. По мере увеличения количества контроллеров концепция централизованного

Таблица 1. Классификация контроллеров SDN

Типы контроллеров			
Централизованные		Распределенные	
Централизованные контроллеры реализуют всю логику плоскости управления в одном месте. В таком контроллере единственный сервер берет на себя все действия на уровне управления. Основное преимущество таких контроллеров – простота и управляемость, поскольку они обеспечивают единую точку управления. Однако они страдают от проблемы масштабируемости, поскольку каждый сервер имеет ограниченную емкость для работы с устройствами плоскости данных. Поддержка QoS в сети SDN стала возможной благодаря компоненту централизованного логического контроллера SDN		Распределенный контроллер не имеет проблем с масштабируемостью и имеет преимущество высокой производительности при высокой нагрузке трафика	
Контроллеры	Язык программирования	Контроллеры	Язык программирования
• NOX • POX • RYU • Beacon • Maestro • FloodLight • OpenDaylight • Meridian	• Python • Python • Python • Java • Java • Java • Java • Java	• ONOS • Runos • Hyperflow • Onix • SMarTLight • OpenMUL	• Java • C++ • C++ • C, Python • Java • C

управления меняется. У разных контроллеров могут быть разные функции, поэтому их централизованное администрирование затруднительно [13].

2.2. Масштабируемость сети

Благодаря наличию нескольких программных контроллеров сеть легко масштабируется. Но масштабируемость может быть поставлена под сомнение QoS из-за балансировки нагрузки между контроллерами [13, 14].

2.3. Несогласованность между контроллерами

Из-за того, что в программируемой сети реализовано несколько контроллеров, основная проблема заключается в синхронизации информации о состоянии сети в SDN с ними. Эта проблема известна как проблема консенсуса [13]. Из-за сложной реализации и возрастающей задержки консенсусные подходы не подходят. При проектировании нескольких контроллеров важно обеспечить согласованность между ними.

2.4. Размещение контроллера

Использование только одного контроллера в программно-определяемой сети имеет много преимуществ, таких как централизованное управление, контроль и мониторинг всей сетевой среды с помощью одного узла. Но в то же время такой подход влечет за собой проблемы надежности и масштабируемости [13]. По мере роста сети эти проблемы ухудшаются

производительность. Проблема размещения контроллеров известна с 2012 года. Чтобы уменьшить задержку служебных данных и повысить общую производительность, необходимо размещать оптимальное количество контроллеров на надлежащем расстоянии в сети [15]. В крупномасштабных сетях при разворачивании контроллеров рассматриваются два важных вопроса: сколько контроллеров необходимо в сетях и где эти контроллеры установлены в сетях. Хотя это недетерминированные полиномиально сложные задачи, их необходимо решить для разворачивания нескольких контроллеров [13].

2.5. Протокол связи контроллера

В распределенной среде требуется несколько контроллеров, и они напрямую влияют на QoS сети SDN. В связи с этим требуется эффективный обмен данными между контроллерами. Для связи контроллеров требуется интерфейс «восток-запад», и в сети SDN должен быть разработан стандартный протокол такой связи. В настоящее время глобальная сеть поддерживает протокол пограничного шлюза (BGP – Border Gateway Protocol) для интерфейсов «восток-запад» [12].

2.6. Планирование нескольких контроллеров

QoS может быть лучше за счет использования нескольких контроллеров, но необходимо планировать нагрузку разных контроллеров, чтобы избежать их перегрузки. Главная проблема в этом случае – как быстро уравновесить перегрузку.

3. АНАЛИЗ QOS В РАЗЛИЧНЫХ КОНТРОЛЛЕРАХ SDN

Существует множество открытых, а также доступны коммерческие контроллеры SDN. Различные функции платформ контроллеров подходят для разных приложений. Для примера три контроллера SDN описаны в табл. 2

Помимо QoS в контроллерах, на индекс QoS влияют параметры программирования, включая QoS в протоколе OpenFlow. Каждая новая версия спецификации OpenFlow содержит некоторые функции с незначительными и значительными изменениями по сравнению с предыдущими, поэтому QoS варьируется в разных версиях.

4. ОТ KPI К QOS В СЕТИ 5G/IMT-2020

Сеть пятого поколения (5G/IMT-2020) – это последняя итерация сотовой технологии, разработанная для значительного увеличения скорости и отзывчивости беспроводных сетей. Согласно [19] технологическими целями 5G являются следующие показатели: в 1000 раз больший мобильный трафик, от 10 до 100 раз более высокая скорость передачи для пользователей, от 10 до 100 раз больше пользователей, в 10 раз более длительное время автономной работы при массовых коммуникациях M2M, 5-кратное сокращение E2E (End-to-End) задержки.

Концепция 5G состоит из трех общих услуг:

Таблица 2. Примеры контроллеров SDN

Контроллер	Описание
OpenDaylight	OpenDaylight (ODL) – это открытая модульная платформа для настройки и автоматизации сетей любого размера и масштаба. Проект OpenDaylight возник из движения SDN с четким акцентом на программируемость сети. ODL проекта включает поддержку всех платформ SDN, в т.ч. OpenFlow, Open VSwitch (OVS) Database (OVSDb), NETCONF, SNMP, BGP и приложения (например, DDoS Координатор защиты и виртуализации), дополняя друг друга, составляя полную платформу эталонного контроллера для гетерогенных сетей. Контроллер OpenDaylight предоставляет открытые северные API-интерфейсы, которые используются приложениями. Эти приложения используют контроллер для сбора информации о сети, запускают алгоритмы для проведения аналитики, а затем используют контроллер OpenDaylight для создания новых правил во всей сети. Пакетный кабель MultiMedia (PCMM), представленный в ODL-Lithium, предоставляет интерфейс для управления и поток службы управления для сетевых элементов CMTS. Потоки услуг составляют тракт данных DOCSIS между CMTS и кабельным модемом абонента (CM) с гарантированным качеством обслуживания (QoS), зависящим от приложения, известным как динамическое качество обслуживания (DQoS). PCMM предлагает (MSO) возможность предоставлять новые услуги с использованием существующей кабельной инфраструктуры. Кроме того, OVSDb – еще один «южный» протокол для управления и настройки очередей в коммутаторах и виртуальных коммутаторах. Это еще одно дополнение к модулю резервирования ODL, которое направлено на обеспечение резервирования ресурсов низкого уровня, предоставляющее пользователям возможность подключения к сети, пропускную способность и порты в течение определенного отведенного времени [2, 9, 16]
ONOS	Контроллер ONOS (открытая сетевая операционная система) – это операционная система (OC), разработанная, чтобы помочь поставщикам сетевых услуг создавать программно-определяемые сети операторского уровня, спроектированные для обеспечения высокой масштабируемости, доступности и производительности. Среди поставщиков услуг, участвующих в инициативе ONOS – AT&T, NTT Communications и SK Telecom. Поставщики, вносящие свой вклад в ONOS, включают Cisco, Ericsson, Intel, NEC, Ciena и Huawei. Партнеры ON.Lab и ONOS обнаружили несколько вариантов использования операционной системы. ONOS поддерживает механизм OpenFlow, и, соответственно, существующие коммутаторы редко реализуют ONOS. Таким образом, платформа ONOS обеспечивает ограниченные QoS, поскольку эта реализация поддерживает функциональные возможности OpenFlow set_queue. Для улучшения QoS библиотеки ONOS реализовали функцию Set Queue Instruction, а именно инструкцию верхнего уровня [2, 9, 17]
Floodlight	Floodlight Controller (на основе Java) – это контроллер SDN, созданный открытым сообществом разработчиков, многие из которых представляют Big Switch Networks, который использует протокол OpenFlow для управления потоками трафика в среде программно-определяемых сетей (SDN). Контроллер Floodlight реализует модуль QoS, который обеспечивает такие функции, как удаление потока, вставка потока и некоторые политики для обработки QoS. Эти модули реализованы в OpenFlow версии 1.0. Когда дело доходит до OpenFlow, качество обслуживания находится на начальной стадии. OpenFlow 1.0 модуль пытается дать пользователю возможность просто установить состояние QoS на коммутаторы, поддерживающие эти функции. Эти модули будут нацелены на устранение действий «постановка в очередь» и «установка без очереди». API статического толкателя потока (flow pusher) называет это «установленными битами». Спрес включает способы, с помощью которых можно установить сетевой тип службы для потока, а также поставить пакеты, соответствующие потоку, в определенную очередь на определенном порту. В интерфейсе Floodlight Northbound модуль QueuePusher генерирует сообщения для конфигураций очереди для функций создания, чтения, обновления и удаления для управления открытыми vSwitches [18]

1. eMBB (расширенная мобильная широкополосная связь). Для этого требуется большая емкость, высокая скорость и динамическое распределение полосы пропускания. Хотя высокая скорость помогает загружать и скачивать видео-контент быстрее в гигабайтных размерах, пропускная способность может быть выделена по запросу для видео сверхвысокой четкости (UHD), виртуальной реальности, дополненной реальности и т.д.

2. uRLLC (сверхнадежная связь с малой задержкой). Эти услуги требуют высокой надежности, высокой доступности и малой задержки. Высокая надежность поддерживает критически важные услуги, такие как подключенные роботизированные заводы и удаленная хирургия, в то время как малая задержка делает реальностью услуги, такие как автономные автомобили и дистанционно управляемые дроны.

3. mMTC (массовая связь машинного типа). Этот класс услуг характеризуется высокой пропускной способностью, высокой скоростью и динамическим распределением пропускной способности и лучше всего подходит для услуг Интернета вещей (IoT), таких как умные города, обслуживающих миллиарды «вещей» и «устройств» с плотностью до одного миллиона на квадратный километр [27].

Эти три общие услуги следует рассматривать как базовые характеристики, охватывающие сценарии пользователей 5G. Ключевые показатели эффективности (КПЭ/КРІ), которые с точки зрения конечного пользователя используются в качестве основы для оценки эффективности конкретных сценариев, приведены в табл. 3.

Большинство популярных на сегодняшний день приложений и сценариев использования будут продолжены в рамках 5G, в дальнейшем будут применяться КПЭ/КРІ и QoS.

Ключевые показатели эффективности для технологии 5G показаны на рис. 3 [20]:

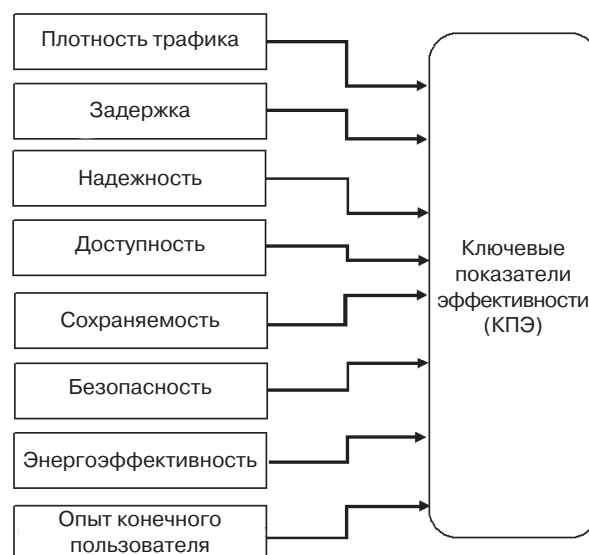


Рис. 3. КПЭ/КРІ для технологии 5G/IMT-2020

Новые технологии, называемые в данной статье «ключевыми инструментами реализации технологий (Key Technology Enablers – KTEs) 5G», играют главную роль в обеспечении QoS в 5G, и одного SDN здесь недостаточно. Чтобы достичь амбициозных значений QoS, необходимо влиять на все технологии KTEs, указанные ниже:

1. Спектр и массивный MIMO (многоканальный вход – многоканальный выход).

Таблица 3. Характеристики производительности 5G, необходимые для каждого сценария использования МСЭ¹

eMBB	uRLLC	mMTC
Пиковая скорость передачи данных: от 10 до 20 Гбит/с; минимальная скорость передачи данных: 100 Мбит/с	Обеспечивает сверхчувствительные соединения	Поддерживает высокую плотность устройств (10^6 на км ²)
Увеличивает пропускную способность в 100 раз	Обеспечивает задержку радиointерфейса менее 1 мс	Поддерживает большие расстояния и низкую скорость передачи данных (1–100 кбит/с)
Поддерживает макро- и маленькие ячейки	Сверхнадежный и доступный с «пятью девятками» (99.999% времени)	Использует преимущества сверхнизкой стоимости M2M
Поддерживает высокую мобильность около 500 км/ч	Обеспечивает скорость передачи данных от низкой до средней (50–10 Мбит/с)	Обеспечивает срок службы батареи до 10 лет для Интернета вещей
Повышает экономию сетевой энергии в 100 раз	Обеспечивает высокую скорость передвижения	Обеспечивает асинхронный доступ

¹ Международный союз электросвязи

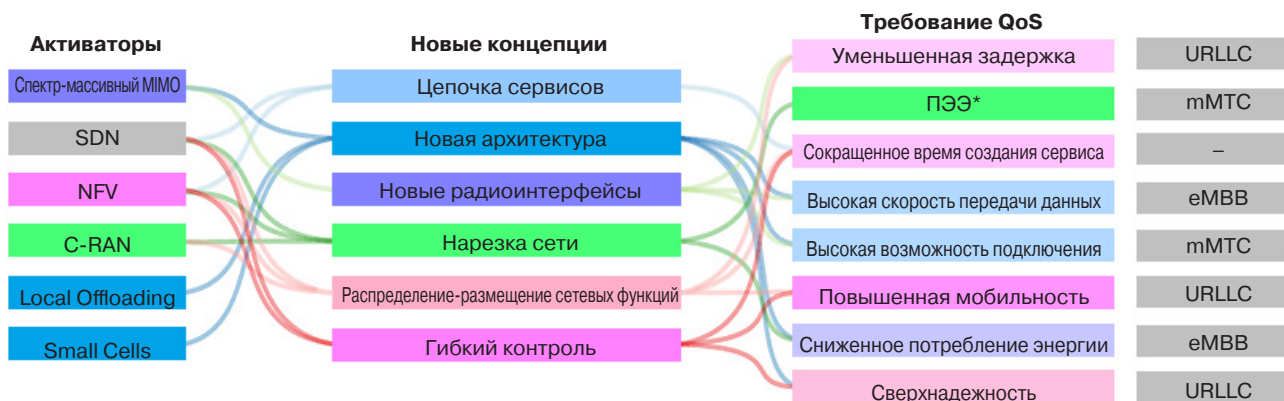


Рис. 4. Новые концепции, средства реализации и требования QoS пятого поколения (5G).

* Повышенная экономическая эффективность

2. Виртуализация сетевых функций (NFV).
3. Централизованный радиодоступ (C-RAN).
4. Локальная разгрузка (Local offloading).
5. Малые соты (Small Cells).
6. Программно-конфигурируемая сеть (SDN).

На рис. 4 показаны факторы, на которые опирается каждая концепция, и удовлетворению которых способствует выполнение требований QoS.

Каждый из инструментов КТЕ¹ создает новую концепцию в 5G, которая напрямую влияет на показатели КПЭ/КРІ и, следовательно, влияет на QoS 5G. К новым концепциям относятся:

1. Цепочка сервисов.
2. Новая архитектура.
3. Новые радиointерфейсы.
4. Нарезка сети.
5. Распределение и размещение сетевых функций.
6. Гибкий контроль.

5. QOS ДЛЯ СЛЕДУЮЩЕГО ПОКОЛЕНИЯ СЕТИ 5G

Технология 5G должна значительно улучшить качество услуг с точки зрения объема сетевых данных и типов услуг. В настоящее время во всем мире предпринимаются огромные усилия по определению новой архитектуры 5G с такими инициативами, как государственно-частное партнерство инфраструктуры 5G (5G-PPP) и проект METIS в Европе [21]; IMT-2020 (5G) в России [22]; 5G Америка в Америке [23]; IMT-2020 (5G) PG3 в Китае [24]; Форум 5G в Корее [25, 26] и Пятый Форум по продвижению мобильной связи поколения (5GMF) в Японии [26]. Обещанные значения параметров QoS 5G указаны в табл. 3 [28].

В табл. 4 показаны параметры QoS по основным движущим принципам технологии 5G.

В рамках проекта METIS определены 12 сценариев использования сетей 5G [19]. В тесте сценария

использования «Офис виртуальной реальности» конечные пользователи должны иметь возможность получить скорость передачи данных не менее 5 Гбит/с в 20% офисных помещений, например, на реальных столах в 99% часов наибольшей нагрузки. Во всех упомянутых выше инициативах задержка между устройствами (D2D) составляет менее 5 мс. Наивысшие требования к доступности и надежности сети 5G составляют 100% и 99.999%, соответственно, для всех инициатив.

Энергопотребление, как видно из таблицы, является важным параметром в технологии 5G. Этот параметр от 10 до 100 раз лучше по сравнению с предыдущим поколением сетей. Еще один параметр, влияющий на качество обслуживания – это соотношение пакетов, потерянных из-за ошибок при приеме пакетов данных IP Packet Error Loss Rate (PELR). Требования к скорости потери пакетов при видеотрансляции в сетях 5G составляет 10^{-9} . Для сервисов M2M качество также будет определяться долей пакетов, потерянных при приеме. Требование к PELR для услуги M2M с гарантированным качеством обслуживания в сетях 5G составляет 10^{-7} . Другим важным параметром, определяющим потребности QoS в сети пятого поколения, является общий бюджет задержки пакетов (PDB), который

Таблица 3. Обещанные значения параметров QoS 5G

Скорость	10 Гбит/с / цель до 20 Гбит/с
Сквозная задержка	1–10 мс
Доступность сети	100% везде
Надежность	Коэффициент ошибок BER: 0.00001 за период в 1 мс
Джиттер	10–100 мкс
Пропускная способность	От 100 кбит/с до нескольких сотен Мбит/с

¹ key technology enablers

Таблица 4. Параметры QoS по основным движущим принципам технологии 5G

QoS	5G-PPP/ METIS	5G Americas	IMT-2020 (5G) PG	5G Forum
Пропускная способность для пользователей	зависит от теста варианта использования ¹	зависит от теста варианта использования	зависит от теста варианта использования	зависит от теста варианта использования
Задержка	5 мс (E2E)	в 5–100 раз лучше	1 мс (E2E)	1 мс (E2E)
Доступность	≈100%	≈100%	≈100%	≈100%
Потребление энергии	в 10 раз лучше	–	в 100 раз лучше	в 1000 раз лучше
Надежность	«пять девяток» 99.999%	высокая	«пять девяток» 99.999%	гипервысокая

¹ От офиса виртуальной реальности, города с плотной застройкой, торгового центра, стадиона и т.д. 5 Гбит/с в нисходящем и восходящем каналах.

формируется на радиоинтерфейсе RAN и рассматривается как максимальная задержка пакета с уровнем управления 98%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Появление и внедрение технологии 5G базируется на значительном улучшении ключевых показателей в мобильных сетях, включая сквозное качество обслуживания QoS. Программно-конфигурируемая сеть SDN – это привлекательная область исследований для сетевых коммуникаций, а также неотъемлемая часть сети 5G. SDN обещает предоставить мощный способ реализации концепции сквозного качества обслуживания QoS в современных сетях связи.

В технологии 5G удовлетворение требований клиентов ставит перед оператором множество новых задач. Надежность и масштабируемость – ключевые проблемы QoS в программируемой сети. В статье проанализирован метод QoS на основе протокола OpenFlow и метод QoS на основе контроллеров с открытым исходным кодом SDN в сети. Исследованы архитектурные проблемы на основе SDN и их влияние на параметры QoS, а также представлен обзор ключевых показателей эффективности в сетях 5G/IMT-2020. Дополнительно проанализированы и другие параметры для улучшения QoS в сети следующего поколения: пропускная способность, задержка, джиттер и потери.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. View on 5G Architecture – 5G-PPP. Version 3.0. URL: https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2019/07/5G-PPP-5G-Architecture-White-Paper_v3.0_PublicConsultation.pdf
2. Keshari S.K., Kansal V., Kumar S. A systematic review of quality of services (QoS) in software defined networking (SDN). *Wireless Personal Communications*. 2021;116(3): 2593–2614. <https://doi.org/10.1007/s11277-020-07812-2>
3. Moravejosharieh A.H., Lloret J. Performance analysis of quality of service in software-defined networking. *Network Protocols and Algorithms*. 2019;10(4):1. <https://doi.org/10.5296/npa.v10i4.14054>
4. Nam Tuan Le, Arif Hossain M., Islam A., Do-yun Kim, Young-June Choi, Yeong Min Jang. Survey of promising technologies for 5G networks. *Mobile Information Systems*. 2016; Article ID 2676589. <https://doi.org/10.1155/2016/2676589>
5. OpenFlow. OpenFlow Switch Specification. Version 1.5.0. 2014. URL: <https://opennetworking.org/wp-content/uploads/2014/10/openflow-switch-v1.5.0.pdf>
6. Fernandez M.P. Comparing openflow controller paradigms scalability: reactive and proactive. In: *Proc. IEEE 27th International Conference on Advanced Information Networking and Applications (AINA)*. 2013, p. 1009–1016. <https://doi.org/10.1109/AINA.2013.113>

REFERENCES

1. View on 5G Architecture – 5G-PPP. Version 3.0. Available from URL: https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2019/07/5G-PPP-5G-Architecture-White-Paper_v3.0_PublicConsultation.pdf
2. Keshari S.K., Kansal V., Kumar S. A systematic review of quality of services (QoS) in software defined networking (SDN). *Wireless Personal Communications*. 2021;116(3):2593–2614. <https://doi.org/10.1007/s11277-020-07812-2>
3. Moravejosharieh A.H., Lloret J. Performance analysis of quality of service in software-defined networking. *Network Protocols and Algorithms*. 2019;10(4):1. <https://doi.org/10.5296/npa.v10i4.14054>
4. Nam Tuan Le, Arif Hossain M., Islam A., Do-yun Kim, Young-June Choi, Yeong Min Jang. Survey of promising technologies for 5G networks. *Mobile Information Systems*. 2016; Article ID 2676589. <https://doi.org/10.1155/2016/2676589>
5. OpenFlow. OpenFlow Switch Specification. Version 1.5.0. 2014. Available from URL: <https://opennetworking.org/wp-content/uploads/2014/10/openflow-switch-v1.5.0.pdf>
6. Fernandez M.P. Comparing openflow controller paradigms scalability: reactive and proactive. In: *Proc.*

7. Masoudi R., Ghaffari A. Software defined networks: A survey. *Journal of Network and Computer Applications*. 2016;67:1–25. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.03.016>
8. McKeown N., Anderson T., Balakrishnan H., Parulkar G., Peterson L., Rexford J., Shenker S., Turner J. OpenFlow: Enabling innovation in campus networks. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*. 2008;38(2):69–74. <https://doi.org/10.1145/1355734.1355746>
9. Karakus M., Durresi A. Quality of service (QoS) in software defined networking (SDN): A survey. *Journal of Network and Computer Applications*. 2017;200–218. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.12.019>
10. Paliwal M., Shrimankar D., Tembhurne O. Controllers in SDN: A review report. *IEEE Access*. 2018;6:36256–36270. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2846236>
11. Salman O., Elhajj I.H., Kayssi A., Chehab A. SDN controllers: A comparative study. In: *2016 18th Mediterranean Electrotechnical Conference (MELECON)*. 2016, p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/MELCON.2016.7495430>
12. Wibowo F.X.A., Gregory M.A., Ahmed K., Gomez K.M. Multi-domain software defined networking: Research status and challenges. *Journal of Network and Computer Applications*. 2017;87:32–45. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2017.03.004>
13. Zhang Y., Cui L., Wang W., Zhang Y. A survey on software defined networking with multiple controllers. *Journal of Network and Computer Applications*. 2018;103:101–118. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2017.11.015>
14. Karakus M., Durresi A. A survey: Control plane scalability issues and approaches in Software-Defined Networking. *Computer Networks*. 2017;112(7):279–293. <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2016.11.017>
15. Singh A.K., Srivastava S. A survey and classification of controller placement problem in SDN. *International Journal of Network Management*. 2018;28(2):e–2018. <https://doi.org/10.1002/nem.2018>
16. OpenDaylight Project. URL: <https://www.opendaylight.org>
17. ONOS Project. URL: <http://onosproject.org>
18. Floodlight Project. URL: <https://floodlight.atlassian.net/wiki/spaces/HOME/overview?mode=global>
19. Scenarios, requirements and KPIs for 5G mobile and wireless system. ICT-317669-METIS/D1.1. May 2013. URL: <https://cordis.europa.eu/docs/projects/cnect/9/317669/080/deliverables/001-METISD11v1pdf.pdf>
20. Banovic-Curguz N., Ilisevic D. Mapping of QoS/QoE in 5G networks. In: *Proc. 2019 42nd International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*. 2019, p. 404–408. <https://doi.org/10.23919/MIPRO.2019.8757034>
21. 5G-PPP. 5G Vision. The 5G infrastructure public private partnership: The next generation of communication networks and services. URL: <https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2015/02/5G-Vision-Brochure-v1.pdf>
22. Концепция создания и развития сетей 5G/IMT-2020 в Российской Федерации (Проект). URL: <https://digital.gov.ru/uploaded/files/kontseptsiya-sozdaniya-i-razvitiya-setej-5g-imt-2020.pdf>
23. 5G Americas. Network slicing for 5G Networks and Services. URL: <https://www.5gamericas.org/network-slicing-for-5g-networks-services/>
7. Masoudi R., Ghaffari A. Software defined networks: A survey. *Journal of Network and Computer Applications*. 2016;67:1–25. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.03.016>
8. McKeown N., Anderson T., Balakrishnan H., Parulkar G., Peterson L., Rexford J., Shenker S., Turner J. OpenFlow: Enabling innovation in campus networks. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*. 2008;38(2):69–74. <https://doi.org/10.1145/1355734.1355746>
9. Karakus M., Durresi A. Quality of service (QoS) in software defined networking (SDN): A survey. *Journal of Network and Computer Applications*. 2017;200–218. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.12.019>
10. Paliwal M., Shrimankar D., Tembhurne O. Controllers in SDN: A Review Report. *IEEE Access*. 2018;6:36256–36270. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2846236>
11. Salman O., Elhajj I.H., Kayssi A., Chehab A. SDN controllers: A comparative study. In: *2016 18th Mediterranean Electrotechnical Conference (MELECON)*. 2016, p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/MELCON.2016.7495430>
12. Wibowo F.X.A., Gregory M.A., Ahmed K., Gomez K.M. Multi-domain software defined networking: Research status and challenges. *Journal of Network and Computer Applications*. 2017;87:32–45. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2017.03.004>
13. Zhang Y., Cui L., Wang W., Zhang Y. A survey on software defined networking with multiple controllers. *Journal of Network and Computer Applications*. 2018;103:101–118. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2017.11.015>
14. Karakus M., Durresi A. A survey: Control plane scalability issues and approaches in Software-Defined Networking. *Computer Networks*. 2017;112(7):279–293. <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2016.11.017>
15. Singh A.K., Srivastava S. A survey and classification of controller placement problem in SDN. *International Journal of Network Management*. 2018;28(2):e–2018. <https://doi.org/10.1002/nem.2018>
16. OpenDaylight Project. Available from URL: <https://www.opendaylight.org>
17. ONOS Project. Available from URL: <http://onosproject.org>
18. Floodlight Project. Available from URL: <https://floodlight.atlassian.net/wiki/spaces/HOME/overview?mode=global>
19. Scenarios, requirements and KPIs for 5G mobile and wireless system. ICT-317669-METIS/D1.1. May 2013. Available from URL: <https://cordis.europa.eu/docs/projects/cnect/9/317669/080/deliverables/001-METISD11v1pdf.pdf>
20. Banovic-Curguz N., Ilisevic D. Mapping of QoS/QoE in 5G networks. In: *Proc. 2019 42nd International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*. 2019, p. 404–408. <https://doi.org/10.23919/MIPRO.2019.8757034>
21. 5G-PPP. 5G Vision. The 5G infrastructure public private partnership: The next generation of communication networks and services. Available from URL: <https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2015/02/5G-Vision-Brochure-v1.pdf>

24. IMT-2020 (5G) Promotion Group and 5G PPP Announce Memorandum of Understanding for 5G. URL: <https://5g-ppp.eu/imt-2020-5g-promotion-group-and-5g-ppp-announce-memorandum-of-understanding-for-5g/>
25. 5G Vision and Requirements of 5Gforum. URL: https://www.itu.int/dms_pub/itu-r/oth/0a/06/R0A0600005F0001PDFE.pdf
26. 5GMF White Paper. 5G Mobile Communications Systems for 2020 and Beyond. URL: https://5gmf.jp/wp/wp-content/uploads/2016/09/5GMF_WP101_All.pdf
27. Mohandas R., Aravindhar D.J. An intelligent dynamic bandwidth allocation method to support quality of service in internet of things. *International Journal of Computing*. 2021;20(2):254–261.
28. Hind S., Najib E.K., Fatima L. Towards QoS enhancement in wireless network through SDN. In: *2019 7th Mediterranean Congress of Telecommunications (CMT)*. 2019, p. 1–5. <https://doi.org/10.1109/CMT.2019.8931396>
22. Concept of creation and development of 5G/IMT-2020 networks in the Russian Federation. (in Russ.). Available from URL: <https://digital.gov.ru/uploaded/files/kontsepsiya-sozdaniya-i-razvitiya-setej-5g-imt-2020.pdf>
23. 5G Americas. Network Slicing for 5G Networks and Services. Available from URL: <https://www.5gamericas.org/network-slicing-for-5g-networks-services/>
24. IMT-2020 (5G) Promotion Group and 5G PPP Announce Memorandum of Understanding for 5G. Available from URL: <https://5g-ppp.eu/imt-2020-5g-promotion-group-and-5g-ppp-announce-memorandum-of-understanding-for-5g/>
25. 5G Vision and Requirements of 5Gforum. Available from URL: https://www.itu.int/dms_pub/itu-r/oth/0a/06/R0A0600005F0001PDFE.pdf
26. 5GMF White Paper. 5G Mobile Communications Systems for 2020 and Beyond. Available from URL: https://5gmf.jp/wp/wp-content/uploads/2016/09/5GMF_WP101_All.pdf
27. Mohandas R., Aravindhar D.J. An intelligent dynamic bandwidth allocation method to support quality of service in internet of things. *International Journal of Computing*. 2021;20(2):254–261.
28. Hind S., Najib E.K., Fatima L. Towards QoS enhancement in wireless network through SDN. In: *2019 7th Mediterranean Congress of Telecommunications (CMT)*. 2019, p. 1–5. <https://doi.org/10.1109/CMT.2019.8931396>

Об авторе

Данешманд Бехруз Мехди, аспирант, факультет инфокоммуникационных технологий Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики (197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр-т, д. 49, лит. А). E-mail: daneshmandbehrooz@gmail.com.

About the author

Behrooz Daneshmand, Postgraduate Student, Faculty of Infocommunication Technologies, ITMO University (49–A, Kronverkskii pr., St. Petersburg, 197101 Russia). E-mail: daneshmandbehrooz@gmail.com.

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

Modern radio engineering and telecommunication systems

УДК 004.4:004.7

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-26-35>

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Оценка параметров надежности комплекса оборудования станции эфирного телевидения DVB-T2 с регионализацией контента

С.В. Сай^{1, @}, Н.Ю. Сорокин¹, О.В. Тиссен²¹ Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, 680000 Россия² Российская телевизионная и радиовещательная сеть, Хабаровск, 680000 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: 000493@pnu.edu.ru

Резюме. Модификация контента, предоставляемого абонентам эфирного цифрового телевизионного сигнала, необходима для обеспечения технической возможности организации врезок сигналов местного назначения, таких как телепрограммы региональных вещателей или информация территориальных органов ГОЧС. Вещательные мультиплексы федеральных телепрограмм рассчитаны на использование в рамках соответствующей временной зоны (А, Б, В, Г, М). В каждой временной зоне находится целый ряд регионов, в каждом из которых существуют местные телерадиокомпании, выпускающие контент локального характера, который необходимо доставить до абонентов целого субъекта. Задачу врезки/модификации контента на каждой удаленной передающей станции выполняет инсертер или устройство вставки локального контента (ETSI TS 102773). В статье проведен расчет параметров надежности восстанавливаемой системы организации эфирного телевидения на удаленной станции с учетом модификации контента. Представлены таблицы и графы состояний системы вещания, на основании которых составлены системы дифференциальных уравнений А.Н. Колмогорова. Установлено, что дополнительное резервирование, организованное путем подключения выходного потока с приемника RX1 непосредственно на передающее устройство, позволяет в 2.5 раза повысить среднее время наработки между отказами, а также повысить значение коэффициента готовности на 5.26%. Все расчеты выполнены с использованием программного комплекса *SimInTech*. Рассмотрено влияние автоматического резервирования оборудования врезки контента и передатчика на возникновение ошибок в потоке, влияющих на качество выходного сигнала. Определена взаимосвязь коэффициента готовности и составляющих параметра Quality of Service – SAE, SDE и SIE.

Ключевые слова: регионализация контента, T2-MI поток, мультиплекс, Quality of service, эфирное телевидение, резервирование, надежность

• Поступила: 18.03.2021 • Доработана: 12.04.2021 • Принята к опубликованию: 12.07.2021

Для цитирования: Сай С.В., Сорокин Н.Ю., Тиссен О.В. Оценка параметров надежности комплекса оборудования станции эфирного телевидения DVB-T2 с регионализацией контента. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):26–35. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-26-35>

Прозрачность финансовой деятельности: Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Assessment reliability parameters of the DVB-T2 broadcasting station's equipment with local content insertion

Sergey V. Sai ^{1,*}, Nikolay Yu. Sorokin ¹, Olga V. Tissen ²

¹ Pacific National University, Khabarovsk, 680000 Russia

² Russian television and radio broadcasting network, Khabarovsk, 680000 Russia

* Corresponding author, e-mail: 000493@pnu.edu.ru

Abstract. Local content modification provided to subscribers of the terrestrial digital television signal is necessary to provide the technical possibility of organizing inserts of local content signals, such as TV programs of regional broadcasters, as well as information on emergency situations. Broadcast multiplexes of federal TV programs are designed for use within the corresponding time zone (A, B, C, D, M). In each time zone, there are a number of regions, in each of which there are local TV and radio companies that produce local content that must be delivered to the subscribers of the whole subject. The task of embedding/modifying content at each remote transmitting station is performed by an inserter or local content insertion device (ETSI TS 102773). The reliability parameters of the restorable system for organizing terrestrial television broadcasting at a remote station with the content modification were calculated in this article. Tables and a graph of the broadcasting system states are presented, on the basis of which, systems of Kolmogorov differential equations are compiled. It was found that additional redundancy organized by connecting the output stream from the RX1 receiver directly to the transmitting device allows for a 2.5-fold increase in the average operating time between failures, as well as an increase in the availability factor by 5.26 percent. All calculations were performed using the SimInTech software package. The influence of automatic redundancy of the local content inserter and the transmitter on the occurrence of errors in the stream that affect the quality of the output signal is considered. The relationship between the availability factor and the components of the quality of service parameter – SAE, SDE and SIE is determined.

Keywords: local content insertion, T2-MI stream, multiplex, Quality of service, terrestrial television broadcasting, redundancy, reliability

• Submitted: 18.03.2021 • Revised: 12.04.2021 • Accepted: 12.07.2021

For citation: Sai S.V., Sorokin N.Yu., Tissen O.V. Assessment reliability parameters of the DVB-T2 broadcasting station's equipment with local content insertion. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):26–35 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-26-35>

Financial disclosure: The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

GLOSSARY:

DVB-T2 – Digital Video Broadcasting – Terrestrial 2

T2-MI – T2 Modulator Interface

PLP – Physical Layer Pipes

QoS – Quality of Service

QoE – Quality of Experience

SAE – Service Availability Error

SDE – Service Degradation Error

SIE – Service Impairment Error

ВВЕДЕНИЕ

Регионализация контента на эфирных телевизионных передающих станциях, вещающих в стандарте DVB-T2, возможна с помощью устройства врезки локального контента, отвечающего требованиям спецификации ETSI TS 102773. Наиболее популярные модели устройств врезки производятся компаниями Ensys Technologies (Франция, модель TxEdge T2), ООО «НПП Триада-ТВ» (РФ, модель TTV-PLPSW-0401) и Nevion (Норвегия, модель CP330

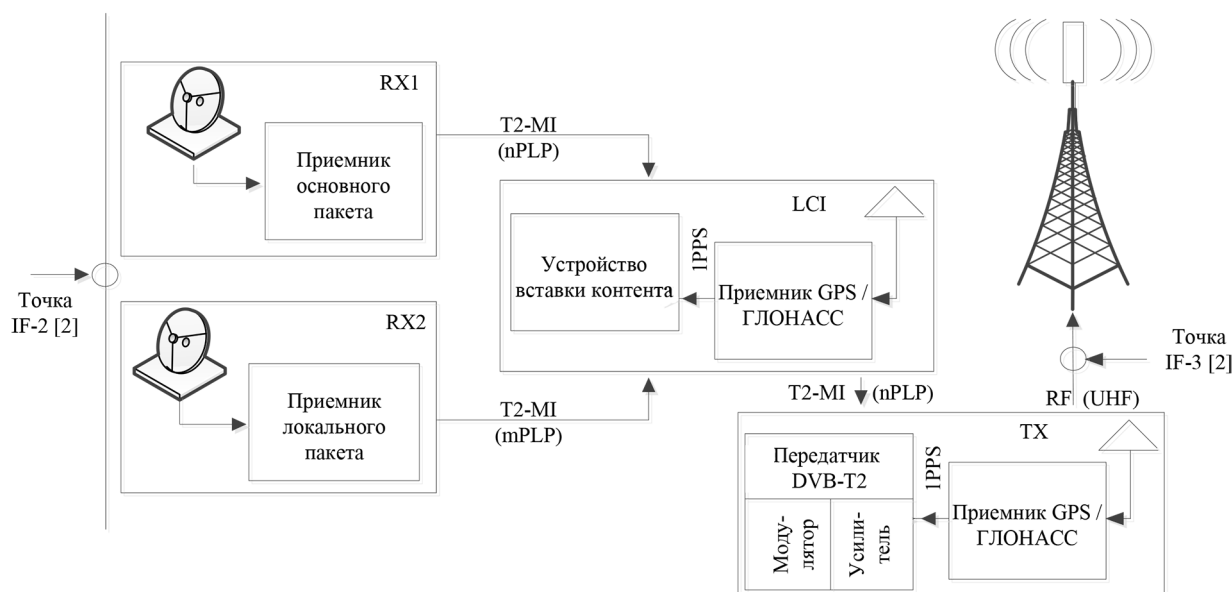


Рис. 1. Схема организации вещания на типовой передающей станции

T2-Bridge). Замена части основного потока T2-MI, содержащего сервисы пакета мультимедиа, на локальный контент осуществляется путем замены каналов физического уровня – PLP. Ввод в эксплуатацию системы врезки подразумевает установку дополнительного оборудования для приема локального пакета программ, что сказывается на параметрах надежности системы вещания на станции, а также на показателях качества предоставляемых услуг Quality of Service.

Согласно ГОСТ Р 58912-2020 [1] «параметры сквозной передачи цифрового телевизионного сигнала на объекте вещания используются для оценки искажений телевизионного сигнала, передаваемого от точки приема сигнала на объектах цифрового вещания до выхода на передатчики наземного эфирного цифрового телевизионного вещания. Параметры характеризуют качество сквозной передачи телевизионного сигнала на двух уровнях:

- на уровне качества восприятия изображения и звука QoE;
- на уровне качества обслуживания QoS».

Параметры надежности оцениваются в точке IF-3 (рис. 7.1 главы 7 руководства по организации сетей цифрового телевизионного вещания [2]). В течение всей работы рассматривается участок системы вещания в границах точек IF-2 и IF-3 [2], аппаратная реализация которого выполняется на территориально удаленной типовой передающей станции. Поскольку в работе рассматривается передающая часть типовой станции, то целесообразно основываться на параметре объективной оценки качества QoS, так как приемный абонентский тракт в данной статье не подлежит оценке.

В связи с важностью обоих параметров – как субъективного QoE, так и объективного – QoS, целью настоящей работы является расчет коэффициента

готовности и параметров надежности системы вещания, а также определение взаимосвязи коэффициента готовности и объективного параметра оценки QoS, расчет которого может быть проведен с использованием аппаратных средств анализа и контроля цифрового информационного потока.

1. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ЭФИРНОГО ТЕЛЕВЕЩАНИЯ

Схема организации вещания с устройством регионализации контента в обобщенном виде представлена на рис. 1.

Для расчета надежности данная схема может быть представлена в виде двух элементов, соединенных параллельно (оборудование приема основного RX1 и локального RX2 потоков), и двух элементов, соединенных последовательно (устройство врезки контента LCI – Local content inserter и передатчик DVB-T2 TX – Transmitter).

Схема для расчета надежности представлена на рис. 2. При практической эксплуатации системы вещания с модификацией контента источник локального (модифицирующего) потока T2-MI обычно не является полностью взаимозамещающим источником основного.

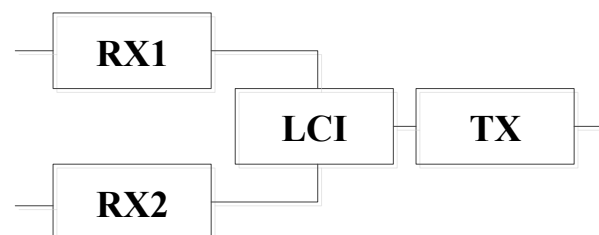


Рис. 2. Схема для расчета надежности

Поэтому далее проведен расчет именно для случая, когда система является работоспособной, если функционируют либо оба источника (т.е. осуществляется врезка), либо только основной источник (при этом врезка не осуществляется, а в эфир излучается сигнал основного пакета T2-MI [3]). Если основным источником выходит из строя, то региональный в данном случае его не заменяет [4].

Коэффициентный метод расчета параметров надежности нецелесообразно использовать для определения готовности системы вещания, поскольку под элементом системы рассматривается единица оборудования, т.е. реализация аппаратно-программного комплекса в виде единого блока, при этом отсутствуют исходные данные относительно коэффициентов условий и нагрузки, базовых интенсивностей отказов и восстановления на рассматриваемое современное оборудование. Также, исходя из анализа документации на рассматриваемое оборудование [5–7], отсутствуют данные о среднем времени наработки на отказ или других параметров надежности, которые позволили бы вычислить коэффициент готовности системы. В связи с этим в работе будет использоваться динамический метод моделирования с использованием системы дифференциальных уравнений А.Н. Колмогорова [8].

Условия расчета параметров надежности для схемы, приведенной на рис. 2:

1. система вещания является восстанавливаемой, т.е. отказавший элемент подлежит ремонту и дальнейшему использованию;
2. два и более элементов не могут отказать одновременно [8];
3. одновременно может восстанавливаться только один элемент [8];
4. блоки RX1 и RX2 не являются взаимозаменяемыми, при этом система является работоспособной, если функционирует либо RX1, либо и RX1 и RX2, причем необходимо учитывать, что в эфир может излучаться различный контент. Система является неработоспособной, если неисправен либо RX1, либо и RX1 и RX2; если же данные блоки одновременно работоспособны, то осуществляется врезка;
5. объект, который не работает в данный момент, не может перейти в состояние отказа;
6. неработоспособное состояние системы означает отсутствие излучения сигнала в эфир, но поскольку рассматривается удаленная необслуживаемая передающая станция, то оборудование, предшествующее отказавшему блоку, остается работоспособным, а, значит, также может выйти из строя, несмотря на общее нерабочее состояние системы.

Отказ оборудования характеризуется следующими состояниями [9]:

- для блоков RX1 и RX2: влияние помех на качество приема и передачи по каналу доставки; авария на транзитном участке; авария на стороне формирования информационного потока; сбой аппаратно-программного обеспечения приемника; ошибки в сигнале, в результате которых приемник не транслирует корректно выходной сигнал;
- для блока LCI: сбой аппаратно-программного обеспечения устройства; ошибка врезки; ошибки во входном сигнале, препятствующие замещению; проблемы с синхронизацией оборудования;
- для блока TX: сбой аппаратно-программного обеспечения; ошибки в сигнале, препятствующие излучению в эфир; проблемы с синхронизацией оборудования; несоответствие диапазона задержки T2-MI.

Перечисленные факторы учитываются при определении практических величин интенсивностей отказов и восстановления на конкретное оборудование в отдельности, вычисленных на основании документации по эксплуатации оборудования аналогично методике, предложенной в [9]. Численные значения интенсивностей отказов и восстановления составля-

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.00054; \lambda_3 = 0.00226; \lambda_4 = 0.00101;$$

$$m_1 = m_2 = 0.082; m_3 = 0.038; m_4 = 0.038.$$

Интенсивности отказа λ_1 и восстановления m_1 относятся к элементу RX1; λ_2 и m_2 – к элементу RX2; λ_3 и m_3 – к LCI и λ_4 и m_4 – к TX, соответственно. Факторы, влияющие на надежность и работоспособность телекоммуникационной аппаратуры, также приведены в [10–12].

В табл. 1 представлены возможные состояния системы вещания, схема которой приведена на рис. 2. Из табл. 1 видно, что в случае невзаимозаменяемых источников сигнала RX1 и RX2 система имеет всего два работоспособных состояния. По материалам таблицы составлен граф переходов состояний системы, представленный на рис. 3.

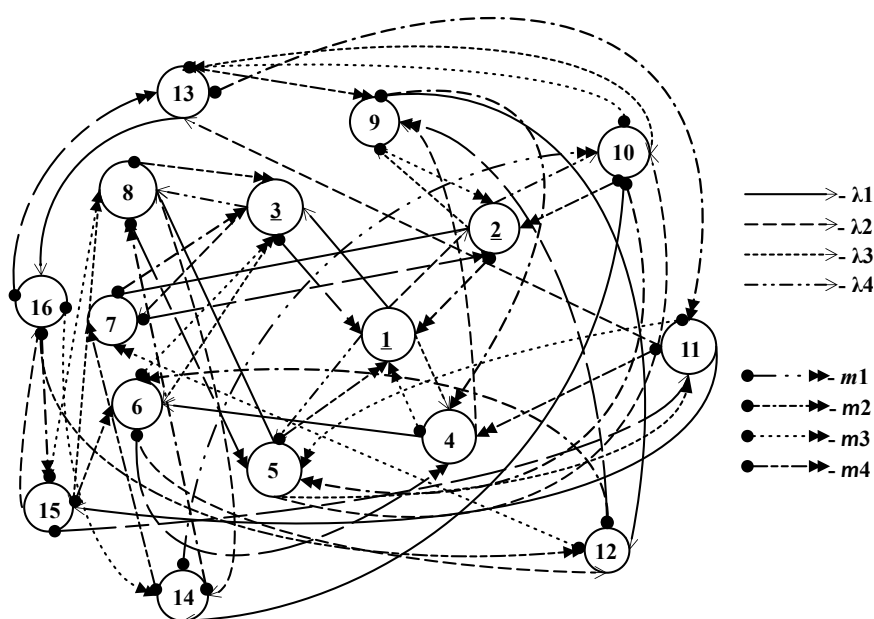
Ребра, соединяющие состояния системы, характеризуют интенсивности отказов и восстановления объектов системы при переходе из одного состояния в другое.

Для полученного графа определена система дифференциальных уравнений А.Н. Колмогорова в общем виде:

$$\frac{d}{dt} p_i(t) = \left(\sum_{j,k} p_j(t) m_k + \sum_{j,k} p_j(t) \lambda_k \right) - p_i(t) \left(\sum_k m_k + \sum_k \lambda_k \right), \quad (1)$$

Таблица 1. Состояния системы при невзаимозаменяемых источниках

№	Система	RX1	RX2	LCI	TX
1	Работает	Работает	Работает	Работает	Работает
2	Работает	Работает	Отказ	Работает	Работает
3	Восстановление	Отказ	Работает	Не работает	Не работает
4	Восстановление	Работает	Работает	Отказ	Не работает
5	Восстановление	Работает	Работает	Работает	Отказ
6	Восстановление	Отказ	Работает	Отказ	Не работает
7	Восстановление	Отказ	Отказ	Не работает	Не работает
8	Восстановление	Отказ	Работает	Не работает	Отказ
9	Восстановление	Работает	Отказ	Отказ	Не работает
10	Восстановление	Работает	Отказ	Работает	Отказ
11	Восстановление	Работает	Работает	Отказ	Отказ
12	Восстановление	Отказ	Отказ	Отказ	Не работает
13	Восстановление	Работает	Отказ	Отказ	Отказ
14	Восстановление	Отказ	Отказ	Не работает	Отказ
15	Восстановление	Отказ	Работает	Отказ	Отказ
16	Восстановление	Отказ	Отказ	Отказ	Отказ

**Рис. 3.** Граф переходов состояний системы вещания
(подчеркнутая нумерация состояния соответствует работоспособности системы)

где $p_i(t)$ – значения вероятностей состояния системы; $i \in [1, 2 \dots 16]$ – номера состояний в соответствии с табл. 1 и с вершинами графа (рис. 3). В (1) первое слагаемое описывает входящие ребра в вершину с номером i , а второе слагаемое – исходящие ребра. Например, для состояния с номером 3 получим следующее уравнение:

$$\frac{d}{dx} p_3(t) = (\lambda_1 p_1(t) + m_3 p_6(t) + m_2 p_7(t) + m_4 p_8(t)) - p_3(t)(\lambda_2 + m_1),$$

аналогично получены остальные 16 уравнений.

Коэффициент готовности будет определяться как:

$$K_{Г1}(t) = \sum_{i \in E^+} p_i(t) = p_1(t) + p_2(t).$$

Коэффициент простоя:

$$K_{П1}(t) = \sum_{i \in E^-} p_i(t) = p_3(t) + p_4(t) + p_5(t) + p_6(t) + p_7(t) + p_8(t) + p_9(t) + p_{10}(t) + p_{11}(t) + p_{12}(t) + p_{13}(t) + p_{14}(t) + p_{15}(t) + p_{16}(t).$$

Поток отказов вычисляется как сумма произведений интенсивностей отказа и вероятности состояний при переходе системы из работоспособного состояния в неработоспособное [8]:

$$w_1 = \lambda_3 p_1 + \lambda_4 p_1 + \lambda_4 p_2 + \lambda_3 p_2 + \lambda_1 p_2 + \lambda_1 p_1.$$

Поток восстановления определится как сумма произведений интенсивностей восстановления и вероятности состояний при переходе системы из неработоспособного состояния в работоспособное [8]:

$$q_1 = m_4 p_5 + m_3 p_4 + m_4 p_{10} + m_1 p_7 + m_1 p_3 + m_3 p_9.$$

В результате расчета в программе *SimInTech* [13] значение коэффициента готовности в установившемся режиме составило 0.9144, а коэффициента простоя – 0.086. Стационарные значения потоков отказов и восстановления равны 0.0035, т. е. $w_1 = q_1 = 0.0035$.

Среднее время наработки между отказами в условных единицах составит [8]:

$$T_1 = K_{Г1} / w_1 = 0.9144 / 0.0035 = 261.26 \text{ ед.},$$

а среднее время восстановления [8]:

$$T_1^2 = K_{П1} / q_1 = 0.086 / 0.0035 = 24.57 \text{ ед.}$$

Согласно ГОСТ Р 58020-2017 интегральный коэффициент готовности сети подачи программ наземного эфирного цифрового телевидения (с выхода федеральной телерадиокомпании и до границы зоны обслуживания с нормируемыми параметрами) должен быть не менее 0.9985 для вещательных зон А и Б. Такая величина подразумевает лишь расчет на основании параметров надежности конкретных изделий/оборудования, на которое производитель дает либо величину коэффициента готовности, либо времени наработки на отказ. Данные параметры закладываются производителем и обосновываются только стабильностью работы программного обеспечения конкретного устройства, качеством аппаратной части, возможностью работы при различных температурах окружающей среды и т.д., то есть тем, как долго может проработать данное

устройство при прочих идеальных внешних условиях, выполняя свои функции.

При этом важно отметить, что в статье рассматривается надежность оборудования на типовой необслуживаемой удаленной эфирной передающей станции, а не всей сети в целом, поэтому значения коэффициентов готовности отличаются от приведенных в ГОСТ. Согласно [14] «требования к K_2 наиболее массовых элементов сети (например, необслуживаемых радиопередающих телевизионных станций с передатчиками малой мощности) могут быть меньшими в связи с тем, что они обслуживают отдельные небольшие населенные пункты».

2. НАДЕЖНОСТЬ СХЕМЫ ВЕЩАНИЯ ПРИ НЕВЗАИМОЗАМЕНЯЕМЫХ ИСТОЧНИКАХ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

Если схему на рис. 2 дополнить подключением выхода источника основного потока к входу передающего устройства в обход системы модификации, то количество работоспособных состояний системы, безусловно, увеличится.

Схема соединения с резервированием представлена на рис. 4.

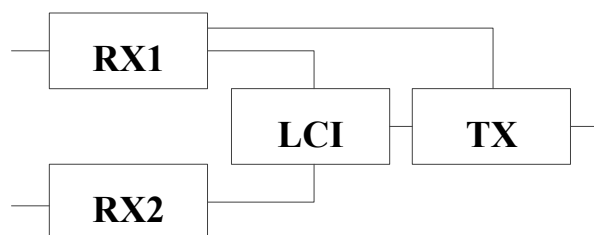


Рис. 4. Схема для расчета надежности с дополнительным резервированием

В случае отказа блока врезки сигнал от RX1 передается напрямую на TX, в эфир излучается также немодифицированный сигнал, однако в случае работы передающей станции в одночастотном режиме может возникнуть разница временных задержек между сигналом, не прошедшим блок LCI на рассматриваемой станции, и сигналом, прошедшим блок LCI на соседней станции одночастотной зоны. Это необходимо учитывать при практической эксплуатации сети вещания, как и то, что излучение в эфир немодифицированного сигнала также является нештатным режимом работы.

В табл. 2 представлены состояния системы, из которой следует, что работоспособных состояний системы в целом при данных условиях стало больше, чем в табл. 1. Граф переходов состояний системы строится аналогично графу для системы без резервирования, поэтому в целях экономии объема работы не представлен.

Таблица 2. Состояния системы вещания с дополнительным резервированием

№	Система	RX1	RX2	LCI	TX
1	Работает	Работает	Работает	Работает	Работает
2	Работает	Работает	Отказ	Работает	Работает
3	Восстановление	Отказ	Работает	Не работает	Не работает
4	Работает	Работает	Работает	Отказ	Работает
5	Восстановление	Работает	Работает	Работает	Отказ
6	Восстановление	Отказ	Работает	Отказ	Не работает
7	Восстановление	Отказ	Отказ	Не работает	Не работает
8	Восстановление	Отказ	Работает	Не работает	Отказ
9	Работает	Работает	Отказ	Отказ	Работает
10	Восстановление	Работает	Отказ	Работает	Отказ
11	Восстановление	Работает	Работает	Отказ	Отказ
12	Восстановление	Отказ	Отказ	Отказ	Не работает
13	Восстановление	Работает	Отказ	Отказ	Отказ
14	Восстановление	Отказ	Отказ	Не работает	Отказ
15	Восстановление	Отказ	Работает	Отказ	Отказ
16	Восстановление	Отказ	Отказ	Отказ	Отказ

Система дифференциальных уравнений по данным табл. 2 составляется также по формуле (1).

Коэффициент готовности определится как:

$$K_{Г2}(t) = \sum_{i \in E^+} p_i(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_4(t) + p_9(t),$$

а коэффициент простоя:

$$K_{П2}(t) = \sum_{i \in E^-} p_i(t) = p_3(t) + p_5(t) + p_6(t) + p_7(t) + p_8(t) + p_9(t) + p_{10}(t) + p_{11}(t) + p_{12}(t) + p_{13}(t) + p_{14}(t) + p_{15}(t) + p_{16}(t).$$

Поток отказов определится как:

$$w_2 = \lambda_4 p_1 + \lambda_4 p_2 + \lambda_1 p_1 + \lambda_4 p_4 + \lambda_1 p_4 + \lambda_1 p_9 + \lambda_4 p_9 + \lambda_1 p_2,$$

а поток восстановления:

$$q_2 = m_4 p_5 + m_4 p_{10} + m_1 p_7 + m_1 p_3 + m_1 p_6 + m_4 p_{11} + m_1 p_{12} + m_4 p_{13}.$$

В установившемся режиме коэффициент готовности, рассчитанный в среде *SimInTech*, для данной схемы вещания составил 0.967, стационарное значение потока отказов, а также потока восстановления

составило 0.0015, т.е. при $t \rightarrow \infty$, $w_2 = q_2 = 0.0015$. Расчетный коэффициент простоя в установившемся режиме равен 0.032.

Среднее время наработки между отказами в условных единицах равно:

$$T_2 = K_{Г2} / w_2 = 0.967 / 0.0015 = 644.67 \text{ ед.},$$

а среднее время восстановления:

$$T_2^B = K_{П2} / q_2 = 0.032 / 0.0015 = 21.33 \text{ ед.}$$

В результате исследований получены следующие выводы.

Коэффициент готовности системы вещания на типовой передающей станции с модификацией контента при использовании прямого нештатного резервирования на 5.26% выше, чем для аналогичной схемы без резервирования.

Перевод на физическое время показывает, что резервирование позволяет сократить время простоя оборудования на 19 суток 4 часа 47 минут в год.

При практически одинаковом времени восстановления оборудования, среднее время наработки между отказами системы с резервированием в 2.5 раза выше относительно системы без резервирования, что соответствует более длительному

интервалу работоспособности всего комплекса оборудования типовой станции вещания.

Следует отметить, что рассчитанные коэффициенты готовности комплекса оборудования удаленной передающей станции являются практическими, а не нормативными и определены для худшего случая с учетом влияния возможных внешних факторов. В данной работе вероятность того, что за рассматриваемый период с оборудованием произойдут все предполагаемые неисправности, принята за единицу (рассматривается худший случай), однако на практике данная вероятность будет значительно ниже.

3. СВЯЗЬ КОЭФФИЦИЕНТА ГОТОВНОСТИ И СОСТАВЛЯЮЩИХ QoS

Согласно руководству по измерениям в системах цифрового наземного телевидения [15], разработанному Международным союзом электросвязи, QoS характеризуется тремя основными параметрами:

- ошибкой доступности сервиса – Service Availability Error (SAE);
- ошибкой разрушения сервиса – Service Degradation Error (SDE);
- ошибкой повреждения сервиса – Service Impairments Error (SIE).

Численные значения этих параметров определяются на основании анализа информационного потока на наличие определенных ошибок первого, второго либо третьего приоритета согласно ETSI TS 101290. На основании формул для вычисления параметров, приведенных в [15], можно полагать, что в установившемся режиме $SAE \rightarrow 0$, $SDE \rightarrow 0$, $SIE \rightarrow 0$. Для рассматриваемого случая с дополнительным резервированием установившийся режим определяется при $t \in [225; \infty)$.

Соответственно, качество сервиса также может оцениваться только в установившемся режиме. Рассматриваемая схема организации вещания с дополнительным резервированием имеет две точки автоматического восстановления цифрового потока:

- резервирование в блоке врезки контента LCI при переходе системы из состояния 1 в состояние 2, а также из состояния 5 в состояние 10 и обратно;
- резервирование в блоке передающего устройства TX при переходе системы из состояния 1 в состояние 4, а также из состояния 2 в состояние 9 и обратно.

Автоматическое резервирование для TX подразумевает переключение от основного источника цифрового информационного потока (устройство врезки контента LCI) на резервный (приемник федерального сигнала RX1) при возникновении некоторого заданного количества ошибок в потоке либо

полного отсутствия пакетов в течение устанавливаемого времени. Автоматическое резервирование для устройства вставки LCI подразумевает переход от режима врезки, когда используются оба потока от RX1 и RX2, к трансляции на выход только основной версии T2-MI от RX1 при возникновении ошибок в локальном цифровом потоке. Обратное переключение возможно при восстановлении основного источника и наличии заданного количества корректных пакетов. Отсутствие пакетов основного потока либо ошибки в течение времени ожидания при переходе на резерв ведут к снижению QoS, в частности по параметрам SAE и SDE (TS_sync_loss, PAT_error, PMT_error, PCR_error). В зависимости от условий переключения на резерв снижение QoS по этим параметрам вызывает кратковременное отсутствие изображения на экране абонентского приемника, пикселизацию картинки, характерное разбиение изображения на блоки. Также при резервировании может произойти замена контента в сервисе, подлежащем модификации по основной схеме. Обратное переключение на основной источник менее проблематично, поскольку происходит при отсутствии ошибок, но также может вызвать снижение QoS в частности по параметру SIE (Continuity_count_error, Transport_error), что при единичном возникновении может произойти незаметно для субъективного восприятия абонента, кроме замены содержания модифицируемого канала. Моменты автоматического резервирования для рассматриваемой системы относятся к переходному режиму и ограничиваются интервалом времени $t \in (0; 225)$, поэтому с помощью коэффициента готовности напрямую характеризуется процент времени предоставления абоненту сигнала заданного качества, т.е. с соответствующим QoS за избранный временной период.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате расчетов параметров надежности системы регионализации контента на типовой эфирной передающей станции DVB-T2 с помощью системы уравнений А.Н. Колмогорова было определено, что при практически одинаковом времени восстановления оборудования с дополнительным резервированием и без него среднее время наработки между отказами системы с резервированием в 2.5 раза выше по сравнению с системой без резервирования, что соответствует более длительному интервалу работоспособности всего комплекса типовой станции ТВ вещания, а также меньшему влиянию на параметр оценки качества – QoS. Кроме того, снижение QoS обусловлено переключением оборудования на резервные источники при организации автоматического резервирования в связи с отсутствием пакетов

T2-MI потока в течении времени ожидания, а также при обратном переключении на штатную схему работы в случае восстановления основного источника сигнала.

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Телевидение вещательное цифровое. Система эфирного наземного цифрового телевизионного вещания второго поколения DVB-T2. ГОСТ Р 58912-2020. М.: Стандартинформ; 2020. 73 с.
2. *Handbook on Digital Terrestrial Television Broadcasting Networks and Systems Implementation.* (Eds.). Dosch Ch., Hemingway D., Sami W. Switzerland: ITU-R; 2016. 318 p. URL: https://www.itu.int/dms_pub/itu-r/oth/0a/07/R0A0700003B0001PDFE.PDF
3. ETSI TS 102773 V1.4.1 (2016-03) DVB. Modulator Interface (T2-MI) for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). France, 2016. URL: https://www.etsi.org/deliver/etsi_ts/102700_102799/102773/01.04.01_60/ts_102773v010401p.pdf
4. Кухарская О.В., Савин Е.З. Физические особенности замещения информационного контента в цифровом потоке для DVB-T2. *Успехи современной радиоэлектроники.* 2017;6:55–63.
5. *Устройство вставки локального контента TTV-PLPSW-0401. Руководство по эксплуатации.* Новосибирск: НПП Триада-ТВ; 2017. URL: https://triadatv.ru/upload/iblock/d08/ip_mi_kommutator_ukovodstvo.pdf
6. CP330 T2-Bridge PLP Replacer User's Manual. Norway: Nevion; 2015. URL: <https://techex.co.uk/pdf/t-vips/cp330.pdf>
7. TxEdge T2 DVB-T2 Local adapter. France: Enensys Technologies, 2019. URL: <https://www.enensys.com/wp-content/uploads/2017/04/TxEdgeT2-datasheet-A.pdf>
8. Холодных П.В. *Надежность информационно-управляющих систем: методическое пособие.* СПб: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; 2015. 49 с. URL: http://saiu.icc.spbstu.ru/media/files/staff/Kholodnykh/metod_reliability4.pdf
9. Тиссен О.В., Ливашвили А.И. Методика расчета параметров надежности системы цифрового телевидения стандарта DVB-T2 на типовой передающей станции. *Радиотехника и электроника.* 2020;65(7):695–704. <https://doi.org/10.31857/S003384942007013X>
10. Боровиков С.М., Цырьчук И.Н., Троян Ф.Д. *Расчет показателей надежности радиоэлектронных средств.* Минск: БГУИР; 2010. 71 с. URL: https://www.bsuir.by/m/12_108786_1_72356.pdf
11. Постников И.Н. Расчет характеристик надежности телекоммуникационной системы. В сб.: *Перспективы развития информационных технологий. Телекоммуникационные системы и компьютерные сети.* 2013. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/raschet-harakteristik-nadezhnosti-telekommunikatsionnoy-sistemy/viewer>
12. Громов Ю.Ю., Иванова О.Г., Мосягина Н.Г., Набатов К.А. *Надежность информационных систем.* Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ; 2010. 88 с. URL: <https://tstu.ru/book/elib/pdf/2010/gromov.pdf>

REFERENCES

1. *Televidenie veshchatel'noe tsifrovoe. Sistema efnogo nazemnogo tsifrovogo televizionnogo veshchaniya vtorogo pokoleniya DVB-T2. GOST R 58912-2020.* (Digital video broadcasting. Second generation of digital terrestrial television broadcasting system DVB-T2. GOST R 58912-2020). Moscow: Standartinform; 2020. 73 p. (in Russ.).
2. *Handbook on Digital Terrestrial Television Broadcasting Networks and Systems Implementation.* (Eds.). Dosch Ch., Hemingway D., Sami W. Switzerland: ITU-R; 2016. 318 p. Available from URL: https://www.itu.int/dms_pub/itu-r/oth/0a/07/R0A0700003B0001PDFE.PDF
3. ETSI TS 102773 V1.4.1 (2016-03) DVB. Modulator Interface (T2-MI) for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). France: 2016. Available from URL: http://www.etsi.org/deliver/etsi_ts/102700_102799/102773/01.04.01_60/ts_102773v010401p.pdf
4. Kukharskaya O.V., Savin E.Z. Physical features of replacement of information contents in the digital stream for DVB-T2. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki = Achievements of Modern Radioelectronics.* 2017;6:55–63 (in Russ.).
5. *Ustroistvo vstavki lokal'nogo kontenta TTV-PLPSW-0401. Rukovodstvo po ekspluatatsii (Local content inserter TTV-PLPSW-0401: user manual).* Novosibirsk: NPP Triada-TV; 2017. (in Russ.). Available from URL: https://triadatv.ru/upload/iblock/d08/ip_mi_kommutator_ukovodstvo.pdf
6. *CP330 T2-Bridge PLP Replacer User's Manual.* Norway: Nevion, 2015. Available from URL: <https://techex.co.uk/pdf/t-vips/cp330.pdf>
7. TxEdge T2 DVB-T2 Local adapter. France: Enensys Technologies, 2019. Available from URL: <https://www.enensys.com/wp-content/uploads/2017/04/TxEdgeT2-datasheet-A.pdf>
8. Kholodnykh P.V. *Nadezhnost' informatsionno-upravlyayushchikh sistem: metodicheskoe posobie (Reliability of information management systems).* St Petersburg: Sankt-Peterburgskii politekhnicheskii universitet Petra Velikogo; 2015. 49 p. (in Russ.). Available from URL: http://saiu.icc.spbstu.ru/media/files/staff/Kholodnykh/metod_reliability4.pdf
9. Tissen O.V., Livashvili A.I. Reliability evaluation method for DVB-T2 systems on typical transmitter stations. *Journal of Communications Technology and Electronics.* 2020;65(7):826–834. <https://doi.org/10.1134/S106422692007013X>
[Tissen O.V., Livashvili A.I. Metodika rascheta parametrov nadezhnosti sistemy tsifrovogo televeshchaniya standartar DVB-T2 na tipovoi peredayushchei stantsii. *Radiotekhnika i elektronika = Journal of Communications Technology and Electronics.* 2020;65(7):695–704 (in Russ.).]

13. Программное обеспечение SimInTech v2.20.10.28. Единый реестр Российских программ № 2379. URL: <https://project797652.turbo.site/page363830#93279bd3-2068-4a20-a89e-b4c17ae80365>
14. Лейбов А., Майзульс Р., Шавдия Ю. Нормирование показателей надежности сетей цифрового телевизионного вещания. *Broadcasting. Телевидение и радиовещание*. 2014;3. URL: <http://broadcasting.ru/articles2/Regandstan/normirovanie-pokazateley-nadezhnosti-setey-tsifrovogo-televizionnogo-veschaniya>
15. Report ITU-R BT.2389-0. Guidelines on measurements for digital terrestrial television broadcasting systems. ITU-R. Switzerland: ITU-R; 2016.
10. Borovikov S.M., Tsyrel'chuk I.N., Troyan F.D. *Raschet pokazatelei nadezhnosti radioelektronnykh sredstv (Calculation of indicators of reliability of radio-electronic means)*. Minsk: BGUIR; 2010. 71 p. (in Russ.). Available from URL: https://www.bsuir.by/m/12_108786_1_72356.pdf
11. Postnikov I.N. Calculation of the characteristics of the reliability of the telecommunication system. In: *Prospects for the development of information technology. Telecommunication systems and computer networks*. 2013. (in Russ.). Available from URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/raschet-harakteristik-nadezhnosti-telekommunikatsionnoy-sistemy/viewer>
12. Gromov Yu.Yu., Ivanova O.G., Mosyagina N.G., Nabatov K.A. *Nadezhnost' informatsionnykh system (Reliability of information systems)*. Tambov: Izdatel'stvo GOU VPO TGTU; 2010. 88 p. (in Russ.). Available from URL: <https://tstu.ru/book/elib/pdf/2010/gromov.pdf>
13. Software SimInTech v2.20.10.28. Unified Register of Russian Programs No. 2379. Available from URL: <https://project797652.turbo.site/page363830#93279bd3-2068-4a20-a89e-b4c17ae80365>
14. Leibov A., Maizul's R., Shavdiya Yu. Standardization of reliability indicators of digital television broadcasting networks. *Broadcasting. Televidenie i radioveshchanie*. 2014;3 (in Russ.). Available from URL: <http://broadcasting.ru/articles2/Regandstan/normirovanie-pokazateley-nadezhnosti-setey-tsifrovogo-televizionnogo-veschaniya>
15. Report ITU-R BT.2389-0. Guidelines on measurements for digital terrestrial television broadcasting systems. ITU-R. Switzerland: ITU-R; 2016.

Об авторах

Сай Сергей Владимирович, д.т.н., заведующий кафедрой «Вычислительная техника», Тихоокеанский государственный университет (680000, Россия, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, д. 136). E-mail: 000493@pnu.edu.ru. Scopus ID 14042260800, <https://orcid.org/0000-0002-4506-1857>

Сорокин Николай Юрьевич, к.т.н., проректор, Тихоокеанский государственный университет (680000, Россия, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, д. 136). E-mail: 004040@pnu.edu.ru. Scopus ID 26325081400, <https://orcid.org/0000-0002-2044-7534>

Тиссен Ольга Владимировна, инженер средств радио и телевидения филиала ФГУП РТРС «Дальнево-сточный РЦ» (680000, Россия, Хабаровск, ул. Павловича, д. 7А). E-mail: kuharskaya_olga_1991@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-6666-1907>

About the authors

Sergei V. Sai, Dr. Sci. (Eng.), Head of the Department of Computer technology, Pacific National University (136, Tikhookeanskaya ul., Khabarovsk, 680000 Russia). E-mail: 000493@pnu.edu.ru. Scopus ID 14042260800, <https://orcid.org/0000-0002-4506-1857>

Nikolay Yu. Sorokin, Cand. Sci. (Eng.), Vice-Rector, Pacific National University (136, Tikhookeanskaya ul., Khabarovsk, 680000 Russia). E-mail: 004040@pnu.edu.ru. Scopus ID 26325081400, <https://orcid.org/0000-0002-2044-7534>

Olga V. Tissen, Engineer, FGYP RTRN «Far eastern regional center» (7A, Pavlovicha ul., Khabarovsk, 680000 Russia). E-mail: kuharskaya_olga_1991@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-6666-1907>

УДК 537.621

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-36-44>

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

К модели поцепочного намагничивания гранулированной среды: вариант магнитной диагностики цепочек шаров

А.А. Сандуляк,
Д.А. Сандуляк[@],
Ю.О. Горпиненко,
В.А. Ершова,
А.В. Сандуляк

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: d.sandulyak@mail.ru

Резюме. Кроме информации о магнитных параметрах неоднородных, в частности гранулированных, магнетиков, обычно изучаемых в рамках модели квазисплошной среды, не меньший интерес представляет получение информации с позиций модели, когда объект изучения – характерные элементы неоднородного магнетика. Согласно хорошо зарекомендовавшей себя модели избирательного намагничивания гранулированной среды такими элементами, из которых состоит эта среда, являются цепочки гранул – прямые и извилистые, всегда проявляющие себя в направлении ее намагничивания. Они выполняют функцию проводников-каналов генерируемого магнитного потока сквозь гранулированную среду, вследствие чего она представляет собой своеобразный разветвленный «жгут» проводников-каналов. Для любой же из цепочек гранул, например, гранул-шаров радиусом R концептуально значимыми являются магнитные параметры ее условных сердцевин радиусом $r \leq R$. Эти параметры, прежде всего, магнитная проницаемость квазисплошных сердцевин и магнитная индукция в них, для разных (по r) сердцевин переменны, что требует соответствующей магнитной диагностики. Для выяснения магнитных параметров условных сердцевин цепочки гранул-шаров как физически самодостаточного элемента гранулированной среды (т.е. в соответствии с моделью поцепочного намагничивания такой среды), измерительные датчики магнитного потока в сердцевине практически выполнять в виде круговых датчиков, окружающих точку контакта гранул-шаров, но не традиционных петель из провода, а контуров на тонких печатных платах с посадочными отверстиями, помещаемых между смежными шарами. На основании полученных данных магнитного потока в разных по радиусу r сердцевинах ($r/R = 0.2–0.9$) цепочки шаров радиусом $R = 20$ мкм определены значения магнитной индукции B в них, а также их магнитной проницаемости μ при намагничивании цепочки в соленоиде полем напряженностью от 4.8 до 54.5 кА/м. Показано, что при формальном утолщении сердцевин значения B и μ снижаются ввиду уменьшения объема ферромагнетика в сердцевине, а для предельной сердцевины ($r/R \rightarrow 1$), т.е. для цепочки в целом они ожидаемо соответствуют значениям B и μ для полишаровой среды-засыпки.

Ключевые слова: намагничивание цепочки шаров, условные сердцевинки, контуры-датчики магнитного потока, магнитная индукция и проницаемость

• Поступила: 23.03.2021 • Доработана: 30.03.2021 • Принята к опубликованию: 25.05.2021

Для цитирования: Сандуляк А.А., Сандуляк Д.А., Горпиненко Ю.О., Ершова В.А., Сандуляк А.В. К модели поцепочного намагничивания гранулированной среды: вариант магнитной диагностики цепочек шаров. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):36–44. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-36-44>

Прозрачность финансовой деятельности: Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Towards a model of chain-by-chain magnetization of a granular medium: a variant of magnetic diagnostics of chains of spheres

Anna A. Sandulyak,
Daria A. Sandulyak[@],
Yurij O. Gorpinenko,
Vera A. Ershova,
Alexander V. Sandulyak

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: d.sandulyak@mail.ru

Abstract. In addition to information on the magnetic parameters of inhomogeneous magnetics, in particular, granular magnetics usually studied within the framework of the quasi-continuous medium model, it is of no less interest to obtain information from the standpoint of the model, when the object of study is the characteristic elements of an inhomogeneous magnetic. According to the well-proven model of selective magnetization of a granular medium, the elements that make up this medium are chains of granules – straight and sinuous, always manifesting themselves in the direction of its magnetization. They perform the function of conductor channels of the generated magnetic flux through the granular medium. As a result, it is a kind of branched «bundle» of conductor channels. For any of the chains of granules, for example, granules-balls of radius R , conceptually significant are the magnetic parameters of its conditional cores with radius $r \leq R$, and these parameters, first of all, the magnetic permeability of quasi-continuous cores and magnetic induction in them, for different (in r) cores are variable, which requires appropriate magnetic diagnostics. To clarify the magnetic parameters of the conditional cores of a chain of granules-balls, as a physically self-sufficient element of a granular medium (i.e., in accordance with the model of chain-link magnetization of such a medium), it is practical to make measuring magnetic flux sensors in the core as circular sensors surrounding the contact point of granules-balls, however, not as traditional wire loops, but as circuits on thin printed circuit boards (with mounting holes) placed between adjacent balls. Based on the obtained data of the magnetic flux in cores of different radii r ($r/R = 0.2–0.9$) of a chain of spheres with a radius of $R = 20$ mm, the values of the magnetic induction B in them, as well as their magnetic permeability μ , were determined when the chain is magnetized in the solenoid by a field of strength from 4.8 to 54.5 kA/m. It is shown that with formal thickening of the cores, the values of B and μ decrease due to a decrease in the volume of the ferromagnet in the core, and for the limiting core ($r/R \rightarrow 1$), i.e., for the chain as a whole, they correspond to the values of B and μ for a poly-ball backfill medium.

Keywords: magnetization of a chain of spheres, conditional cores, contours-sensors of magnetic flux, magnetic induction and permeability

• Submitted: 23.03.2021 • Revised: 30.03.2021 • Accepted: 25.05.2021

For citation: Sandulyak A.A., Sandulyak D.A., Gorpinenko Y.O., Ershova V.A., Sandulyak A.V. Towards a model of chain-by-chain magnetization of a granular medium: a variant of magnetic diagnostics of chains of spheres. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):36–44 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-36-44>

Financial disclosure: The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ. О РОЛИ ЦЕПОЧЕК ГРАНУЛ В НАМАГНИЧИВАЕМОЙ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Задача изучения магнитных свойств различных неоднородных магнетиков, в частности, композитов, суспензий, порошков, засыпок гранул и пр. [1–13], хотя и квалифицируется как более сложная по сравнению с традиционной задачей изучения магнитных свойств однородных (сплошных) магнетиков, в большинстве случаев сводится к получению таких же, что и для сплошных магнетиков, характеристик магнитных параметров. В этом случае магнитные параметры изучаемого, по сути – квазисплошного, магнетика часто именуются так называемыми эффективными параметрами.

Наряду с получением именно такой информации, т.е. с позиций этой макромодели, как характеризующей тот или иной неоднородный магнетик в целом, важным представляется получение информации о его «локальных» магнитных параметрах – информации с позиций как бы микромоделей. И в качестве предпочтительных здесь объектов изучения следовало бы брать те характерные, в том числе составные, элементы того или иного вида неоднородной среды, микромоделные магнитные параметры которых позволяют непосредственно выходить на макромодельные магнитные параметры неоднородного магнетика в целом.

В частности, подобное решение реализовано применительно к весьма распространенному виду неоднородных магнетиков – гранулированной среде [13–16], где в рамках оригинальной модели ее избирательного намагничивания показана принципиальная роль таких элементов гранулированной среды, как цепочки гранул, прямых и извилистых, которые всегда проявляют себя в направлении намагничивания этой среды. Они выполняют функцию проводников-каналов генерируемого магнитного потока, а о принципиальной роли этих составных элементов гранулированной среды, представляющей собой своеобразный разветвленный «жгут» проводников-каналов, свидетельствует сходство полевых зависимостей индукции для уединенной цепочки гранул и гранулированной среды в целом [13–16].

РАЗВИТИЕ ПОДХОДА К МАГНИТНОЙ ДИАГНОСТИКЕ ЦЕПОЧКИ ГРАНУЛ-ШАРОВ

Что касается любой из цепочек гранул, например, гранул-шаров радиусом R , то согласно модели [13–16] концептуально значимыми являются магнитные параметры ее условных сердцевин радиусом $r \leq R$, разумеется – как квазисплошных магнетиков. Такие параметры, прежде всего, их магнитная проницаемость и магнитная индукция в них для разных по r сердцевин переменны – ввиду взаимного различия их магнитного сопротивления из-за отличающихся объемов промежутков между поверхностями смежных гранул и, следовательно, различных объемов металла в таких сердцевинах. Для предельной же сердцевины ($r \rightarrow R$) эти параметры практически соответствуют таковым для гранулированной среды в целом, что указывает на наличие ожидаемых связей между микромоделными и макромодельными параметрами.

О вариабельности магнитных параметров разных сердцевин цепочки шаров свидетельствуют как соответствующие расчеты, так и прямая магнитная диагностика поля в клинообразном объеме между шарами выделенной цепочки шаров [13–16]. Результативным вариантом выполнения такой диагностики, которую в малых по размерам объемах, как известно, реализовать сравнительно сложно, является измерение магнитных потоков (микропотоков) Φ сквозь концентричные, подключаемые к микровеберметру, круговые петли разного радиуса $r \leq R$, окружающие точку контакта шаров. Такие петли-датчики располагаются между смежными шарами в средней части намагничиваемой цепочки шаров. Углубляя петли-датчики в столь малый, сужающийся при приближении к точке контакта шаров объем между шарами, можно получать данные Φ для сердцевин даже сравнительно небольшого относительного радиуса r/R , особенно если использовать цепочку шаров повышенного радиуса R , а петли – из весьма тонкого провода.

Этот подход усовершенствован в [17, 18] для того, чтобы избежать трудностей, связанных с обеспечением необходимых здесь требований к таким датчикам, особенно углубляемым, а потому вынужденно выполняемым из весьма тонкого провода. Так,

требуется обеспечивать четко круговую (в виде строгой окружности) форму датчика, concentричность в случае пользования системой датчиков разного радиуса, фиксацию датчика и/или системы датчиков в плоскости симметрии межшарового объема, исключая при этом возможное смещение их центров относительно точки контакта шаров. Применительно же к рассматриваемой задаче, когда цепочка шаров 1 (рис. 1) намагничивается, например, в соленоиде 2, этим требованиям в достаточно полной мере удовлетворяет датчик 3, представляющий собой тонкую плоскую печатную плату с токопроводящим круговым контуром или системой concentричных контуров-датчиков на ней. Каждый из контуров, разумеется, имеет малый разрыв для проводного соединения свободных концов с микровеберметром.

Применение оговоренной рабочей платы фактически обеспечивает строгую форму контура-датчика и/или каждого из них в системе контуров-датчиков, а именно геометрически идеальную окружность на плоской поверхности. Обеспечивается также, причем несложно, фиксация контура-датчика и/или системы concentричных контуров-датчиков в плоскости симметрии объема между намагничиваемыми шарами, куда помещается такая рабочая плата, причем без опасения возможного смещения центра контура и/или системы контуров относительно точки контакта шаров. Для этого в средней части рабочей платы имеется concentричное контуру-датчику и/или системе контуров-датчиков отверстие. Как следует из соответствующих геометрических связей [17, 18], его посадочный диаметр d_0 , в зависимости от выбранных шаров радиусом R и толщины δ тонкой рабочей платы, должен составлять величину $d_0 = [\delta(4R - \delta)]^{0.5}$.

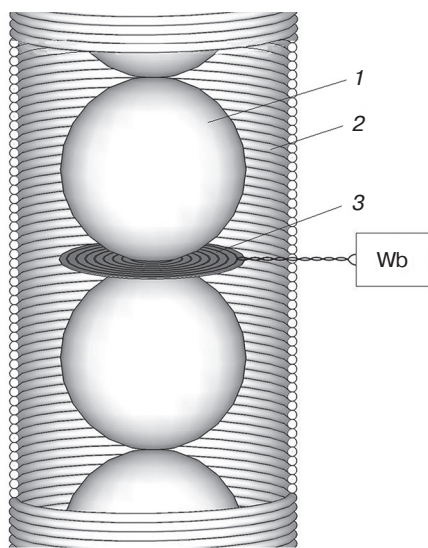


Рис. 1. Иллюстрация цепочки шаров 1, намагничиваемой в поле соленоида 2 с размещенными между шарами круговыми, подключаемыми к микровеберметру, контурами-датчиками 3 на тонкой печатной плате

ДАННЫЕ МАГНИТНОГО ПОТОКА В СЕРДЦЕВИНАХ ЦЕПочки ШАРОВ. МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ И ПРОНИЦАЕМОСТЬ

На рис. 2а показаны данные измерений магнитного микропотока Φ сквозь контуры-датчики [17], а значит, сквозь соответствующие по радиусу r сердцевины цепочки шаров радиусом $R = 20$ мм в виде семейства полевых зависимостей для разных значений относительного радиуса r/R . Данные получены с использованием достаточно протяженной цепочки шаров (14 шаров – для минимизации размагничивающего фактора), диапазон изменения напряженности намагничивающего поля: $H = 4.8\text{--}54.5$ кА/м, а диапазон изменения относительного радиуса сердцевин: $r/R = 0.2\text{--}0.9$.

Из рисунка видно, что с повышением H значения Φ монотонно возрастают, причем со снижением интенсивности этого роста по мере повышения H , и это особенно заметно для сравнительно малых значений r/R . Чем больше радиус r сердцевин, тем больше, разумеется, и магнитный поток Φ сквозь нее (рис. 2а), что более наглядно прослеживается на родственном семействе зависимостей Φ от r/R – для разных значений H (рис. 2б).

Используя экспериментальные данные Φ (рис. 2), нетрудно получить данные магнитной индукции B в каждой из квазисплошных сердцевин радиусом r и сечением πr^2 – как $B = \Phi/\pi r^2$, а также данные магнитной проницаемости μ соответствующих сердцевин – как $\mu = B/\mu_0 H = \Phi/\pi r^2 \mu_0 H$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная константа. Установленные для разных (по r/R) сердцевин данные B и μ в виде семейств зависимостей B и μ от H , а также полученные из них не менее информативные семейства зависимостей B и μ от H от r/R (при разных H) показаны на рис. 3 и рис. 4.

Из рис. 3а видно, что с повышением напряженности поля H индукция B в каждой из сердцевин возрастает монотонно, но далее интенсивность этого роста снижается (как и данных Φ на рис. 2а): для сравнительно малых значений r/R – весьма заметно. Чем больше радиус r сердцевин, тем меньше индукция B в ней (рис. 3а): это более наглядно прослеживается на зависимостях B от r/R для разных значений H (рис. 3б).

Что же касается магнитной проницаемости μ соответствующих (по r/R) сердцевин, то с повышением H она снижается (рис. 4а). Как и для данных B (рис. 3), чем больше радиус r сердцевин, тем меньше ее проницаемость μ (рис. 4), что заметно уже по взаимному расположению зависимостей μ от H (рис. 4а), а также по убывающим трендам последовавших из них зависимостей μ от r/R для разных H (рис. 4б).

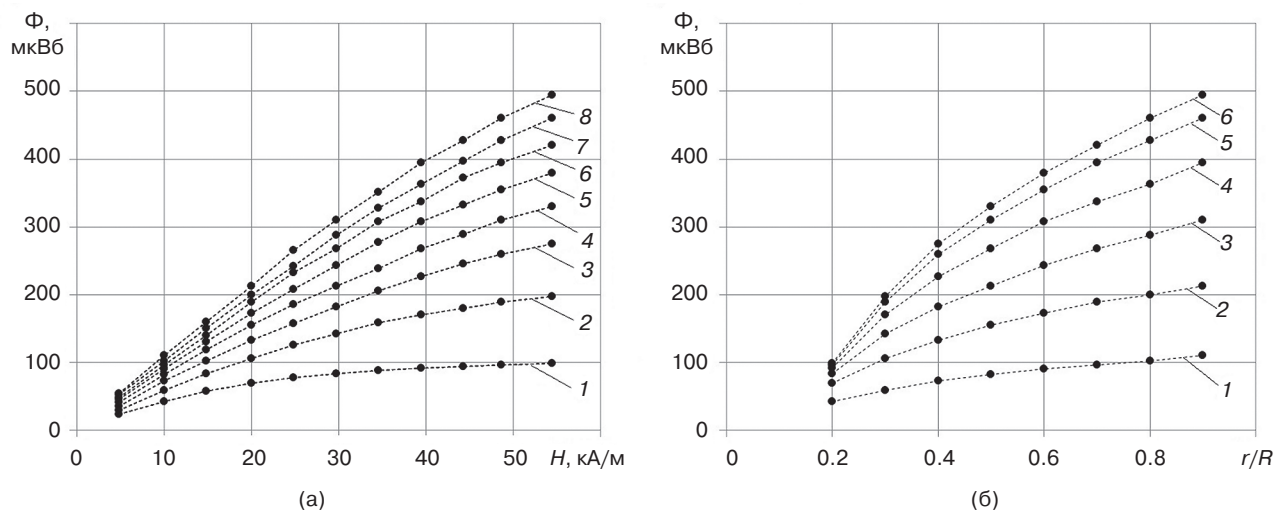


Рис. 2. Зависимости магнитного микропотока Φ сквозь контуры-датчики, охватывающие сердцевинки радиуса r в цепочке шаров радиусом $R = 20$ мм: (а) от напряженности поля H (1 – $r/R = 0.2$; 2 – 0.3; 3 – 0.4; 4 – 0.5; 5 – 0.6; 6 – 0.7; 7 – 0.8; 8 – 0.9); (б) от относительного радиуса r/R сердцевин (1 – $H = 10$ кА/м; 2 – 20; 3 – 29.7; 4 – 39.5; 5 – 48.7; 6 – 54.5)

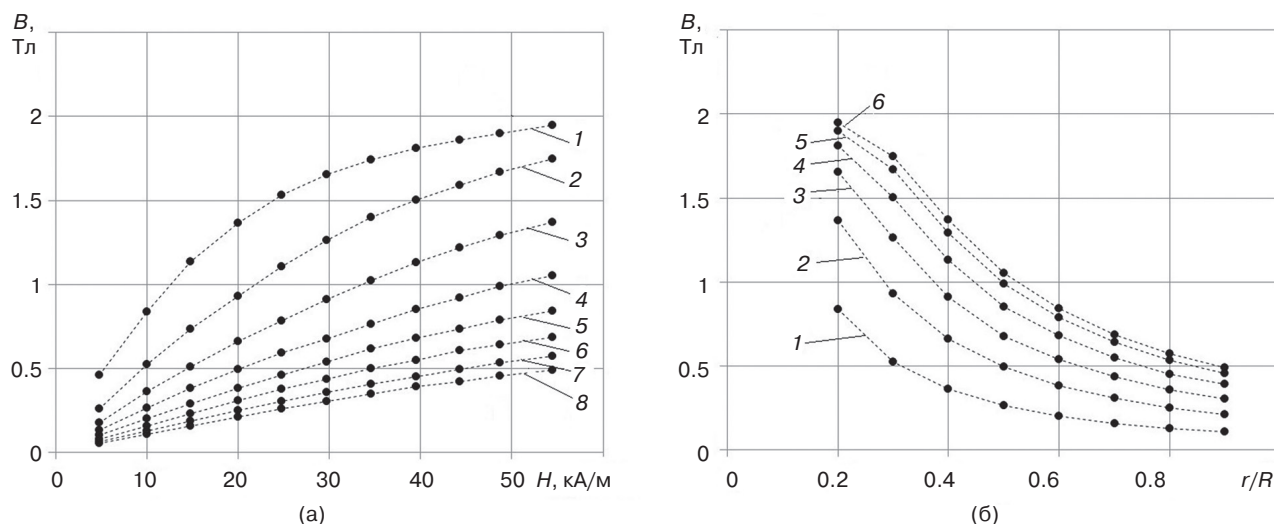


Рис. 3. Зависимости магнитной индукции B в сердцевинах цепочки шаров от напряженности поля H (а) и относительного радиуса r/R сердцевин (б); позиционные обозначения – согласно рис. 2

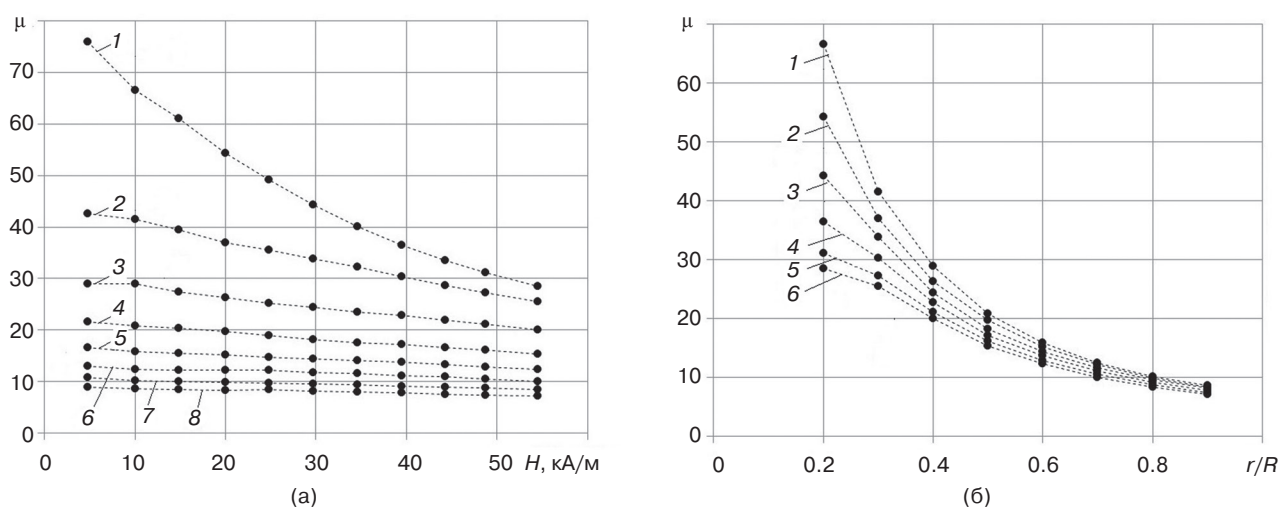


Рис. 4. Зависимости магнитной проницаемости μ сердцевин цепочки шаров от напряженности поля H (а) и относительного радиуса r/R сердцевин (б); позиционные обозначения – согласно рис. 2

Наблюдающееся на рис. 3 и рис. 4 снижение значений B и μ по мере увеличения радиуса r условных сердцевин (относительный радиус r/R которых может изменяться от $r/R \rightarrow 0$ до $r/R = 1$) обусловлено снижением объемной доли γ металла-ферромагнетика в утолщающейся сердцевине. Так, если воспользоваться связью между γ и r/R [17]:

$$\gamma = \frac{2}{3} \left[\sqrt{1 - (r/R)^2} + \frac{1 - \sqrt{1 - (r/R)^2}}{(r/R)^2} \right], \quad (1)$$

то можно данные этих ключевых параметров, а именно магнитной индукции B и магнитной проницаемости μ , представленные на рис. 3б и рис. 4б в координатах с абсциссой r/R , изобразить в координатах с абсциссой γ (рис. 5). Тем самым демонстрируется роль такого «теневого» параметра как объемная доля γ металла в сердцевине цепочки шаров.

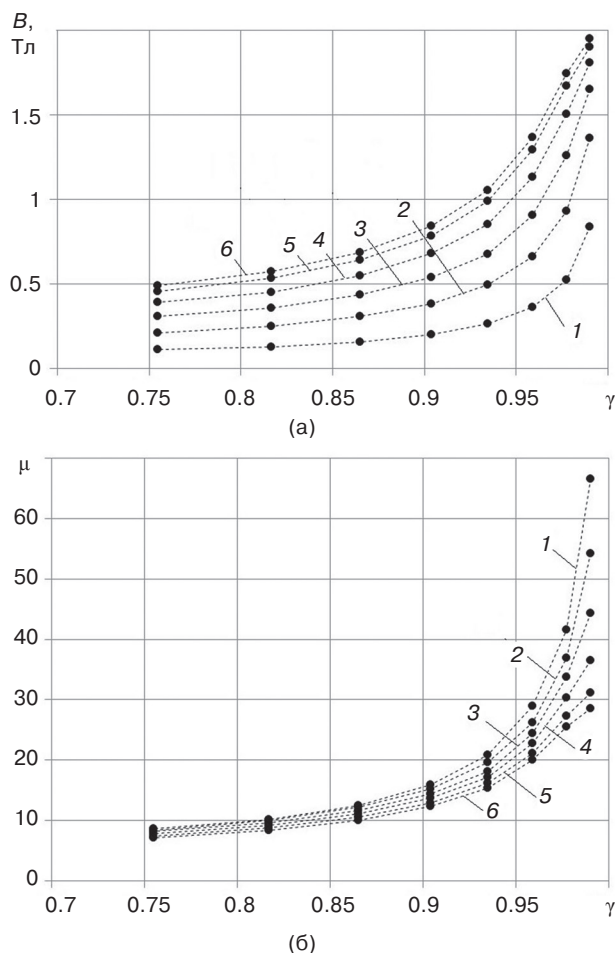


Рис. 5. Зависимости, демонстрирующие влияние объемной доли γ металла в условно выделяемых, разных по радиусу r , сердцевинах цепочки шаров на магнитную индукцию B в них (а) и на их магнитную проницаемость μ (б) – по данным рис. 3 и рис. 4 с учетом связи между γ и r/R согласно зависимости (1)

Так, если следовать этим полученным, весьма показательным трендам зависимостей B и μ от γ на рис. 5 в сторону увеличения γ , то видно, что роль γ проявляется особо после $\gamma = 0.9-0.95$, т.е. при $\gamma \rightarrow 1$ (и соответственно $r/R \rightarrow 0$). Здесь рост значений B и μ явно стремителен – с тенденцией приближения этих значений к значениям B и μ , присущим материалу шаров. Не менее показательны на рис. 5 и тренды зависимостей B и μ от γ , если следовать в сторону уменьшения γ , вплоть до характерных для цепочки значений $\gamma \rightarrow 0.67$ (т.е., соответственно, $r/R \rightarrow 1$). Это позволяет проверить и то концептуальное положение модели намагничивания, согласно которому магнитные свойства цепочки шаров и гранулированной (полишаровой) среды-засыпки должны быть взаимно сходны. Тестом для этого может служить, в частности, сравнение (для цепочки шаров и полишаровой среды-засыпки) полевых зависимостей параметра B и/или полевых зависимостей параметра μ .

Что касается полевых зависимостей магнитной индукции B и проницаемости μ для цепочки шаров, то их можно получить, воспользовавшись данными на рис. 5. Хотя в экспериментах [17] наибольший относительный радиус контуров-датчиков (и охватываемых ими условных сердцевин цепочки шаров) ограничивался значением $r/R = 0.9$ (т.е. $\gamma = 0.755$ на рис. 5), тем не менее, достоверную оценку значениям B и μ , вплоть до требуемого значения $r/R = 1$, т.е. до $\gamma = 0.67$, сделать несложно. Так, тренды зависимостей B и μ от γ в сторону уменьшения γ , будучи при $\gamma < 0.755$ (или, что то же, при $r/R > 0.9$) близкими к автомоделным (рис. 5), поддаются вполне объективной экстраполяции – влево до $\gamma = 0.67$, т.е. до $r/R = 1$. Нетрудно убедиться, что отличия значений как B , так и μ , на которые указывает такая экстраполяция, от значений B и μ при $\gamma = 0.755$ (т.е. при $r/R = 0.9$) весьма незначительные (рис. 5).

Это позволяет изобразить полевые зависимости индукции B и проницаемости μ для цепочки (рис. 6, кривые 1) по обобщающим данным: при $\gamma = 0.755-0.67$ (т.е. при $r/R = 0.9-1$). А для заявленного сравнения здесь же, на рис. 6 (кривые 2), изображены также имеющиеся в [13] полевые зависимости B и μ для полишаровой среды-засыпки. Видно, что с точностью практически до константы сопоставляемые полевые зависимости как индукции B (рис. 6а, кривые 1 и 2), так и проницаемости μ (рис. 6б, кривые 1 и 2) согласуются между собой. Тем самым подтверждается, что цепочка гранул является физически самодостаточным элементом (в составе «жгута» подобных элементов) гранулированной среды, действительно ответственным за намагничивание этой среды.

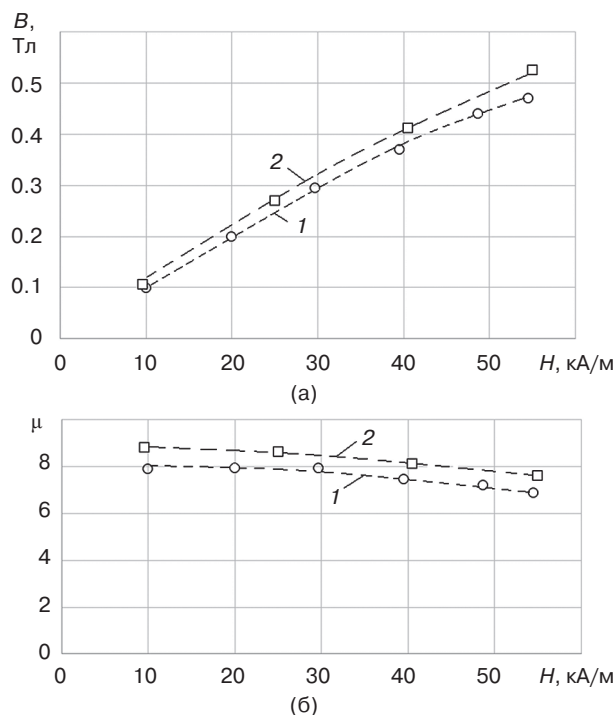


Рис. 6. Полевые зависимости магнитной индукции B (а) и проницаемости μ (б): 1 – для цепочки шаров (практически предельной ее сердцевины, когда $r/R=0.9-1$); 2 – для полишаровой среды-засыпки

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одним из концептуальных положений хорошо зарекомендовавшей себя модели поцепочного намагничивания гранулированной среды является принципиальная роль таких элементов, из которых состоит гранулированная среда, как цепочки гранул – прямых и извилистых, которые всегда проявляют себя в направлении намагничивания этой среды. Они

выполняют функцию проводников-каналов генерируемого магнитного потока, т.е. гранулированная среда представляет собой своеобразный разветвленный «жгут» таких элементов. При этом значимыми являются магнитные параметры разных по радиусу r условных сердцевин цепочки гранул, прежде всего, их магнитная проницаемость и магнитная индукция в них. Для осуществления такого контроля оправдано использование датчиков магнитного потока в виде круговых, окружающих точку контакта шаров, токопроводящих контуров на тонких печатных платах, помещаемых в плоскости симметрии объема между контактирующими шарами. Выполнен анализ полученных результатов измерений магнитных потоков в разных по относительному радиусу ($r/R = 0.2-0.9$) сердцевинах цепочек шаров радиусом $R = 20$ мм при напряженности намагничивающего поля в диапазоне 4.8–54.5 кА/м. Показано, что при формальном утолщении сердцевин значения индукции и проницаемости снижаются ввиду уменьшения объемной доли ферромагнетика в сердцевине, а для предельной сердцевин ($r/R \rightarrow 1$), т.е. цепочки в целом, они согласуются со значениями индукции и проницаемости, присущими полишаровой среде-засыпке. Тем самым подтверждается и соответствующий результат модели поцепочного намагничивания гранулированной среды.

Финансовая поддержка. Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках Госзадания в сфере науки (проект № 0706-2020-0024); гранта Президента РФ для господдержки молодых ученых (проект МК-807.2020.8).

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Mishima F., Terada T., Akiyama Y., Izumi Y., Okazaki H., Nishijima S. Research and development of superconducting magnetic separation system for powdered products. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2008;18(2):824–827. <https://doi.org/10.1109/TASC.2008.920830>
- Eskandarpour A., Iwai K., Asai S. Superconducting magnetic filter: Performance, recovery, and design. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2008;19(2):84–95. <https://doi.org/10.1109/TASC.2009.2014567>
- Bai K., Casara J., Nair-Kanneganti A., Wahl A., Carle F., Brown E. Effective magnetic susceptibility of suspensions of ferromagnetic particles. *Journal of Applied Physics*. 2018;124(12):123901. <https://doi.org/10.1063/1.5041750>
- Birčáková Z., Kollár P., Weidenfeller B., Füzér J., Fáberová M., Bureš R. Reversible and irreversible DC

REFERENCES

- Mishima F., Terada T., Akiyama Y., Izumi Y., Okazaki H., Nishijima S. Research and development of superconducting magnetic separation system for powdered products. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2008;18(2):824–827. <https://doi.org/10.1109/TASC.2008.920830>
- Eskandarpour A., Iwai K., Asai S. Superconducting magnetic filter: Performance, recovery, and design. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2008;19(2):84–95. <https://doi.org/10.1109/TASC.2009.2014567>
- Bai K., Casara J., Nair-Kanneganti A., Wahl A., Carle F., Brown E. Effective magnetic susceptibility of suspensions of ferromagnetic particles. *Journal of Applied Physics*. 2018;124(12):123901. <https://doi.org/10.1063/1.5041750>
- Birčáková Z., Kollár P., Weidenfeller B., Füzér J., Fáberová M., Bureš R. Reversible and irreversible DC magnetization processes in the frame of magnetic, thermal

- magnetization processes in the frame of magnetic, thermal and electrical properties of Fe-based composite materials. *Journal of Alloys and Compounds*. 2015;645:283–289. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2015.05.121>
5. Kollár P., Birčáková Z., Vojtek V., Füzér J., Bureš R., Fáberová M. Dependence of demagnetizing fields in Fe-based composite materials on magnetic particle size and the resin content. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2015;388:76–81. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2015.04.008>
 6. Strečková M., Füzér J., Kobera L., Brus J., Fáberová M., Bureš R., Kollár P., Lauda M., Medvecký L., Girman V., Hadraba H., Bat'kova M., Bat'ko I. A comprehensive study of soft magnetic materials based on FeSi spheres and polymeric resin modified by silica nanorods. *Materials Chemistry and Physics*. 2014;147(3):649–660. <https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2014.06.004>
 7. Kanhe N.S., Kumar A., Yusuf S.M., Nawale A.B., Gaikwad S.S., Raut S.A., Bhoraskar S.V., Wu S.Y., Das A.K., Mathe V.L. Investigation of structural and magnetic properties of thermal plasma-synthesized $\text{Fe}_{1-x}\text{Ni}_x$ alloy nanoparticles. *Journal of Alloys and Compounds*. 2016;663:30–40. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2015.11.190>
 8. Pal S.K., Bahadur D. Shape controlled synthesis of iron-cobalt alloy magnetic nanoparticles using soft template method. *Materials Letters*. 2010;64(10):1127–1129. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2010.01.086>
 9. Moore R.L. Development and test of concentration scaled demagnetization in effective media theories of magnetic composites. *Journal of Applied Physics*. 2019;125(8):085101. <https://doi.org/10.1063/1.5053791>
 10. Périgo E.A., Weidenfeller B., Kollár P., Füzér J. Past, present, and future of soft magnetic composites. *Applied Physics Reviews*. 2018;5(3):031301. <https://doi.org/10.1063/1.5027045>
 11. Moore R.L. Development of a volume fraction scaling function for demagnetization factors in effective media theories of magnetic composites. *AIP Advances*. 2019;9(3):035107. <https://doi.org/10.1063/1.5078736>
 12. Nakamura T., Tsutaoka T., Hatakeyama K. Frequency dispersion of permeability in ferrite composite materials. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 1994;138(3):319–328. [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(94\)90054-X](https://doi.org/10.1016/0304-8853(94)90054-X)
 13. Сандуляк А.В. *Магнитно-фильтрационная очистка жидкостей и газов*. М.: Химия; 1988. 136 с. URL: <https://dlib.rsl.ru/viewer/01001440011#?page=136>
 14. Сандуляк А.В., Сандуляк А.А., Ершова В.А. К вопросу о модели поканального намагничивания гранулированной среды (с радиальным профилем проницаемости квазисплошного канала). *Журнал технической физики*. 2009;79(5):140–142.
 15. Сандуляк А.В., Сандуляк А.А., Ершова В.А. Кривая намагничивания гранулированной среды с позиций модели поканального намагничивания (новый подход). *Доклады Академии наук*. 2007;413(4):469–471.
 16. Sandulyak A.A., Sandulyak D.A., Ershova V.A., Sandulyak A.V. Ferrous Material Fill: Magnetization Channels, Layer-by-Layer and Average Permeability, Element-to-Element Field. In book: *Analysis and Modelling of Advanced Structures and Smart Systems*. 2017;81:191–210. https://doi.org/10.1007/978-981-10-6895-9_9
 - and electrical properties of Fe-based composite materials. *Journal of Alloys and Compounds*. 2015;645:283–289. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2015.05.121>
 5. Kollár P., Birčáková Z., Vojtek V., Füzér J., Bureš R., Fáberová M. Dependence of demagnetizing fields in Fe-based composite materials on magnetic particle size and the resin content. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2015;388:76–81. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2015.04.008>
 6. Strečková M., Füzér J., Kobera L., Brus J., Fáberová M., Bureš R., Kollár P., Lauda M., Medvecký L., Girman V., Hadraba H., Bat'kova M., Bat'ko I. A comprehensive study of soft magnetic materials based on FeSi spheres and polymeric resin modified by silica nanorods. *Materials Chemistry and Physics*. 2014;147(3):649–660. <https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2014.06.004>
 7. Kanhe N.S., Kumar A., Yusuf S.M., Nawale A.B., Gaikwad S.S., Raut S.A., Bhoraskar S.V., Wu S.Y., Das A.K., Mathe V.L. Investigation of structural and magnetic properties of thermal plasma-synthesized $\text{Fe}_{1-x}\text{Ni}_x$ alloy nanoparticles. *Journal of Alloys and Compounds*. 2016;663:30–40. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2015.11.190>
 8. Pal S.K., Bahadur D. Shape controlled synthesis of iron-cobalt alloy magnetic nanoparticles using soft template method. *Materials Letters*. 2010;64(10):1127–1129. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2010.01.086>
 9. Moore R.L. Development and test of concentration scaled demagnetization in effective media theories of magnetic composites. *Journal of Applied Physics*. 2019;125(8):085101. <https://doi.org/10.1063/1.5053791>
 10. Périgo E.A., Weidenfeller B., Kollár P., Füzér J. Past, present, and future of soft magnetic composites. *Applied Physics Reviews*. 2018;5(3):031301. <https://doi.org/10.1063/1.5027045>
 11. Moore R.L. Development of a volume fraction scaling function for demagnetization factors in effective media theories of magnetic composites. *AIP Advances*. 2019;9(3):035107. <https://doi.org/10.1063/1.5078736>
 12. Nakamura T., Tsutaoka T., Hatakeyama K. Frequency dispersion of permeability in ferrite composite materials. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 1994;138(3):319–328. [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(94\)90054-X](https://doi.org/10.1016/0304-8853(94)90054-X)
 13. Sandulyak A.V. *Magnitno-fil'tratsionnaya ochistka zhidkostei i gazov (Magnetic and filtration purification of liquids and gases)*. Moscow: Khimiya; 1988. 136 p. (in Russ.). Available from URL: <https://dlib.rsl.ru/viewer/01001440011#?page=136>
 14. Sandulyak A.V., Sandulyak A.A., Ershova V.A. On the model of channel-by-channel magnetization of a granular medium (with a radial permeability profile of a quasi-continuous channel). *Technical Physics*. 2009;54(5):743–745. <https://doi.org/10.1134/S1063784209050235> [Sandulyak A.V., Sandulyak A.A., Ershova V.A. On the model of channel-by-channel magnetization of a granular medium (with a radial permeability profile of a quasi-continuous channel). *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki = Technical Physics*. 2009;79(5):140–142 (in Russ.).]
 15. Sandulyak A.V., Sandulyak A.A., Ershova V.A. Magnetization curve of a granulated medium in terms

17. Сандуляк А.В., Горпиненко Ю.О., Полисмакова М.Н., Сандуляк Д.А., Сандуляк А.А. Магнитный поток и индукция в сердцевинах намагничиваемых цепочек шаров. *Международный научно-исследовательский журнал*. 2020;96(6–1):96–110. <https://doi.org/10.23670/IRJ.2020.96.6.017>
18. Горпиненко Ю.О., Сандуляк А.В., Полисмакова М.Н., Сандуляк Д.А., Сандуляк А.А., Харин А.С. Устройство для измерения магнитного поля: Патент RU 2737024. Заявка № 2020116795. Дата публикации 24.11.2020.
- of the channel-by-channel magnetization model (new approach). *Doklady Physics*. 2007;52(4):179–181. <https://doi.org/10.1134/S1028335807040027>
[Sandulyak A.V., Sandulyak A.A., Ershova V.A. Magnetization curve of a granulated medium in terms of the channel-by-channel magnetization model (new approach). *Doklady Akademii nauk = Doklady Physics*. 2007;413(4):469–471 (in Russ.).]
16. Sandulyak A.A., Sandulyak D.A., Ershova V.A., Sandulyak A.V. Ferrous Material Fill: Magnetization Channels, Layer-by-Layer and Average Permeability, Element-to-Element Field. In book: *Analysis and Modelling of Advanced Structures and Smart Systems*. 2017;81:191–210. https://doi.org/10.1007/978-981-10-6895-9_9
17. Sandulyak A.V., Gorpinenko Y.O., Polismakova M.N., Sandulyak D.A., Sandulyak A.A. Magnetic flow and induction in the hearts of magnetizable ball chains. *Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal = International Research Journal*. 2020;96(6–1):96–110 (in Russ.). <https://doi.org/10.23670/IRJ.2020.96.6.017>
18. Gorpinenko Y.O., Sandulyak A.V., Polismakova M.N., Sandulyak D.A., Sandulyak A.A., Kharin A.S. Ustroystvo dla izmerenija magnitnogo polya (Magnetic field measuring device): RU Pat. 2737024. Publ. 24.11.2020. (in Russ.).

Об авторах

Сандуляк Анна Александровна, д.т.н., профессор, кафедра «Приборы и информационно-измерительные системы» Института комплексной безопасности и специального приборостроения, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: anna.sandulyak@mail.ru. Scopus Author ID 7004032043, <https://orcid.org/0000-0002-5111-6092>

Сандуляк Дарья Александровна, к.т.н., с.н.с., лаборатория магнитного контроля и разделения материалов, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: d.sandulyak@mail.ru. Scopus Author ID 36621369400, <https://orcid.org/0000-0003-4269-6133>

Горпиненко Юрий Олегович, аспирант, кафедра «Приборы и информационно-измерительные системы» Института комплексной безопасности и специального приборостроения, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: gorpinenko1991@mail.ru.

Ершова Вера Александровна, к.т.н., с.н.с., лаборатория магнитного контроля и разделения материалов, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: v.ershova@mail.ru. Scopus Author ID 36771249600, <https://orcid.org/0000-0002-8210-4721>

Сандуляк Александр Васильевич, д.т.н., профессор, кафедра «Приборы и информационно-измерительные системы» Института комплексной безопасности и специального приборостроения, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: sandulyak@mirea.ru. Scopus Author ID 57194504434, <https://orcid.org/0000-0001-7605-2702>

About the authors

Anna A. Sandulyak, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Instruments and Information-Measuring Systems, Institute of Integrated Safety and Special Instrument Engineering, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: anna.sandulyak@mail.ru. Scopus Author ID 7004032043, <https://orcid.org/0000-0002-5111-6092>

Daria A. Sandulyak, Cand. Sci. (Eng.), Senior Science Master, Laboratory of Magnetic Control and Material's Separation, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: d.sandulyak@mail.ru. Scopus Author ID 36621369400, <https://orcid.org/0000-0003-4269-6133>

Yurij O. Gorpinenko, Postgraduate Student, Department of Instruments and Information-Measuring Systems, Institute of Integrated Safety and Special Instrument Engineering, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: gorpinenko1991@mail.ru.

Vera A. Ershova, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Senior Science Master, Laboratory of Magnetic Control and Material's Separation, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: v.ershova@mail.ru. Scopus Author ID 36771249600, <https://orcid.org/0000-0002-8210-4721>

Alexander V. Sandulyak, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Instruments and Information-Measuring systems, Institute of Integrated Safety and Special Instrument Engineering, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: sandulyak@mirea.ru. Scopus Author ID 57194504434, <https://orcid.org/0000-0001-7605-2702>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 519.857

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-45-56>**НАУЧНАЯ СТАТЬЯ****Двухэтапная сплайн-аппроксимация
в компьютерном проектировании
трасс линейных сооружений****Д.А. Карпов,
В.И. Струченков** @*МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия**@ Автор для переписки, e-mail: str1942@mail.ru*

Резюме. В статье компьютерное проектирование трасс линейных сооружений рассматривается как задача сплайн-аппроксимации. Принципиальной особенностью соответствующих проектных задач является то, что план и продольный профиль трассы состоят из элементов заданного вида. В зависимости от типа линейного сооружения используются отрезки прямых, дуги окружностей, парабол второй степени, клотоид и др. В любом случае результатом проектирования является кривая, состоящая из нужной последовательности элементов заданного вида. В точках сопряжения элементы, как правило, имеют общую касательную, а в наиболее сложном случае – и общую кривизну. Подобные кривые принято называть сплайнами. В отличие от других применений сплайнов в проектировании трасс линейных сооружений приходится учитывать многочисленные ограничения на параметры элементов сплайна, возникающие из необходимости соблюдения технических нормативов с целью обеспечения нормальной эксплуатации будущего сооружения. Технические ограничения формализуются в виде системы неравенств. Главная отличительная особенность рассматриваемых проектных задач состоит в том, что число элементов искомого сплайна неизвестно и должно быть определено в процессе решения задачи. Это обстоятельство принципиально усложняет задачу и не позволяет применить для ее решения математические модели и алгоритмы нелинейного программирования, так как неизвестна размерность задачи. В статье предлагается двухэтапная схема сплайн-аппроксимации плоской кривой, заданной последовательностью точек, при неизвестном числе элементов сплайна и наличии ограничений на параметры его элементов. На первом этапе определяется число элементов сплайна и приближенное решение задачи аппроксимации. Используется метод динамического программирования. На втором этапе выполняется оптимизация параметров элементов сплайна. Используются алгоритмы нелинейного программирования, разработанные с учетом особенностей системы ограничений. При этом на каждой итерации процесса оптимизации для соответствующего набора активных ограничений строится базис в нуль-пространстве матрицы ограничений. Это позволяет найти направление спуска и решить вопрос об исключении ограничений из активного набора без решения систем линейных уравнений вообще, а в наиболее сложных случаях – решая линейные системы малой размерности. В качестве целевой функции наряду с традиционно используемой суммой квадратов отклонений аппроксимируемых точек от сплайна в статье предлагаются другие функции с учетом специфики конкретной проектной задачи.

Ключевые слова: трасса, план и продольный профиль, сплайн, динамическое программирование, целевая функция, ограничения

• Поступила: 25.01.2021 • Доработана: 14.03.2021 • Принята к опубликованию: 12.07.2021

Для цитирования: Карпов Д.А., Струченков В.И. Двухэтапная сплайн-аппроксимация в компьютерном проектировании трасс линейных сооружений. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):45–56. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-45-56>

Прозрачность финансовой деятельности: Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Two-stage spline-approximation in linear structure routing

Dmitry A. Karpov,
Valery I. Struchanov[@]

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: str1942@mail.ru

Abstract. In the article, computer design of routes of linear structures is considered as a spline approximation problem. A fundamental feature of the corresponding design tasks is that the plan and longitudinal profile of the route consist of elements of a given type. Depending on the type of linear structure, line segments, arcs of circles, parabolas of the second degree, clothoids, etc. are used. In any case, the design result is a curve consisting of the required sequence of elements of a given type. At the points of conjugation, the elements have a common tangent, and in the most difficult case, a common curvature. Such curves are usually called splines. In contrast to other applications of splines in the design of routes of linear structures, it is necessary to take into account numerous restrictions on the parameters of spline elements arising from the need to comply with technical standards in order to ensure the normal operation of the future structure. Technical constraints are formalized as a system of inequalities. The main distinguishing feature of the considered design problems is that the number of elements of the required spline is usually unknown and must be determined in the process of solving the problem. This circumstance fundamentally complicates the problem and does not allow using mathematical models and nonlinear programming algorithms to solve it, since the dimension of the problem is unknown. The article proposes a two-stage scheme for spline approximation of a plane curve. The curve is given by a sequence of points, and the number of spline elements is unknown. At the first stage, the number of spline elements and an approximate solution to the approximation problem are determined. The method of dynamic programming with minimization of the sum of squares of deviations at the initial points is used. At the second stage, the parameters of the spline element are optimized. The algorithms of nonlinear programming are used. They were developed taking into account the peculiarities of the system of constraints. Moreover, at each iteration of the optimization process for the corresponding set of active constraints, a basis is constructed in the null space of the constraint matrix and in the subspace – its complement. This makes it possible to find the direction of descent and solve the problem of excluding constraints from the active set without solving systems of linear equations. As an objective function, along with the traditionally used sum of squares of the deviations of the initial points from the spline, the article proposes other functions taking into account the specificity of a particular project task.

Keywords: route, horizontal and vertical alignment, spline, dynamic programming, objective function, restrictions

• Submitted: 25.01.2021 • Revised: 14.03.2021 • Accepted: 12.07.2021

For citation: Karpov D.A., Struchanov V.I. Two-stage spline-approximation in linear structure routing. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):45–56 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-45-56>

Financial disclosure: The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Линейные сооружения – это сооружения, положение которых на местности определяется осью сооружения, называемой трассой. К ним относятся железные и автомобильные дороги, трубопроводы различного назначения, каналы, водоводы и др. Трасса – это трехмерная кривая, которая традиционно представляется двумя плоскими кривыми – планом и продольным профилем.

План трассы – это ее проекция на плоскость HOY , а продольный профиль – график функции $Z(s)$, где s – длина кривой в плане, отсчитываемая от заданной начальной точки. Продольный профиль получается при развертке на плоскость вертикальной поверхности, проходящей через трассу.

Независимо от вида сооружения, проектирование продольного профиля можно рассматривать как построение сплайна, состоящего из элементов заданного вида. Этот сплайн должен минимально (в заданном смысле) отклоняться от исходной ломаной линии, которая при проектировании новых сооружений является профилем земли, а при проектировании реконструкции – это профиль существующего сооружения.

Простейшим сплайном первого порядка является проектная линия продольного профиля железной дороги. В этом случае задача состоит в преобразовании исходной ломаной линии (профиль земли) в другую ломаную линию, удовлетворяющую целому ряду ограничений: на уклоны элементов и разности уклонов смежных элементов, минимальную длину элементов, высотные ограничения в отдельных точках и зонах [1, 2]. В силу малости проектных уклонов длина элемента и разность абсцисс его концов практически совпадают; разность уклонов смежных элементов отождествляется с углом поворота, а уклон – с углом элемента с осью абсцисс.

При этом число элементов искомого сплайна неизвестно. Это обстоятельство, а также наличие многочисленных ограничений, является существенным отличием рассматриваемой проектной задачи сплайн-аппроксимации от задач, решаемых в теории сплайнов и ее приложениях [3–5], где число узлов сплайна и их абсциссы считаются заданными, а ограничения, как правило, отсутствуют.

В упрощенной постановке задача поиска оптимального сплайна в виде ломаной линии при неизвестном числе элементов и ограничениях была решена в прошлом веке применительно к проектированию продольного профиля новых железных дорог [6, 7].

Задача решалась в два этапа. На первом этапе исходный профиль земли преобразовывался в

ломаную, составленную из коротких элементов, с соблюдением всех ограничений, кроме ограничения на длину элемента. Такой профиль был назван разработчиками первых проектирующих алгоритмов – «цепочка» [6].

На втором этапе «цепочка» преобразовывалась в проектную линию с соблюдением всех ограничений, включая ограничения по длине элементов.

В реальной постановке применительно к проектированию в условиях пересеченного рельефа и сложной геологии задача была решена на ЭВМ БЭСМ-4 методом нелинейного программирования. Соответствующая программа получила широкое практическое применение, несмотря на большое время счета из-за крайне низкого быстродействия этой и последующих моделей ЭВМ (Минск 32, ЕС 1020 и др.) прошлого века [1].

В получивших широкое распространение в нашей стране САПР, разработанных западными фирмами [8–10], их отечественными [11] и белорусским аналогами [12], компьютер используется для решения вспомогательных задач, но не для выработки оптимальных проектных решений. В этих системах задача сплайн-аппроксимации решается «через глаза», то есть проектировщик должен задать ту или иную информацию, которая полностью определяет искомую линию. В лучшем случае он рассматривает несколько из возможных решений, которых теоретически бесконечно много.

В настоящее время требуется совершенствование математической модели, алгоритма и ранее разработанных проектирующих программ в связи с изменением технических требований при проектировании высокоскоростных железных дорог. Сплайн первого порядка должен быть заменен на сплайн, состоящий из прямых и дуг окружностей, число которых остается неизвестным.

Подобный сплайн используется и при проектировании трубопроводов большого диаметра.

При проектировании продольного профиля автомобильных дорог возникает задача поиска параболического сплайна второго порядка [13] с уже отмеченными принципиальными особенностями. Эта задача была решена с применением нелинейного программирования [13].

Сплайн с дугами окружностей используется, как альтернатива сплайну с параболой, при проектировании продольного профиля автодорог, а также плана трасс различных линейных сооружений [14].

Целью настоящей статьи является рассмотрение упомянутых проектных задач с единых теоретических позиций, как задач сплайн-аппроксимации, и изложение принципиальных пунктов и особенностей алгоритмов их решения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АППРОКСИМАЦИИ СПЛАЙНОМ С ДУГАМИ ОКРУЖНОСТЕЙ И ЕЕ ФОРМАЛИЗАЦИЯ

Рассмотрим задачу проектирования продольного профиля прямолинейными элементами, которые сопрягаются дугами окружностей.

Если проектируется реконструкция, то исходным является профиль существующего сооружения. Если проектируется новое сооружение, то исходным является профиль земли. «Цепочный» продольный профиль (пунктирная линия на рис. 1), для получения которого имеются проектирующие программы [14], используется для поиска числа элементов сплайна. Равенство длин элементов «цепочки» не требуется, но абсциссы ее узлов и абсциссы узлов исходной ломаной линии совпадают.

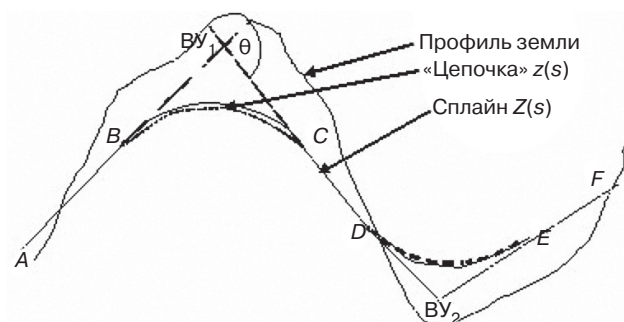


Рис. 1. Сплайн с дугами окружностей

Итак, имеем ломаную линию $z(s)$, которую требуется преобразовать с минимальными отклонениями в сплайн $Z(s)$, состоящий из отрезков прямых, сопрягаемых дугами окружностей (рис. 1).

Ограничения:

- 1) на уклоны I_j прямолинейных элементов сплайна: $-I_{\min} \leq I_j \leq I_{\max}$, $j = 1, 2, \dots, N-1$, где N – число узлов сплайна (вершин искомой ломаной, далее – ВУ). Фактически это ограничение на первую производную функции $Z(s)$.
- 2) на радиусы (кривизну) вписанных выпуклых и вогнутых кривых: $1/R_{\text{вып}} \leq 1/R_j \leq 1/R_{\text{вог}}$, $j = 1, 2, \dots, N$, $R_{\text{вып}} < 0$, а $R_{\text{вог}} > 0$.
- 3) на длины дуг окружностей (BC , DE на рис. 1): $L_{\text{кр}j} \geq L_{\text{кр} \min}$.
- 4) на длины прямых вставок между кривыми (CD на рис. 1): $L_{\text{пр}j} \geq L_{\text{пр} \min}$.

Дополнительно могут быть заданы ограничения на ординаты отдельных точек (высотные ограничения в местах пересечения водотоков, других коммуникаций и т.д.)

Целевая функция

Равные отклонения в разные стороны от исходной линии часто бывают неравноценны. Поэтому традиционно используемая минимизация суммы

квадратов отклонений в заданных точках (в том числе и с различными весами) оказывается неприемлемой.

При проектировании новых дорог в качестве целевой функции на данном этапе могут быть приняты суммарные объемы земляных работ в насыпях и в выемках. Строительные затраты могут быть приняты в качестве целевой функции, если в насыпях и в выемках нет взаимосвязи элементов, которая возникает при использовании грунтов выемок для сооружения насыпей и требует рассмотрения проектной линии как единого целого [14], как в нелинейном программировании.

На этапе преобразования исходной ломаной («цепочки» или существующего профиля) в сплайн нужного вида отклонения по ординатам (рабочие отметки) невелики (порядка 0.5 м [14]), что позволяет использовать упрощенные критерии оптимальности, поскольку цель данного этапа – определить число элементов и их примерное расположение, то есть построить начальное приближение для применения нелинейного программирования.

При проектировании реконструкции продольного профиля дороги на данном этапе целесообразно использовать моделирующие функции, в которых учтены конкретные особенности задачи.

Так, при проектировании продольного профиля при реконструкции железных дорог прямолинейными элементами без учета влияния круговых кривых, которые вписывались в найденную линию, успешно использовалась гладкая моделирующая функция $F(h)$ (сплайн второго порядка с дефектом, равным единице), график которой представлен на рис. 2. Здесь h – рабочая отметка, т.е. разность ординат искомого и исходного сплайна $h(s) = Z(s) - z(s)$. Величины h_0 , Δ и параметры элементов $F(h)$ определялись, исходя из существующих и проектируемых толщины балласта ($H_{\text{сущ}}$ и $H_{\text{пр}}$ соответственно), высоты рельсов и шпал. $\Delta = \max(0, H_{\text{сущ}} - H_{\text{пр}})$, а участки графика $F(h)$ соответствуют: 1 – досыпке балласта, 2 – срезке балласта, 3 – срезке земляного полотна.

При $\Delta = 0$ участок 2 графика $F(h)$ отсутствует. При равенстве высот существующих и проектируемых рельсов и шпал $h_0 = 0$.

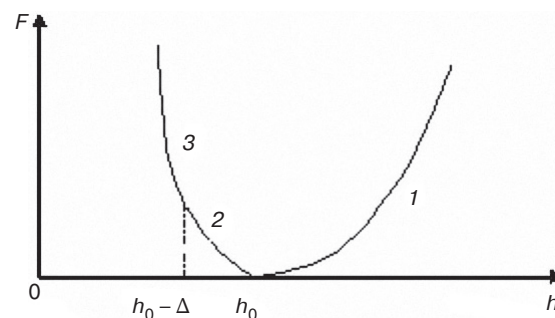


Рис. 2. Моделирующая функция

Значения $F(h_i)$ вычислялись в узлах исходного сплайна, и целевая функция имела вид:

$$\min \Phi(\mathbf{h}) = \sum_1^k v_i F(h_i), \quad (1)$$

где k – число узлов исходной ломаной, $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \dots, h_k)$ – вектор неизвестных, а весовые коэффициенты v_i равны полусуммам длин ее смежных элементов. Аналогичные моделирующие функции использовались при проектировании продольного профиля реконструируемых автодорог параболическими сплайнами [13].

Если целевая функция – объем земляных работ, то $F(h_i)$ – площадь поперечного сечения в i -й точке – остается кусочно-квадратической и соответствует вычислению объема как интеграла от площади по формуле трапеций.

2. СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИЯ ПО МЕТОДУ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Динамическое программирование при выполнении ряда условий [15–20] позволяет создать алгоритмы построения в несколько этапов оптимальной траектории перемещения некоторой системы из заданного начального состояния в конечное, решая на каждом из этапов однотипные задачи, более простые по сравнению с исходной задачей [21]. Варианты достижения одного и того же состояния различными путями считаются сравнимыми, и в каждом состоянии остается только лучший по заданному критерию вариант.

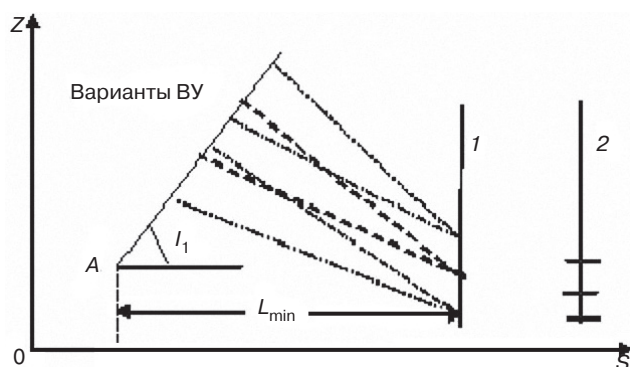


Рис. 3. Первый шаг алгоритма

Ключевое понятие динамического программирования – «состояние системы» для нашей задачи определим следующим образом: точка на прямолинейном элементе сплайна, начиная с которой можно строить дугу окружности или продолжить прямую, плюс угол этого элемента с осью абсцисс OS . Начальное состояние (точка A и угол I_1 на рис. 3) считаются заданными.

Относительно узлов исходного сплайна (ломаной $z(s)$) с заданным шагом разбивается сетка

варьирования (на рис. 3 – точки на вертикалях 1, 2). В каждой из этих точек, исходя из уклона исходного сплайна, назначаются углы с осью OS (сектор поиска). Шаг назначения точек и углов на вертикали и число шагов по вертикали и углам в каждой из них являются исходными параметрами алгоритма поиска проектного сплайна и задаются до начала расчета. При необходимости расчеты могут выполняться сначала с крупными дискретами, а затем с использованием полученного решения с меньшими дискретами. Это обычный прием сокращения времени счета при использовании динамического программирования, который успешно применялся при параболической сплайн-аппроксимации [13, 14].

В качестве первой выбирается вертикаль, отстоящая от начальной точки A (по абсциссам) на расстоянии $L_{\min}$, которое задается исходя из ограничений 3 и 4 на длины кривых и прямых вставок. Кроме того задается расстояние $L_{\max}$ – максимальная длина кривой плюс длина прямой вставки. Для реализации динамического программирования используются углы поворота (рис. 1) и координаты их вершин.

При поиске первой кривой проектного сплайна левая сторона угла задана (точка A и угол I_1). Точки на каждой вертикали в пределах от $L_{\min}$ до $L_{\max}$ в совокупности с назначаемыми в каждой из них направлениями образуют возможные варианты правой стороны первого угла поворота (рис. 3) и определяют соответствующие варианты первой ВУ. Для каждого варианта с использованием минимального радиуса выпуклой или вогнутой кривой (в зависимости от знака угла поворота) анализируется возможность выполнения всех ограничений, и остаются только те варианты, для которых все ограничения выполнены. Кроме того, рассматривается возможность без нарушения ограничений увеличить радиус вписанной дуги с использованием разности уклонов смежных элементов исходного сплайна, попадающих в рассматриваемый угол. Выбирается радиус, при котором значение целевой функции для соответствующей ВУ минимально.

На первом шаге сравнения путей и отбраковки вариантов достижения одного и того же состояния не происходит. Каждое из допустимых состояний первого шага вместе с соответствующими значениями целевой функции (затрат на его достижение из начальной точки), координат ВУ, радиуса и угла поворота запоминается.

Общий шаг алгоритма

Рассматриваются узлы исходного сплайна, абсциссы которых (и соответствующие вертикали) находятся в пределах от $S_A + 2L_{\min}$ до $S - L_{\min}$, где S – абсцисса конца профиля. Для каждой вертикали

рассматриваются последовательно все предшествующие узлы, отстоящие от нее не менее чем на $L_{\min}$ и не более чем на $L_{\max}$, и проходящие через них прямые. Для каждого пересечения последовательно выполняются те же действия, что и на первом шаге. Отличие состоит в том, что для рассматриваемого состояния (правая сторона угла, линия BC на рис. 4) возможно много пересечений со сторонами предшествующих углов, исходящих из одной или из разных ВУ (точки A_i и A_{i+1} на рис. 4). Как и на первом шаге, рассматриваются и сравниваются только допустимые по ограничениям соединения. В итоге в каждое состояние на каждой вертикали (точка C плюс угол) приводит один вариант или ни одного. Для каждого из таких вариантов дополнительно запоминается точка и направление (точка A_i и угол A_iB с осью абсцисс на рис. 4), которые соответствуют левой стороне угла, то есть для каждого нового состояния запоминается связь с лучшим из предшествующих состояний.

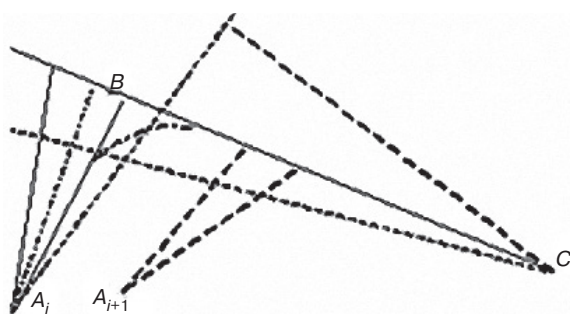


Рис. 4. Сравнение и отбраковка вариантов

Последний шаг алгоритма

На последнем шаге правая сторона угла поворота известна. Это конечная точка и угол, задающий конечное направление. Выполняются те же действия, что и на общем шаге, и сравнением допустимых соединений определяется минимальное значение целевой функции. Обычным для динамического программирования разворотом по запомненным связям [21, 22] восстанавливается оптимальный сплайн и его параметры.

Конечно, можно рассматривать и несколько конечных направлений и точек и выполнять те же действия для каждой из них с последующим выбором лучшего варианта.

При реализации алгоритма встретились сложности при наличии длинных прямых. Получались малые углы поворота. В зависимости от конкретной задачи такие углы или не допускаются вообще или в них не вписываются кривые (например, при проектировании автодорог низких категорий). В первом случае вместо двух пересекающихся прямых можно было в процессе перебора вариантов образовывать

одну (по крайним точкам). Но поскольку алгоритм предназначен только для построения начального приближения, то во избежание излишних усложнений такие преобразования производились только для полученного сплайна. Это оправдано еще и тем, что далеко не все такие пересечения под малыми углами попадают в окончательное решение.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СПЛАЙНА

Проектная линия полностью определяется координатами вершин углов поворота и радиусами вписанных окружностей, полученными по методу динамического программирования (рис. 5).

Для начала считаем неизменными абсциссы ВУ, то есть рассматриваем возможность оптимизации положения сплайна за счет перемещения ВУ по фиксированным вертикалям. В силу малости уклонов (они не превышают нескольких десятков промилле) длины сторон каждого угла считаются равными разности абсцисс ВУ, которые не изменяются. Поскольку начальная и конечная точка и направления в них заданы, ординаты первой и последней ВУ не могут измениться. Поэтому переменными считаем только Z_j , $j = 1, 2, \dots, n$, ординаты варьируемых ВУ (их число $n = N - 2$) и радиусы вписанных кривых R_j . Заданные граничные условия учитываются вычислением предельных значений уклонов I_1 и I_n и затем ординат Z_1 и Z_n [14].

Чтобы получить задачу нелинейного программирования с целевой функцией $\Phi(\mathbf{h})$ (1), через эти неизвестные нужно выразить рабочие отметки в узлах исходной ломаной, т.е. разности ординат проектного сплайна и исходной ломаной ($B'B''$ на рис. 5), и все ограничения.

При проектировании продольного профиля новых дорог целевая функция соответствует минимуму затрат на сооружение земляного полотна и на искусственные сооружения. Соответствующие модели – те же, что и при использовании параболических сплайнов при совместном проектировании продольного и поперечных профилей с учетом распределения земляных масс [14].

При наличии таких выражений вычисление градиента целевой функции (1) сводится к простому пересчету производных [14], так как ординаты точек (D , B на рис. 5) на прямолинейных элементах линейно зависят от ординат ВУ. В силу малости уклонов угол поворота считается равным разности смежных уклонов (ΔI_j на рис. 5).

Это позволяет с достаточной точностью выразить отклонения точек кривой от соответствующих точек прямых (CC'' , BB'' на рис. 5), то есть поправки к рабочим отметкам, вычисленным по сторонам угла поворота («стрелы»).

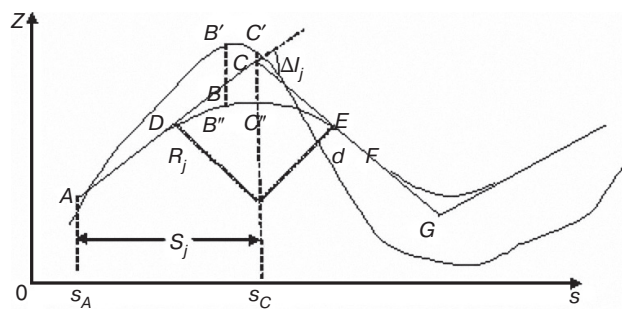


Рис. 5. К пересчету производных при наличии дуг окружностей

На рис. 5 $CC'' = \delta_j = R_j \Delta I_j^2/8$; $BB'' = \delta_B = \delta_j - t_B \Delta I_j/2 + t_B^2/(2R_j)$, где $t_B = |s_C - s_B|$ – разность абсцисс ВУ и точки на кривой; $\Delta I_j = I_{j+1} - I_j$, а $I_j = (Z_j - Z_{j-1})/S_j$. Здесь Z_j – неизвестные проектные отметки вершин углов поворота, а S_j – разности абсцисс, которые несущественно отличаются от длин сторон угла; $s_C - s_A = S_j \approx AC$.

Вместо ограничений на разность уклонов есть ограничения на минимальные длины кривых: $R_j \Delta I_j \geq L_{j \min}$ и на минимальную длину прямой вставки, то есть суммы $CE + FG$ (рис. 5) должны удовлетворять условию:

$$R_j \Delta I_j/2 + R_{j+1} \Delta I_{j+1}/2 + L_{\text{пр min}} \leq S_{j+1}, j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Здесь $L_{\text{пр min}}$ – заданная минимальная длина прямой вставки, n – число ВУ.

При малых ΔI_j для изменения длины прямой вставки на 10 м требуется изменить радиус на 1000 м и более, что при оптимизации сплайна, полученного по методу динамического программирования, маловероятно. Поэтому условие (2) можно упростить и исключить взаимосвязь переменных, относящихся к смежным ВУ, используя полученный на первом этапе сплайн как начальное приближение.

Это можно сделать, выполняя следующие действия:

1. Вычисляем все $T_j = R_j \Delta I_j/2$ (в проектной практике они называются тангенсами).
2. Вычисляем все прямые вставки $d_j = S_j - (T_{j-1} + T_j)$, $j = 2, \dots, n$ и $c_j = d_j - L_{\text{пр min}}$ («запас»).
3. Если $d_j = L_{\text{пр min}}$, то T_{j-1} и T_j фиксируем как максимальные значения $R_{j-1} \Delta I_{j-1}/2$ и $R_j \Delta I_j/2$. Зафиксированные значения далее не меняем.
4. Последовательно рассматриваем прямые вставки в порядке возрастания, начиная с наименьшей d_k . Значения $T_{k-1} + T_k$ можно увеличить на величину $c_k = d_k - L_{\text{пр min}}$, не рискуя нарушить ограничение по прямой вставке на соседних элементах. Если максимальные значения $R_{k-1} \Delta I_{k-1}/2$ и $R_k \Delta I_k/2$ еще не зафиксированы, то в качестве их принимаем значения $T_{k-1} + c_k/2$ и $T_k + c_k/2$, соответственно. Величины c_{k-1} и c_{k+1} уменьшаем

на $c_k/2$. Если было зафиксировано значение T_{k-1} , то величина $\max(R_k \Delta I_k/2) = T_k + c_k$, и c_{k+1} уменьшаем на c_k . Если зафиксировано значение T_k , то $\max(R_{k-1} \Delta I_{k-1}/2) = T_{k-1} + c_k$.

5. Переходим к п. 3 и продолжаем процесс, пока есть не зафиксированные максимальные значения $R_j \Delta I_j/2$. При необходимости учитывается положение начальной и конечной точек профиля и корректируются (в сторону уменьшения) максимальные значения для $R_1 \Delta I_1/2$ и $R_n \Delta I_n/2$.

Учитывая, что $R_j \Delta I_j$ – это длина j -й кривой и $L_{\text{кр min}}$ – ее минимальное значение, обозначая вычисленные максимальные значения $R_j \Delta I_j$ как $L_{j \max}$, получаем систему двусторонних неравенств

$$L_{\text{кр min}} \leq R_j \Delta I_j \leq L_{j \max}, j = 1, 2, \dots, n.$$

Эту систему нелинейных неравенств преобразуем в линейную систему, переходя от переменных радиусов к кривизнам $\sigma_j = 1/R_j$. Для ограничения по $L_{j \max}$ имеем: $\Delta I_j \leq L_{j \max} \sigma_j$ при $R_j > 0$ и $L_{j \max} \sigma_j \leq \Delta I_j$ при $R_j < 0$. Для ограничения по $L_{\text{кр min}}$ получаем $L_{\text{кр min}} \sigma_j \leq \Delta I_j$ при $R_j > 0$ и $\Delta I_j \leq L_{\text{кр min}} \sigma_j$ при $R_j < 0$.

Знаки R_j известны, следовательно, имеем линейную систему вида:

$$\alpha_j \sigma_j \leq \Delta I_j \leq \beta_j \sigma_j, j = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

При $R_j > 0$ $\beta_j = L_{j \max}$ и $\alpha_j = L_{\text{кр min}}$. При $R_j < 0$, наоборот, $\beta_j = L_{\text{кр min}}$ и $\alpha_j = L_{j \max}$.

Алгоритм решения задачи нелинейного программирования: найти $\min \Phi(\mathbf{x})$, где $\mathbf{x}$ – вектор неизвестных, $\Phi(\mathbf{x})$ – целевая функция, при линейных ограничениях $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ состоит из следующих пунктов:

1. Построение допустимого начального приближения.
2. Вычисление антиградиента $\mathbf{f}$.
3. Формирование матрицы активных ограничений $\mathbf{A}_k$ и построение направления спуска $\mathbf{p}$.
4. Проверка условий окончания счета.

Если длина вектора спуска больше заданного ϵ , переходим к п. 5. Иначе проверяем возможность исключения ограничений из активного набора. Если таких ограничений нет, то процесс окончен. Иначе исключаем одно из ограничений и переходим к п. 3.

5. Поиск шага по направлению спуска как минимального из шагов до границы и до точки минимума. При этом решается одномерная задача поиска минимума.

6. Переход в новую точку. Далее – к пункту 3, если антиградиент в новой точке уже вычислялся при поиске шага, иначе – к пункту 2.

Алгоритм в общем случае обеспечивает попадание в окрестность точки локального минимума. Поэтому важно получение хорошего начального приближения по методу динамического программирования.

Ключевыми являются два пункта: построение направления спуска и исключения ограничений из активного набора [22–24]. Задача может быть решена стандартными алгоритмами, которые требуют на каждой итерации решения систем линейных уравнений (обращения матрицы). Так, проекцию градиента на k -й итерации можно вычислить по формуле Розена:

$$\mathbf{p} = (\mathbf{E} - \mathbf{A}_k(\mathbf{A}_k\mathbf{A}_k^T)^{-1}\mathbf{A}_k)\mathbf{f}.$$

Для решения вопроса об исключении ограничений из активного набора надо вычислить вектор $\mathbf{u} = (\mathbf{A}_k\mathbf{A}_k^T)^{-1}\mathbf{A}_k\mathbf{f}$, для чего требуется обращение матрицы $\mathbf{A}_k\mathbf{A}_k^T$.

Вместо этого рассмотрим возможности построения направления спуска, используя простую структуру системы ограничений [25]. Для этого нужно для любого активного набора уметь строить базис в нуль-пространстве матрицы $\mathbf{A}_k$, что было реализовано в действующей программе оптимизации сплайна в виде ломаной без вписанных кривых [14].

Так, если построена базисная матрица $\mathbf{C}$, то вектор спуска $\mathbf{p} = \mathbf{C}\mathbf{C}^T\mathbf{f}$, где $\mathbf{f}$ – антиградиент.

Ограничения (3) содержат дополнительно переменные σ_j , но построенные ранее базисные векторы [25] можно преобразовать и для этой системы.

Если в нашей задаче некоторая переменная z_j не входит ни в одно из активных ограничений, то $p_j = f_j$. Наличие подобных свободных точек позволяет разбить профиль на участки независимого построения базисных векторов и соответствующих компонент вектора спуска. Например, для системы активных ограничений по прямой вставке (3) на участке с ВУ от $(m+1)$ -й до $(m+r-1)$ -й, схематично представленной на рис. 6, переменные $z_{m-1}, z_m, \dots, z_{m+r-1}, z_{m+r}$ и $\sigma_m, \sigma_{m+1}, \dots, \sigma_{m+r-1}$; свободные переменные z_{m-2} и z_{m+r+1} .

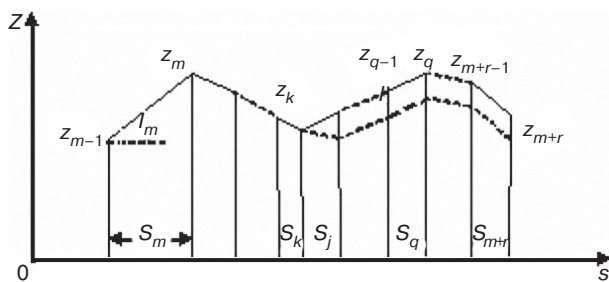


Рис. 6. Пример построения базисных векторов

Активные ограничения:

$$\begin{aligned} -\Delta I_m + \alpha_m \sigma_m &\leq 0, \\ -\Delta I_{m+1} - \beta_{m+1} \sigma_{m+1} &\leq 0, \\ &\dots \\ -\Delta I_{m+r-1} - \alpha_{m+r-1} \sigma_{m+r-1} &\leq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

В переменных ординатах эта система имеет вид:

$$\begin{aligned} -1/S_m z_{m-1} + (1/S_m + 1/S_{m+1}) z_m - \\ -1/S_{m+1} z_{m+1} + \alpha_m \sigma_m &\leq 0, \\ -1/S_{m+1} z_m + (1/S_{m+1} + 1/S_{m+2}) z_{m+1} - \\ -1/S_{m+2} z_{m+2} - \beta_{m+1} \sigma_{m+1} &\leq 0, \\ &\dots \\ -1/S_{m+r-1} z_{m+r-2} + (1/S_{m+r-1} + 1/S_{m+r}) \times \\ \times z_{m+r-1} - 1/S_{m+r} z_{m+r} - \alpha_{m+r-1} \sigma_{m+r-1} &\leq 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Искомые базисные векторы должны обращать неравенства этой системы в равенства и быть линейно независимыми. Например, вектор $\mathbf{c}_1 = (1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ ($r+2$ единицы и r нулей) задает сдвиг всех ВУ по оси ординат без изменения уклонов и радиусов. Очевидно, при этом не меняется и разность смежных уклонов и кривизна.

Если ко всем уклонам прибавить поровну, например, 1 (т.е. выполнить поворот с центром в $(m-1)$ -й ВУ) и не менять радиусы, то ограничения системы (4) и соответствующей ей системы (5) останутся активными. Поэтому вектор $\mathbf{c}_2 = (0 \ S_m \ S_m + S_{m+1} \ S_m + S_{m+1} + S_{m+2} \ \dots \ S_m + S_{m+1} + S_{m+2} + \dots + S_{m+r} \ 0 \ \dots \ 0)^T$ также можно включить в искомый базис. Еще r базисных векторов получим, выбирая последовательно центрами поворота $m, m+1, \dots, (m+r-1)$ -е ВУ, меняя уклоны справа на 1 и компенсируя изменение разности уклонов в центре вращения изменением соответствующей кривизны (6).

Линейная независимость полученных векторов следует из способа их построения.

Если на таком участке некоторая кривизна σ_j приняла предельное значение, то соответствующая компонента вектора спуска равна нулю, σ_j исключается из числа переменных, учитываемых при построении базиса, и вектор, соответствующий ее изменению, не включается в базис.

Если предельное значение принял уклон некоторого элемента I_k , то вектор $\mathbf{c}_1$ остается в базисе, но

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_3 &= (0 \ 0 \ S_{m+1} \ S_{m+1} + S_{m+2} \ \dots \ S_{m+1} + S_{m+2} + \dots + S_{m+r} \ 1/\alpha_m \ 0 \ \dots \ 0)^T, \\ \mathbf{c}_4 &= (0 \ 0 \ 0 \ S_{m+2} \ \dots \ S_{m+2} + S_{m+3} \ \dots \ S_{m+2} + S_{m+3} + \dots + S_{m+r} \ 0 \ 1/\beta_{m+1} \ \dots \ 0)^T, \\ &\dots \\ \mathbf{c}_{r+2} &= (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \dots \ S_{m+r} \ 0 \ \dots \ 0 \ 1/\alpha_{m+r-1})^T. \end{aligned} \quad (6)$$

векторы, соответствующие поворотам с центрами $ВУ_j$ ($j = m-1, m, \dots, k-1$), меняют этот уклон и не включаются в базис.

Новые базисные векторы строим, перебирая ВУ, начиная с $(k-1)$ -й и до m , если $k > m$. Центром вращения считаем $(k-1)$ -ю ВУ, но вращаем левую часть, так что все уклоны слева получают равные приращения. Изменяется разность уклонов только в $(k-1)$ -й ВУ на 1, что компенсируется изменением $(k-1)$ кривизны. Получаем базисный вектор:

$$\mathbf{c} = (s_{k-1} + s_{k-2} + \dots + s_m \quad s_{k-1} + s_{k-2} + \dots + s_{m+1} \quad \dots \quad s_{k-1} + s_{k-2} \quad s_{k-1} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad 1/\delta \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T,$$

где $\delta = \alpha_{k-1}$ или $\delta = \beta_{k-1}$ в зависимости от знака σ_{k-1} .

Если предельным является не последний уклон, то поочередно считаем центрами поворота вершины $k, k+1, \dots, m+r-1$ (рис. 6), вращаем правую часть и строим соответствующий базисный вектор с компенсацией изменения разности уклонов в центре вращения.

Если предельным является уклон начального элемента, то рассматривается только вращение правой части и движение только вправо. Аналогично, если предельным является уклон последнего элемента, то вращается только левая часть профиля, и перебор ВУ идет только влево.

Если предельное значение принимает еще и q -й уклон ($q > k+1$), то от $k-1$ влево и от q вправо строим базисные векторы, как и для единственного предельного уклона. Если $q = k+1$, то этого достаточно, иначе нужно построить еще базисные векторы для $k < j < q$. Для этого последовательно, начиная с $j = k+1$ и до $j = q-1$, все компоненты очередного базисного вектора $\mathbf{c}_i = 0$ для $i < j$ и $\mathbf{c}_i = 1$ для $i \geq j$. При этом изменяется только уклон I_j и нарушаются ограничения в $(j-1)$ -й и j -й ВУ. Они компенсируются изменением σ_{j-1} и σ_j , учитывая, что приращение $\Delta I_j = 1/S_j$ и $\Delta I_{j+1} = -1/S_j$. Получаем очередной базисный вектор:

$$\mathbf{c} = (0 \dots 0 \quad 1 \dots 1 \quad 0 \dots 0 \quad -1/(\delta_{j-1} S_j) \quad 1/(\delta_j S_j) \quad 0 \dots 0)^T.$$

$j \quad m+r \quad m+r+j-1$

Если при этом для некоторых j из $k < j < q$ кривизна σ_j предельна, то число базисных векторов уменьшается на 1 и при построении каждого из них ΔI_j сохраняется, а компенсация нарушения разности уклонов в других ВУ проводится за счет кривизны в ВУ с непредельными значениями кривизны.

Аналогично строятся базисные векторы, если предельных уклонов на участке с активными ограничениями типа (3) больше двух.

Если два участка рассмотренного вида имеют одну общую ВУ, которой соответствует неактивное ограничение типа (3), то для этих участков базисные векторы строятся как для единого целого. Но для

базисного вектора, получаемого при повороте с центром в этой ВУ, не требуется менять кривизну. Если два участка не имеют общих ВУ, то они рассматриваются отдельно.

Для выполнения условий по фиксированным начальной и конечной точкам и направлениям эти условия преобразуются в ограничения вида: $z_{1 \min} \leq z_1 \leq z_{1 \max}$ и $z_{n \min} \leq z_n \leq z_{n \max}$ [25].

Если какое-то из них становится активным, то в базис не включается вектор сдвига. При наличии активного ограничения типа (3) в $ВУ_1$ или $ВУ_n$ вектор поворота с центром в этих точках строится с компенсацией разности уклонов путем изменения соответствующей кривизны.

Высотные ограничения в точках на вписанных кривых нелинейны, их приходится учитывать с помощью штрафных функций [25].

Для решения вопроса о возможности исключения ограничения из активного набора нужно построить вектор $\mathbf{g}$, который нарушает это и только это ограничение. Если $(\mathbf{f}, \mathbf{g}) < 0$, ограничение исключается. Для активных ограничений типа (3) это базисный вектор, но без компенсации в центре поворота. Если же соответствующая кривизна предельна, то нужно построить вектор $\mathbf{g}$ как базисный с компенсацией. Если он не нарушает ограничение по кривизне и $(\mathbf{f}, \mathbf{g}) > 0$, то ограничение по кривизне можно исключить. Для активного ограничения по уклону I_k (рис. 6) такой вектор получим, допуская неиспользованный при построении базиса поворот правой части участка с центром в $(k-1)$ -й ВУ с компенсацией изменения ΔI_{k-1} .

Если активный набор не содержит ограничений типа (3), то вопрос об исключении таких ограничений из активного набора решается совсем просто [25].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный способ построения базиса позволяет решить задачу оптимизации параметров сплайна с дугами окружностей и при переменных абсциссах ВУ, полученных на первом этапе. Этот вопрос, как и оптимизация параметров сплайна, не являющегося однозначной функцией, что часто имеет место в проектировании плана дорожных трасс, требует отдельного рассмотрения.

Как было установлено еще в 70–80-х годах прошлого века [1, 26], использование адекватных математических моделей и корректных алгоритмов оптимизации давало существенный экономический эффект. Применявшиеся в то время на маломощных по нынешним меркам ЭВМ для проектирования продольного профиля железных и автомобильных дорог системы «Профиль», «Профиль-р» и «Профиль-2а», «Профиль-2р» [1, 26] в настоящее время не используются, прежде всего, по причине отсутствия

инстанций, заинтересованных в снижении сметной стоимости строительства и реконструкции за счет повышения качества проектов. Сменившие их САПР западных фирм ускорили процесс подготовки и выдачи многочисленных чертежей и другой проектной документации. Однако они не содержат проектирующих программ. По меткому выражению одного из опытных проектировщиков это «удобные рисовалки и никакой оптимизации там нет». С другой стороны, как усовершенствованные старые системы проектирования продольного профиля, так и новые программы проектирования плана трасс решают сложные задачи оптимизации и визуализации компьютерных проектных решений, но они не могут полностью заменить используемые западные САПР интерактивного проектирования. Дело в том, что разработка

проектирующих систем ведется «по инерции», в порядке личной инициативы, без источников финансирования, и поэтому они не содержат подсистем подготовки и выдачи чертежей и разнообразных выходных документов.

Наметившийся в других областях техники и технологий поворот в сторону искусственного интеллекта дает основание надеяться, что проектирующие программы будут востребованы и при проектировании трасс линейных сооружений, что позволит существенно снизить затраты труда и средств в строительстве за счет применения интеллектуальных систем проектирования.

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Струченков В.И. Использование математических методов оптимизации и ЭВМ при проектировании продольного профиля железных дорог; под ред. Б.К. Малавского. Серия: Труды Всесоюзного научно-исследовательского института транспортного строительства. Вып. 101. М.: Транспорт; 1977. 169 с.
2. Струченков В.И. Компьютерные технологии в проектировании трасс линейных сооружений. *Российский технологический журнал*. 2017;5(1):29–41. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2017-5-1-29-41>
3. Альберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. *Теория сплайнов и ее приложения*; пер. с англ. М.: Мир; 1972. 312 с.
4. Хакимов Б.В. *Моделирование корреляционных зависимостей сплайнами на примерах в геологии и экологии*. СПб.: Нева; 2003. 144 с. ISBN 5-7654-2951-3
5. Dierckx P. *Curve and Surface fitting with splines*. Oxford University Press; 1995. 285 p.
6. Михалеви́ч В.С., Быков В.И., Сибирко А.Н. К вопросу проектирования оптимального продольного профиля дороги. *Транспортное строительство*. 1975;6:39–40.
7. Космин В.В., Струченков В.И., Фрадков Е.Б. Проектирование продольного профиля дороги на ЭВМ. *Транспортное строительство*. 1971;4:38–42.
8. Bentley Rail Track. URL: <https://www.bentley.com/-/media/1EA2B937CB5B42BEA5EAE802620C0BA3.ashx>
9. CARD/1. URL: <http://card-1.ru/>
10. Autodesk. URL: <https://www.architect-design.ru/autodesk/autocad/>
11. Topomatic Robur. URL: <http://www.topomatic.ru/>
12. Credo-Dialog. URL: <https://credo-dialogue.ru/>
13. Струченков В.И. Использование параболических сплайнов в САПР линейных сооружений. *Российский технологический журнал*. 2018;6(1):40–52. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-1-40-52>
14. Струченков В.И. *Методы оптимизации трасс в САПР линейных сооружений*. М.: Солон-Пресс; 2015. 272 с. ISBN 978-5-91359-139-5
15. Лежнев А.В. *Динамическое программирование в экономических задачах*. М.: Бином; 2016. 285 с. ISBN 5-94774-344-2

REFERENCES

1. Struchenkov V.I. The use of mathematical optimization methods and a computer in the design of the longitudinal profile of railways; B.K. Malyavskii (Ed.). *Seriya: Trudy Vsesoyuznogo nauchno-issledovatel'skogo instituta transportnogo stroitel'stva* = Series: Proceedings of the All-Union Scientific Research Institute of Transport Construction. Iss. 101. Moscow: Transport; 1977. 169 p. (in Russ.).
2. Struchenkov V.I. Computer technologies in line structure routing. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal* = Russian Technological Journal. 2017;5(1):29–41 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2017-5-1-29-41>
3. Ahlberg J.H., Nilson E.N., Walsh J.L. The theory of splines and their applications. Academic press; 1967. 296 p. [Alberg J., Nilson E., Walsh J. *Teoriya splainov i ee prilozheniya* (The theory of splines and their applications). Moscow: Mir; 1972. 312 p. (in Russ.).]
4. Khakimov B.V. *Modelirovanie korrelyatsionnykh zavisimostei splainami na primerakh v geologii i ekologii* (Modeling of correlation dependences by splines on examples in geology and ecology). St. Petersburg: Neva; 2003. 144 p. (in Russ). ISBN 5-7654-2951-3
5. Dierckx P. *Curve and Surface fitting with splines*. Oxford University Press; 1995. 285 p.
6. Mikhalevich V.S., Bykov V.I., Sibirko A.N. To the question of designing the optimal longitudinal profile of the road. *Transportnoe stroitel'stvo* = Transport Construction. 1975;6:39–40 (in Russ.).
7. Kosmin V.V., Struchenkov V.I., Fradkov E.B. Computer design of the longitudinal profile of the road. *Transportnoe stroitel'stvo* = Transport Construction. 1971;4:38–42 (in Russ.).
8. Bentley Rail Track. Available from URL: <https://www.bentley.com/-/media/1EA2B937CB5B42BEA5EAE802620C0BA3.ashx>
9. CARD/1. Available from URL: <http://card-1.ru/>
10. Autodesk. Available from URL: <https://www.architect-design.ru/autodesk/autocad/>
11. Topomatic Robur. Available from URL: <http://www.topomatic.ru/>
12. Credo-Dialog. Available from URL: <https://credo-dialogue.ru/>

16. Cavagnari G., Marigonda A., Piccoli B. Generalized dynamic programming principle and sparse mean-field control problems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 2020;481(1):123437. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2019.123437>
17. He S., Shin H.-S., Tsourdos A. Computational guidance using sparse Gauss-Hermite quadrature differential dynamic programming. *IFAC-PapersOnLine*. 2019;52(12):13–18. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.062>
18. Fayaed S.S., Fiyadh S.S., Khai W.J., Ahmed A.N., Afan H.A., Ibrahim R.K. Improving dam and reservoir operation rules using stochastic dynamic programming and artificial neural network integration model. *Sustainability*. 2019;11(19):5367. <https://doi.org/10.3390/su11195367>
19. Işık H., Sintunavarat W. An investigation of the common solutions for coupled systems of functional equations arising in dynamic programming. *Mathematics*. 2019;7(10):977. <https://doi.org/10.3390/math7100977>
20. Карпов Д.А., Струченков В.И. Динамическое программирование как метод сплайн- аппроксимации в САПР линейных сооружений. *Российский технологический журнал*. 2019;7(3):77–88. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-3-77-88>
21. Карпов Д.А., Струченков В.И. *Методы и алгоритмы решения прикладных задач дискретной оптимизации*. М.: Солон-Пресс; 2020. 201 с. ISBN 978-5-91359-399-3
22. Кохендерфер М., Уилер Т. *Алгоритмы оптимизации*. М.: Вильямс; 2020. 528 с. ISBN 978-5-907144-76-7
23. Чернорутский И.Г. *Методы оптимизации. Компьютерные технологии*. СПб.: БХВ-Петербург; 2011. 370 с. ISBN 978-5-9775-0784-4
24. Овчинников В.А. *Модели и методы дискретной оптимизации*. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2019. 278 с. ISBN 978-5-7038-5105-0
25. Струченков В.И. *Прикладные задачи оптимизации*. М.: Солон-Пресс; 2016. 314 с. ISBN 978-5-91359-191-3
26. Карих Ю.С. Оценка существующих методов проектирования продольного профиля. В сб. трудов ГипродорНИИ. Вып. 17. *Повышение экономической эффективности капиталовложений в строительство, ремонт и содержание автомобильных дорог*. М.: Издание ГипродорНИИ; 1976. С. 105–112.
13. Struchenkov V.I. The use of parabolic splines in CAD of linear structures. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal*. 2018;6(1):40–51 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-1-40-52>
14. Struchenkov V.I. *Metody optimizatsii trass v SAPR lineinykh sooruzhenii (Methods for route optimization in CAD of linear structures)*. Moscow: Solon-Press; 2014. 271 p. (in Russ.). ISBN 978-5-91359-139-5
15. Lezhnev A.V. *Dinamicheskoe programmirovaniye v ekonomicheskikh zadachakh (Dynamic programming in economic problems)*. Moscow: Binom; 2016. 176 p. (in Russ.). ISBN 5-94774-344-2
16. Cavagnari G., Marigonda A., Piccoli B. Generalized dynamic programming principle and sparse mean-field control problems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 2020;481(1):123437. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2019.123437>
17. He S., Shin H.-S., Tsourdos A. Computational guidance using sparse Gauss-Hermite quadrature differential dynamic programming. *IFAC-PapersOnLine*. 2019;52(12):13–18. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.062>
18. Fayaed S.S., Fiyadh S.S., Khai W.J., Ahmed A.N., Afan H.A., Ibrahim R.K. Improving dam and reservoir operation rules using stochastic dynamic programming and artificial neural network integration model. *Sustainability*. 2019;11(19):5367. <https://doi.org/10.3390/su11195367>
19. Işık H., Sintunavarat W. An investigation of the common solutions for coupled systems of functional equations arising in dynamic programming. *Mathematics*. 2019;7(10):977. <https://doi.org/10.3390/math7100977>
20. Karpov D.A., Struchenkov V.I. Dynamic Programming as a Method of Spline Approximation in the CAD Systems of Linear Constructions. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal*. 2019;7(3):77–88 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-3-77-88>
21. Karpov D.A., Struchenkov V.I. *Metody i algoritmy resheniya prikladnykh zadach diskretnoi optimizatsii (Methods and algorithms for solving applied discrete optimization problems)*. Moscow: Solon-Press; 2020. 201 p. (in Russ.). ISBN 978-5-91359-399-3
22. Kochenderfer M., Wheeler T. *Algorithms for Optimization*. The MIT Press; 2019. 521 p. [Kokhenderfer M., Uiler T. *Algoritmy optimizatsii*. Moscow: Vil'yams; 2020. 528 p. (in Russ.). ISBN 978-5-907144-76-7]
23. Chernorutskii I.G. *Metody optimizatsii. Komp'yuternye tekhnologii (Optimization methods. Computer technologies)*. St. Petersburg: BHV-Petersburg; 2011. 370 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9775-0784-4
24. Ovchinnikov V.A. *Modeli i metody diskretnoi optimizatsii (Models and methods of discrete optimization)*. Moscow: MG TU im. N.E. Bauman; 2019. 278 p. (in Russ.). ISBN 978-5-7038-5105-0
25. Struchenkov V.I. *Prikladnye zadachi optimizatsii (Applied optimization problems)*. Moscow: Solon-Press; 2016. 314 p. (in Russ.). ISBN 978-5-91359-191-3
26. Karikh Yu.S. Evaluation of existing longitudinal profile design methods. In: Collection of works of GiprodorNII: *Improving the economic efficiency of investment in the construction, repair and maintenance of roads*. Moscow: Izdanie GiprodorNII; 1976. P. 105–112. (in Russ.).

Об авторах

Карпов Дмитрий Анатольевич, к.т.н., заведующий кафедрой общей информатики Института кибернетики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: karpov@mirea.ru. <https://orcid.org/0000-0003-3734-7182>

Струченков Валерий Иванович, д.т.н., профессор, кафедра общей информатики Института кибернетики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: srt1942@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-9801-7454>

About the authors

Dmitry A. Karpov, Cand. Sci. (Eng.), Head of the General Informatics Department, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: karpov@mirea.ru. <https://orcid.org/0000-0003-3734-7182>

Valery I. Struchanov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, General Informatics Department, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: srt1942@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-9801-7454>

Микро- и нанoeлектроника. Физика конденсированного состояния
Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics

УДК 544.2

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-57-66>

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Испарение жидкой лежащей капли в условиях вынужденной конвекции

А.Е. Коренченко ^{1, @},
А.А. Жукова ²

¹ МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

² Первый Московский государственный медицинский университет имени И.М. Сеченова, Москва, 105043 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: korenchenko@mirea.ru

Резюме. Результаты экспериментов по измерению скорости испарения с поверхности жидкой лежащей капли в воздух указывают, что конвективные потоки над поверхностью увеличивают скорость испарения. Однако данные относительно того, в какой мере конвекция влияет на процесс испарения, сильно разнятся, часто противоречивы и требуют уточнения. В работе проведен численный анализ испарения с поверхности капли воды в нейтральный газ – воздух в присутствии конвективных течений в газовой фазе. Капля располагается на горизонтальной, гладкой, изотермической подложке, рассмотрена мода с постоянным углом смачивания. Задача решена в осесимметричном приближении, течения вынужденной конвекции, совместимые с условиями симметрии, представлены потоками, направленными вниз вдоль оси системы и расходящимися по сторонам вблизи капли и подложки. Математическая модель учитывает влияние сил поверхностного натяжения, тяготения и вязкости в обеих средах, возможную свободную гравитационную конвекцию в газовой и жидкой средах, конвекцию Марангони в капле и построена для испарения, контролируемого диффузией в газовой фазе. Получены результаты, свидетельствующие о взаимном влиянии жидкой и газовой сред: капля колеблется под влиянием движений в атмосфере, что порождает волну плотности в газе: колеблющаяся капля «звучит». Величина скорости в жидкой среде в 50 раз меньше характерной скорости в воздухе. Обнаружено, что скорость испарения не изменяется в присутствии течений вынужденной конвекции, что противоречит большинству экспериментальных работ. Предположительная причина расхождений заключается в возникновении неравновесных условий на границе конденсированной фазы, при которых режим испарения перестает быть диффузионным.

Ключевые слова: испарение, диффузия, лежащая капля, вынужденная конвекция, численное моделирование

• Поступила: 21.01.2021 • Доработана: 01.03.2021 • Принята к опубликованию: 12.07.2021

Для цитирования: Коренченко А.Е., Жукова А.А. Испарение жидкой лежащей капли в условиях вынужденной конвекции. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):57–66. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-57-66>

Прозрачность финансовой деятельности: Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Evaporation of a liquid sessile droplet subjected to forced convection

Anna E. Korenchenko ^{1, @},
Anna A. Zhukova ²

¹ MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

² Sechenov First Moscow State Medical University, Moscow, 105043 Russia

@ Corresponding author, e-mail: korenchenko@mirea.ru

Abstract. Experiments on measuring the rate of evaporation of liquid sessile droplets into air show that the rate of evaporation increases in the presence of forced convection flows. However, data on the effect of convection on evaporation are often contradictory and should be clarified. The paper presents a numerical analysis of evaporation from the surface of a water droplet subjected to forced convection in the gas phase. The drop is located on a smooth horizontal isothermal substrate; the mode with constant contact angle is considered. The shape of the drop has axial symmetry, the same for the velocities and pressure. Forced convection compatible with the symmetry conditions are represented by flows directed downward along the axis of the system and diverging along the sides near the drop and the substrate. The mathematical model is constructed for evaporation controlled by diffusion in the gas phase and takes into account surface tension, gravity, and viscosity in both media, buoyancy and Marangoni convection. The results indicate the existence of the mutual influence of liquid and gaseous media. Thus, a drop vibrates under the influence of movements in the atmosphere, which generates a density wave in the gas: the drop «sounds». The magnitude of the velocity in a liquid is 50 times less than the characteristic velocity in air. It is found that the evaporation rate does not change in the presence of forced convection flows, which contradicts most of the experimental works. The reason for the discrepancies is supposed to be the appearance of nonequilibrium conditions at the boundary of the condensed phase: under these conditions, the evaporation regime ceases to be diffusional.

Keywords: evaporation, diffusion, sessile droplet, forced convection, mathematical modeling

• Submitted: 21.01.2021 • Revised: 01.03.2021 • Accepted: 12.07.2021

For citation: Korenchenko A.E., Zhukova A.A. Evaporation of a liquid sessile droplet subjected to forced convection. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):57–66 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-57-66>

Financial disclosure: The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Испарение жидкости с поверхности капель является частью круговорота воды в природе, широко распространено в промышленных технологиях и повседневной жизни и поэтому активно исследуется теоретически и экспериментально [1–6]. В связи с испарением воды с поверхности установлены экспериментальные факты: 1) конвективные потоки воздуха над поверхностью иногда ускоряют процесс испарения; 2) испарение происходит тем интенсивнее, чем меньше влажность окружающего воздуха ϕ . Однако приведенные в литературе данные, о том, в какой мере эти условия влияют на скорость

испарения, сильно различаются и иногда противоречивы. Так, например, экспериментальные исследования испарения с плоской поверхности воды в присутствии конвективных течений показывают увеличение скорости испарения, линейное по отношению к скорости течений V [7], выраженное полиномом 3-й степени [8] или пропорциональное $\sim V^{3/2}$ [9], тогда как численные расчеты указывают на слабое влияние конвекции на скорость испарения [2, 10]. Для зависимости скорости испарения от разности между давлением насыщенного пара над поверхностью (p_{vs}) и парциальным давлением пара в окружающем воздухе (p_{v0}) эксперименты дают зависимость вида $(p_{vs} - p_{v0})^n$, где приближение Дальтона

предсказывает $n = 1$ [10]; в [7, 9] получены значения n , меньшие 1; в [12, 13] – большие 1, а в [8] предложено выражение, связывающее n со скоростью течений в воздухе. Разнятся также мнения относительно роли свободной конвекции при испарении. В эксперименте [14] исследовалась скорость испарения с поверхности лежащих и висющих капель воды. Авторы получили одинаковые значения скорости испарения, что свидетельствует об отсутствии влияния гравитационной конвекции в газовой фазе. Однако в экспериментах [15] получено увеличение в 4 раза скорости испарения с поверхности лежащей капли по сравнению со скоростью, рассчитанной для диффузионного режима испарения. Очевидно, что перечисленные противоречия связаны с тем, что условия экспериментов [7–15] различались, но причины, по которым воздействие одних и тех же факторов на испарение вызывает различный отклик, неясны.

Исследование испарения с поверхности капли требует учета большого количества возможных физических явлений. Так, испарение вызывает охлаждение капли, причем, в общем случае, неоднородное, это приводит к неоднородной концентрации насыщенного пара над поверхностью, а также может привести к термокапиллярной конвекции в объеме капли. Описание процесса испарения в присутствии силы тяжести может осложняться свободной конвекцией как в газовой, так и в жидкой средах. Любые внешние возмущения – механические или термодинамические – могут вызвать свободные колебания капли [16] и, возможно, повлиять на процесс испарения. Глобальная цель проводимых исследований – численный анализ процесса испарения с поверхности лежащей капли в нейтральный газ. Расчеты проведены с учетом влияния сил поверхностного натяжения, тяготения и вязкости в обеих средах, возможной свободной гравитационной конвекции в газовой и жидкой средах и конвекции Марангони в капле. Учтено влияние силы тяжести на форму капли и исследованы движения поверхности капли, не связанные с ее перемещением вследствие уменьшения объема. Авторы проводят анализ

поэтапно, в настоящей работе приведено исследование влияния вынужденной конвекции на скорость испарения, форму капли и движение ее границ.

1. ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

1.1. Схема компьютерного эксперимента и принятые обозначения

Рассмотрена капля жидкости, лежащая на горизонтальной поверхности; R – радиус равновеликой сферической капли. Капля находится в атмосфере нейтрального неконденсирующегося газа. Задача решена в приближении осевой симметрии методом конечных разностей. Размеры вычислительного объема намного превышают радиус капли, $R_K, H_K \gg R$ (рис. 1 – схематичный, масштабы не соблюдены). Построение разностной схемы происходит следующим образом [16]: 1) проводится вертикальное разбиение объема для $z \leq H$, так что капля оказывается поделенной на слои одинаковой толщины h_z с радиусом r_i ; 2) проводится вертикальное разбиение пространства над каплей (на рис. 1 не показано), шаг вертикального разбиения в газе при $z > H$ может превышать шаг h_z ; 3) проводится горизонтальное разбиение вычислительного объема (на рис. 1 не показано). Присутствие объекта со сложной геометрией приводит к тому, что схема вблизи границы капли сгущается, подстраиваясь под форму капли. Граница капли задается набором точек (ih_z, r_i) , соединенных между собой отрезками.

Приняты следующие обозначения: ρ_l – плотность жидкости; ρ_0, T_0, p_0 – плотность, температура и давление газа на границах вычислительной области; T_s – температура подложки; ν_l, ν_g – коэффициенты кинематической вязкости сред; η_l, η_g – коэффициенты динамической вязкости; κ_l, κ_g – коэффициенты теплопроводности; c_l, c_g – удельные теплоемкости; M_l, M_g – молярные массы; β_l – коэффициент теплового расширения жидкости; D – коэффициент диффузии пара в воздухе; λ – теплота испарения; $\sigma_{lg}, \sigma_{gs}, \sigma_{ls}$ – коэффициенты межфазного натяжения на границах «жидкость-газ», «газ-твердое» и «жидкость-твердое», соответственно. Индексами «l» и «g» обозначены величины, относящиеся к жидкости и газу. Индекс «v» принят для обозначения величин, относящихся к пару.

1.2. Основные приближения модели

Жидкость предполагается несжимаемой и ньютоновской; нейтральный газ и его смесь с паром – идеальными газами; подложка – гладкой и изотермической. Испарение предполагается медленным,

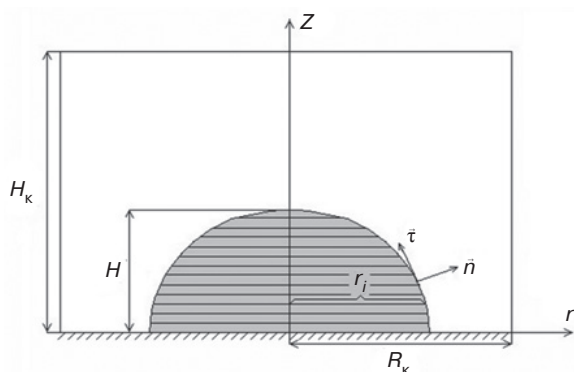


Рис. 1. Схема эксперимента

так что над поверхностью жидкости находится равновесный насыщенный пар. Рассмотрена двумерная задача в предположении осевой симметрии формы капли, потоков и распределений давления, температуры и концентрации пара, причем движения сред в азимутальном направлении отсутствуют.

1.3. Уравнения и граничные условия

Уравнения сохранения для жидкости в капле записываются следующим образом

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\frac{1}{\rho_l} \vec{\nabla} P + \nu_l \vec{\nabla}^2 \vec{V} - \vec{g} \beta_l (T - T_s), \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{V}T) = \frac{\kappa_l}{\rho_l c_l} \vec{\nabla}^2 T. \quad (3)$$

Здесь P – превышение давления над гидростатическим давлением в жидкости; $\vec{V} = \{V_r, V_z\}$ и T – распределения скоростей и температуры; $\vec{g}$ – ускорение свободного падения. Подъемная сила в уравнении (1) учтена в приближении Буссинеска.

Поведение газа описывается уравнениями

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \frac{\eta_g}{\rho} \vec{\nabla}^2 \vec{V} - \vec{g}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{V}) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{V}T) = \frac{\kappa_g}{\rho c_g} \vec{\nabla}^2 T, \quad (6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{V}C) = D \vec{\nabla}^2 C. \quad (7)$$

Систему (4)–(7) дополняет уравнение состояния парогазовой смеси

$$p = \frac{\rho R_g T}{M}, \quad M = \left(\frac{C}{M_1} + \frac{1-C}{M_g} \right)^{-1}. \quad (8)$$

Здесь символами p , ρ и M обозначены давление, плотность и молярная масса смеси; C – массовая доля пара; R_g – универсальная газовая постоянная.

Верхняя и боковая границы вычислительного объема – невозмущенная газовая среда с заданными

массовой долей пара C_0 , плотностью ρ_0 , давлением p_0 и температурой T_0 .

На границе «газ-подложка» ставятся условия непроницаемости, постоянства температуры и условие прилипания.

На границе «жидкость-газ» S_{lg} имеют место следующие условия [17]:

1) Парциальное давление пара p_{vs} равно давлению насыщенного пара жидкости при температуре поверхности и с учетом кривизны $K(z)$ и присутствия нейтрального газа:

$$p_{vs} = p_{v\infty} + \frac{p_{v\infty}}{\rho_l - \rho_{v\infty}} (-\sigma_{lg} K + p),$$

здесь $p_{v\infty}$, $\rho_{v\infty}$ – давление и плотность пара над плоской поверхностью жидкости ($K = \infty$), $p_{v\infty}$ вычисляется по формуле:

$p_{v\infty} = 6.112 \cdot e^{17.62(T_s - 273)/(T_s - 29.88)}$ [18]; $p(z)$ – давление воздуха над поверхностью капли. Кривизна определяется по формуле $K(z_i) = R_{li}^{-1} + R_{2i}^{-1}$, где R_{li} и R_{2i} – радиусы нормальных сечений капли, которые вычисляются из геометрических соображений [16]. Массовая доля пара над поверхностью капли вычисляется как

$$C_s = \frac{p_{vs} M_1}{\rho_s R_g T_s}, \quad (9)$$

где ρ_s – плотность газопаровой смеси над поверхностью капли.

2) Нормальная составляющая скорости газовой среды над поверхностью капли определяется условием Стефана:

$$(1 - C_s) \cdot (\vec{V} \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) - D \frac{\partial(1 - C)}{\partial n} = 0. \quad (10)$$

Условие (10) записано в системе отсчета, в которой межфазная граница покоится и описывает диффузионный режим испарения: диффузионный поток воздуха к поверхности должен быть компенсирован конвективным потоком, направленным от поверхности; $V_{S_{lg}}$ – скорость движения границы «жидкость-газ» в лабораторной системе отсчета.

3) Скачок нормальной компоненты напряжения на S_{lg} описывается уравнением Лапласа:

$$\vec{n} T \vec{n}|_l - \rho_l (\vec{V}_l \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}})^2 - \left(\vec{n} T \vec{n}|_g - \rho_g (\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}})^2 \right) = \sigma_{lg} K, \quad (11)$$

где компоненты тензора напряжений $\mathbf{T}$ записываются как $T_{ij} = -p\delta_{ij} + \eta(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$, δ_{ij} – дельта Кронекера.

4) Скачок касательной компоненты напряжений равен касательной составляющей градиента поверхностного натяжения

$$\vec{n}\mathbf{T}\vec{\tau}|_l - \rho_l \vec{V}_l \cdot \vec{\tau} (\vec{V}_l \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) - \\ - \left(\vec{n}\mathbf{T}\vec{\tau}|_g - \rho_g \vec{V}_g \cdot \vec{\tau} (\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) \right) = - \left| \frac{d\sigma}{dT} \right| (\nabla T)_\tau. \quad (12)$$

В (12) предполагается линейная зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры

$$\sigma = \sigma_0 - \left| \frac{d\sigma}{dT} \right| (T - T_g).$$

6) Касательные компоненты скорости и температура на границе непрерывны

$$V_l|_\tau = V_g|_\tau, \quad (13)$$

$$T_l = T_g. \quad (14)$$

7) Поток тепла испытывает скачок, связанный с поглощением скрытой теплоты испарения

$$-k_l \frac{\partial T}{\partial n}|_l + \rho_l c_l T_l \cdot (\vec{V}_l \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) - \\ - \left(-k_g \frac{\partial T}{\partial n}|_g + \rho_g c_g T_g \cdot (\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) \right) = \dot{m} \cdot \lambda. \quad (15)$$

В (15) локальный поток вещества на поверхности выражается как

$$\dot{m} = \rho_l \cdot (\vec{V}_l \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) = \\ = \rho C \cdot \left(\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}} \right) - \rho D \frac{\partial C}{\partial n} = \rho \cdot (\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}). \quad (16)$$

Скорость движения межфазной границы определяется из (10), (16) и записывается как

$$V_{S_{lg}} = (\rho_l \vec{V}_l \cdot \vec{n} - \rho_g \vec{V}_g \cdot \vec{n}) / (\rho_l - \rho)|_{S_{lg}}. \quad (17)$$

8) Условие на трехфазной границе описывается как

$$\theta_0 = \text{const}, \quad (18)$$

где θ_0 – равновесный угол смачивания, $\cos \theta_0 = (\sigma_{gs} - \sigma_{ls}) / \sigma_{lg}$.

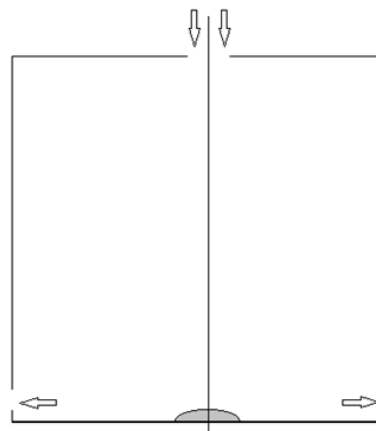


Рис. 2. Схема вычислительного объема (стрелками показаны зоны входа и выхода воздуха)

Течения вынужденной конвекции, совместимые с условием осевой симметрии, были созданы следующим образом: в отверстие в верхней части вычислительного объема вдувается воздух, в боковых стенках через щели вблизи подложки – зона выхода воздуха (рис. 2). Скорости газа в подобраны так, что количество воздуха и пара в объеме из-за конвекции не изменялось.

Уравнения (1)–(18) приводятся к безразмерной форме следующим образом: для жидкости используется шкала расстояний R , для скоростей – v_1/R , для давления – $\rho_l v_1^2 / R^2$ и для времени – R^2 / v_1 . Для газовой среды используется шкала расстояний R_K , для скоростей – U_0 , для плотности – ρ_g и для времени – R_K / U_0 . Безразмерные переменные далее в тексте отмечены тильдой.

2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Решение системы (1)–(18) проводилось методом конечных разностей. Для решения уравнений динамики жидкости (1)–(3) использовался метод исключения Гаусса, уравнения для описания поведения газовой среды были решены методом прогонки, решения «сшивались» на межфазной границе с помощью граничных условий. Решение проводилось в духе методов расщепления [19] и на каждом временном шаге делилось на «жидкий» и «газовый» этапы, каждый из которых состоял из нескольких шагов.

1 этап, «жидкий». Проводится решение уравнений для жидкости в капле. Состоит из следующих шагов:

- распределения скоростей и давления в жидкости вычисляются путем решения уравнений (1), (2), (11), (12) методом исключения Гаусса. Значения

скоростей в газе для подстановки в (11), (12) берется с предыдущего временного шага;

- распределение температуры в капле вычисляется решением уравнений (8), (15). Распределение температуры в газе и значение интенсивности испарения $\dot{m}$ берется с предыдущего временного шага.

2 этап, «газовый». Включает следующие действия:

- распределение скоростей в газе вычисляется решением уравнений (4), (10), (13) – нормальные составляющие скорости в газе вблизи поверхности жидкости задаются условием Стефана, а касательные – непрерывны. Значение плотности газа берется с предыдущего временного шага, а значение касательных составляющих скоростей на поверхности капли – с первого, «жидкого» этапа;
- распределение плотности в газе вычисляется решением уравнения (5). Вблизи поверхности капли плотность газовой смеси аппроксимируется многочленом, так как не существует физических условий, ограничивающих значение плотности или ее производных;
- распределение температуры в газе вычисляется решением уравнений (6), (14);
- распределение массовой доли пара в газе вычисляется решением уравнения (7), в котором значение массовой доли пара в смеси над поверхностью капли вычисляется по формуле (9);
- новая форма свободной жидкости рассчитывается по формулам (18) и

$$\tilde{r}_i^{\tilde{t}+\Delta\tilde{t}} = \tilde{r}_i^{\tilde{t}} + \tilde{V}_r|_{S_{lg}} \cdot \Delta\tilde{t}, \quad i = 2, m,$$

$$\tilde{z}_i^{\tilde{t}+\Delta\tilde{t}} = i\tilde{h} + \tilde{V}_z|_{S_{lg}} \cdot \Delta\tilde{t}, \quad i = 2, m+1.$$

Сетка реконструируется на каждом временном шаге в соответствии с изменениями формы капли. Переменные для жидкости и газа были обезразмерены по-разному, поэтому на один «жидкий» этап расчета приходится несколько «газовых».

Описанный код был опробован на тестовых задачах в [16, 20] и показал хорошее согласие с аналитическими решениями и экспериментальными результатами.

Все вычисления, проведенные в работе, выполнены для испарения капли воды в воздух. Физические характеристики жидкости: плотность $\rho_l = 1000 \text{ кг/м}^3$; молярная масса $M_l = 0.018 \text{ кг/моль}$; коэффициент теплопроводности $\kappa_l = 0.55 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$; вязкость $\nu_l = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; теплоемкость $c_l = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; коэффициент объемного теплового расширения

$\beta_l = 1.27 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$; теплота испарения $\lambda = 2.26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$. Физические характеристики газа: молярная масса $M_g = 0.029 \text{ кг/моль}$; теплоемкость $c_g = 720 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$, коэффициенты вязкости и теплопроводности газовой среды в уравнениях (4) и (6) вычислялись по формулам МКТ [21], а коэффициент диффузии водяного пара в воздухе рассчитывался в приближении модели жестких сфер [22]. Температура подложки $T_s = 293 \text{ К}$. Характеристики межфазных границ: $\sigma_{lg} = 7.3 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$; $\sigma_{ls} - \sigma_{gs} = 0 \text{ Н/м}$; $\left| \frac{d\sigma}{dT} \right| = 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ Н/(м} \cdot \text{К)}$. Размеры капли и вычислительного объема: $R = 0.5 \text{ мм}$, $R_k = H_k = 5 \text{ см}$. Испарение происходит в сухой воздух, $C_0 = 0$.

Получены следующие значения безразмерных критериев, определяющих движение в жидкости и газе. Число Марангони $Ma = 130$ и имеет величину, достаточную для формирования в капле термокапиллярной неустойчивости, так как его значение превышает критическое $Ma_{кр} \approx 80$ (для жидкой пленки). Значения числа Рейнольдса в газе $Re_g = 115$ и в жидкости $Re_l = 0.5$ сравнительно малы, так что только ламинарные течения могут наблюдаться в обеих средах. Критическое число Грасгофа составляет $Gr_{кр} \approx 1000$ (для жидкости в цилиндрическом сосуде, нагретом снизу). Это означает, что свободная гравитационная конвекция в капле с $Gr = 3.2$ невозможна.

Начальное состояние в системе: среды находятся в состоянии покоя при температуре $T = T_s = T_0 = 293 \text{ К}$, давление в газе $p = p_g = 10^4 \text{ Па}$, испарение отсутствует, как если бы капля была накрыта пленкой, и в момент $t = 0$ пленку убирают. Начальная равновесная форма капли рассчитывается с помощью минимизации механической энергии [16].

Сходимость написанного кода проверялась сравнением результатов, полученных для различных сеток и временных шагов, и были выбраны параметры схемы для получения решения, независимого от размеров шагов разбиения.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Вид течений в газе и жидкости

Течения вынужденной конвекции были заданы следующим образом. На верхней границе вычислительного объема при $z = H_k$ имеется круглое отверстие радиуса $R_c = 5 \text{ мм}$, в которое задувают сухой воздух (рис. 2). Профиль скорости течения – квадратичный: $V_z = U_0 (1 - r^2/R_c^2)$, $U_0 = 0.37 \text{ м/с}$. На боковой границе при $r = R_k$ имеется щель, из которой вытекает воздух, ширина щели подобрана так, чтобы

количество втекающего и вытекающего воздуха совпадало.

Рассмотрены результаты трех расчетов:

1. испарение происходит в неподвижный воздух;
2. в газовой среде сформированы потоки вынужденной конвекции, которые включаются в начальный момент времени и существуют на всем временном интервале;
3. в газовой среде сформирована вынужденная конвекция, потоки которой организованы точно так же, как в п. 2, но являются пульсирующими, т.е. вынужденная конвекция, как в режиме 2, периодически сменяется состоянием, когда скорости во входном и выходном отверстиях обращаются в 0. Движения в газе, не поддержанные внешними силами, быстро затухают.

На рис. 3 показано распределение скорости газопаровой смеси над каплей в режиме 2. Конвективный поток направлен вертикально вниз вдоль оси системы, расходясь в стороны над каплей. Скорости вблизи поверхности капли направлены почти перпендикулярно поверхности. Составляющая этих скоростей, нормальная к поверхности, представляет собой поток Стефана. Как видно из рисунка, скорости конвективного течения над каплей в два и более раз превышают скорость в потоке Стефана. Над вершиной капли формируется зона покоя, образованная при встрече двух вертикальных течений – конвективного и потока Стефана, направленного вверх.

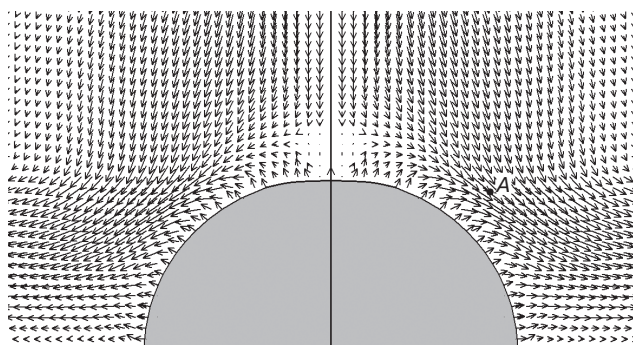


Рис. 3. Распределение скорости в объеме газа вблизи поверхности капли в присутствии вынужденной конвекции

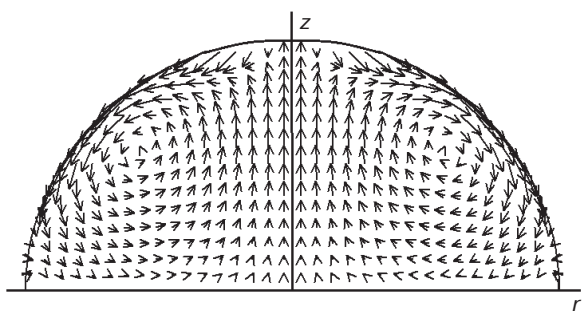


Рис. 4. Распределение скорости в капле в присутствии конвективного течения в газовой фазе

Конвективные потоки в газе вызывают движение внутри жидкости. В капле формируется вихрь, поток в котором направлен вниз вдоль поверхности и поднимается вверх вдоль оси (рис. 4). Скорости движения в капле намного меньше скоростей в газе. Так, например, скорость потока в газе в точке А (рис. 3) равна 5 см/с, тогда как скорость в капле вблизи поверхности составляет около 1 мм/с, т.е. в 50 раз меньше.

На рис. 5 показана временная зависимость отклонения высоты капли от начального (равновесного) положения для двух случаев испарения: в присутствии пульсов вынужденной конвекции и в неподвижный воздух. На этом же графике показана временная зависимость скорости вынужденной конвекции U_0 , период пульсации конвективных потоков составил 0.5 с. Как выяснилось, капля реагирует на пульсы конвекции колебаниями на частоте ≈ 250 Гц, эта частота совпадает с основной частотой собственных осесимметричных колебаний капли [16]. Причем, как видно из рисунка, механическое равновесие капли нарушается в обоих случаях, как при включении, так и при выключении конвективных потоков. В присутствии конвективных потоков высота капли меньше ее высоты при отсутствии конвекции, разница составляет ~ 0.2 мкм. Это означает, что конвективный поток «сплющивает» каплю. Как видно из рис. 5, в интервалах покоя, когда конвективные течения отключаются, высота капли восстанавливается и становится равной высоте капли, испаряющейся в неподвижный воздух. Свободные колебания при включении конвекции имеют меньшую амплитуду, чем при выключении, видимо, они подавлены конвективным потоком.

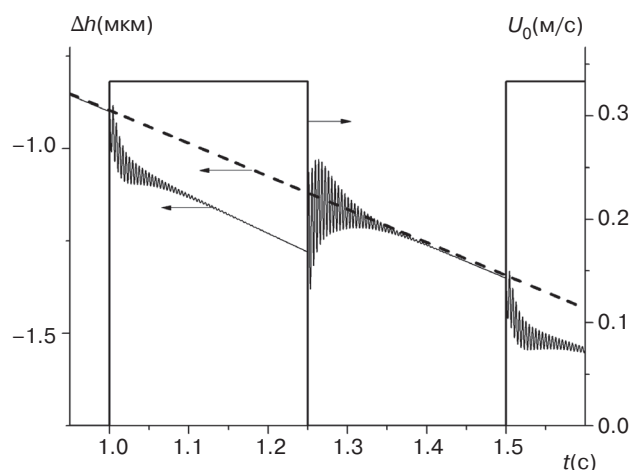


Рис. 5. Временная зависимость отклонения высоты испаряющейся капли в вершине от начального равновесного положения:
----- режим 1; ——— режим 3; ——— временная зависимость максимальной скорости воздуха в конвективном течении

Наблюдается и обратное влияние движений в жидкости на газ. Так, колебания капли вызывают появление волны плотности в газе, то есть колеблющаяся капля испускает звук. Колебания плотности невелики, их амплитуда составляет около 0.01% от плотности воздуха.

3.2. Зависимость скорости испарения от времени

На рис. 6 показана временная зависимость скорости испарения J – величины, численно равной массе жидкости, покидающей поверхность капли в единицу времени. На графике приведены три кривые, соответствующие рассмотренным режимам испарения. На рассмотренном временном интервале испарения можно выделить короткий (< 1 мс) переходный процесс, когда скорость испарения меняется в больших пределах. Это связано с неравновесным начальным состоянием системы. Затем наступает интервал стационарного испарения, на котором скорость меняется незначительно – из-за уменьшения площади поверхности капли и понижения температуры поверхности вследствие испарения. Как видно из рис. 6, кривые, полученные для различных режимов на этапе установившегося испарения, совпадают друг с другом так, что разница не превышает 1%. Это подтверждает выводы, сделанные авторами других вычислительных работ о том, что скорость испарения в рассмотренных условиях не зависит от присутствия в газовой фазе конвективных течений [2, 10] и противоречит экспериментальным работам по испарению в условиях вынужденной конвекции [8, 9, 15].

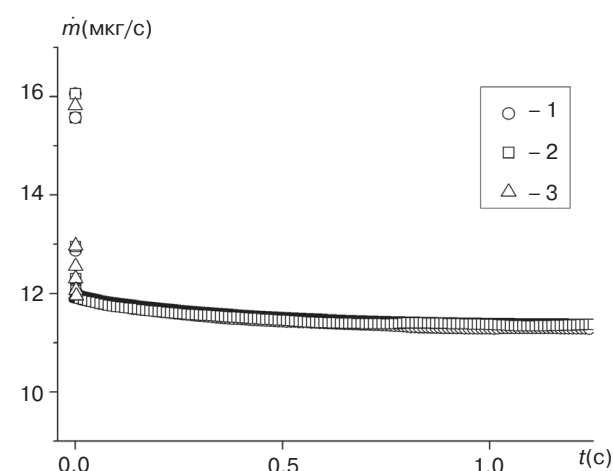


Рис. 6. Временная зависимость скорости испарения с поверхности капли для различных режимов испарения

Причина полученного расхождения состоит, предположительно, в том, что в экспериментах с вынужденной конвекцией нарушается условие Стефана (10), тогда как в численных расчетах его выполнение постулируется. Проконтролировать выполнение условия Стефана в эксперименте напрямую не представляется возможным, однако косвенные данные указывают на его нарушение. Так, зависимость скорости испарения с поверхности капли в диффузионном режиме от радиуса пятна смачивания есть линейная функция [14, 15], и невыполнение этого условия указывает на то, что испарение не контролируется диффузией. Таким образом, неравновесные условия, образованные в результате воздействия конвекции на поверхности капли, увеличивают скорость испарения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены численные исследования процесса испарения с поверхности лежащей капли в присутствии течений вынужденной конвекции в воздухе и получены следующие результаты.

Вынужденная конвекция в газовой фазе влияет на форму капли и течения в ней. В случае пульсирующих конвективных течений, капля реагирует на начало и окончание конвекции колебаниями на основной частоте собственных колебаний. После затухания колебаний в капле наблюдается течение, вызванное потоками в окружающем воздухе, касательными по отношению к поверхности капли.

Графики временных зависимостей скорости испарения, полученные для испарения в неподвижный воздух и в присутствии течений вынужденной конвекции, совпадают между собой, что согласуется с результатами вычислительных работ [2, 10] и противоречит результатам экспериментальных исследований [7–9, 15]. Причина полученного разногласия, возможно, заключается в возникновении неравновесных условий на границе конденсированной фазы, при которых режим испарения перестает быть диффузионным. Таким образом, для численного описания влияния конвекции в газовой фазе на испарение с поверхности жидкости требуется модель взаимодействия течений с веществом в слое Кнудсена, на границе которого следует сшивать полученные условия с системами уравнений, записанными для объемных областей.

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Borodulin V.Y., Letushko V.N., Nizovtsev M.I., Sterlyagov A.N. Determination of parameters of heat and mass transfer in evaporating drops. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;109:609–618. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.02.042>
2. Ljung A.-L., Lundström T.S. Evaporation of a sessile water droplet subjected to forced convection in humid environment. *Drying Technology*. 2019;37(1):129–138. <https://doi.org/10.1080/07373937.2018.1441866>
3. Конторович И.И. Уровень техники и тенденции развития технических решений для интенсификации испарения с водной поверхности. *Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации*. 2016;1(21):241–256.
4. Jeong S.W., Lee D.H. Drying performance of a dishwasher with internal air circulation. *Korean Journal of Chemical Engineering*. 2014;31(9):1518–1521. <https://doi.org/10.1007/s11814-014-0194-0>
5. Chen Y., Askounis A., Koutsos V., Valluri P., Takata Y., Wilson S.K., Sefiane K. On the effect of substrate viscoelasticity on the evaporation kinetics and deposition patterns of nanosuspension drops. *Langmuir*. 2020;36(1):204–213. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.9b02965>
6. Hatte S., Pandey K., Pandey K., Chakraborty S., Basu S. Universal evaporation dynamics of ordered arrays of sessile droplets. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019;866:61–81. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.105>
7. Tang R., Etzion Y. Comparative studies on the water evaporation rate from a wetted surface and that from a free water surface. *Building and Environment*. 2004;39(1):77–86. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2003.07.007>
8. Jodat A., Moghiman M. An experimental assessment of the evaporation correlations for natural, forced and combined convection regimes. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2012;226(1):145–153. <https://doi.org/10.1177/0954406211413961>
9. Al-Shammiri M. Evaporation rate as a function of water salinity. *Desalination*. 2002;150(2):189–203. [https://doi.org/10.1016/S0011-9164\(02\)00943-8](https://doi.org/10.1016/S0011-9164(02)00943-8)
10. Vyatkin G.P., Korenchenko A.E., Izmailov Yu.G. Evaporation of liquids under conditions of free convection. *Doklady Physics*. 1998;43(11):700–702.
11. Dalton J. Experimental essays on the constitution mixed gases: on the force of steam or vapor from water and other liquids in different temperatures, both in a Torricelli vacuum and in air; on evaporation and on the expansion of gases by heat. *Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester*. 1802;5:536–602.
12. Boetler L.M.K., Gordon H.S., Griffin J.R. Free evaporation into air of water from a free horizontal quiet surface. *Industrial and Engineering Chemistry*. 1946;38(6):596–600. <https://doi.org/10.1021/ie50438a018>
13. Pauken M.T., Tang T.D., Jeter S.M., Abdel-Khalik S.I. Novel method for measuring water evaporation into still air. *ASHRAE Transactions*. 1993;99(1):297–300.
14. Guéna G., Poulard C., Voué M., De Coninck J., Cazabat A.M. Evaporation of sessile liquid droplets. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2006;291(1–3):191–196. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2006.07.021>

REFERENCES

1. Borodulin V.Y., Letushko V.N., Nizovtsev M.I., Sterlyagov A.N. Determination of parameters of heat and mass transfer in evaporating drops. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;109:609–618. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.02.042>
2. Ljung A.-L., Lundström T.S. Evaporation of a sessile water droplet subjected to forced convection in humid environment. *Drying Technology*. 2019;37(1):129–138. <https://doi.org/10.1080/07373937.2018.1441866>
3. Kontorovich I.I. State of the art and development trends of technical decisions for intensifying evaporation from water surface. *Nauchnyy zhurnal Rossiyskogo NII problem melioratsii = Scientific Journal of Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems*. 2016;1(21):241–256 (in Russ.).
4. Jeong S.W., Lee D.H. Drying performance of a dishwasher with internal air circulation. *Korean Journal of Chemical Engineering*. 2014;31(9):1518–1521. <https://doi.org/10.1007/s11814-014-0194-0>
5. Chen Y., Askounis A., Koutsos V., Valluri P., Takata Y., Wilson S.K., Sefiane K. On the effect of substrate viscoelasticity on the evaporation kinetics and deposition patterns of nanosuspension drops. *Langmuir*. 2020;36(1):204–213. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.9b02965>
6. Hatte S., Pandey K., Pandey K., Chakraborty S., Basu S. Universal evaporation dynamics of ordered arrays of sessile droplets. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019;866:61–81. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.105>
7. Tang R., Etzion Y. Comparative studies on the water evaporation rate from a wetted surface and that from a free water surface. *Building and Environment*. 2004;39(1):77–86. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2003.07.007>
8. Jodat A., Moghiman M. An experimental assessment of the evaporation correlations for natural, forced and combined convection regimes. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2012;226(1):145–153. <https://doi.org/10.1177/0954406211413961>
9. Al-Shammiri M. Evaporation rate as a function of water salinity. *Desalination*. 2002;150(2):189–203. [https://doi.org/10.1016/S0011-9164\(02\)00943-8](https://doi.org/10.1016/S0011-9164(02)00943-8)
10. Vyatkin G.P., Korenchenko A.E., Izmailov Yu.G. Evaporation of liquids under conditions of free convection. *Doklady Physics*. 1998;43(11):700–702.
11. Dalton J. Experimental essays on the constitution mixed gases: on the force of steam or vapor from water and other liquids in different temperatures, both in a Torricelli vacuum and in air; on evaporation and on the expansion of gases by heat. *Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester*. 1802;5:536–602.
12. Boetler L.M.K., Gordon H.S., Griffin J.R. Free evaporation into air of water from a free horizontal quiet surface. *Industrial and Engineering Chemistry*. 1946;38(6):596–600. <https://doi.org/10.1021/ie50438a018>
13. Pauken M.T., Tang T.D., Jeter S.M., Abdel-Khalik S.I. Novel method for measuring water evaporation into still air. *ASHRAE Transactions*. 1993;99(1):297–300.

15. Kelly-Zion P.L., Pursell C.J., Vaidya S., Batra J. Evaporation of sessile drops under combined diffusion and natural convection. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2011;381(1–3):31–36. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2011.03.020>
16. Korenchenko A.E., Beskachko V.P. Oscillations of a sessile droplet in open air. *Physics of Fluids*. 2013;25(11):2106. <https://doi.org/10.1063/1.4829025>
17. Лабунцов Д.А., Ягов В.В. *Механика двухфазных систем*. М.: МЭИ; 2000. 374 с. ISBN 978-5-383-00036-6
18. *Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation*. Geneva: World Meteorological Organization (WMO); 2008. 681 p. URL: <https://www.weather.gov/media/epz/mesonet/CWOP-WMO8.pdf>
19. Белоцерковский О.М. *Численное моделирование в механике сплошных сред*. М.: Физматлит; 1994. 448 с. ISBN 5-02-014986-1
20. Korenchenko A.E., Malkova J.P. Numerical investigation of phase relationships in an oscillating sessile drop. *Physics of Fluids*. 2015;27(10):2104–2111. <https://doi.org/10.1063/1.4932650>
21. Матвеев А.Н. *Молекулярная физика*. М.: Мир; 1985. 448 с.
22. Bird R., Stewart W., Lightfoot E. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc.; 2002. 687 p.
14. Guéna G., Poulard C., Voué M., De Coninck J., Cazabat A.M. Evaporation of sessile liquid droplets. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2006;291(1–3):191–196. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2006.07.021>
15. Kelly-Zion P.L., Pursell C.J., Vaidya S., Batra J. Evaporation of sessile drops under combined diffusion and natural convection. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2011;381(1–3):31–36. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2011.03.020>
16. Korenchenko A.E., Beskachko V.P. Oscillations of a sessile droplet in open air. *Physics of Fluids*. 2013;25(11):2106. <https://doi.org/10.1063/1.4829025>
17. Labuntsov D.A., Yagov V.V. *Mekhanika dvukhfaznykh sistem (The Mechanics of Two-Phase Systems)*. Moscow: MEI; 2000. 374 p. (in Russ.). ISBN 978-5-383-00036-6
18. *Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation*. Geneva: World Meteorological Organization (WMO); 2008. 681 p. Available from URL: <https://www.weather.gov/media/epz/mesonet/CWOP-WMO8.pdf>
19. Belotserkovskii O.M. *Chislennoe modelirovanie v mekhanike sploshnykh sred (Numerical modeling in mechanics of continuous medium)*. Moscow: Fizmatlit; 1994. 448 p. (in Russ.). ISBN 5-02-014986-1
20. Korenchenko A.E., Malkova J.P. Numerical investigation of phase relationships in an oscillating sessile drop. *Physics of Fluids*. 2015;27(10):2104–2111. <https://doi.org/10.1063/1.4932650>
21. Matveev A.N. *Molekulyarnaya fizika (Molecular Physics)*. Moscow: Mir; 1985. 446 p. (in Russ.).
22. Bird R., Stewart W., Lightfoot E. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc.; 2002. 687 p.

Об авторах

Коренченко Анна Евгеньевна, д.ф.-м.н., профессор, кафедра высшей математики Института комплексной безопасности и специального приборостроения ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: korenchenko@mirea.ru. Scopus Author ID 10043443100, <https://orcid.org/0000-0002-3413-8855>

Жукова Анна Александровна, к.х.н., доцент, кафедра аналитической, физической и коллоидной химии, Первый Московский государственный медицинский университет им. И.М. Сеченова (105043, Россия, Москва, 5-ая Парковая ул., 21). E-mail: anyazhu@gmail.com. Scopus Author ID 12757009400, <https://orcid.org/0000-0003-4511-1882>

About the authors

Anna E. Korenchenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of High Mathematics, Institute of Integrated Safety and Special Instrument Engineering, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: korenchenko@mirea.ru. Scopus Author ID 10043443100, <https://orcid.org/0000-0002-3413-8855>

Anna A. Zhukova, Cand. Sci. (Chem.), Associate Professor, Sechenov First Moscow State Medical University (21, 5 Parkovaya ul., Moscow, 105043 Russia). E-mail: anyazhu@gmail.com. Scopus Author ID 12757009400, <https://orcid.org/0000-0003-4511-1882>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 519.833, 51-77

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-67-83>**НАУЧНАЯ СТАТЬЯ****Математическое моделирование
некоторых социальных процессов
с помощью теоретико-игровых подходов
и принятие на их основе управленческих решений****К.Е. Красников** @*МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия*@ Автор для переписки, e-mail: krasnikovkirill@yandex.ru

Резюме. В статье с помощью теоретико-игровых подходов моделируется человеческое сообщество как динамическая система и исследуется, какое влияние оказывают на состояние этой системы такие этические нормы поведения, как эгоизм и альтруизм, мораль (на примере императива Канта или Золотого правила нравственности), а также изучается вопрос определения эффективности сообщества в зависимости от преобладающего среди его представителей мировоззрения. На примере игровой модели социального выбора между двумя нормами поведения: одной общепринятой, но устаревшей, и другой новой, еще не распространенной, но более передовой и прогрессивной, показывается, что сообщества, среди представителей которых преобладает преимущественно эгоистическое мировоззрение, менее склонны к инновациям и отказу от устаревших норм поведения. И наоборот: те сообщества, представители которых разделяют базовые этические принципы, увереннее и быстрее переходят к более передовым и благоприятным для сообщества в целом поведенческим нормам. В заключении работы с помощью модели пороговых значений, определяющих коллективный выбор, исследуется вопрос, какие преимущества приобретает сообщество, в котором ведется целенаправленная воспитательная, просветительская деятельность, призванная повысить уровень морали и нравственности среди его представителей. Полученные результаты могут быть использованы, во-первых, в качестве составной части курса по математическим основам этики, который мог бы исполнять функции воспитательной работы в высших и средних учебных заведениях, а, во-вторых, для целей оценки эффективности проводимой воспитательной работы и государственного планирования в сферах воспитания и образования.

Ключевые слова: теория игр, конфликтные равновесия, моделирование социально-этических норм поведения

• Поступила: 28.12.2020 • Доработана: 26.05.2021 • Принята к опубликованию: 12.07.2021

Для цитирования: Красников К.Е. Математическое моделирование некоторых социальных процессов с помощью теоретико-игровых подходов и принятие на их основе управленческих решений. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):67–83. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-67-83>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Mathematical modeling of some social processes using game-theoretic approaches and making managerial decisions based on them

Kirill E. Krasnikov @

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

@ Corresponding author, e-mail: krasnikovkirill@yandex.ru

Abstract. In this article, using game-theoretic approaches, the human community is modeled as a dynamic system, and the influence of such ethical norms of behavior as egoism and altruism, morality (on the example of the Kant imperative or the Golden Rule of Morality) on the state of this system is investigated, as well as the question of determining the effectiveness of the community depending on the prevailing worldview of its representatives. Using the example of a game model of social choice between two norms of behavior – one generally accepted, but outdated, and another, new, not yet widespread, but more advanced and progressive – it is shown that communities, among whose representatives a predominantly egoistic worldview prevails, are less likely to innovate and abandon outdated norms of behavior. Conversely, those communities whose representatives share basic ethical principles are more confident and quickly moving to advanced and progressive norms. In conclusion, the paper examines the question of what advantages a society acquires in which purposeful educational and educational activities are conducted, designed to increase the level of morality and morality among its representatives. The results obtained can be used, firstly, as an integral part of the course on the mathematical base of ethics, which could perform the functions of educational work in higher and secondary educational institutions; and, secondly, for the purposes of evaluating the effectiveness of educational work and state planning in this area.

Keywords: game theory, conflict equilibria, behavioral economics

• Submitted: 28.12.2020 • Revised: 26.05.2021 • Accepted: 12.07.2021

For citation: Krasnikov K.E. Mathematical modeling of some social processes using game-theoretic approaches and making managerial decisions based on them. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):67–83 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-67-83>

Financial disclosure: The author has no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Что движет миром? Как известно, миром движут идеи. Поскольку человеческое сообщество является примером динамической системы, его состояние в каждый момент времени определяется некими внутренними и внешними параметрами. Если, например, состояние пара внутри парового двигателя определяется давлением и температурой, то состояние сообщества людей определяется преобладающими в данном сообществе культурными и мировоззренческими принципами.

Эти мировоззренческие принципы закладываются для каждого представителя сообщества преимущественно в процессе образования и воспитания. Поэтому для выстраивания государственной

политики в сфере образования и культуры крайне важно изучить и проанализировать, какое влияние оказывают на развитие общества преобладающие в нем морально-этические ценности.

1 сентября 2020 г. вступили в силу внесенные Президентом РФ и принятые Государственной Думой поправки к закону «Об образовании в РФ». В результате этих поправок в законе появилось определение воспитания, как деятельности, направленной «на развитие личности, создание условий для самоопределения и социализации обучающихся на основе социокультурных, духовно-нравственных ценностей», а также «формирование у обучающихся чувства патриотизма и гражданской ответственности, уважения к памяти защитников Отечества... к закону

и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа РФ, к природе...» [1].

Также закон предписывает средним, средним профессиональным и высшим учебным заведениям в течение года (до 1 сентября 2021 г.) скорректировать свои образовательные программы и включить в них рабочие программы воспитания и календарный план воспитательной работы.

Однако какие именно ценности следует культивировать в подрастающем поколении?

Как эти ценности повлияют на развитие общества в целом, когда учащиеся, достигнув зрелого возраста, станут его полноценными представителями?

И главное, как следует оценивать эффективность проводимой воспитательной работы?

Помочь ответить на эти и другие возникающие вопросы могут не только философия и психология, но и, как это не покажется удивительным, математика, в частности, одно из ее прикладных направлений – теория игр.

В данной статье с помощью теоретико-игровых подходов моделируется влияние таких норм поведения, как эгоизм и альтруизм, мораль (понимаемая здесь в смысле императива Канта или близкого к нему по значению Золотого правила нравственности) на процесс принятия решений индивидуумами в некотором человеческом сообществе.

В работе строится игровая модель выбора между двумя нормами поведения: одной общепринятой, но менее эффективной, и второй – новой, еще малоизвестной, но при этом более благоприятной в случае ее повсеместного распространения для сообщества в целом. Данная модель весьма показательно иллюстрирует, как превалирующие среди представителей сообщества морально-этические нормы могут вести сообщество либо к прогрессу и благополучию, либо, напротив, к упадку и деградации.

В заключении работы сделана попытка смоделировать, как влияет на процесс принятия решений представителями сообщества воспитательная, просветительская деятельность, в результате которой уровень морали в обществе растет по определенному закону.

Прежде чем приступить к изложению основной части работы, дадим краткий обзор имеющихся результатов в данной области, полученных представителями отечественной и зарубежной научной мысли.

ОБЗОР ПРИМЕРОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭТИЧЕСКИХ НОРМ ПОВЕДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫХ ПОДХОДОВ

Со времен отца-основателя экономической теории Адама Смита [2] было принято считать, что

человеком движет прежде всего индивидуалистический мотив максимизации личного благосостояния. Появился даже термин *homo economicus* – человек рациональный.

Однако даже сам Адам Смит ставил под сомнение эту предпосылку. Например, в работе «Теория нравственных чувств» [3] он уже вводит понятие «симпатия» – чувство, присущее людям и заставляющее их поступать иногда в ущерб исключительно личным интересам.

В XX веке появилось такое направление, как поведенческая экономика (*behavioral economics*), изучающая, какое влияние оказывают на принятие решений психологические, морально-этические, когнитивные и культурные факторы. Этот анализ является крайне востребованным, поскольку более реалистично учитывает все аспекты, влияющие на принятие решения человеком, нежели это принято в ставшей классической, но тем не менее упрощенной и часто довольно грубой модели *homo economicus*.

Поскольку одним из математических инструментов, используемых для анализа экономических явлений, является теория игр, то и в этой области сделано немало для моделирования процессов и явлений, которые, как прежде казалось, были предметом изучения скорее социологии, философии и психологии.

Одна из первых попыток смоделировать морально-этические нормы поведения с помощью теоретико-игровых подходов была предпринята в 1955 году профессором Брайсвайтом в прочитанной им в Кембридже лекции [4] и с тех пор регулярно появляется в работах разных исследователей, занимающихся теорией игр.

Например, нобелевский лауреат Дж. Харсани в своей работе «Модели теории игр и принятия решений в этике» [5] утверждает, что этическое (или моральное) поведение основано на понятии коллективной рациональности, которая выходит за рамки традиционной для теории игр концепции максимизации каждым участником сугубо индивидуального или кооперативного дохода: «Теорию рационального поведения в социальной среде можно разделить на теорию игр и этику. Теория игр имеет дело с двумя или более индивидами, часто имеющими очень разные интересы, которые пытаются максимизировать свои собственные (эгоистичные или бескорыстные) интересы рациональным образом против всех других индивидов, которые также пытаются максимизировать свои собственные интересы (эгоистичные или бескорыстные)» [5].

А в работе «Утилитаризм правил и теория принятия решений» [6] Дж. Харсани использует основополагающие концепции утилитаризма для

построения более реалистичной модели принятия решений индивидуумами в социуме. Утилитаризм – направление в этике, согласно которому моральная или нравственная ценность любого поступка определяется совокупной *полезностью* или пользой, которую этот поступок приносит всем индивидуумам, на которых данное действие оказывает влияние [7]. В этой связи в теоретико-игровой интерпретации Дж. Харсаньи вводит *функцию социальной полезности*, значение которой для каждого участника в каждой точке (каждой стратегии поведения), определяется средним значением полезностей всех участников: $W_i(s) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i(s)$ [5]. Более подробно теория полезностей излагается в работе [8].

В настоящее время идеи Дж. Харсаньи были существенно развиты в работах многих современных специалистов по поведенческой экономике и теории игр [9–11].

Отдельного внимания заслуживает так называемая эволюционная теория игр, являющаяся приложением теории игр к исследованию развития популяций в биологии, а также в социологии. Особенностью этой теории является то, что в ней, как правило, рассматриваются повторяющиеся игры, и, соответственно, каждая стратегия оценивается по тому, насколько она является эволюционно устойчивой, то есть способной пройти проверку временем. Например, применительно к биологии различные стратегии представляют собой определяющие поведение особей генетические черты, которые наследуют потомки от своих пращуров. Именно с позиций эволюционной теории игр удалось обосновать нередко наблюдаемые в природе, особенно у социальных видов, примеры «джентльменского» и даже альтруистического поведения, то есть поведения на благо вида, что никак не согласовывалось с дарвиновским предположением о том, что естественный отбор происходит на индивидуальном уровне [12, 13].

Среди трудов отечественных ученых в качестве примера можно привести работу Ю.Б. Гермейера и И.А. Вателя «Игры с иерархическим вектором интересов» [14]. Рассматривая задачу распределения ресурсов между личными и общественными нуждами, авторы вводят понятие «эгоизма» по отношению к нуждам данного сообщества в том случае, если участник предпочитает тратить все имеющиеся в его распоряжении средства исключительно на личные цели, игнорируя при этом интересы сообщества.

Ряд идей, предложенных Ю.Б. Гермейером и И.А. Вателем, нашел свое отражение в работах, посвященных модели согласования общих и частных

интересов (СОЧИ-модель) [15, 16]. В этой модели рассматривается двухуровневое сообщество и, как и в работе [14], исследуется вопрос распределения ресурсов между частными и общественными нуждами. При этом в работе [16] вводятся классы «индивидуалистов» и «коллективистов», на которые можно поделить участников задачи в зависимости от того на личные или общественно полезные цели они предпочитают расходовать свои ресурсы.

В 2017 году в специализирующемся на теории игр журнале «Games» (Базель, Швейцария) вышел специальный выпуск под заголовком «Этика, мораль и теория игр» [10], в котором были собраны статьи разных современных авторов, объединенные общей тематикой моделирования морально-этических норм и их влияния на принятие решений участниками игровой задачи.

В работе «Стратегии поведения моралистов и альтруистов» [11], помимо уже отмечавшихся нами типов поведения, основанных на индивидуализме и коллективизме, вводится также третий тип участников, которые руководствуются при выборе своей стратегии поведения императивом Канта, согласно которому «человек должен стремиться к тому, чтобы максима его поступка могла стать частью всеобщего законодательства» [7] или же Золотым правилом нравственности: «как ты хочешь, чтобы с тобой поступали люди, так и ты поступай с ними» [17]. Суть такого поведения применительно к теоретико-игровой модели сводится к тому, что прежде чем выбрать свою стратегию, каждый участник допускает, что с определенной вероятностью все участники выберут ту же стратегию, и уже исходя из этого допущения, принимается решение, как именно следует поступить.

По аналогии с термином *homo economicus* – человек рациональный, которым именуется первый тип участников-индивидуалистов, руководствующихся исключительно интересом максимизировать свой личный доход, игроки третьего класса именуются в работе [11] *homo moralis* – человек нравственный.

Этот тип поведения может быть весьма успешно использован для моделирования некоторых социальных, экономических и других процессов, поскольку в ряде случаев он более реалистично описывает процесс принятия решения человеком, нежели классическая модель максимизации (минимизации) собственной платежной функции.

В данной работе на примере задачи на согласование (*coordination game*) рассматривается динамическая модель социального выбора между двумя нормами поведения: одной традиционной, но менее благоприятной и эффективной, и новой, еще не

применяемой большинством участников. Однако применение новой нормы подавляющей частью представителей рассматриваемого сообщества позволит сообществу в целом достичь гораздо лучших результатов. При этом показывается, что именно игроки класса *homo moralis* способны в каком-то смысле послужить примером, использовать новую норму поведения, даже находясь первое время в меньшинстве и терпя убытки, и тем самым постепенно вывести общество на принципиально новый качественный уровень.

Поскольку в естественных условиях, как показывается в работе, переход на новую норму поведения может не произойти, рассматривается также модель обучения, предполагающая, что уровень морали и «сознательности» в сообществе в результате некоторой просветительской деятельности повышается по определенному закону. Это приводит к тому, что все большее количество индивидуумов переходит на новую норму поведения, и постепенно она становится общепринятой в обществе, что ведет сообщество к несомненному прогрессу.

МОДЕЛЬ

В данной работе рассматривается игровая модель N участников, предполагающая, что все участники выбирают свои стратегии из одного и того же множества допустимых стратегий.

Допущение 1. Пусть Q – метрическое пространство, G – компактное множество:

$$G = Q^N = \underbrace{Q \times \dots \times Q}_N.$$

Пусть на множестве G определены непрерывные функции (функционалы) $J_i(q), i = \overline{1, N}, q = (q_1, \dots, q_N) \in G$. q_i – стратегия i -го игрока, $q_i \in Q, q^i = (q_1, \dots, q_{i-1}, q_{i+1}, \dots, q_N)$ – стратегии остальных $N-1$ игроков при фиксированной стратегии q_i i -го игрока, $q^i \in Q^{N-1}$. $J_i(q)$ – *платежная функция (функционал)* игрока i , которая определяет размер некоего блага или ресурса, который получает i -й участник, при выборе им стратегии q_i и при выборе стратегии q^i остальными участниками. При этом функции $J_i(q), i = \overline{1, N}$ предполагается рассматривать как трансферабельные, то есть предполагающие возможность любого деления и распределения между игроками.

Пусть $J(q) = \sum_{k=1}^N J_k(q)$ – суммарная платежная функция всех игроков, $J^i(q) = \sum_{k \neq i} J_k(q)$ – суммарная платежная функция всех игроков кроме i -го.

Определение 1. Игровую задачу, удовлетворяющую допущению 1, будем называть классической игрой (или игрой G^{he}), если каждый из игроков, выбирая стратегию $q_i \in Q$, стремится обеспечить максимум своей платежной функции $J_i(q_i, q^i)$.

Это классическая постановка задачи теории игр, моделирующая поведение, основанное на преследовании исключительно личных интересов. Чтобы отразить тот факт, что каждый игрок максимизирует лишь собственную платежную функцию и отличить ее от модели, определяемой в следующих пунктах, будем называть ее также моделью участников-«индивидуалистов» или же моделью *homo economicus*, как она называется в работе [11].

В качестве альтернативы рассматривается класс игровых задач, в которых предполагается, что каждый игрок с некоторым весовым коэффициентом учитывает интересы других участников задачи. Данный факт моделируется переходом от первоначально поставленной задачи, характеризующейся набором платежных функций $\{J_i, i = \overline{1, N}\} = \{J_i\}$, к вспомогательной задаче, определяемой параметрическим семейством функций полезности $\{U_i(J_k, \alpha)\} = \{U_i\}$.

Определение 2. Игровую задачу, удовлетворяющую допущению 1, будем называть игрой G^α , если каждый из игроков стремится обеспечить максимум своей функции полезности U_i , которая выражается через платежную функцию данного игрока $J_i(q)$ и суммарную платежную функцию остальных игроков $J^i(q)$ следующим образом:

$$U_i(q) = (1 - \alpha)J_i(q) + \frac{\alpha}{N-1}J^i(q),$$

$$q \in G, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \in \left[0, \frac{N-1}{N}\right], i = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Воспользуемся заменой: $\beta = \alpha \frac{N}{N-1}$. Поскольку $\alpha \in \left[0, \frac{N-1}{N}\right]$, то $\beta \in [0, 1]$, и функцию полезности $U_i(q)$ можно записать в следующем виде:

$$U_i(q) = (1 - \beta)J_i(q) + \frac{\beta}{N}J(q), \beta \in [0, 1]. \quad (2)$$

В такой форме модель, определяемую функциями полезности (2), можно рассматривать как игру на общественное благо (*public goods game*), где функции $\beta J_i(q)$ определяют вклад i -го участника в некоторые общественно значимые нужды. Слагаемое $(1 - \beta)J_i(q)$ определяет ту часть ресурса, которую он

оставляет для собственных нужд, а сумма $\frac{\beta}{N}J(q)$ определяет то, что он получает от общества.

В отличие от первой модели участников-«индивидуалистов», модель, задаваемая определением 2, предполагает отсутствие прямого антагонизма между участниками и даже в некоторой степени учет интересов других, что следует из самой формы функции (1). Поэтому данную модель можно также назвать моделью участников-«коллективистов». Отметим, что в ряде работ (например, в [2, 4, 6]) подобные модели, но с несколько отличным видом функций полезности U_i , именуются моделями участников-«альтруистов».

Исследованию этой модели посвящен ряд работ автора. Например, в работе [18], показывается, что в классе участников-«коллективистов» G^α при определенной степени сотрудничества между ними, что моделируется параметром α , ситуация с наибольшим значением суммарной платежной функции J становится сильнейшим игровым равновесием.

Переходя к рассмотрению третьей модели, которой преимущественно и посвящена данная работа, отметим, что у типов поведения и принятия решения, задаваемых определениями 1 и 2, есть нечто общее. Как игроки «индивидуалисты», так и игроки «коллективисты» (или «альтруисты», как их называют в ряде работ) несколько неразборчивы в средствах: если первые преследуют исключительно личный интерес, то вторые с некоторым весовым коэффициентом заботятся и об общественном благосостоянии. Поскольку согласно допущению 1 множество возможных стратегий (действий) у всех участников одинаковое (Q), то игроки обоих классов не учитывают при выборе своей стратегии, что произойдет в случае, если остальные участники выберут ту же стратегию. Однако такой анализ осуществляют игроки третьего класса *homo moralis* – человек нравственный, как он именуется в работах [11, 19].

В основе типа поведения, соответствующего данному классу, лежит известный этический принцип – категорический императив Канта: «*поступай так, чтобы максима твоей воли могла бы быть всеобщим законом*» [20]. Близкий по смыслу принцип известен в этике под наименованием «Золотое правило нравственности»: «*Поступай с другими так, как желаешь, чтобы другие поступали с тобой*» [21].

В работах [11, 19] данный принцип предлагается моделировать следующим образом. Пусть i -й участник предполагает, что каждый из оставшихся игроков с вероятностью $k_i \in [0, 1]$ (который можно воспринимать, как уровень морали данного участника)

выберет ту же стратегию, что и он, и с вероятностью $(1 - k_i)$ – отличную стратегию. Таким образом, каждый участник, выбирая стратегию $q_i \in Q$, получает известную из теории вероятностей схему Бернулли из $N - 1$ испытания (соответствующих оставшимся игрокам), и с двумя исходами для j -го испытания, $j = \overline{1, N - 1}$: j -м участником выбрана стратегия $q_j = q_i$ или же выбрана другая стратегия ($q_j \neq q_i$). При этом вместо первоначальных платежных функций игра проводится на функциях полезности, которые для каждого игрока представляют собой математические ожидания описанного биномиального распределения.

Определение 3. Игровую задачу, удовлетворяющую допущению 1, будем называть игрой G^{hm} (игрой в классе *homo moralis*), если каждый из игроков вместо своей первоначальной платежной функции J_i стремится обеспечить максимум функции полезности W_i , определяемой как математическое ожидание случайной величины $J_i(q_i, \tilde{q}^i)$:

$$W_i(q_i, q^i) = \mathbb{E}_{k_i}[J_i(q_i, \tilde{q}^i)],$$

$$q_i \in Q, k_i \in \mathbb{R}, k_i \in [0, 1], i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где $\tilde{q}^i$ – случайный $(N - 1)$ -мерный вектор, принимающий значения из Q^{N-1} и имеющий следующее распределение: с вероятностью $k_i^m (1 - k_i)^{N-m-1}$ ровно $m \in \{0, \dots, N - 1\}$ из его компонент принимают значение равное q_i , а остальные компоненты сохраняют свои первоначальные значения.

Отметим, что для каждого m имеется $\binom{N-1}{m} = C_{N-1}^m$ способов выбрать m из $N - 1$ компоненты q^i .

Отметим также, что при $k_i = 0$ ненулевая (а единичная, то есть полная) вероятность будет только у одного значения случайного вектора $\tilde{q}^i = q^i$, т.е. случайный вектор принимает единственное значение – то, которое стоит в аргументе функции W_i . В этом случае $W_i(q_i, q^i) \equiv J_i(q_i, q^i)$, т.е. игроки класса *homo moralis* с нулевым уровнем коэффициента k_i фактически являются участниками-индивидуалистами первого класса G^{he} . Более наглядно это будет продемонстрировано в рассматриваемой ниже модели социального выбора.

Например, для игры трех лиц функция полезности (3) приобретает вид:

$$W_i(q_i, q_j, q_k) = (1 - k_i)^2 J_i(q_i, q_j, q_k) + k_i(1 - k_i) \times \\ \times J_i(q_i, q_i, q_k) + k_i(1 - k_i) J_i(q_i, q_j, q_i) + k_i^2 J_i(q_i, q_i, q_i).$$

СОЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ВЫБОРА МЕЖДУ ДВУМЯ ПОВЕДЕНЧЕСКИМИ НОРМАМИ

Проиллюстрируем разницу между тремя введенными в предыдущем разделе поведенческими типами на примере игры на согласование (*coordination game*). Под играми на согласование подразумевается класс игровых задач в чистых стратегиях, в которых участники получают значительно больший выигрыш в случае, если выбирают одинаковые или соответствующие друг другу стратегии, нежели если выбирают различные стратегии. Такой тип игровых задач моделирует те жизненные ситуации, когда некие новые, прогрессивные нормы поведения в случае использования единицами не оказывают существенного эффекта, но в случае применения многими оказывают существенное влияние на жизнь сообщества. Допустим, раздельный сбор мусора в случае применения небольшой группой энтузиастов не оказывает особого влияния на экологическую обстановку в регионе, но когда такая стратегия поведения становится нормой и используется большинством представителей сообщества, такой вид утилизации отходов способен существенно сократить загрязнение окружающей среды. Если рассматривать эту ситуацию в качестве игровой модели, то перед каждым представителем сообщества появляются две стратегии: поступать по-старому или использовать новые модели поведения.

В качестве примера игры на согласование с двумя участниками рассмотрим следующую задачу из работы Эдны Ульман-Маргалит «Появление норм» [22]. Пусть два артиллериста во время боевых действий сталкиваются с выбором: бежать от наступающего врага или остаться и продолжать сражаться. Их оружие находится в стратегически важном проходе. Если оба останутся, у них есть значительные шансы получить ранение, но при этом, с большой долей вероятности, наступление противника будет остановлено. Если оба убегут, враг сможет взять горный перевал, обогнать и захватить их. Если один из них останется, а другой сбежит, отважный артиллерист погибнет в бою, а другой – наводчик – будет иметь достаточно времени, чтобы благополучно сбежать. Предполагая, что оба пытаются пережить это испытание, желательно невредимыми, у каждого солдата есть причины бежать. Каждый наводчик имеет выбор: бежать или остаться и сражаться.

Таблица 1. Платежная матрица задачи

	Сражаться	Бежать
Сражаться	(2, 2)	(0, 3)
Бежать	(3, 0)	(1, 1)

Отметим также, что игры на согласование имеют и массу экономических приложений, что показано в работе [5].

Теперь перейдем к рассмотрению игры на согласование, описанной в работе [2] и представляющей социальную модель выбора в задаче со многими участниками. Пусть N участников некоторого сообщества независимо друг от друга делают выбор между двумя нормами поведения (стратегиями) A и B . Причем норма A является более эффективной, чем норма B в том смысле, что если все индивидуумы перейдут на норму A , то благосостояние (в широком смысле этого слова) каждого участника будет выше, чем в случае, когда все выбирают B . Однако норма B является общепринятой, поэтому в начале рассматриваемой социальной модели все участники выбирают норму B , а норма A является для них новой.

Например, нередко мы сталкиваемся с тем, что молодые люди, проходя процесс социализации, оказываясь в новых социальных группах (одноклассники, друзья, однокурсники и т.д.), перенимают от некоторых представителей этих групп не всегда полезные привычки. Но бывают и обратные примеры. Представим себе компанию знакомых, зависимых от какой-либо вредной привычки. Если кому-то из этой компании удастся расстаться с этой привычкой, то первое время он испытывает определенный дискомфорт, поскольку становится своего рода «белой вороной». Однако постепенно примеру этого человека начинают следовать другие, и, начиная с некоторой критической доли отказавшихся, уже на тех, кто подвержен вредной привычке, начинают «косо смотреть». Постепенно и в обществе в целом начинает изменяться отношение к этой вредной привычке: вводится запрет на ее рекламу в СМИ, запрещается продажа несовершеннолетним и т.д. Таким образом, изменение отношения в обществе и усиливающиеся ограничения делают следование вредным привычкам все более и более сложным, пока, наконец, здоровый образ жизни не становится нормой. Это в свою очередь приводит к уменьшению различных заболеваний, рождению более здоровых детей, укреплению генофонда – одним словом, переход на новую норму поведения оказывает весьма позитивное воздействие на развитие сообщества в целом. Можно привести массу других аналогичных примеров.

Постараемся выяснить, при каких условиях сообщество способно будет перейти с менее эффективной, старой нормы B на более эффективную новую норму A . Для этого сформулируем описанную модель в терминах игровой задачи. Сначала рассмотрим статический случай, а потом исследуем, как будет вести себя модель в динамике.

Пусть $q_i \in Q = \{0, 1\}$ – выбор i -го участника, где $q_i = 1$ означает, что выбрана норма A , а $q_i = 0$ – что

выбрана B . Если i -й участник выбирает норму A , и n_A других участников выбирают эту же норму, то платежная функция i -го участника принимает значение $a \cdot n_A$. Если же он выбирает B и n_B других участников поступает также, то значение его функции полезности равно $b \cdot n_B$. Будем полагать, что $0 < b < a$.

В модели участников-индивидуалистов G^{he} платежные функции выглядят следующим образом:

$$J_i(q_i, q^i) = a q_i \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N q_j + b(1 - q_i) \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N (1 - q_j), q_i \in Q, q^i \in Q^{N-1}. \quad (4)$$

Для участников-коллективистов G^{α} функция полезности принимает вид:

$$U_i(q_i, q^i) = (1 - \alpha) J_i(q_i, q^i) + \frac{\alpha}{N-1} \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^N J_k(q_k, q^k), q_i \in Q, q^i \in Q^{N-1}, \quad (5)$$

где J_i и J_k определяются формулой (4); $\alpha \in \left[0, \frac{N-1}{N}\right]$ – параметр, определяющий в какой степени каждый индивидум отдает предпочтение общественным интересам. При $\alpha = 0$ функции (4) и (5) становятся эквивалентны: $J_i \equiv U_i$. Нетрудно видеть, что как для первого класса игроков, так и для второго вне зависимости от уровня коэффициента α в задаче будут две равновесные по Нэшу ситуации: либо когда все участники выбирают норму A : $q = (1, \dots, 1)$, либо когда все выбирают B : $q = (0, \dots, 0)$.

Таким образом в случае, если норма B считается общепринятой, и каждый игрок полагает, что остальные выберут именно ее, а игроков достаточно много и прямая договоренность (кооперация) между ними невозможна, то в случае участников, преследующих исключительно личные интересы, норма B продолжит оставаться равновесием, поскольку решив выбрать A в одиночку, игрок ничего не получит.

Аналогичная ситуация и в классе игроков G^{α} , учитывающих интересы других. Даже при наибольшем уровне коэффициента α , когда

$$U_i(q) = \frac{1}{N} J(q) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N J_k, \text{ то есть функция полезности, которую максимизирует каждый игрок, прямо пропорциональна суммарной платежной функции, ни один из игроков не пожелает отклониться от}$$

менее эффективной нормы B , поскольку сообщество в целом от перехода одного участника на норму A получит меньше.

Таким образом, в обоих классах норма B продолжит оставаться равновесием, то есть сообщество в целом не сможет перейти на новую норму.

Однако ситуация в корне меняется для третьего класса игроков *homo moralis*. Функции полезности, максимум которых стремятся доставить игроки данного класса, в соответствии с определением 3 имеют вид математического ожидания: $W_i(q) = \mathbb{E}_{k_i} [J_i(q_i, \tilde{q}^i)]$,

где $\tilde{q}^i$ – случайный вектор, распределение которого таково, что с вероятностью $k_i^m (1 - k_i)^{N-m-1}$ ровно $m \in \{0, \dots, N-1\}$ из его компонент принимают значение равное q_i , а остальные компоненты сохраняют свои первоначальные значения. Это распределение похоже на широко известное из теории вероятностей биномиальное распределение $B_{k_i}^{N-1}$, однако отличается от него условием, что $(N-m-1)$ компонент должны сохранить свои первоначальные значения (т.е. значения в точке $q \in G$, в которой определяется значение функции $W_i(q)$).

Таким образом, значение функции $W_i(q_i, q^i)$ определяется выражением:

$$W_i(q_i, q^i) = \sum_{m=0}^{N-1} \binom{N-1}{m} k_i^m (1 - k_i)^{N-m-1} \times \frac{I}{\text{II}} \times [a q_i \cdot (m q_i + \frac{N-1-m}{N-1} \cdot \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N q_j) + b(1 - q_i)(m(1 - q_j) + \frac{N-1-m}{N-1} \cdot \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N (1 - q_j))], \quad (6)$$

где выражение I отвечает случаю, когда $q_i = 1$, а II – случаю, когда $q_i = 0$. Слагаемые с коэффициентом $\frac{N-1-m}{N-1}$ отражают положение о том, что остальные игроки, кроме тех m , стратегии которые считаются равными q_i , сохраняют свои первоначальные стратегии.

Формула (6) еще раз наглядно демонстрирует уже отмечавшуюся нами особенность: при $k_i = 0$ $W_i(q_i, q^i) \equiv J_i(q_i, q^i)$, то есть участники *homo moralis* с нулевым уровнем коэффициента k_i становятся игроками-индивидуалистами.

Если все игроки выбирают стратегию A , то i -й участник получает $(N-1)a$, также выбирая A , а в случае, если он решает выбрать B , его функция полезности равняется:

$$W_i(0, q^i = (1, \dots, 1)) = b \sum_{m=0}^{N-1} \binom{N-1}{m} k_i^m (1-k_i)^{N-m-1} m. \quad (7)$$

Упростим выражение (7). Так как при $m=0$ соответствующий член ряда также равен 0, то суммирование можно производить начиная с $m=1$. Далее, поскольку

$$\begin{aligned} \binom{N-1}{m} m &= \frac{(N-1)!}{m!(N-1-m)!} m = \\ &= \frac{(N-1)(N-2)!}{(m-1)!(N-2-(m-1))!} = (N-1) \binom{N-2}{m-1}, \end{aligned}$$

то выражение (7) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} W_i(0, q^i = (1, \dots, 1)) &= \\ &= b(N-1) \sum_{m=1}^{N-1} \binom{N-2}{m-1} k_i k_i^{m-1} (1-k_i)^{N-2-(m-1)} = \\ &= \{ \text{Замена: } m-1=l \} = \\ &= b(N-1) k_i \sum_{l=0}^{N-2} \binom{N-2}{l} k_i^l (1-k_i)^{N-2-l} = \\ &= \{ \text{Формула бинома Ньютона} \} = \\ &= b(N-1) k_i (k_i + (1-k_i))^{N-2} = b(N-1) k_i. \quad (8) \end{aligned}$$

Если же все игроки выбирают B , то поступая как все, i -й участник получает $W_i(0, \dots, 0) = (N-1)b$, а выбирая в одиночку A , он получает

$$\begin{aligned} W_i(1, q^i = (0, \dots, 0)) &= \\ &= a \sum_{m=0}^{N-1} \binom{N-1}{m} k_i^m (1-k_i)^{N-m-1} m = \\ &= a(N-1) k_i. \quad (9) \end{aligned}$$

Таким образом, при $k_i > \frac{b}{a}$ оказывается, что $W_i(1, q^i = (0, \dots, 0)) > W_i(0, \dots, 0)$, то есть игрок с достаточно высоким уровнем коэффициента k_i готов перейти на более эффективную норму A даже в одиночестве. А в гомогенном (однородном) сообществе, где у всех участников одинаковый уровень коэффициента, $k_i > \frac{b}{a}$ ситуация $q = (1, \dots, 1)$, то есть когда все участники выбирают A , оказывается единственным равновесием по Нэшу.

Однако более реалистичным является так называемый гетерогенный (неоднородный) случай, когда коэффициенты k_i у разных представителей рассматриваемого сообщества могут различаться.

ПОРОГОВЫЕ ЗНАЧЕНИЯ В МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНЫХ СООБЩЕСТВ

Чтобы исследовать такие неоднородные сообщества введем понятие *порогового значения*. Под пороговым значением θ_i i -го участника будем понимать наименьшую долю от общего количества других участников сообщества, перешедших на норму A , необходимую для того, чтобы i -й участник также сделал выбор в пользу нормы A . Например, i -й участник переходит на норму A , если он полагает, что ее выберет половина сообщества, а j -й – если третья часть. Тогда $\theta_i = \frac{1}{2}$, а $\theta_j = \frac{1}{3}$.

Определить пороговое значение для каждого номера $i \in \{1, N\}$ можно, исходя из следующих соображений. Пусть i -й участник предполагает, что $\tilde{n} \in \{0, \dots, N-1\}$ других участников выберут норму A . Тогда его функция полезности в случае выбора B примет вид:

$$\begin{aligned} W_i(0, q^i) &= b \sum_{m=0}^{N-1} \binom{N-1}{m} k_i^m \times \\ &\times (1-k_i)^{N-1-m} \left[\frac{N-1-m}{N-1} (N-\tilde{n}-1) + m \right] = \\ &= b \sum_{m=0}^{N-1} \frac{(N-1)!}{m!(N-1-m)!} \cdot \frac{N-1-m}{N-1} k_i^m (1-k_i)^{N-1-m} (N-\tilde{n}-1) + \\ &+ b \sum_{m=0}^{N-1} \binom{N-1}{m} k_i^m (1-k_i)^{N-1-m} m. \end{aligned}$$

При $m=N-1$ соответствующий член ряда I равен 0, поэтому верхний предел суммирования можно заменить на $m=N-2$. В соответствии с формулой (8) слагаемое II равно $b(N-1)k_i$, поэтому

$$\begin{aligned} W_i(0, q^i) &= b \sum_{m=0}^{N-2} \binom{N-2}{m} k_i^m (1-k_i)^{N-2-m} \times \\ &\times (1-k_i)(N-\tilde{n}-1) + b(N-1)k_i = \\ &= \{ \text{Бином Ньютона к выражению I} \} = \\ &= b \cdot [(1-k_i)(N-\tilde{n}-1) + (N-1)k_i] = \\ &= b \cdot [(N-\tilde{n}-1) + \tilde{n}k_i]. \end{aligned}$$

Если при тех же условиях i -й участник выбирает норму A , то он получает

$$\begin{aligned} W_i(1, q^i) &= b \sum_{m=0}^{N-1} \binom{N-1}{m} k_i^m \times \\ &\times (1-k_i)^{N-1-m} \left[\frac{N-1-m}{N-1} \cdot \tilde{n} + m \right] = \\ &= a \cdot [(1-k_i)\tilde{n} + (N-1)k_i] = a \cdot [\tilde{n} + (N-\tilde{n}-1)k_i]. \end{aligned}$$

Таким образом i -й участник сделает выбор в пользу нормы A , если $W_i(1, q^i) > W_i(0, q^i)$: $a \cdot [\tilde{n} + (N - \tilde{n} - 1)k_i] \geq b \cdot [(N - \tilde{n} - 1) + \tilde{n}k_i]$. Это условие равносильно следующему:

$$\frac{\tilde{n}}{N-1} \geq \frac{b - k_i a}{(a+b)(1-k_i)} = \theta_i, \quad (10)$$

где θ_i – пороговое значение – минимальная доля выбравших норму A участников от общего количества, при которой i -й участник также готов сделать выбор в пользу нормы A . Отметим, что при $k_i > \frac{b}{a}$ пороговое значение θ_i будет отрицательно, что можно трактовать таким образом, что при достаточно большом значении коэффициента k_i (определяющего уровень морали, как он интерпретируется в работе [2]) i -й участник готов перейти на новую норму даже в одиночестве.

Отметим также, что у игроков с самым низким допустимым уровнем коэффициента $k_i = 0$ пороговое значение $\theta_i = \frac{b}{a+b}$. То есть, если доля перешедших на норму A представителей сообщества превышает эту отметку, то даже игроки-индивидуалисты переходят на норму A .

Чтобы смоделировать неоднородность сообщества относительно коэффициента k_i и соответствующего ему порогового значения θ_i каждого индивидуума, рассмотрим функцию распределения $F(x): \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$, значения которой равны доле от общего количества тех представителей сообщества, пороговое значение θ_i которых не превосходит x .

Если пороговое значение θ у некоторого представителя сообщества принять за случайную величину, принимающую значения на интервале $\left(-\infty, \frac{b}{a+b}\right]$, то функцию $F(x)$ можно понимать также как функцию распределения данной случайной величины: $F(x) = \mathbf{P}(\theta < x)$, где $\mathbf{P}$ – соответствующая вероятность, равная доле от общего количества тех представителей сообщества, пороговое значение θ которых не превосходит x .

Для численного определения параметров распределения порогового значения, в соответствии с которым представители сообщества готовы перейти на новую норму поведения, может пригодиться опыт специального раздела статистических исследований – моральной статистики.

Моральная статистика охватывает широкий круг проблем, связанных как с негативными явлениями в обществе, такими как различного рода преступления и нарушения общественного порядка, а также нарушения морально-этических норм, так и с позитивными, которые характеризуют моральный облик людей. К таким явлениям относятся участие граждан в общественных организациях по охране окружающей среды, бескорыстное донорство, участие в различного рода спасательных службах и т.д. [23].

Например, если допустить, что на некотором предприятии или в ВУЗе происходит регулярный добровольный сбор донорской крови, то у каждого сотрудника предприятия или учащегося есть две стратегии: участвовать в сборе – норма A или нет – норма B . Поскольку чувство морального удовлетворения,

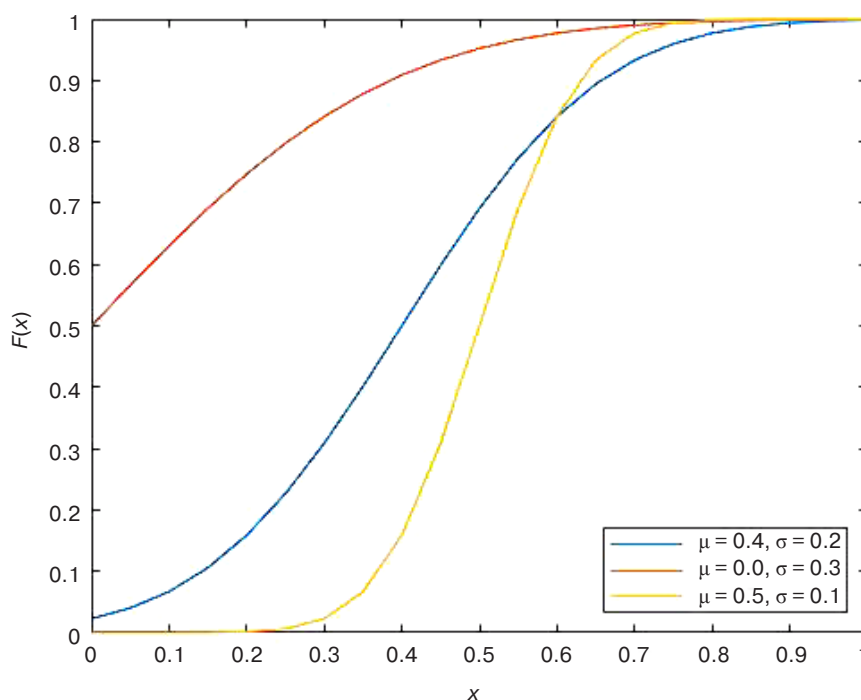


Рис. 1. График функции распределения $F(x)$ порогового значения θ_i

которое испытывает человек, участвующий в таких мероприятиях, трудно формализовать, соответственно, определить численные значения коэффициентов a и b не представляется возможным. Однако численные значения пороговых значений перехода от нормы A к норме B вполне поддаются численному определению.

Для этой цели можно провести социологическое исследование среди пришедших сдавать кровь, в результате которого выяснить у участников, какое количество их знакомых участвовало в сдаче крови прежде, чем они сами решились на такой поступок. Это позволит определить пороговое значение для каждого участника.

Конечно, конкретный вид функции распределения будет отличаться от задачи к задаче. Однако в связи с тем, что рассматриваемая социальная модель предполагает достаточно большое количество участников, для дальнейших рассуждений в качестве функции $F(x)$ порогового значения можно выбрать функцию нормального распределения (Гаусса) с математическим ожиданием μ и дисперсией σ^2 , где μ и σ – параметры, характеризующие сообщество:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(u-\mu)^2/(2\sigma^2)} du.$$

В рассмотренном примере со сдачей крови среднее значение пороговых значений для всех опрошенных участников позволит определить математическое ожидание, а средний квадрат отклонений от математического ожидания – дисперсию.

Графики распределения при разных значениях параметров μ и σ представлены на рис. 2. Отметим, что $F(x) = 1$ при $x \geq \frac{b}{a+b}$.

Нормальное распределение использовано здесь лишь в качестве некоторого приближения, поскольку в реальности при анализе социальных процессов следует учитывать человеческий фактор, ввиду способности людей к самоорганизации и наличия у них памяти.

В ряде классических работ (например, Ф. Блэкмен [24], Л. Берталанфи [25]) для описания функции распределения вероятности смены состояния в социальных системах используется логистическая модель и, соответственно, сигмоидальная (S -образная) функция, что вполне подходит для наших дальнейших рассуждений.

В работах же ряда современных авторов (Д.О. Жуков, Т.Ю. Хватова и др. [26, 27]) исследуется стохастическая динамика в социальных системах на основе клеточного автомата, с учетом наличия у представителей системы памяти, то есть зависимости состояния, в котором находится каждый индивидуум от его же состояния в предшествующие моменты времени. Данная модель позволяет, задав некоторые начальные параметры системы (например, количество

контактов между представителями сообщества), построить функцию распределения пороговых значений, необходимых для перехода сообщества в целом от одного состояния к другому.

Теперь проанализируем, как будет протекать процесс перехода между нормами A и B в динамике.

СОЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ В ДИНАМИКЕ

Будем рассматривать динамику перехода представителей сообщества на некотором временном промежутке $[t_0, T]$. Вначале рассмотрим модель с неким дискретным шагом Δt , а затем устремим Δt к нулю. Пусть $N_A(t)$ – количество представителей сообщества, выбирающих норму A в момент времени t . По условию задачи $N_A(t_0) = 0$.

Тогда $\frac{N_A(t)}{N-1}$ задает долю перешедших на A в момент t . А в соответствии с определением функции $F(x)$: $F\left(\frac{N_A(t)}{N-1}\right)$ – есть доля от общего количества индивидуумов, пороговое значение у которых не превосходит $\frac{N_A(t)}{N-1}$. Поэтому количество перешедших на норму A в некий следующий момент определяется отношением: $N_A(t + \Delta t) = F\left(\frac{N_A(t)}{N-1}\right) \cdot N$. Если полагать, что сообщество достаточно большое, то $N-1 \approx N$. Обозначив через $x(t) = \frac{N_A(t)}{N}$ долю перешедших на норму A участников в момент времени t , получим соотношение:

$$x(t + \Delta t) = F(x(t)) \quad (11)$$

или

$$x(t + \Delta t) - x(t) = F(x(t)) - x(t). \quad (12)$$

Из последнего выражения следует, что если $F(x) > x$, то $x(t)$ и соответственно $N_A(t)$ возрастают по времени, а если $F(x) < x$, то убывают. Если же в равенстве (11) устремить $\Delta t \rightarrow 0$, то получим условие равновесия $x(t) = F(x(t))$, при котором количество индивидуумов, перешедших на норму A , стабилизируется. Состояниям равновесия соответствуют неподвижные точки отображения F , однако эти состояния могут быть как устойчивы, так и неустойчивы. Чтобы проиллюстрировать этот факт, обратимся к примеру.

УСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ

Рассмотрим сообщество, которому соответствует функция распределения $F(x)$ порогового значения θ , график которой представлен на рис. 2. Сначала рассмотрим модель с дискретным временем. По

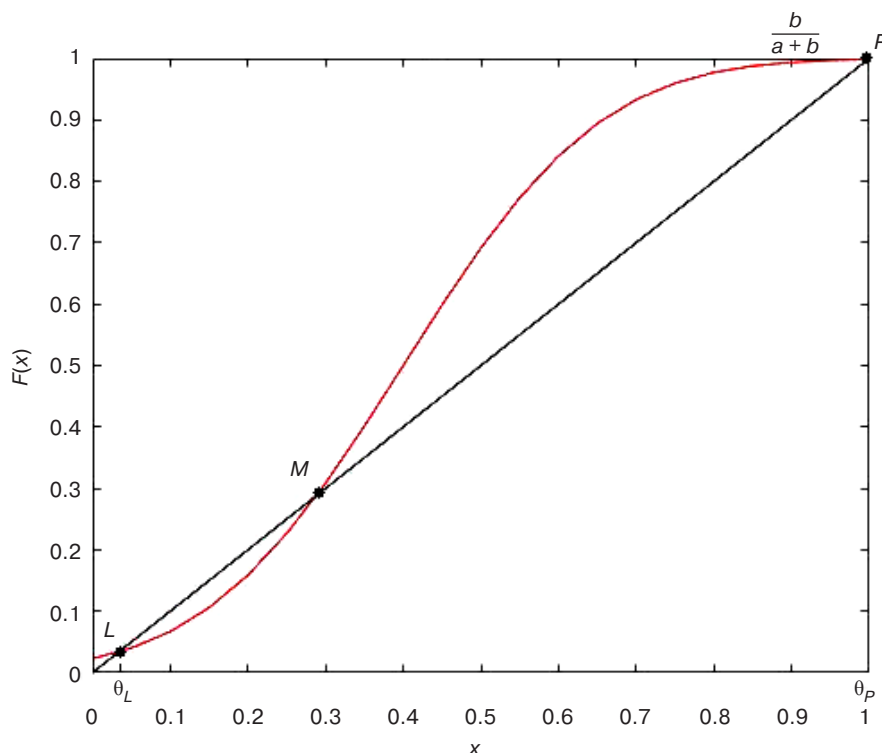


Рис. 2. График функции распределения пороговых значений с отмеченными точками состояний равновесия

условию задачи $N_A(t_0) = 0$. Первыми на норму A перейдут индивидуумы с отрицательным значением пороговой величины, поэтому $N_A(\Delta t) = F(0) \cdot N$. В следующий момент перейдут те, чье пороговое значение не превышает долю участников, выбравших A в предыдущий момент. То есть $N_A(2 \cdot \Delta t) = F\left(\frac{N_A(\Delta t)}{N}\right) = F(F(0))$ и т.д. Устремив $\Delta t \rightarrow 0$, получим процесс, непрерывный по времени.

Функция F , изображенная на рис. 2, имеет три неподвижные точки и соответствующие им состояния равновесия: точку L вблизи нуля, точку M и точку P вблизи единицы.

При этом точки L и P обладают свойством устойчивости: если доля перешедших на норму A индивидуумов подходит близко к θ_L или θ_P , то она будет колебаться вблизи этих значений. Действительно, как показано выше, при $x < \theta_L$ $F(x) > x$, поэтому $N_A(t)$ будет увеличиваться. И наоборот, $N_A(t)$ будет уменьшаться при $x > \theta_L$.

Равновесная точка M является неустойчивой: если доля перешедших на норму A превышает θ_M на сколь угодно малую величину, то $F(x) > x$, $N_A(t)$ будет возрастать, пока доля выбравших A не стабилизируется, достигнув ближайшей устойчивой равновесной точки $\theta_P = 1$, что будет соответствовать тому, что сообщество в целом перешло на норму A . И наоборот, если доля $x(t) = \frac{N_A(t)}{N}$ сколь угодно меньше θ_M , то

она продолжит уменьшаться пока не стабилизируется вблизи θ_L , то есть сообщество «скажется» обратно к неэффективной норме B . Более подробно теория устойчивости неподвижных точек применительно к ряду экономических, социальных и биологических процессов рассматривается в работе [28].

Отметим, что для непрерывной функции распределения неподвижные точки, в которых достигается равновесие, будут точками изменения состояния выпуклости и вогнутости функции. Если в неподвижной точке функция вогнута слева, то точка устойчива, если же выпукла, то неустойчива.

Поскольку $F(x) = 1$ при $x > \frac{b}{a+b}$, то функция $F(x)$ будет выпуклой при $x \rightarrow 1-0$. Поэтому точка $x = 1$, соответствующая тому, что все сообщество перешло на новую норму A , всегда будет устойчивой. Но если функция распределения F такова, что существует неподвижная точка, являющаяся устойчивым равновесием, со значением меньше единицы, то сообщество никогда полностью не перейдет на более эффективную норму, «застыв» в окрестности ближайшей к нулю точки устойчивого равновесия.

МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ

Предположим дополнительно, что в сообществе проводится некоторая просветительская (образовательная) деятельность, в результате которой повышается уровень морали в обществе.

Например, автору известен пример Фонда возрождения и развития культуры и нравственности граждан «За Нравственность!», волонтерами которого, с привлечением опытных педагогов и ученых, специализирующихся в области образования, был разработан курс лекций «Нравственность – сила нации» и выпущено одноименное учебное пособие для учащихся средней и старшей школы [29, 30].

Курс использовался для проведения факультативных занятий в средних и среднеспециальных учебных заведениях во многих регионах России [31], что является примером конструктивного взаимодействия государства и общества.

Один из разделов учебного пособия носит название «Нравственные традиции прошлого – фундамент современного общества» и имеет подзаголовок «Что посеешь, то и пожнешь». В данном разделе обобщаются духовно-нравственные традиции многих народов, суть которых сводится к необходимости осознания человеком причинно-следственной связи между собственными действиями и последствием этих действий. Иными словами, прежде чем совершить какой-то поступок человек должен задуматься: что случится, если и другие поступят по отношению к нему так, как он собирается поступить. Хорошо ли это будет?

Именно такое поведение и отражается в нашей модели коэффициентом k_i – вероятностью, которую каждый индивидуум отводит для события, что другие представители сообщества выберут ту же стратегию поведения. Поэтому, можно считать, что чем более придерживается человек принципов морали и нравственности, тем сильнее он примеряет по отношению

к себе последствия собственных поступков, что отражается ростом коэффициента k_i в нашей модели.

Таким образом, мы будем считать, что воспитательная, просветительская деятельность способствует тому, что коэффициент k_i каждого представителя сообщества возрастает со временем. Конечно, коэффициент k_i является трудноформализуемой величиной и по какому закону он будет изменяться (линейно или нелинейно) – трудно сказать заранее. Это зависит, как от вида просветительской деятельности, так и конкретно от каждого представителя сообщества.

Однако опосредованно эффективность просветительской деятельности и, соответственно, темпы роста коэффициентов k_i , можно оценить, например, по темпам изменения пороговых значений θ_i , которые, в свою очередь, могут быть определены с помощью статистических методов, что было показано выше на примере задачи о донорах крови.

Действительно, продифференцировав θ_i в выражении (10) по k_i , получим:

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial k_i} = \frac{(a+b)(b-a)}{(1-k_i)^2(a+b)^2} < 0, \text{ т.к. по предположению } a > b > 0.$$

Таким образом с ростом коэффициента k_i соответствующее пороговое значение θ_i i -го участника будет убывать. Иными словами, чем выше уровень морали индивидуума, тем скорее он готов перейти на более эффективную норму A .

Этот процесс можно отразить в следующем виде:

$$\theta_i(t) = \theta_i(t_0) - \phi(t), \quad \phi(t) > 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} > 0, \quad t \in [t_0, T]. \text{ Будем}$$

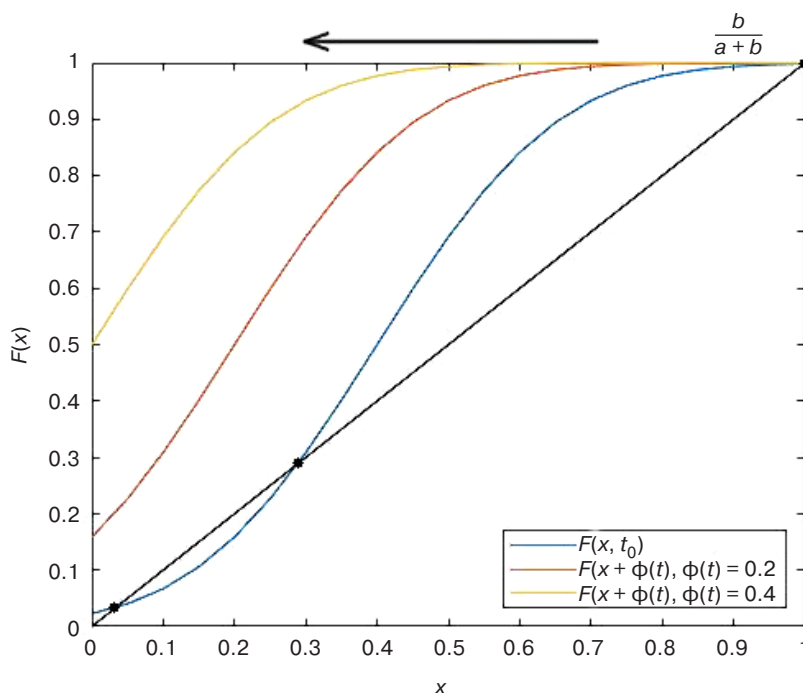


Рис. 3. Изменение функции распределения порогового значения со временем в модели с обучением

предполагать, что функция $\phi(t)$ – одна и та же для всех представителей сообщества.

Напомним, что в статическом случае мы определяли F как функцию распределения вероятности случайной величины θ , определяемой, как значение пороговой величины некоторого случайно выбранного представителя сообщества: $F = P(\theta \equiv \theta(t_0) < x)$.

В рассматриваемом же случае динамики с обучением, функция F будет зависеть от времени, причем она связана со своим статическим аналогом следующим соотношением:

$$\begin{aligned} F(x, t) &= P(\theta(t_0) - \phi(t) < x) = \\ &= P(\theta(t_0) < x + \phi(t)) = F(x + \phi(t)). \end{aligned}$$

Поскольку $\phi(t) > 0$, то график функции $F(x, t)$ в каждый момент времени $t \in [t_0, T]$ получается из графика функции $F(x)$ сдвигом влево на неотрицательную величину $\phi(t)$. Этот процесс иллюстрируется на рис. 3.

Следовательно, если распределение $F(x)$ имеет устойчивые неподвижные точки $x^* < 1$, то можно выбрать такой момент времени t' , что у функции $F(x, t')$ будет лишь одна неподвижная точка $x = 1$. Таким образом, сообщество в целом успешно перейдет на новую норму A .

ДИСКУССИЯ

Рассмотренная здесь модель поведения индивидуумов, следующих принципу морали в смысле императива Канта, разработанная и представленная в ряде работ (например, [11, 32]) Ингелой Алджер и Йоргеном Вибулом, показывает существенное отличие между поведением индивидуумов, которых мы обозначили *homo moralis*, и традиционно рассматриваемых в работах по теории игр *homo economicus*.

Другой встречающейся в литературе моделью можно считать моделирование коллективизма или альтруизма, что предполагает учет каждым участником с некоторым весовым коэффициентом интересов других участников. В ряде исследований (в т.ч., в работах [9, 11]) коллективизм моделируется таким образом, что, например, в задаче с двумя участниками каждый стремится обеспечить максимум не своей первоначальной платежной функции $J_i(q)$, но специальной функции полезности $U_i(q) = (1 - \alpha)J_i(q) + \alpha J^i(q)$, $\alpha \in [0, 1]$, или, как она была обобщена для произвольного количества участников N в работе [18],

$U_i(q) = (1 - \alpha)J_i(q) + \frac{\alpha}{N} \sum_{k=1}^N J_k(q)$, $\alpha \in [0, 1]$. Частным случаем такой функции полезности при $\alpha = 1$ можно

считать предложенную Дж. Харсани [5] функцию

$$U_i(q) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N J_k(q).$$

Существенное отличие *homo moralis* от так называемых индивидуалистов (*homo economicus*), и даже альтруистов, заключается в том, что если первые (*homo moralis*), оценивая преимущества перехода всех представителей сообщества на новую норму поведения, способны стать своего рода катализаторами процесса, первопроходцами, то ни участники индивидуалисты, ни так называемые альтруисты оказываются не способными на это.

Данная особенность позволяет говорить о наличии некоторой эволюционной устойчивости для такой модели поведения, что, оказывается, можно косвенно подтвердить и методами эволюционной теории игр. Как уже было сказано, в этой теории принято рассматривать повторяющиеся игры и исследовать каждую из стратегий поведения на успехи в одной конкретной игровой, но в долгосрочной перспективе, на основе длительной череды игровых ситуаций.

Именно этот подход взял на вооружение американский дизайнер игр Ник Кэйс, создавший интерактивную игру, иллюстрирующую, как ведут себя различные стратегии поведения в процессе повторяющейся дилеммы заключенного [33]. Суть дилеммы сводится к тому, что два игрока стоят перед выбором: сотрудничать или предать товарища. В случае, если оба игрока выбирают сотрудничество, они оказываются в плюсе. Но при этом каждый из них испытывает соблазн обмануть, поскольку, если обман удастся, обманувший получит даже больше, чем при обоюдном решении сотрудничать, а вот обманутый терпит убытки. Если же оба игрока, поддавшись соблазну, выбирают обмануть друг друга, то они становятся наказаны собственной алчностью, получив наименее благоприятную в игре игровую ситуацию.

В качестве стратегий Ник Кейс рассматривает такие поведенческие типы, как «наивные» – вид игроков, которые продолжают пытаться сотрудничать, даже когда их обманывают, «жулики» – обманывающие, несмотря на то, что с ними пытаются сотрудничать и, наконец, «имитаторы» – игроки, начинающие с сотрудничества, а затем просто повторяющие поведение опонента. Далее Ник Кэйс моделирует общество с помощью так называемого клеточного автомата, где каждая клетка использует одну из перечисленных стратегий. Интересно, но выяснилось, что именно последний тип поведения, характеризуемый словом «взаимность», которым, как полагал Конфуций, можно выразить всю суть этических учений, оказывается наиболее эволюционно устойчивым.

Тем не менее, исходя из рассмотренных выше рассуждений об устойчивости равновесий в гетерогенных (разнородных) сообществах, можно сделать вывод, что в естественных условиях новая, более прогрессивная модель поведения может никогда не стать общепринятой нормой. В таком случае общество может навсегда «застрять» на старой менее эффективной модели поведения, если не будут приняты некоторые дополнительные меры, способствующие подъему уровня морали (роста коэффициента k_i в нашей модели). К таким мерам может относиться, в частности, просветительская, воспитательная работа.

Следует отметить недостаток рассмотренной модели: используемые в ней параметры (например, коэффициенты k_i) являются трудноформализуемыми, что затрудняет их численное определение, необходимое для практического применения.

Однако применение различных статистических методов [23] позволит решить данную проблему, что дает возможность использовать представленную здесь теоретическую основу, например, для оценки эффективности проводимых на государственном уровне мероприятий в сфере образования и воспитания молодежи. Этим вопросам автор намерен посвятить свои будущие работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении отметим, что рассмотренная социальная модель выбора между двумя нормами

поведения позволила получить нетривиальный результат, свидетельствующий о том, что, чем выше уровень морали у индивидуума, тем более склонен данный индивидуум к переходу на более благоприятную для сообщества в целом норму поведения, что существенно отличает его как от стремящихся исключительно к увеличению личного благосостояния индивидуалистов, так и тех, кто учитывает также общественные, но сиюминутные интересы (альтруистов).

Участники класса *homo moralis* при выборе своей стратегии поведения анализируют, что произойдет, если остальные представители поступят также как они. Это дает им возможность, даже иногда получая первоначально некоторый ущерб, тем не менее предвидеть все преимущества принятия отстаиваемых ими образцов в качестве новой нормы поведения.

Поэтому, нельзя не согласиться с авторами работы [34], утверждающими, что «государства, построенные на нравственных принципах, всегда имели социальное, экономическое и политическое преимущество, что приводило их к процветанию и росту благосостояния».

В этой связи грамотно выстроенная государственная политика в области образования и воспитания может оказать существенное влияние и на темпы экономического развития, поскольку воспитанные с использованием лучших культурных традиций молодые люди будут более эффективно справляться с вызовами и привносить в жизнь общества новые более совершенные образцы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О внесении изменений в Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации по вопросам воспитания обучающихся»: Федеральный закон от 31.07.2020 № 304-ФЗ. URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/45788>
2. Smith A. *An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations*. London: W. Strahas & T. Cadell; 1776. 542 p. Reedited: Oxford, UK: Oxford University Press; 1976. 754 p.
3. Smith A. *The theory of moral sentiments*. Strand: A. Millar; 1759. Reedited: Oxford, UK: Oxford University Press; 1759. 412 p.
4. Braithwaite R.B. *Theory of games as a tool for the moral philosopher*. An Inaugural Lecture Delivered in Cambridge on 2 December 1954. Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1955. 84 p. URL: <https://archive.org/details/theoryofgamesast0000brai>
5. Harsanyi J.C. Game and decision theoretic models in ethics. In: R.J. Aumann, S. Hart (Eds.). *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. Elsevier; 1992. V. 1. Ch. 19. P. 669–707.

REFERENCES

1. O vnesenii izmenenii v Federal'nyi zakon "Ob obrazovanii v Rossiiskoi Federatsii" po voprosam vospitaniya obuchayushchikhsya": Federal'nyi zakon of 31.07.2020, No. 304-FZ (On amendments to the Federal Law "On Education in the Russian Federation 'on the education of students'": Federal Law of the Russian Federation of 31.07.2020, No. 304-FZ). (in Russ.). Available from URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/45788>
2. Smith A. *An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations*. London: W. Strahas & T. Cadell; 1776. 542 p. Reedited: Oxford, UK: Oxford University Press; 1976. 754 p.
3. Smith A. *The theory of moral sentiments*. Strand: A. Millar; 1759. Reedited: Oxford, UK: Oxford University Press; 1759. 412 p.
4. Braithwaite R.B. *Theory of games as a tool for the moral philosopher*. An Inaugural Lecture Delivered in Cambridge on 2 December 1954. Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1955. 84 p. Available from URL: <https://archive.org/details/theoryofgamesast0000brai>

6. Harsanyi J.C. Rule utilitarianism and decision theory. *Erkenntnis*. 1977;11:25–53. <https://doi.org/10.1007/BF00169843>
7. История этических учений; под ред. А.А. Гусейнова. М.: Академический проект; 2015. С. 716–724.
8. Льюис Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. М.: Издательство иностранной литературы; 1961. С. 33–67.
9. Kranz S. Moral norms in a partly compliant society. *Games and Economic Behavior*. 2010;68(1):255–274. <https://doi.org/10.1016/j.geb.2009.07.007>
10. Alfano M., Rusch H., Uhl M. Ethics, Morality, and Game Theory. *Games*. 2018;9(2):20. <https://doi.org/10.3390/g9020020>
11. Alger I., Weibull J.W. Strategic behavior of moralists and altruists. *Games*. 2017;8(3):38. <https://doi.org/10.3390/g8030038>
12. Smith J.M. *Evolution and the theory of games*. Cambridge: Cambridge University Press; 1982. 224 p.
13. Newton J. Evolutionary game theory: A renaissance. *Games*. 2018;9(2):31. <https://doi.org/10.3390/g9020031>
14. Гермейер Ю.Б., Вател' И.А. Игры с иерархическим вектором интересов. *Известия АН СССР. Техническая кибернетика*. 1974;3:54–69.
15. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. Цена анархии и механизмы управления в моделях согласования общественных и частных интересов. *Математическая теория игр и ее приложения*. 2015;7(1):50–73.
16. Горбанева О.И. Модели сочетания общих и частных интересов независимых агентов. *Математическая теория игр и ее приложения*. 2018;10(4):3–15.
17. Гусейнов А.А. «Золотое правило» нравственности. *Вестник Московского университета. Серия 7. Философия*. 1972;4:53–63.
18. Красников К.Е. Моделирование социально-этических принципов в терминах игровых задач. *Экономика: вчера, сегодня, завтра*. 2020;10(2–1):224–240.
19. Sarkisian R. Team incentives under moral and altruistic preferences: Which team to choose? *Games*. 2017;8(3):37. <https://doi.org/10.3390/g8030037>
20. Кант И. *Основы метафизики нравственности*. Сочинения в 6 т. М.: Мысль; 1965. Т. 4. С. 211–310.
21. Галицкая З.И., Ильина Е.Ю., Марченко О.В., Павлова Г.Л. *Нравственность – сила нации*: учебное пособие. Омск: Фонд «За Нравственность!»; 2016. 212 с.
22. Ullmann-Margalit E. *The emergence of norms*. Oxford: Oxford University Press; 1977. 206 p.
23. Соболевская М.К., Стрекалова С.А. Анализ показателей моральной статистики России за 2000–2015 гг. *Молодой ученый*. 2016;20(124):419–421.
24. Blackman F.F. Optima and limiting factors. *Annals of Botany*. 1905;os–19(2):281–296. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.aob.a089000>
25. Von Bertalanffy L. *Modern theories of development*. Translated and adapted by J.H. Woodger. London: Humphrey Milford; 1933. 232 p.
26. Zhukov D., Khvatova T., Millar C., Zaltzman A. Modelling the stochastic dynamics of transitions between states in social systems incorporating self-organization and memory. *Technological Forecasting and Social Change*. 2020;158:120134. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2020.120134>
5. Harsanyi J.C. Game and decision theoretic models in ethics. In: R.J. Aumann, S. Hart (Eds.). *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. Elsevier; 1992. V. 1. Ch. 19. P. 669–707.
6. Harsanyi J.C. Rule utilitarianism and decision theory. *Erkenntnis*. 1977;11:25–53. <https://doi.org/10.1007/BF00169843>
7. Гусейнов А.А. (Ed.). *Istoriya eticheskikh uchenii (History of ethical teachings)*. Moscow: Akademicheskii proekt; 2015. P. 716–724. (in Russ.).
8. Lyu'is R.D., Raifa Kh. *Igry i resheniya (Games and solutions)*. Moscow: Izdatel'stvo inostrannoi literatury; 1961. P. 33–67. (in Russ.).
9. Kranz S. Moral norms in a partly compliant society. *Games and Economic Behavior*. 2010;68(1):255–274. <https://doi.org/10.1016/j.geb.2009.07.007>
10. Alfano M., Rusch H., Uhl M. Ethics, Morality, and Game Theory. *Games*. 2018;9(2):20. <https://doi.org/10.3390/g9020020>
11. Alger I., Weibull J.W. Strategic behavior of moralists and altruists. *Games*. 2017;8(3):38. <https://doi.org/10.3390/g8030038>
12. Smith J.M. *Evolution and the theory of games*. Cambridge: Cambridge University Press; 1982. 224 p.
13. Newton J. Evolutionary game theory: A renaissance. *Games*. 2018;9(2):31. <https://doi.org/10.3390/g9020031>
14. Germeier Yu.B., Vatel' I.A. Games with a hierarchical vector of interests. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 1974;3:54–69 (in Russ.).
15. Gorbaneva O.I., Ugo'l'nitskii G.A. Price of anarchy and control mechanisms in models of concordance of public and private interests. *Matematicheskaya teoriya igr i ee prilozheniya*. 2015;7(1):50–73 (in Russ.).
16. Gorbaneva O.I. Models of social and private interests combining with independent agents. *Matematicheskaya teoriya igr i ee prilozheniya*. 2018;10(4):3–15 (in Russ.).
17. Guseinov A.A. The “golden rule” of morality. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 7. Filosofiya = MSU Vestnik. Series 7. Philosophy*. 1972;4:53–63 (in Russ.).
18. Krasnikov K.E. Modeling of social and ethical principles in terms of game tasks. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra = Economics: Yesterday, Today and Tomorrow*. 2020;10(2–1):224–240 (in Russ.).
19. Sarkisian R. Team incentives under moral and altruistic preferences: Which team to choose? *Games*. 2017;8(3):37. <https://doi.org/10.3390/g8030037>
20. Kant I. *Osnovy metafiziki нравственности*. *Sochineniya v 6 t. (Foundations of the metaphysics of morality: in 6 v.)*. Moscow: Mysl'; 1965. V. 4. P. 211–310. (in Russ.).
21. Galitskaya Z.I., Il'ina E.Yu., Marchenko O.V., Pavlova G.L. *Nravstvennost' – sila natsii: uchebnoe posobie (Morality is the strength of the nation)*. Omsk: Fond “За Nравstvennost'!”; 2016. 212 p. (in Russ.).
22. Ullmann-Margalit E. *The emergence of norms*. Oxford: Oxford University Press; 1977. 206 p.
23. Sobolevskaya M.K., Strekalova S.A. Analysis of indicators of moral statistics in Russia for 2000–2015. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*. 2016;20(124):419–421 (in Russ.).
24. Blackman F.F. Optima and limiting factors. *Annals of Botany*. 1905;os–19(2):281–296. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.aob.a089000>

27. Истратов Л.А., Смычкова А.Г., Жуков Д.О. Моделирование социальных процессов группового поведения на основе стохастических клеточных автоматов с памятью и систем дифференциальных кинетических уравнений с запаздыванием. *Вестник Томского гос. ун-та. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2020;51:45–54. <https://doi.org/10.17223/19988605/51/5>
28. Granovetter M. Threshold model of collective behavior. *American Journal of Sociology*. 1978;83:1420–1443.
29. Вышел в свет комплект материалов курса лекций «Нравственность – сила нации». Фонд возрождения культуры, духовности и нравственности граждан «За нравственность!». 2017. URL: <https://fondzn.org/news/distribution/00207>
30. Ответы учреждений образования и государственных органов на курс лекций «Нравственность – сила нации». Фонд возрождения культуры, духовности и нравственности граждан «За нравственность!». 2017. URL: <https://fondzn.org/news/responses>
31. Отзывы и благодарности. Фонд возрождения культуры, духовности и нравственности граждан «За нравственность!». 2017. URL: <https://fondzn.org/volunteer/responses>
32. Alger I., Weibull J. Homo moralis-preference evolution under incomplete information and assortative matching. *Econometrica*. 2013;81(6):2269–2302. <https://doi.org/10.3982/ECTA10637>
33. Кэйс Н. Эволюция доверия. 2017. URL: <https://notdotteam.github.io/trust/>
34. Микушина Т.Н., Скуратовская М.Л. Проблема нравственности и глобальный кризис общества. В сб.: «Мир на пороге новой эры. Как это будет?»: материалы II международной научно-практ конф. Саратов; 2014. С. 74–79.
25. Von Bertalanffy L. *Modern theories of development*. Translated and adapted by J.H. Woodger. London: Humphrey Milford; 1933. 232 p.
26. Zhukov D., Khvatova T., Millar C., Zaltzman A. Modelling the stochastic dynamics of transitions between states in social systems incorporating self-organization and memory. *Technological Forecasting and Social Change*. 2020;158:120134. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2020.120134>
27. Istratov L.A., Smychkova A.G., Zhukov D.O. Modeling group behavior based on stochastic cellular automata with memory and systems of differential kinetic equations with delay. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie vychislitel'naya tekhnika i informatika = Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2020;51:45–54 (in Russ.). <https://doi.org/10.17223/19988605/51/5>
28. Granovetter M. Threshold model of collective behavior. *American Journal of Sociology*. 1978;83:1420–1443.
29. Vyshel v svet komplekt materialov kursa lektzii "Nravstvennost' – sila natsii". Fond vozrozhdeniya kul'tury, dukhovnosti i nravstvennosti grazhdan "Za nravstvennost'!" (A set of materials for the course of lectures "Morality is the strength of the nation" has been published. Foundation for the revival of culture, spirituality and morality of citizens "For morality!"). 2017. (in Russ.). Available from URL: <https://fondzn.org/news/distribution/00207>
30. Otvety uchrezhdenii obrazovaniya i gosudarstvennykh organov na kurs lektzii "Nravstvennost' – sila natsii". Fond vozrozhdeniya kul'tury, dukhovnosti i nravstvennosti grazhdan "Za nravstvennost'!" (Responses of educational institutions and government agencies to the course of lectures "Morality is the strength of the nation". Foundation for the revival of culture, spirituality and morality of citizens "For morality!"). 2017. (in Russ.). Available from URL: <https://fondzn.org/news/responses>
31. Otyzvy i blagodarnosti. Fond vozrozhdeniya kul'tury, dukhovnosti i nravstvennosti grazhdan "Za nravstvennost'!" (Feedback and thanks. Foundation for the revival of culture, spirituality and morality of citizens "For morality!"). 2017. (in Russ.). Available from URL: <https://fondzn.org/volunteer/responses>
32. Alger I., Weibull J. Homo moralis-preference evolution under incomplete information and assortative matching. *Econometrica*. 2013;81(6):2269–2302. <https://doi.org/10.3982/ECTA10637>
33. Case N. Evolyutsiya doveriya (Evolution of trust). Available from URL: <https://notdotteam.github.io/trust/>
34. Mikushina T.N., Skuratovskaya M.L. The problem of morality and the global crisis of society. In: *The world on the threshold of a new era. As it will be? Materials of the II International Scientific and Practical Conference*. Saratov; 2014, p. 74–79. (in Russ.).

Об авторе

Красников Кирилл Евгеньевич, ассистент, кафедра вычислительной техники Института информационных технологий ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: krasnikovkirill@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0002-2716-0202>

About the author

Kirill E. Krasnikov, Assistant, Computer Technology Department, Institute of Information Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: krasnikovkirill@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0002-2716-0202>

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 531.391

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-84-94>**НАУЧНАЯ СТАТЬЯ****Эволюция вращательного движения
вязкоупругой планеты с ядром
на эллиптической орбите****А.В. Шатина[®],**
А.В. Старостина*МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия*[®] Автор для переписки, e-mail: shatina_av@mail.ru

Резюме. Работа посвящена исследованию эволюции вращательного движения планеты в центральном ньютоновском поле сил. Планета моделируется телом, состоящим из твердого ядра и жестко прикрепленной к нему вязкоупругой оболочки. Рассматривается ограниченная постановка задачи, когда центр масс планеты движется по заданной кеплеровской эллиптической орбите. Уравнения движения выводятся в форме системы уравнений Рауса с использованием канонических переменных Андуайе, которые в невозмущенной задаче являются переменными «действие-угол» и имеют вид интегро-дифференциальных уравнений с частными производными. Используется методика, разработанная Вильке В.Г. для механических систем с бесконечным числом степеней свободы. Методом разделения движений получена система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая вращательное движение планеты с учетом возмущений, вызванных упругостью и диссипацией. Методом усреднения получена эволюционная система уравнений относительно переменных «действие» и медленных угловых переменных. Построен фазовый портрет, описывающий взаимное изменение модуля вектора кинетического момента $\mathbf{G}$ вращательного движения и косинуса угла между этим вектором и нормалью к плоскости орбиты центра масс планеты. Найдено стационарное решение эволюционной системы уравнений, которое является асимптотически устойчивым. Показано, что в стационарном движении вектор кинетического момента $\mathbf{G}$ ортогонален плоскости орбиты, а предельное значение модуля этого вектора зависит от эксцентриситета эллиптической орбиты. Построенная математическая модель может быть использована для изучения приливной эволюции вращательного движения планет и спутников. Полученные в работе результаты согласуются с результатами ранее проведенных исследований в этой области.

Ключевые слова: вязкоупругое тело, кеплеровская эллиптическая орбита, переменные Андуайе, метод усреднения, диссипативная эволюция движения, метод усреднения

• Поступила: 01.03.2021 • Доработана: 29.03.2021 • Принята к опубликованию: 12.07.2021

Для цитирования: Шатина А.В., Старостина А.В. Эволюция вращательного движения вязкоупругой планеты с ядром на эллиптической орбите. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):84–94. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-84-94>

Прозрачность финансовой деятельности: Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Evolution of the rotational motion of a viscoelastic planet with a core on an elliptical orbit

Albina V. Shatina @,
Anastasia V. Starostina

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia
@ Corresponding author, e-mail: shatina_av@mail.ru

Abstract. The work is devoted to the study of the evolution of the rotational motion of a planet in the central Newtonian field of forces. The planet is modeled by a body consisting of a solid core and a viscoelastic shell rigidly attached to it. A limited formulation of the problem is considered, when the center of mass of the planet moves along a given Keplerian elliptical orbit. The equations of motion are derived in the form of a system of Routh equations using the canonical Andoyer variables, which are “action-angle” variables in the unperturbed problem and have the form of integro-differential equations with partial derivatives. The technique developed by V.G. Vilke is used for mechanical systems with an infinite number of degrees of freedom. A system of ordinary differential equations is obtained by the method of separation of motions. The system describes the rotational motion of the planet taking into account the perturbations caused by elasticity and dissipation. An evolutionary system of equations for the “action” variables and slow angular variables is obtained by the averaging method. A phase portrait is constructed that describes the mutual change in the modulus of the angular momentum vector $\mathbf{G}$ of the rotational motion and the cosine of the angle between this vector and the normal to the orbital plane of the planet’s center of mass. A stationary solution of the evolutionary system of equations is found, which is asymptotically stable. It is shown that in stationary motion, the angular momentum vector $\mathbf{G}$ is orthogonal to the orbital plane, and the limiting value of the modulus of this vector depends on the eccentricity of the elliptical orbit. The constructed mathematical model can be used to study the tidal evolution of the rotational motion of planets and satellites. The results obtained in this work are consistent with the results of previous studies in this area.

Keywords: viscoelastic body, Keplerian elliptic orbit, Andoyer variables, averaging method, dissipative evolution of motion

• Submitted: 01.03.2021 • Revised: 29.03.2021 • Accepted: 12.07.2021

For citation: Shatina A.V., Starostina A.V. Evolution of the rotational motion of a viscoelastic planet with a core on an elliptical orbit. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):84–94 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500316X-2021-9-5-84-94>

Financial disclosure: The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Движение абсолютно твердого сферически симметричного тела относительно центра масс, движущегося по кеплеровской орбите, представляет собой равномерное вращение вокруг оси, неизменно ориентированной в инерциальной системе координат. Так как ни одно из тел, составляющих Солнечную систему, не является абсолютно твердым, то центральное тело, вокруг которого движется планета, создает «горбы» в вязкоупругом теле планеты. Эти

«горбы» стремятся расположиться по линии «планета – центральное тело». Из-за наличия внутреннего вязкого трения приливные «горбы» запаздывают и смещаются на некоторый угол относительно указанной линии. Это приводит к возникновению гравитационного момента сил. Кроме того, происходит сжатие планеты вдоль оси вращения. Все это влияет на изменение скорости вращения планеты.

В классической приливной теории, как правило, используются модели абсолютно твердого тела и материальной точки для описания динамики системы.

А сама теория основывается на различных предположениях относительно величины приливных «горбов» и угла запаздывания [1].

Для изучения приливной эволюции вращательного движения небесных тел Белецкий В.В. предложил феноменологическую модельную формулу для момента приливных сил [2, 3], используя для планеты модель твердого тела. Позже эта формула была обоснована в построенной В.Г. Вильке теории вязкоупругого шара в гравитационном поле [4].

В работе [5] методом разделения движений и усреднения [4] была получена эволюционная система уравнений вращательного движения вязкоупругого шара в центральном ньютоновском поле сил на круговой орбите.

В работе [6] была получена эволюционная система уравнений поступательно-вращательного движения вязкоупругого шара в пространственном случае в переменных Андуайе – Делоне. Для планет Солнечной системы скорость эволюции угловой скорости собственного вращения планеты в 10^7 – 10^9 раз превышает скорость эволюции среднего движения по орбите, так как их отношение равно отношению квадратов радиуса орбиты и планеты [4]. Рассматриваемая в данной работе ограниченная постановка задачи позволяет более детально изучить диссипативную эволюцию вращательного движения планеты.

В 80–90 годы XX века изучению вращательного движения твердого тела с упругими и диссипативными элементами было посвящено большое количество работ [7–9]. В последнее время используются различные модели вязкоупругих тел при изучении приливной эволюции небесных тел [10, 11].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим задачу о движении планеты относительно центра масс в центральном ньютоновском гравитационном поле. Планету будем моделировать телом, состоящим из твердого ядра и жестко прикрепленной к нему вязкоупругой оболочки. При отсутствии деформаций, т.е. в естественном недеформированном состоянии, планета занимает область V в трехмерном евклидовом пространстве:

$$V = V_0 \cup V_1, \quad V_0 = \{ \mathbf{r} \in E^3 : |\mathbf{r}| \leq r_0 \}, \\ V_1 = \{ \mathbf{r} \in E^3 : r_0 < |\mathbf{r}| \leq r_1 \},$$

где r_0, r_1 – внутренний и внешний радиусы оболочки. Пусть ρ_0, ρ_1 – плотности ядра и вязкоупругой оболочки соответственно, которые будем считать постоянными, а m_0, m_1 – их массы.

Будем считать, что центр масс планеты движется по заданной эллиптической орбите. Введем инерциальную систему координат $OXYZ$ с началом в притягивающем центре, совпадающим с одним из фокусов эллипса. Ось OX направим по радиус-вектору перигея, ось OZ – перпендикулярно плоскости орбиты, а ось OY направим так, чтобы орты осей неподвижной системы координат образовывали правую тройку векторов. Для описания вращательного движения планеты введем подвижную систему координат $Cx_1x_2x_3$ и систему осей Кенига $C\xi_1\xi_2\xi_3$ с началом в центре масс C планеты.

Положение точки M планеты в инерциальной системе координат $OXYZ$ определяется векторным полем

$$\mathbf{R}_M(\mathbf{r}, t) = \mathbf{R}(t) + \Gamma(t)(\mathbf{r} + \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)), \quad (1.1)$$

$$\mathbf{R}(t) = \frac{1}{m} \int_V \mathbf{R}_M(\mathbf{r}, t) \rho d\mathbf{x}, \quad \int_{V_1} \mathbf{u} d\mathbf{x} = 0, \quad \int_{V_1} \text{rot} \mathbf{u} d\mathbf{x} = 0, \quad (1.2)$$

где $\mathbf{R}(t)$ – радиус-вектор центра масс планеты; $\Gamma = \Gamma(t)$ – оператор перехода от подвижной системы координат $Cx_1x_2x_3$ к системе осей Кенига $C\xi_1\xi_2\xi_3$; $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ – вектор упругого смещения, тождественно равный нулю для точек твердого ядра V_0 ; $m = m_0 + m_1$, $\rho = \rho_i$ для $\mathbf{r} \in V_i, (i = 0, 1)$. Условия (1.2) однозначно определяют радиус-вектор центра масс C деформированной планеты, а также подвижную систему координат $Cx_1x_2x_3$, относительно которой вязкоупругая планета в интегральном смысле не вращается [4]. В системе координат $Cx_1x_2x_3$

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = (u_1(\mathbf{r}, t), u_2(\mathbf{r}, t), u_3(\mathbf{r}, t)), \quad \mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3).$$

Задачу будем решать в рамках линейной модели теории упругости. Функционал потенциальной энергии упругих деформаций имеет вид:

$$\mathcal{E} = \int_{V_1} \mathcal{E}[\mathbf{u}] d\mathbf{x}, \quad \mathcal{E}[\mathbf{u}] = \alpha_1 (I_E^2 - \alpha_2 II_E), \quad (1.3)$$

$$\alpha_1 = \frac{E(1-\nu)}{2(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \alpha_2 = \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu}, \\ \alpha_1 > 0, \quad 0 < \alpha_2 < 3,$$

$$I_E = \sum_{j=1}^3 e_{jj}^2, \quad II_E = \sum_{k < l} (e_{kk}e_{ll} - e_{kl}^2),$$

$$e_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \quad d\mathbf{x} = dx_1 dx_2 dx_3,$$

где E – модуль упругости Юнга; ν – коэффициент Пуассона вязкоупругой оболочки планеты.

Для описания диссипативных свойств оболочки планеты примем модель Кельвина – Фойгта, т.е. положим, что диссипативный функционал $\mathcal{D}$ связан с функционалом (1.3) соотношениями:

$$\mathcal{D} = \int_{V_1} \mathcal{D}[\dot{\mathbf{u}}] dx, \quad \mathcal{D}[\dot{\mathbf{u}}] = \chi \varepsilon[\dot{\mathbf{u}}],$$

здесь $\chi > 0$ – коэффициент внутреннего вязкого трения.

Согласно рассматриваемой ограниченной постановке задачи, центр масс планеты движется по кеплеровской эллиптической орбите, т.е. радиус-вектор $\mathbf{R}(t)$ точки C является заданной функцией времени согласно соотношениям:

$$\mathbf{R} = R(\cos \vartheta; \sin \vartheta; 0), \quad (1.4)$$

$$R = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \vartheta}, \quad \dot{\vartheta} = \frac{\partial \vartheta}{\partial l} \dot{l} = \frac{(1+e \cos \vartheta)^2}{(1-e^2)^{3/2}} n, \\ n = \sqrt{\frac{\gamma}{a^3}}, \quad l = n(t-t_0). \quad (1.5)$$

Здесь ϑ – истинная аномалия; a – большая полуось орбиты; e – эксцентриситет; n – среднее движение центра масс C планеты по орбите; l – средняя аномалия; γ – гравитационная постоянная ($\gamma = fM_0$, f – универсальная гравитационная постоянная; M_0 – масса притягивающего центра); t_0 , t – начальный и текущий моменты времени.

Кинетическая энергия шара представляется функционалом

$$T = \frac{1}{2} \int_V \dot{\mathbf{R}}^2 \rho dx = \frac{1}{2} \int_V [\Gamma^{-1} \dot{\mathbf{R}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u}) + \dot{\mathbf{u}}]^2 \rho dx, \quad (1.6)$$

где $\boldsymbol{\omega} \times (\cdot) = \Gamma^{-1} \dot{\Gamma}(\cdot)$, $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость вращения шара (системы координат $Cx_1x_2x_3$). С учетом условий (1.2) функционал кинетической энергии вязкоупругого шара примет вид:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{R}}^2 + \frac{1}{2} \int_V [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u})]^2 \rho dx + \\ + \int_{V_1} (\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u}), \dot{\mathbf{u}}) \rho_1 dx + \frac{1}{2} \int_{V_1} \dot{\mathbf{u}}^2 \rho_1 dx. \quad (1.7)$$

Потенциальная энергия гравитационного поля равна

$$\Pi = -\gamma \int_V \frac{\rho dx}{\sqrt{(\mathbf{R} + \Gamma(\mathbf{r} + \mathbf{u}))^2}}. \quad (1.8)$$

Так как $|\mathbf{R}| \gg |\mathbf{r} + \mathbf{u}|$, то подынтегральное выражение в (1.8) можно разложить в ряд по степеням

$|\mathbf{r} + \mathbf{u}|/R$. Ограничиваясь членами второго порядка по степеням $|\mathbf{r} + \mathbf{u}|/R$ и линейными по $|\mathbf{u}|/R$, получим

$$\Pi = -\frac{\gamma m}{R} + \frac{\gamma}{R^3} \int_{V_1} [(\mathbf{r}, \mathbf{u}) - 3(\xi, \mathbf{r})(\xi, \mathbf{u})] \rho_1 dx,$$

$$\xi = \Gamma^{-1} \mathbf{R} / R. \quad (1.9)$$

Конфигурационным пространством механической системы является прямое произведение $SO(3) \times \mathfrak{B}$, где

$$\mathfrak{B} = \left\{ \mathbf{u}; \mathbf{u} \in (W_2^1(V_1))^3, \int_{V_1} \mathbf{u} dx = 0, \int_{V_1} \text{rot } \mathbf{u} dx = 0, \mathbf{u}|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_0} = 0 \right\},$$

$(W_2^1(V_1))^3$ – пространство Соболева [4]; $SO(3)$ – группа вращений трехмерного евклидова пространства. Обобщенными координатами q_1, q_2, q_3 , определяющими группу вращений $SO(3)$, могут быть, например, углы Эйлера.

Компоненты вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ являются линейными однородными функциями относительно обобщенных скоростей $\dot{q}_i$ ($i=1,2,3$). Выделяя в правой части (1.7) слагаемые, содержащие обобщенные скорости $\dot{q}_i$ ($i=1,2,3$) во второй, первой и нулевой степени соответственно, представим функционал кинетической энергии в виде:

$$T = T_2 + T_1 + T_0, \quad (1.10)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \int_V [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u})]^2 \rho dx, \quad T_1 = \int_{V_1} (\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u}), \dot{\mathbf{u}}) \rho_1 dx,$$

$$T_0 = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{R}}^2 + \frac{1}{2} \int_{V_1} \dot{\mathbf{u}}^2 \rho_1 dx. \quad (1.11)$$

Уравнения движения планеты получим в форме уравнений Рауса, используя канонические переменные Андуайе $(\mathbf{I}, \boldsymbol{\Phi}) = (I_1, I_2, I_3, \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)$ [4, 12] для описания вращательного движения системы координат $Cx_1x_2x_3$ относительно осей Кенига и лагранжеские координаты $u_i(\mathbf{r}, t)$, $i=(1,2,3)$ для описания деформаций вязкоупругой оболочки планеты.

Вектор момента количеств движения планеты относительно центра масс равен

$$\mathbf{G} = \nabla_{\boldsymbol{\omega}} T = \mathcal{J}[\mathbf{u}] \boldsymbol{\omega} + \mathbf{G}_u, \quad (1.12)$$

$$\mathcal{J}[\mathbf{u}] \boldsymbol{\omega} = \int_V (\mathbf{r} + \mathbf{u}) \times [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} + \mathbf{u})] \rho dx,$$

$$\mathbf{G}_u = \int_{V_1} [(\mathbf{r} + \mathbf{u}) \times \dot{\mathbf{u}}] \rho_1 dx. \quad (1.13)$$

С учетом (1.13) слагаемое T_2 в правой части равенства (1.10) представляется через тензор инерции $J[\mathbf{u}]$ деформированной планеты в виде:

$$T_2 = \frac{1}{2}(J[\mathbf{u}]\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}). \quad (1.14)$$

Построим вектор кинетического момента $\mathbf{G}$ в точке C и перпендикулярно вектору $\mathbf{G}$ плоскость CMN , которая пересекает плоскость $C\xi_1\xi_2$ по прямой CM , а плоскость Cx_1x_2 – по прямой CN . Переменная I_2 – это модуль вектора $\mathbf{G}$; I_1, I_3 – его проекции на оси Cx_3 и $C\xi_3$ соответственно. Переход от системы осей Кенига $C\xi_1\xi_2\xi_3$ к подвижной системе координат $Cx_1x_2x_3$ в случае переменных Андуайе осуществляется посредством пяти последовательных поворотов на углы $\varphi_3, \delta_1, \varphi_2, \delta_2, \varphi_1$ вокруг осей $C\xi_3$, CM , вектора $\mathbf{G}$ и осей CN , Cx_3 соответственно (рис. 1).

Оператор перехода Γ в переменных Андуайе представляется в виде произведения пяти ортогональных матриц [12]:

$$\Gamma = \Gamma_3(\varphi_3)\Gamma_1(\delta_1)\Gamma_3(\varphi_2)\Gamma_3(\delta_2)\Gamma_3(\varphi_1),$$

$$\cos \delta_1 = I_3/I_2, \quad \cos \delta_2 = I_1/I_2,$$

$$\Gamma_3(\varphi_k) = \begin{pmatrix} \cos \varphi_k & -\sin \varphi_k & 0 \\ \sin \varphi_k & \cos \varphi_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\Gamma_1(\delta_j) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_j & -\sin \delta_j \\ 0 & \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{pmatrix}.$$

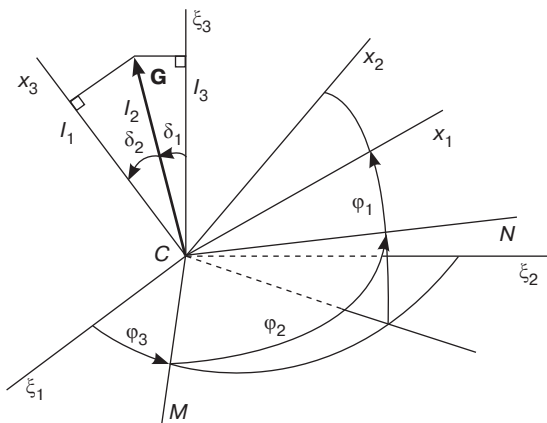


Рис. 1. Переменные Андуайе

В системе координат $Cx_1x_2x_3$

$$\mathbf{G} = \left(\sqrt{I_2^2 - I_1^2} \sin \varphi_1, \sqrt{I_2^2 - I_1^2} \cos \varphi_1, I_1 \right), \quad (1.15)$$

$$\xi = \Gamma^{-1}\mathbf{R}/R = \Gamma_3(-\varphi_1)\Gamma_1(-\delta_2)\Gamma_3(-\varphi_2) \times \Gamma_1(-\delta_1)\Gamma_3(-\varphi_3)(\cos \vartheta, \sin \vartheta, 0)^T. \quad (1.16)$$

Из (1.12) следует, что

$$\boldsymbol{\omega} = J^{-1}[\mathbf{u}](\mathbf{G} - \mathbf{G}_u). \quad (1.17)$$

Тогда из (1.14) и (1.17) для функционала T_2 получим следующее представление:

$$T_2 = \frac{1}{2}(\mathbf{G} - \mathbf{G}_u, J^{-1}[\mathbf{u}](\mathbf{G} - \mathbf{G}_u)). \quad (1.18)$$

Функционал Рауса $\mathcal{R}$, зависящий от канонических переменных $\mathbf{I}, \boldsymbol{\varphi}$ и лагранжевых переменных $\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}$, определяется равенством

$$\mathcal{R} = T_2 - T_0 + \Pi + \mathcal{E}[\mathbf{u}], \quad (1.19)$$

где T_2 представляется равенством (1.18), а в выражении (1.9) для функционала потенциальной энергии гравитационного поля Π вектор ξ представляется равенством (1.16).

С учетом (1.11), (1.18) функционал Рауса (1.19) можно представить в виде:

$$\mathcal{R} = \frac{I_2^2}{2A} - \frac{1}{A} \left(\mathbf{G}, \int_{V_1} \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{u}} \rho_1 dx \right) - \frac{1}{2A^2} \times$$

$$\times (J_1[\mathbf{u}]\mathbf{G}, \mathbf{G}) - \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{R}}^2 + \Pi + \mathcal{E}[\mathbf{u}] + \mathcal{R}^*, \quad (1.20)$$

где A – момент инерции недеформированной планеты относительно диаметра; $\mathcal{R}^*$ содержит члены второго и более высокого порядка относительно координат векторов $\mathbf{u}$ и $\dot{\mathbf{u}}$,

$$J_1[\mathbf{u}]\boldsymbol{\omega} = \int_{V_1} (\mathbf{r} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}] + \mathbf{u} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]) \rho_1 dx,$$

$$A = \frac{8\pi}{15} [\rho_0 r_0^5 + \rho_1 (r_1^5 - r_0^5)].$$

Уравнения вращательного движения планеты на эллиптической орбите записываются в форме канонических уравнений для переменных Андуайе и в форме вариационного принципа Даламбера – Лагранжа [4]:

$$\dot{I}_k = -\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \varphi_k}, \quad \dot{\varphi}_k = \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial I_k}, \quad k = 1, 2, 3, \quad (1.21)$$

$$\left(-\frac{d}{dt} \nabla^{\dot{\mathbf{u}}} \mathcal{R} + \nabla^{\mathbf{u}} \mathcal{R} + \nabla^{\dot{\mathbf{u}}} \mathcal{D} + \lambda_1, \delta \mathbf{u} \right)_{V_1} + \int_{V_1} (\lambda_2, \text{rot} \delta \mathbf{u}) dx = 0, \quad \forall \delta \mathbf{u} \in (W_2^1(V))^3. \quad (1.22)$$

Здесь λ_1, λ_2 – неопределенные множители Лагранжа, порожденные условиями (1.2).

2. ДЕФОРМАЦИИ ВЯЗКОУПРУГОЙ ОБОЛОЧКИ ПЛАНЕТЫ

Будем считать, что жесткость деформируемой оболочки планеты велика, т.е. мал безразмерный параметр $\tilde{\varepsilon} = \omega^2(0)\rho_1 r_1^2 E^{-1}$ ($\omega(0)$ – модуль начальной угловой скорости планеты). Выбирая определенным образом масштабы размерных единиц, можно ввести малый параметр $\varepsilon = E^{-1}$. В качестве невозмущенной задачи рассмотрим задачу о движении абсолютно твердой сферически симметричной планеты на эллиптической орбите. В этом случае $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = 0$, а параметр ε полагаем равным нулю. Уравнения невозмущенного движения имеют вид:

$$\dot{I}_k = 0, \quad k = 1, 2, 3, \quad \dot{\phi}_1 = 0, \quad \dot{\phi}_2 = I_2/A, \quad \dot{\phi}_3 = 0. \quad (2.1)$$

Уравнения (2.1) описывают равномерное вращение планеты вокруг одного из диаметров с угловой скоростью $\dot{\phi}_2 = I_2/A$. При $\varepsilon \neq 0$ согласно методу разделения движений [4], после затухания собственных колебаний вязкоупругого шара решение $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ ищется в виде ряда по степеням малого параметра ε :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \mathbf{u}_1(\mathbf{r}, t) + \varepsilon^2 \mathbf{u}_2(\mathbf{r}, t) + \dots \quad (2.2)$$

При этом множители Лагранжа λ_1 и λ_2 также необходимо искать в виде разложений по степеням ε :

$$\begin{aligned} \lambda_1(t) &= \lambda_{10}(t) + \varepsilon \lambda_{11}(t) + \dots, \\ \lambda_2(t) &= \lambda_{20}(t) + \varepsilon \lambda_{21}(t) + \dots \end{aligned} \quad (2.3)$$

С учетом (1.20), (1.9) уравнение (1.22) для функции $\mathbf{u}_1(\mathbf{r}, t)$ первого приближения примет вид:

$$\begin{aligned} \int_{V_1} \left[-\frac{\rho_1}{A} \frac{d}{dt} (\mathbf{G} \times \mathbf{r}) + \frac{1}{2A^2} (\nabla_{\mathbf{u}} J_1[\mathbf{u}] \mathbf{G}, \mathbf{G}) - \frac{\gamma \rho_1 \mathbf{r}}{R^3} + \right. \\ \left. + \frac{3\gamma \rho_1}{R^3} (\xi, \mathbf{r}) \xi + \lambda_{10} \right] \delta \mathbf{u} dx + \\ + \int_{\partial V_1} (\lambda_{20} \times \mathbf{n}) \delta \mathbf{u} d\sigma - \varepsilon (\nabla_{\mathbf{u}} \mathcal{E}[\mathbf{u}_1 + \chi \dot{\mathbf{u}}_1], \delta \mathbf{u})_{V_1} = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

При получении последнего равенства была использована формула Остроградского – Гаусса в виде:

$$\int_{V_1} \lambda_{20} \operatorname{rot} \delta \mathbf{u} dx = \int_{\partial V_1} (\delta \mathbf{u} \times \lambda_{20}) \mathbf{n} d\sigma,$$

где ∂V_1 – граница области V_1 , а $\mathbf{n}$ – нормаль к ∂V_1 .

Переменные $(\mathbf{I}, \boldsymbol{\phi})$ в уравнении (2.4) в соответствии с методом разделения движений являются решениями невозмущенной задачи (2.1). Поэтому в

$$(2.4) \quad \frac{d}{dt} (\mathbf{G} \times \mathbf{r}) = 0. \quad \text{Далее}$$

$$(\nabla_{\mathbf{u}} J_1[\mathbf{u}] \mathbf{G}, \mathbf{G}) = 2\rho_1 I_2^2 \mathbf{r} - 2\rho_1 (\mathbf{r}, \mathbf{G}) \mathbf{G}. \quad (2.5)$$

Полагая в (2.4) последовательно $\delta \mathbf{u} = \delta \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}$, $\delta \mathbf{u} = \mathbf{a}$, ($\delta \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{a} \in E^3$) и учитывая, что работа упругих и диссипативных сил на бесконечно малых поворотах равна нулю, получим $\lambda_{10} = 0$, $\lambda_{20} = 0$.

Для последнего слагаемого в левой части уравнения (2.4) справедливо равенство [4]:

$$\begin{aligned} (\nabla_{\mathbf{u}} \mathcal{E}[\mathbf{u}], \delta \mathbf{u})_{V_1} &= \int_{V_1} \nabla \mathcal{E}[\mathbf{u}] \delta \mathbf{u} dx + \int_{\partial V_1} \sum_{i=1}^3 \sigma_{ni} \delta u_i dx, \\ \nabla \mathcal{E}[\mathbf{u}] &= -\frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{1-2\nu} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u} \right), \\ \sigma_{ni}[\mathbf{u}] &= \frac{E\nu\gamma_i}{(1+\nu)(1-2\nu)} \operatorname{div} \mathbf{u} + \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} + \operatorname{grad} u_i, \mathbf{n} \right), \\ i &= 1, 2, 3, \quad \mathbf{n} = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3). \end{aligned}$$

Таким образом, краевая задача для нахождения функции $\mathbf{u}_1(\mathbf{r}, t)$ первого приближения примет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon \nabla \mathcal{E}[\mathbf{u}_1 + \chi \dot{\mathbf{u}}_1] = \\ = \rho_1 \frac{I_2^2}{A^2} \mathbf{r} - \frac{\rho_1}{A^2} (\mathbf{r}, \mathbf{G}) \mathbf{G} - \frac{\rho_1 \gamma}{R^3} \mathbf{r} + \frac{3\rho_1 \gamma}{R^3} (\xi, \mathbf{r}) \xi, \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{u}_1|_{|\mathbf{r}|=r_0} = 0, \quad \sigma_{ni}[\mathbf{u}_1]|_{|\mathbf{r}|=r_1} = 0, \quad i = (1, 2, 3). \quad (2.7)$$

Краевые условия (2.7) означают равенство нулю перемещений на внутренней границе вязкоупругой оболочки планеты и равенство нулю напряжений на ее внешней границе. Решение краевой задачи (2.6) – (2.7) имеет вид [13, 14]:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_{10} + \mathbf{u}_{11} + \mathbf{u}_{12}, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{u}_{10} = \frac{2I_2^2}{3A^2} \rho_1 \left(a_1 r^2 + a_2 + \frac{a_3}{r^3} \right) \mathbf{r},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{11} = \rho_1 \left\{ p(r_0, r_1, \nu) \left[\frac{I_2^2}{3A^2} \mathbf{r} - \frac{\mathbf{G}}{A^2} (\mathbf{G}, \mathbf{r}) \right] + \right. \\ \left. + q(r_0, r_1, \nu) \left[\frac{I_2^2}{6A^2} r^2 - \frac{1}{2A^2} (\mathbf{G}, \mathbf{r})^2 \right] \mathbf{r} \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{12} = & -\frac{3\gamma\rho_1}{R^3} \left(1 + \frac{3\chi\dot{R}}{R} \right) \times \\ & \times \left\{ p(r_0, r_1, v) \left[\frac{1}{3} \mathbf{r} - \xi(\xi, \mathbf{r}) \right] + \right. \\ & + q(r_0, r_1, v) \left[\frac{1}{6} r^2 - \frac{1}{2} (\xi, \mathbf{r})^2 \right] \mathbf{r} \left. \right\} - \\ & - \frac{3\chi\gamma\rho_1}{R^3} \left\{ p(r_0, r_1, v) \left[\dot{\xi}(\xi, \mathbf{r}) + \xi(\dot{\xi}, \mathbf{r}) \right] + \right. \\ & + q(r_0, r_1, v) (\xi, \mathbf{r}) (\dot{\xi}, \mathbf{r}) \mathbf{r} \left. \right\}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$a_1 = -\frac{1+v}{5(k+2)}, \quad a_2 = -\frac{a_1 r_1^2 (4x^5 + 5k + 6)}{4x^3 + 3k + 2},$$

$$a_3 = -\frac{a_1 r_1^5 x^3 ((3k+2)x^2 - 5k - 6)}{4x^3 + 3k + 2},$$

$$p(r_0, r_1, v) = b_1 r^2 + b_2 + \frac{b_3}{r^3} + \frac{b_4}{r^5},$$

$$q(r_0, r_1, v) = b_5 + \frac{b_6}{r^5} + \frac{b_7}{r^7},$$

$$k = \frac{2v}{1-2v}, \quad r = |\mathbf{r}|, \quad x = \frac{r_0}{r_1},$$

$$b_1 = -\frac{(1+v)}{\Delta_0} \left\{ 8(9k+14)x^{10} + 80x^7 + 24(k+1) \times \right. \\ \left. \times (5k+11)x^5 - 5(k+2)(15k+16)x^3 + 2(3k+8)(5k+4) \right\},$$

$$b_2 = \frac{(1+v)r_1^2}{\Delta_0} \left\{ 8(9k+14)x^{12} + 8(15k^2 + 46k + 51)x^7 - \right. \\ \left. - (63k^2 + 114k + 56)x^5 + 4(3k+8)(4k+3) \right\},$$

$$b_3 = \frac{2(1+v)r_1^5 x^3}{\Delta_0} \times \\ \times \left\{ 40x^9 - 16(k+6)x^7 + (21k+16)x^2 - 10(4k+3) \right\},$$

$$b_4 = \frac{2(1+v)(k+1)r_1^7 x^5}{\Delta_0} \times \\ \times \left\{ 24x^7 - 2(3k+26)x^5 + (15k+16)x^2 - 6(4k+3) \right\},$$

$$b_5 = -\frac{4(1+v)(k+1)}{\Delta_0} \times \\ \times \left\{ 60x^7 - 12(2k+17)x^5 + 5(3k+26)x^3 - 2(3k+8) \right\},$$

$$b_6 = 3(k+1)b_3, \quad b_7 = -5b_4,$$

$$\begin{aligned} \Delta_0 = & 8(2k+7)(9k+14)x^{10} + 200(3k^2 + 8k + 7)x^7 - \\ & - 1008(k+1)^2 x^5 + 25(27k^2 + 56k + 28)x^3 + \\ & + 2(3k+8)(19k+14). \end{aligned}$$

В равенстве (2.9) дифференцирование по времени производится в силу невозмущенной системы уравнений движения (2.1), а величины $\mathbf{G}$, ξ определяются формулами (1.15), (1.16).

3. ВОЗМУЩЕННАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Найденное решение $\mathbf{u} = \varepsilon \mathbf{u}_1 = \varepsilon(\mathbf{u}_{10} + \mathbf{u}_{11} + \mathbf{u}_{12})$ описывает вынужденные колебания вязкоупругого шара. Согласно асимптотическому методу разделения движений необходимо далее подставить это решение в правые части уравнений (1.21) для «медленных» переменных, предварительно линеаризуя их по $\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}$. В результате указанной подстановки и вычисления тройных интегралов по сферическому слою V_1 получим возмущенную систему уравнений вращательного движения спутника:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 = & -\frac{6\varepsilon\gamma\rho_1^2 D}{A^2 R^3} \left(1 + 3\chi \frac{\dot{R}}{R} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \Phi_1}, \xi \right) (\mathbf{G}, \xi) + \\ & + \frac{6\varepsilon\chi\gamma\rho_1^2 D}{A^2 R^3} \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \Phi_1}, \xi \right) (\mathbf{G}, \dot{\xi}) + \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \Phi_1}, \dot{\xi} \right) (\mathbf{G}, \xi) \right\} - \\ & - \frac{6\varepsilon\gamma\rho_1^2 D}{A^2 R^3} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \Phi_1}, \mathbf{G} \right) (\xi, \mathbf{G}) - \frac{18\varepsilon\chi\gamma^2 \rho_1^2 D}{R^6} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \Phi_1}, \dot{\xi} \right), \\ \dot{I}_j = & -\frac{6\varepsilon\gamma\rho_1^2 D}{A^2 R^3} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \Phi_j}, \mathbf{G} \right) (\xi, \mathbf{G}) - \\ & - \frac{18\varepsilon\chi\gamma^2 \rho_1^2 D}{R^6} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \Phi_j}, \dot{\xi} \right), \quad j = 2, 3, \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_1 = & \frac{6\varepsilon\gamma\rho_1^2 D}{A^2 R^3} \left(1 + 3\chi \frac{\dot{R}}{R} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial I_1}, \xi \right) (\mathbf{G}, \xi) - \\ & - \frac{6\varepsilon\chi\gamma\rho_1^2 D}{A^2 R^3} \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial I_1}, \xi \right) (\mathbf{G}, \dot{\xi}) + \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial I_1}, \dot{\xi} \right) (\mathbf{G}, \xi) \right\} + \\ & + \frac{6\varepsilon\gamma\rho_1^2 D}{A^2 R^3} \left(\frac{\partial \xi}{\partial I_1}, \mathbf{G} \right) (\xi, \mathbf{G}) + \frac{18\varepsilon\chi\gamma^2 \rho_1^2 D}{R^6} \left(\frac{\partial \xi}{\partial I_1}, \dot{\xi} \right), \\ \dot{\Phi}_3 = & \frac{6\varepsilon\gamma\rho_1^2 D}{A^2 R^3} \left(\frac{\partial \xi}{\partial I_3}, \mathbf{G} \right) (\xi, \mathbf{G}) + \frac{18\varepsilon\chi\gamma^2 \rho_1^2 D}{R^6} \left(\frac{\partial \xi}{\partial I_3}, \dot{\xi} \right). \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } D = \frac{1}{3}k_1(5b_1 + b_5) + b_2k_3 + \frac{1}{5}k_4(5b_3 + b_6), \\ k_1 = \frac{4\pi}{35}(r_1^7 - r_0^7), k_3 = \frac{4\pi}{15}(r_1^5 - r_0^5), k_4 = \frac{2\pi}{3}(r_1^2 - r_0^2).$$

Переменная φ_2 является быстрой угловой переменной, $\dot{\varphi}_2 \approx I_2/A$. Дифференцирование по времени в правых частях системы уравнений (3.2) проводится в силу невозмущенной системы (2.1) и соотношений (1.5), т.е.

$$\dot{R} = \frac{\partial R}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} = \frac{ane \sin \vartheta}{\sqrt{1-e^2}}, \\ \dot{\xi} = \frac{\partial \xi}{\partial \vartheta} \dot{\vartheta} + \frac{\partial \xi}{\partial \varphi_2} \dot{\varphi}_2 = \frac{\partial \xi}{\partial \vartheta} \frac{(1+e \cos \vartheta)^2}{(1-e^2)^{3/2}} n + \frac{\partial \xi}{\partial \varphi_2} \frac{I_2}{A}.$$

Здесь вектор ξ определяется равенством (1.16) и представляется в виде:

$$\xi = (\xi_x, \xi_y, \xi_z), \\ \xi_x = d_x \cos \varphi_1 + d_y \sin \varphi_1, \\ \xi_y = -d_x \sin \varphi_1 + d_y \cos \varphi_1, \xi_z = d_z, \\ d_x = \cos \varphi_2 \cos(\varphi_3 - \vartheta) - \sin \varphi_2 \cos \delta_1 \sin(\varphi_3 - \vartheta), \\ d_y = -\sin \varphi_2 \cos(\varphi_3 - \vartheta) \cos \delta_2 - \\ - \cos \varphi_2 \cos \delta_1 \sin(\varphi_3 - \vartheta) \cos \delta_2 + \\ + \sin \delta_1 \sin(\varphi_3 - \vartheta) \sin \delta_2, \\ d_z = \sin \varphi_2 \cos(\varphi_3 - \vartheta) \sin \delta_2 + \\ + \cos \varphi_2 \cos \delta_1 \sin(\varphi_3 - \vartheta) \sin \delta_2 + \\ + \sin \delta_1 \sin(\varphi_3 - \vartheta) \cos \delta_2.$$

4. ЭВОЛЮЦИОННАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

На следующем шаге усредним правые части возмущенной системы (3.1) по быстрым угловым переменным – переменной Андуйе φ_2 и средней аномалии l при условии отсутствия резонансов. Процедура усреднения заключается в вычислении интеграла:

$$\langle (*) \rangle_{\varphi_2, l} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} (*) d\varphi_2 dl = \\ = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} (*) \frac{(1-e^2)^{3/2}}{(1+e \cos \vartheta)^2} d\varphi_2 d\vartheta.$$

В результате получим эволюционную систему уравнений, описывающую динамику вращательного движения вязкоупругой планеты с ядром, в виде:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cos \delta_2, \\ \dot{I}_2 = -\frac{18\chi\rho_1^2 \epsilon D n^4}{(1-e^2)^{9/2}} \left\{ \frac{I_2}{A} \left[\frac{1}{2} + \frac{3e^2}{4}(1+2\cos^2 \varphi_3) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{e^4}{16}(1+4\cos^2 \varphi_3) + \cos^2 \delta_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{3e^2}{4}(1+2\sin^2 \varphi_3) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{e^4}{16}(1+4\sin^2 \varphi_3) \right) \right] - \frac{n \cos \delta_1}{(1-e^2)^{3/2}} \cdot F_2(e) \right\}, \quad (4.1) \\ \dot{I}_3 = -\frac{18\chi\rho_1^2 \epsilon D n^4}{(1-e^2)^{9/2}} \left\{ \frac{I_2}{A} \cdot \cos \delta_1 \cdot F_1(e) - \frac{n}{(1-e^2)^{3/2}} \cdot F_2(e) \right\},$$

$$\dot{\varphi}_1 = 0, \quad \dot{\varphi}_2 \approx I_2/A,$$

$$\dot{\varphi}_3 = -\frac{3\rho_1^2 \epsilon D I_2 n^2 \cos \delta_1}{A^2(1-e^2)^{3/2}} + \frac{9\chi\rho_1^2 \epsilon D n^4}{A(1-e^2)^{9/2}} \left(\frac{3e^2}{2} + \frac{e^4}{4} \right) \sin 2\varphi_3,$$

$$\text{где } F_1(e) = 1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4, \quad F_2(e) = 1 + \frac{15}{2}e^2 + \frac{45}{8}e^4 + \\ + \frac{5}{16}e^6.$$

Из первого уравнения системы (4.1) следует, что сохраняется угол между вектором кинетического момента $\mathbf{G}$ и осью Cx_3 :

$$\cos \delta_2 = \frac{I_1}{I_2} = \frac{I_1(0)}{I_2(0)}.$$

Метод разделения движений основан на физическом допущении, которое заключается в следующем: время затухания свободных собственных колебаний упругой среды на наименьшей частоте больше периода этих колебаний, но много меньше характерного времени движения тела как целого [7, 8]. Поэтому произведение χn ($\chi n \ll 1$) мало. Следовательно, в системе уравнений (4.1) угловую переменную φ_3 можно рассматривать как быструю и провести процедуру усреднения по φ_3 . В результате этого действия система (4.1) примет вид:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cos \delta_2, \\ \dot{I}_2 = -\frac{18\chi\rho_1^2 \epsilon D n^4}{(1-e^2)^{9/2}} \left\{ \frac{I_2}{2A} F_1(e) (1 + \cos^2 \delta_1) - \frac{n \cos \delta_1}{(1-e^2)^{3/2}} \cdot F_2(e) \right\}, \\ \dot{I}_3 = -\frac{18\chi\rho_1^2 \epsilon D n^4}{(1-e^2)^{9/2}} \left\{ \frac{I_2}{A} \cdot \cos \delta_1 \cdot F_1(e) - \frac{n}{(1-e^2)^{3/2}} \cdot F_2(e) \right\}, \\ \dot{\varphi}_1 = 0, \quad \dot{\varphi}_2 \approx I_2/A, \quad \dot{\varphi}_3 = -\frac{3\rho_1^2 \epsilon D I_2 n^2 \cos \delta_1}{A^2(1-e^2)^{3/2}}. \quad (4.2)$$

От переменных I_2, I_3 перейдем к безразмерным переменным $y = \cos \delta_1 = I_3/I_2$, $\omega_0 = I_2/An$. Тогда из второго и третьего уравнения системы (4.2) получим замкнутую автономную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= -\frac{\varepsilon \Delta}{(1-e^2)^{9/2}} \cdot \frac{(1-y^2)}{\omega_0} \cdot \left\{ \omega_0 \cdot y \cdot F_1(e) - \frac{2F_2(e)}{(1-e^2)^{3/2}} \right\}, \\ \dot{\omega}_0 &= -\frac{\varepsilon \Delta}{(1-e^2)^{9/2}} \cdot \left\{ \omega_0 \cdot (1+y^2) \cdot F_1(e) - \frac{2yF_2(e)}{(1-e^2)^{3/2}} \right\}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где $\Delta = 9\chi\rho_1^2 A^{-1} Dn^4$.

Система (4.3) имеет асимптотически устойчивое стационарное решение:

$$y = 1, \omega_0^* = \frac{F_2(e)}{F_1(e) \cdot (1-e^2)^{3/2}}. \quad (4.4)$$

В стационарном движении вектор кинетического момента $\mathbf{G}$ ортогонален плоскости орбиты, а предельное значение угловой скорости собственного вращения зависит от эксцентриситета эллиптической орбиты. Стационарное решение (4.4) было получено ранее в работах Белецкого В.В. [2, 3], где планета моделировалась твердым телом, а для приливного момента сил использовалась феноменологическая формула.

На рис. 2 изображен фазовый портрет системы (4.3), построенный в среде *Octave* при $e = 0.05$. Пунктирами изображены кривые, в точках которых интегральные кривые имеют горизонтальные и вертикальные касательные. Все интегральные кривые стягиваются в одну точку $(1, \omega_0^*)$. Можно выделить три типа движения: 1) монотонное уменьшение безразмерной угловой скорости до стационарного значения и угла δ_1 до нуля (когда интегральные кривые не пересекают пунктирные линии); в точках прямой $\cos \delta_1 = 0$ происходит переход из обратного вращения в прямое; 2) монотонное уменьшение угла δ_1 до нуля, уменьшение безразмерной угловой скорости до некоторого минимального значения с последующим увеличением до стационарного (когда интегральные кривые пересекают нижнюю пунктирную линию); 3) монотонное уменьшение безразмерной угловой скорости до стационарного значения, монотонное увеличение угла δ_1 до некоторого максимального значения с последующим уменьшением до нуля (когда интегральные кривые пересекают верхнюю пунктирную линию).

Ранее в работе [15] методом разделения движений и усреднения исследовалось вращательное

движение спутника с гибкими вязкоупругими стержнями на эллиптической орбите.

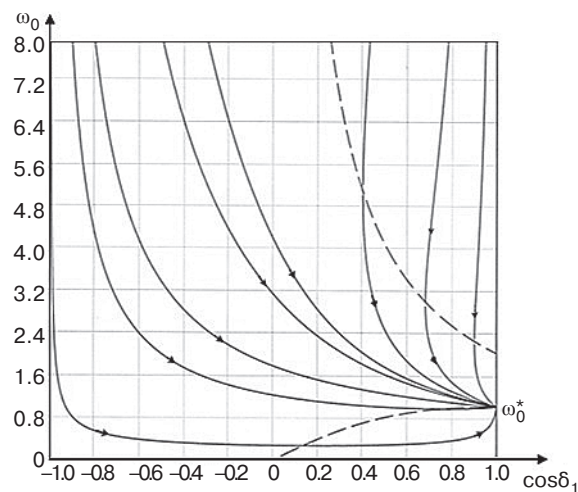


Рис. 2. Фазовый портрет эволюционной системы уравнений движения

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование вращательного движения планеты, моделируемой телом, состоящим из твердого ядра и жестко прикрепленной к нему вязкоупругой оболочки. В рамках линейной теории упругости получена система уравнений движения в виде интегро-дифференциальной системы уравнений с частными производными в форме уравнений Рауса с использованием канонических переменных Андуайе. Асимптотическим методом разделения движений получена система обыкновенных дифференциальных уравнений 6-го порядка, описывающая динамику вращательного движения планеты. С помощью метода усреднения получена эволюционная система уравнений движения планеты в нерезонансном случае. Показано, что движение планеты стремится к стационарному, когда вектор кинетического момента $\mathbf{G}$ ортогонален плоскости орбиты, а его модуль имеет постоянное значение, зависящее от эксцентриситета эллиптической орбиты. При нулевом значении эксцентриситета в стационарном движении угловая скорость собственного вращения планеты совпадает с орбитальной угловой скоростью, а ось вращения планеты ортогональна плоскости орбиты.

Полученные в работе результаты могут применяться для исследования приливных эффектов вращательного движения планет и их спутников.

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Efroimsky M., Williams J.G. Tidal torques. A critical review of some techniques. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2009;104:257–289. <https://doi.org/10.1007/s10569-009-9204-7>
2. Белецкий В.В. *Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле*. М.: Изд-во МГУ; 1975. 308 с.
3. Белецкий В.В. *Очерки о движении космических тел*. М.: Изд-во ЛКИ; 2009. 432 с. ISBN 978-5-382-00982-7
4. Вильке В.Г. *Аналитическая механика систем с бесконечным числом степеней свободы: в 2-х ч.* М.: Изд-во МГУ. Мех.-мат. фак.; 1997. Ч. 1. 216 с., Ч. 2. 160 с.
5. Вильке В.Г., Копылов С.А., Марков Ю.Г. Эволюция вращательного движения вязкоупругого шара в центральном ньютоновском поле сил. *Прикладная математика и механика*. 1985;49(1):25–34.
6. Шатина А.В. Эволюция движения вязкоупругого шара в центральном ньютоновском поле сил. *Космические исследования*. 2001;39(3):303–315.
7. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д. *Эволюция движений твердого тела относительно центра масс*. М.; Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований; 2015. 308 с.
8. Черноусько Ф.Л. О движении твердого тела с упругими и диссипативными элементами. *Прикладная математика и механика*. 1978;42(1):34–42.
9. Сидоренко В.В. Об эволюции движения механической системы с линейным демпфером большой жесткости. *Прикладная математика и механика*. 1995;59(4):562–568.
10. Frouard J., Efroimsky M. Precession relaxation of viscoelastic oblate rotation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2018;473(1):728–746. <https://doi.org/10.1093/mnras/stx2328>
11. Haus E., Bambusi D. Asymptotic Behavior of an Elastic Satellite with Internal Friction. *Mathematical Physics, Analysis and Geometry*. 2015;18(1): Article No. 14. <https://doi.org/10.1007/s11040-015-9184-7>
12. Вильке В.Г. *Механика систем материальных точек и твердых тел*. М.: Физматлит; 2013. 268 с. ISBN 978-5-9221-1481-3
13. Лейбензон Л.С. *Краткий курс теории упругости*. М.-Л.: Гостехиздат; 1942. 304 с.
14. Шатина А.В., Шерстнев Е.В. Движение спутника в гравитационном поле вязкоупругой планеты с ядром. *Космические исследования*. 2015;53(2):173–180.
15. Садовникова Е.В., Шатина А.В. Эволюция вращательного движения спутника с гибкими вязкоупругими стержнями на эллиптической орбите. *Российский технологический журнал*. 2018;6(4):89–104. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-4-89-104>

REFERENCES

1. Efroimsky M., Williams J.G. Tidal torques. A critical review of some techniques. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2009;104:257–289. <https://doi.org/10.1007/s10569-009-9204-7>
2. Beletskii V.V. *Dvizhenie sputnika otnositel'no tsentra mass v gravitatsionnom pole (Satellite motion relative to the center of mass in a gravitational field)*. Moscow: Izdatel'stvo MGU; 1975. 308 p. (in Russ.).
3. Beletskii V.V. *Ocherki o dvizhenii kosmicheskikh tel (Essays on the motion of cosmic bodies)*. Moscow: Izdatel'stvo LKI; 2009. 432 p. (in Russ.). ISBN 978-5-382-00982-7
4. Vil'ke V.G. *Analiticheskaya mekhanika sistem s beskonechnym chislom stepenei svobody: v 2-kh ch. (Analytical mechanics of systems with an infinite number of degrees of freedom: in 2 v.)*. Moscow: Izdatel'stvo MGU, mekhaniko-matematicheskii fakul'tet; 1997. V. 1. 216 p., V. 2. 160 p. (in Russ.).
5. Vil'ke V.G., Kopylov S.A., Markov Yu.G. Evolution of the rotational motion of a viscoelastic sphere in a central Newtonian field force field. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1985;49(1):24–30. [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(85\)90122-4](https://doi.org/10.1016/0021-8928(85)90122-4) [Vil'ke V.G., Kopylov S.A., Markov Yu.G. Evolution of the rotational motion of a viscoelastic sphere in a central Newtonian field force field. *Prikladnaya matematika i mekhanika = Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1985;49(1):25–34 (in Russ.).]
6. Shatina A.V. Evolution of the motion of a viscoelastic sphere in a central Newtonian field. *Cosmic Research*. 2001;39(3):282–294. <https://doi.org/10.1023/A:1017585722391> [Shatina A.V. Evolution of the motion of a viscoelastic sphere in a central Newtonian field. *Kosmicheskie issledovaniya = Cosmic Research*. 2001;39(3):303–315 (in Russ.).]
7. Chernous'ko F.L., Akulenko L.D., Leshchenko D.D. *Evolutsiya dvizhenii tverdogo tela otnositel'no tsentra mass (Evolution of motion of a rigid body relative to the center of mass)*. Moscow; Izhevsk: Izhevskii institut komp'yuternykh issledovaniy; 2015. 308 p. (in Russ.).
8. Chernous'ko F.L. On the motion of solid body with elastic and dissipative elements. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1978;42(1):32–41. [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(78\)90086-2](https://doi.org/10.1016/0021-8928(78)90086-2) [Chernous'ko F.L. On the motion of solid body with elastic and dissipative elements. *Prikladnaya matematika i mekhanika = Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1978;42(1):34–42 (in Russ.).]
9. Sidorenko V.V. The dynamic evolution of a mechanical system with a very rigid linear damper. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1995;59(4):533–539. [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(95\)00062-3](https://doi.org/10.1016/0021-8928(95)00062-3) [Sidorenko V.V. The dynamic evolution of a mechanical system with a very rigid linear damper. *Prikladnaya matematika i mekhanika = Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1995;59(4):562–568 (in Russ.).]

10. Frouard J., Efroimsky M. Precession relaxation of viscoelastic oblate rotation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2018;473(1):728–746. <https://doi.org/10.1093/mnras/stx2328>
11. Haus E., Bambusi D. Asymptotic Behavior of an Elastic Satellite with Internal Friction. *Mathematical Physics, Analysis and Geometry*. 2015;18(1): Article No. 14. <https://doi.org/10.1007/s11040-015-9184-7>
12. Vil'ke V.G. *Mekhanika sistem material'nykh tochek i tverdykh tel (Mechanics of systems of material points and solids)*. Moscow: Fizmatlit; 2013. 268 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9221-1481-3
13. Leibenzon L.S. *Kratkii kurs teorii uprugosti (A Short Course of the Elasticity Theory)*. Moscow – Leningrad: Gostekhizdat; 1942. 304 p. (in Russ.).
14. Shatina A.V., Sherstnyov E.V. Satellite motion in the gravitational field of a viscoelastic planet with a core. *Cosmic Research*. 2015;53(2):163–170. <https://doi.org/10.1134/S0010952515020082>
[Shatina A.V., Sherstnyov E.V. Satellite motion in the gravitational field of a viscoelastic planet with a core. *Kosmicheskie issledovaniya = Cosmic Research*. 2015;53(2):173–180 (in Russ.).]
15. Sadovnikova E.V., Shatina A.V. Evolution of the rotational movement satellite with flexible viscoelastic rods on the elliptic orbit. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal*. 2018;6(4):89–104 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-4-89-104>

Об авторах

Шатина Альбина Викторовна, д.ф.-м.н., доцент, профессор, кафедра высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: shatina_av@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0001-5016-5899>

Старостина Анастасия Валерьевна, аспирант, старший преподаватель, кафедра высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: starostina_a@mirea.ru

About the authors

Albina V. Shatina, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Docent, Professor, Department of Higher Mathematics, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). Email: shatina_av@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0001-5016-5899>

Anastasia V. Starostina, Graduate Student, Senior Lecturer, Department of Higher Mathematics, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). Email: starostina_a@mirea.ru

Мировоззренческие основы технологии и общества
Philosophical foundations of technology and society

УДК 378.1

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-95-101>

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Влияние гуманитарной среды на повышение качества подготовки специалистов в техническом вузе

О.Г. Савка[@]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: savka@mirea.ru

Резюме. Статья посвящена рассмотрению теоретических аспектов влияния организации гуманитарной среды в образовательном учреждении технической направленности на повышение качества подготовки специалистов и их конкурентоспособности на рынке труда. Проведен анализ специальной литературы и обобщение разных точек зрения на предмет исследования. Гуманитарная среда представляет собой определенную содержательную направленность образовательной системы учебных планов и рабочих программ дисциплин, включающих в себя единство материальных и духовных ценностей, отвечающих за формирование личности студентов. Каждый педагог рассматривает данную проблему в своем ключе, поэтому его точка зрения имеет свою специфику. Гуманитарная среда вуза включает в себя специально организованную систему обучения, в которой применяется комплекс подобранных методов и технологий, позволяющих «взрастить» конкурентоспособного специалиста, обладающего комплексом не только профессиональных, но и личностных компетенций. Подготовка специалистов в техническом вузе имеет свои особенности, связанные с дальнейшей профессиональной реализацией выпускников. Студенты на этапе обучения должны овладеть специальными компетенциями, развить личностные качества, иметь мотивацию к изучению дисциплин и освоению новых видов деятельности. Организация гуманитарной среды в образовательном учреждении должна быть реализована на всех уровнях: вузовском, факультетском, на каждом конкретном занятии по изучению дисциплин, как предусмотренных учебным планом, так и внеучебных, согласно плану воспитательной работы. Для этого необходимо поддерживать и контролировать взаимодействие студентов со всеми компонентами образовательной среды вуза с помощью таких методов, как гуманитарные технологии, наставничество, организация положительного психологического климата в учреждении, введение дополнительных образовательных программ, использование активных и инновационных методов обучения.

Ключевые слова: гуманитарная среда, вуз, педагогика, обучение, личность, профессионализм, самореализация

• Поступила: 14.03.2021 • Доработана: 01.04.2021 • Принята к опубликованию: 26.05.2021

Для цитирования: Савка О.Г. Влияние гуманитарной среды на повышение качества подготовки специалистов в техническом вузе. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):95–101. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-95-101>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Influence of the humanitarian environment on improving the quality of training of specialists in a technical university

Olga G. Savka[@]

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: savka@mirea.ru

Abstract. The article is devoted to the consideration of the theoretical aspects of the influence of the organization of the humanitarian environment in a technical educational institution on improving the quality of training specialists, increasing their competitiveness in the labor market. The analysis of special literature and generalization of different points of view on the subject of research act as research methods. The humanitarian environment represents a certain content orientation of the educational system of curricula and work programs of disciplines that include the unity of material and spiritual values that are responsible for the formation of students' personality. Each teacher considers this problem in his own way, so the points of view have their own specifics. The humanitarian environment of the university includes a specially organized training system in which a set of specially selected methods and technologies is used to «nurture» a competitive specialist with a set of not only professional, but also personal competencies. The training of specialists in a technical university has its own characteristics related to the further professional implementation of graduates. Students at the stage of training must master special competencies, develop personal qualities, be motivated to study disciplines and master new types of activities. The organization of the humanitarian environment in the organization should be implemented at all levels: university, faculty, at each specific lesson in the study of disciplines, both provided for in the curriculum and extracurricular according to the plan of educational work. For this purpose, it is necessary to maintain and control the interaction of students with all components of the educational environment of a higher educational institution using methods such as: humanitarian technologies, mentoring, organizing a positive psychological climate in the institution, introducing additional educational programs, using active and innovative teaching methods.

Keywords: humanitarian environment, university, humanism, pedagogy, training, personality, self-realization, creative approach

• Submitted: 14.03.2021 • Revised: 01.04.2021 • Accepted: 26.05.2021

For citation: Savka O.G. Influence of the humanitarian environment on improving the quality of training of specialists in a technical university. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):95–101. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-95-101>

Financial disclosure: The author has no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

На текущем этапе развития образования крайне важным представляется повышение качества подготовки специалистов, их личностных характеристик, конкурентоспособности. Перспективным направлением достижения этой цели, на наш взгляд, является создание в вузе специальной гуманитарной среды, имеющей огромный практический потенциал. В статье рассмотрены основные аспекты влияния данной среды на повышение качества подготовки специалистов технического профиля.

Важно понимать, что высшее профессиональное образование в данный момент претерпевает серьезные изменения вследствие полного или частичного разрешения возникающих противоречий. Так, существенным и значимым противоречием является отсутствие целостной теоретической концепции высшего профессионального образования и потребность общества в гуманизации системы образования, которая предполагает взаимоуважительное отношение друг к другу на основе переноса социального опыта в личный. Однако во многих вузах, особенно технического профиля, воспитанию гармоничной

личности будущего специалиста уделяется весьма незначительное внимание, первостепенная роль принадлежит овладению именно специальными профессиональными компетенциями.

Цель настоящего исследования представляет собой изучение теоретических и методических аспектов влияния гуманитарной среды на повышение качества подготовки специалистов в техническом вузе.

Методами исследования в данной статье выступили: анализ различных методологических подходов и взглядов к проблеме в актуальной современной литературе, синтез и обобщение полученных данных.

АНАЛИЗ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ К ПРОБЛЕМЕ

Анализируя взгляды российских ученых на содержание понятия гуманитарной образовательной среды, можно сделать предварительный вывод о том, что она оказывает непереносимое влияние на гармоничное формирование личности студента, а впоследствии – специалиста, члена современного общества. Далее рассмотрим разные подходы к пониманию данного определения [1–4].

По мнению профессора В.Л. Кургузова, гуманитарная среда представляет собой определенную содержательную гуманитарную направленность образовательной системы учебных планов и рабочих программ дисциплин, включающих в себя единство материальных и духовных ценностей, отвечающих за формирование личности студентов [5].

Доктор филологических наук Л.Е. Сараскина в своих трудах также раскрывает понятие гуманитарной среды. Она подразумевает включение в это понятие специального образовательного пространства с использованием активных методов обучения, с помощью которых усваиваются основные концепции формирования, развития и реализации личности в профессии [6].

Также интересен взгляд профессора Р.М. Петруновой. Она характеризует гуманитарную среду как комплекс педагогических приемов, технологий и административных положений, направленных на создание специальных условий для реализации гуманитарного образования. Стоит отметить, что с ее точки зрения эта проблема рассматривается только в образовательной сфере, и это не случайно. Объясняется это тем, что именно на этапе профессионального обучения личность проходит важнейшие этапы своего становления и приобретает жизненные нормы и ценности, которых будет придерживаться в дальнейшей жизни [7].

Рассматривая проблему организации гуманитарной среды в техническом вузе, стоит отметить, что она предусматривает создание и поддержание

специальных условий, способствующих ценностной гуманитарной ориентации личности студента. В этом аспекте необходимо отражать важнейшие современные культурные реалии, исторические традиции в содержание обучения, в структуру учебных дисциплин, а также в применяемые методы обучения. Исследователи Л.Г. Викторова и Л.В. Петрова подчеркивают, что, помимо всего вышеуказанного, важно включать в содержание образования актуальные достижения науки и техники, а также делать опору на изучение накопленного исторического опыта и культурных традиций [8].

Обобщая рассмотренные выше точки зрения, можно отметить, что в структуру гуманитарной образовательной среды можно включить следующие компоненты: педагогическая деятельность преподавателя (в т.ч. планирование содержания изучаемых дисциплин, а также применяемых методов и приемов обучения), научно-исследовательская и внеаудиторная деятельность студентов (в т.ч. написание научных статей, исследовательских работ и проектов по заданной тематике и темам, интересным самим студентам, а также самостоятельную работу студентов по изучаемым дисциплинам и различные воспитательные мероприятия, необходимые для гармоничного развития личности студентов), хозяйственно-административная деятельность руководства (регламентирующая правила поведения в вузе и осуществляющая планирование деятельности вуза, создавая тем самым оптимальные условия для овладения профессиональными компетенциями).

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Стоит отметить особую необходимость создания гуманитарной среды именно в условиях технического вуза. Это связано с тем, что специфика преподаваемых дисциплин в образовательных учреждениях такого типа во многом отдалена от социальной и культурной составляющей, как, например, в гуманитарных вузах, где гуманитарная среда так или иначе организована за счет содержания образования.

Гуманитарная среда в техническом вузе призвана обеспечить освоение студентами специальных компетенций, необходимых первоклассному специалисту. Во многом они связаны с личностными качествами человека, его нормами и ценностями. Организацию такой среды можно рассматривать как сложный многокомпонентный процесс, который проблематично реализовать на практике без специальных знаний в этой сфере. При его организации можно выделить несколько структурных элементов: гуманитарную, общетехническую и специальную

подготовку, современные педагогические идеи и технологии, традиции вуза.

О.Л. Колоницкая в своих работах отмечает, что в настоящее время использование в образовательном процессе средств гуманитарной среды может значительно повысить качество профессиональной подготовки будущих специалистов. Однако для достижения этой цели необходима комплексная работа по организации такой среды в техническом вузе на всех уровнях: вузовском, факультетском, предметном – с реализацией на каждом конкретном занятии. Кроме того, автором отмечена особая роль администрации в этом процессе, с чем нельзя не согласиться [9, 10].

Можно сделать вывод о том, что гуманитарная среда вуза включает в себя организованную систему обучения, в которой применяется комплекс индивидуально подобранных методов и технологий, позволяющих «взрастить» конкурентоспособного специалиста, обладающего комплексом не только профессиональных, но и личностных компетенций. Также при организации этого процесса важно обращать внимание на психологический климат в учреждении, он должен быть доверительным и благоприятным для наибольшей эффективности формирования личности специалиста [11].

Анализируя возможности применения гуманитарной образовательной среды на конкретном занятии, нельзя не учитывать специфику изучаемой дисциплины. Согласно учебному плану на каждый предмет выделяется разное количество часов, а также закрепляются разные компетенции. Педагогу важно актуализировать преподаваемые знания, показать их необходимость в будущем, будь то физическая культура или иностранный язык. Все дисциплины имеют связь между собой, в каждую из них можно внести творческую составляющую, которая будет способствовать личностному саморазвитию студента под контролем педагога.

Помимо развития креативного подхода к дисциплине и окружающей реальности при выборе средств и методов обучения важно осуществлять индивидуальный подход к студентам, опираться на их потребности и интересы. За счет применения инновационных технических средств – компьютерной техники, специальных программ и сайтов – можно добиться отличных результатов качества обучения. Кроме того, нельзя забывать о традиционных методах и средствах обучения и использовать их в образовательном процессе.

При реализации гуманитарной образовательной среды важно организовывать не только учебную, но и внеучебную деятельность. Вузовские мероприятия, конкурсы, встречи, слеты, групповое неформальное общение в значительной мере оказывают влияние на развитие мировоззрения и

формирование личностных качеств будущего специалиста. Внеучебная деятельность также должна быть регламентирована и проводиться в соответствии с планом воспитательной работы вуза, направления подготовки и конкретной группы. Не зря в последнее время воспитанию уделяется большое внимание на всех ступенях образования: школьной, вузовской. Для повышения качества подготовки специалистов важно принимать и поддерживать традиции вуза, прививать определенный «образ студента», обладающего специальным набором характеристик.

Анализируя все вышесказанное, можно обобщить и сделать вывод о том, что для создания и поддержания гуманитарной среды в условиях технического вуза необходимо поддерживать и контролировать взаимодействие студентов со всеми компонентами образовательной среды высшего учебного заведения. Это может быть реализовано за счет применения:

- Специальных гуманитарных технологий обучения (например, психотехнологии, антропопрактики) – технологий творческого сотрудничества преподавателя и студентов. И.В. Бобрышева в своих трудах описывает их применение и делает вывод о том, что оно должно базироваться на ряде принципов. Среди них можно выделить: принцип обращенности к реальной жизненной ситуации студента, т.е. связь изучаемого материала с актуальными и перспективными потребностями и стремлениями личности; принцип ценностно-смыслового равенства, согласно которому взаимодействие педагога и студента строится на основе субъект-субъектных отношений, взаимоуважения и равенства позиций; принцип субъективности, то есть признания ценности каждой личности, его самобытности; принцип контекстности, подразумевающий связи между прошлым и настоящим опытом и знаниями; принцип суверенности, под которым понимается невмешательство в личностное пространство обучающегося, соблюдение моральных и этических норм общения в системе «педагог-студент»; принцип незавершенности, под которым мы понимаем незаконченность процесса получения жизненного опыта (социализации) [12, 13].
- Специальных подходов в построении учебного процесса, таких как: компетентностный, проблемно-поисковый и культурологический. Применение данных подходов способствует всестороннему развитию личности студентов, их инкультурации, а также актуализации имеющихся знаний о мире.
- Специальных психологических, социальных и морально-правовых составляющих образовательного процесса, что гарантирует личностное

стабильное развитие и психологическую безопасность каждого студента. Эти компоненты должны обеспечивать гармоничные взаимоотношения между субъектами образовательного процесса, формировать у студентов уверенность в завтрашнем дне и своем окружении [14].

- Системы обмена знаниями и опытом среди студентов и преподавателей в рамках одного вуза, а также развитие межвузовских связей. Это может быть достигнуто с помощью организации системы наставничества старших курсов над младшими, активного кураторства педагогов в студенческих группах, координирования действий педагогов между собой; обмена студентами, обучающимися на аналогичных направлениях, между вузами; проведения студенческих олимпиад и конкурсов в межвузовском пространстве. Стоит отметить, что данное направление работы еще недостаточно реализовано во многих высших учебных заведениях, но несет в себе огромный развивающий потенциал, который повысит качество подготовки будущих специалистов.
- Специально разработанных дополнительных образовательных программ, которые соответствуют запросам студентов и современным общественным реалиям. Обучающихся могут заинтересовать сходные направления подготовки, расширяющие их будущие профессиональные перспективы, что также повысит их конкурентоспособность на рынке труда.
- Различных методик интенсификации и активизации учебно-познавательной и творческой деятельности. Данных методов существует достаточно много, однако их необходимо выбирать исходя из особенностей и интересов данной конкретной группы и возможностей применения при изучении предмета. Активные методы обучения, проблемно-поисковые технологии, система смешанного и дистанционного обучения – все это находится в распоряжении педагога, который должен активно использовать и подбирать методики работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евченко А.Ф. Гуманитарная среда российского вуза: проблемы и перспективы. *Журнал гуманитарных наук*. 2016;16:32–36.
2. Мартынова Е.А. Гуманитарная среда вуза как условие формирования культурной компетенции выпускника. *Высшее образование в России*. 2013;4:92–95.
3. Посохова Н.В., Ионов К.А. Развитие гуманитарной среды в вузе. *Alma mater (Вестник высшей школы)*. 2013;5:54–56.
4. Ковыляев К.Н. Гуманитарная среда вуза как фактор формирования и развития личности. *Вестник Мо-*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведенный анализ научной литературы и собственный педагогический опыт позволяют сделать вывод о том, что создание гуманитарной образовательной среды в техническом вузе крайне необходимо для повышения качества подготовки специалистов. Благодаря специально созданным условиям происходит всестороннее развитие личности студентов, формируется креативный и гуманитарный взгляд на окружающую реальность. Однако для того, чтобы организовать гуманитарную среду в техническом вузе, необходимо наличие следующих предпосылок:

- повышения значимости высшего образования как для педагогов в плане передачи накопленного опыта, так и для студентов, желающих стать профессионалами;
- создания специальных условий в обществе и государстве, позволяющих системе высшего образования развиваться;
- актуализации необходимости создания и поддержания гуманитарной составляющей в высшем техническом учебном заведении, позволяющей студентам расширить круг своего мировоззрения, а также развить свои личностные качества.

С точки зрения функционирования гуманитарная среда технического вуза – это единство гуманитарной среды от уровня образовательной организации до уровня конкретного занятия, а с точки зрения содержания она представляет собой сочетание гуманитарной образовательной среды и ряда необходимых вспомогательных элементов.

Подводя итог, можно сказать, что правильно организованная гуманитарная среда в высшем техническом учебном заведении позволяет активизировать учебно-познавательные процессы, расширять возможности реализации будущего специалиста, основываться на творческом подходе к пониманию окружающей действительности. Это можно считать рекомендацией высшим учебным заведениям для повышения эффективности их деятельности.

REFERENCES

1. Evchenko A.F. Humanitarian environment of a Russian university: problems and prospects. *Zhurnal gumanitarnykh nauk*. 2016;16:32–36 (in Russ.).
2. Martynova E.A. Humanitarian environment of the university as a condition for formation graduate's cultural competence. *Vysshee obrazovanie v Rossii = Higher Education in Russia*. 2013;4:92–95 (in Russ.).
3. Posokhova N.V., Ionov K.A. Development of the humanitarian environment at the university. *Alma Mater (Vestnik vysshei shkoly) = Alma Mater (Higher School Herald)*. 2013;5:54–56 (in Russ.).

- сковского университет им. С.Ю. Витте. Серия 3: Педагогика. Психология. Образовательные ресурсы и технологии. 2013;1(2):53–58.
5. Кургузов В.Л. Философия здоровья, гуманитарная культура и образование как детерминанты устойчивого развития. *Проблемы социально-экономического развития Сибири*. 2013;4(14):149–155.
6. Сараскина Л.Е. *Формирование гуманитарного целеполагания личности студента в вузе*: дис. ... канд. пед. наук. Красноярск; 1994. 176 с.
7. Ерофеева М.А. *Педагогическая система профессиональной готовности студентов к гендерному воспитанию школьников*. М.: Экон-информ; 2015. 320 с. ISBN 978-5-9906832
8. Викторова Л.Г., Петрова Л.В. *Гуманизация и гуманитаризация высшего образования – условие формирования гуманитарного потенциала личности интеллигента*: монография. Красноярск: Сиб. гос. технол. ун-т; 1999. 45 с. ISBN 5-8173-0053-2
9. Колоницкая О.Л. Гуманитарная среда – один из способов решения проблем высшего профессионального образования. *Молодой ученый*. 2012;5(40):431–435.
10. Коваль Н.А. Гуманитарная среда университета как фактор становления специалиста. В сб.: *Россия и Восток. Обучающееся общество и социально-устойчивое развитие Каспийского региона: материалы III Международной научной конференции*. Астрахань: ИД «Астраханский университет»; 2005. Т. 1. С. 60–64.
11. Виттенбек В.К. Формирование социокультурной среды как условие реализации компетентного подхода в вузе. В сб.: *Инновационное развитие России: условия, противоречия, приоритеты. Часть 3: Материалы IX Международной научной конференции*. М.: Московский университет им. С.Ю. Витте; 2013. С. 68–75.
12. Бобрышева И.В. Гуманитарная компетентность педагога как условие современного образования. *Информ-образование*. 2020;1:15–23.
13. Андреев А.Л. Гуманитарный цикл в техническом вузе и интеллектуальные среды. *Высшее образование в России*. 2015;1:30–36.
14. Ульянова И.В. Формирование гуманистической личности сотрудника ПДН как актуальный фактор успешности его профессиональной деятельности. *Международный журнал психологии и педагогики служебной деятельности*. 2018;1:72–77.
15. Федеральный закон РФ от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». URL: <http://www.rg.ru/2012/12/30/obrazovanie-dok.html>
4. Kovylyayev K.N. Humanitarian environment of high school as factor of formation and development of personality. *Vestnik Moskovskogo universiteta im. S.Yu. Vitte. Seriya 3: Pedagogika. Psikhologiya. Obrazovatel'nye resursy i tekhnologii* = *Moscow Witte University Bulletin. Series 3: Pedagogy. Psychology. Educational Resources and Technologies*. 2013;1(2):53–58 (in Russ.).
5. Kurguzov V.L. Philosophy of health, humanitarian culture and education as determinants for sustainable development. *Problemy sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya Sibiri* = *Issues of Social - Economic Development of Siberia*. 2013;4(14):149–155 (in Russ.).
6. Saraskina L.E. *Formation of humanitarian goal-setting of the student's personality at the university*. Thesis. Krasnoyarsk; 1994. 176 p. (in Russ.).
7. Erofeeva M.A. *Pedagogicheskaya sistema professional'noi gotovnosti studentov k gendernomu vospitaniyu shkol'nikov* (Pedagogical system of students' professional readiness for gender education of schoolchildren). Moscow: Econ-inform; 2015. 320 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9906832
8. Viktorova L.G., Petrova L.V. *Gumanizatsiya i humanitarizatsiya vysshego obrazovaniya – uslovie formirovaniya gumanitarnogo potentsiala lichnosti intelligenta: monografiya* (Humanization and humanitarization of higher education – a condition for the formation of a humanitarian personality of an intellectual: monograph). Krasnoyarsk: Sibirskii gosudarstvennyi tekhnologicheskii universitet; 1999. 45 p. (in Russ.). ISBN 5-8173-0053-2
9. Kolonitskaya O.L. Humanitarian environment is one of the ways to solve the problems of higher professional education. *Molodoi uchenyi* = *Young Scientist*. 2012;5(40):431–435 (in Russ.).
10. Koval' N.A. Humanitarian environment of the university as a factor in the formation of a specialist. In: *Russia and the East. Learning Society and Social Sustainable Development of the Caspian Region: Proc. III International Scientific Conference*. Astrakhan: ID “Astrakhanskii universitet”; 2005. V. 1, p. 60–64. (in Russ.).
11. Wittenbek V.K. Formation of the socio-cultural environment as a condition for the implementation of the competence-based approach of the university. In: *Innovative Development of Russia: Conditions, Contradictions, Priorities. Part 3: Materials of IX International scientific conferences*. Moscow: Moskovskii universitet im. S.Yu. Vitte; 2013, p. 68–75. (in Russ.).
12. Bobrysheva I.V. Humanitarian competence of a teacher as a condition of modern education. *Inform-Obrazovanie* = *Inform-Education*. 2020;1:15–23 (in Russ.).
13. Andreev A.L. Humanitarian cycle in a technical university and intellectual environments. *Vyshee obrazovanie v Rossii* = *Higher Education in Russia*. 2015;1:30–36 (in Russ.).
14. Ul'yanova I.V. Formation of the humanistic personality of a PDN employee as an actual factor in the success of his professional activity. *Mezhdunarodnyi zhurnal psikhologii i pedagogiki sluzhebnoi deyatel'nosti* = *International journal “Psychology and Pedagogics Official Activity”*. 2018;1:72–77 (in Russ.).

15. Federal'nyi zakon RF ot 29.12.2012 No. 273-FZ "Ob obrazovanii v Rossiiskoi Federatsii" (Federal Law of the Russian Federation of December 29, 2012 No. 273-FZ "On Education in the Russian Federation"). (in Russ.). Available from URL: <http://www.rg.ru/2012/12/30/obrazovanie-dok.html>

Об авторе

Савка Ольга Геннадьевна, к.и.н., доцент, заведующий кафедрой документоведения, истории государства и права Института технологий управления ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: savka@mirea.ru. <https://orcid.org/0000-0002-0808-1760>

About the author

Olga G. Savka, Cand. Sci. (Hist.), Associate Professor, Head of the Department of Documentary Studies, History of State and Law, Institute of Management Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: savka@mirea.ru. <https://orcid.org/0000-0002-0808-1760>

Translated by N. Isaeva

Отпечатано в «МИРЭА – Российский технологический
университет».
119454, РФ, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78.
Подписано в печать 30.09.2021 г.
Формат 60 × 90/8. Печать цифровая.
Уч.-изд. листов 12.75.
Тираж 100 экз. Заказ № 780.

Printed in MIREA – Russian Technological University.
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454, Russian
Federation.
Signed to print September 30, 2021.
Format 60 × 90/8. Digital print.
C.p.l. 12.75.
100 copies. Order no. 780.