

# РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

**RUSSIAN  
TECHNOLOGICAL  
JOURNAL**



*Информационные системы  
Информатика  
Проблемы информационной безопасности*

*Роботизированные комплексы и системы  
Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля*

*Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы*

*Микро- и наноэлектроника  
Физика конденсированного состояния*

*Аналитическое приборостроение и технологии*

*Экономика наукоемких и высокотехнологичных  
предприятий и производств*

*Мировоззренческие основы технологии и общества*

## Редакционная коллегия

**Сигов А.С.** Главный редактор журнала, Президент Московского технологического университета, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, e-mail: sigov@mirea.ru

**Кудж С.А.** Ректор Московского технологического университета, д.т.н., профессор, e-mail: rector@mirea.ru

**Большаков А.К.** Директор Института инновационных технологий и государственного управления Московского технологического университета, к.э.н., доцент, e-mail: bolshakov@mirea.ru

**Буслаева Т.М.** Профессор, д.х.н., Московский технологический университет (МИТХТ), e-mail: buslaeva@mirea.ru

**Герасин А.Н.** Директор Института управления и стратегического развития организаций Московского технологического университета (МГУПИ), д.э.н., профессор, e-mail: gerasin\_an@mgupi.ru

**Есипова О.В.** Ответственный секретарь, к.х.н., доцент, Московский технологический университет (МИТХТ), e-mail: esipova@mirea.ru

**Жуков Д.О.** Заведующий кафедрой интеллектуальных технологий и систем Московского технологического университета (МИРЭА), д.т.н., профессор, e-mail: zhukov\_do@mirea.ru

**Карнаков В.В.** Директор Института комплексной безопасности и специального приборостроения Московского технологического университета (МГУПИ), к.т.н., e-mail: karnakov\_vv@mgupi.ru

**Кимель А.В.** К.ф.-м.н., Университет г. Наймеген (Нидерланды), e-mail: a.kimel@science.ru.nl

**Кондратенко В.С.** Директор Физико-технологического института Московского технологического университета (МГУПИ), д.т.н., профессор, e-mail: kondratenko\_vs@mgupi.ru

**Кузнецов В.В.** Советник ректората Московского технологического университета, к.т.н., доцент, e-mail: kuznetsov@mirea.ru

**Куликов Г.В.** Директор Института радиотехнических и телекоммуникационных систем Московского технологического университета (МИРЭА), д.т.н., профессор, e-mail: kulikov@mirea.ru

**Перно Филипп.** Проректор по научной работе Высшей инженерной школы, профессор, г. Лилль, Франция

**Романов М.П.** Директор Института кибернетики Московского технологического университета (МИРЭА), д.т.н., профессор, e-mail: m\_romanov@mirea.ru

**Савиных В.П.** Президент МИИГАиК, член-корреспондент РАН, д.т.н., профессор, e-mail: president@miigaik.ru

**Скотт Джеймс.** Профессор, член Лондонского Королевского общества, Университет г. Кембридж, Великобритания, e-mail: jamesscott@acm.org

**Цветков В.Я.** Советник ректората Московского технологического университета, д.т.н., профессор, e-mail: cvj2@mail.ru

## Редакция

**Сигов А.С.** Главный редактор журнала, д.ф.-м.н., профессор, e-mail: sigov@mirea.ru

**Буслаева Т.М.** Профессор, д.х.н., e-mail: buslaeva@mirea.ru

**Есипова О.В.** Ответственный секретарь, к.х.н., доцент, e-mail: esipova@mirea.ru

**Колосов Д.Э.** Секретарь, к.т.н., e-mail: letters@mirea.ru

**Семерня Л.Г.** Технический редактор, e-mail: semernya@mirea.ru

**Середина Г.Д.** Зав. редакцией, к.т.н., e-mail: seredina@mirea.ru

**Цветков В.Я.** Профессор, д.т.н., e-mail: cvj2@mail.ru

## Адрес редакции:

Россия, 119571, Москва, пр. Вернадского, д. 86, оф. Л-119

Тел.: +7 (495) 246-05-55 (#2-88) e-mail: seredina@mirea.ru <http://rtj.mirea.ru>

## СОДЕРЖАНИЕ

### *АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И ТЕХНОЛОГИИ*

- Капустин В.И., Коржавый А.П.** Дрейф-спектрометрия: традиционные методы и перспективы развития **3**
- Титов С.А., Маев Р.Г., Богаченков А.Н.** Линзовый акустический микроскоп с линейной решеткой в режиме измерения параметров слоистых объектов **25**

### *МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКА. ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ*

- Гродзенский Я.С., Чесалин А.Н.** Анализ надежности изделий на основе проверки гипотез о величине параметра формы распределения Вейбулла **31**

### *ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ. ИНФОРМАТИКА. ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ*

- Басок Б.М., Захаров В.Н., Френкель С.Л.** Об оценке чувствительности к сбоям тестов программ **39**
- Шмейлин Б.З.** Анализ влияния предварительной выборки в кэш-память на производительность микропроцессора **45**

### *СОВРЕМЕННЫЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ*

- Вовшин Б.М., Куликов К.В.** Сверхбыстрое сканирование луча и синтез короткого сигнала в поле излучения передающей решётки ММО РЛС **54**
- Заикин Б.А., Богадаров А.Ю., Котов А.Ф., Попонов П.В.** Оценивание координат воздушной цели в дальномерной многопозиционной радиолокационной системе **65**
- Исаков В.Н.** Математические модели детерминированных сигналов на основе систем элементарных функций **73**

УДК: 543

**ДРЕЙФ-СПЕКТРОМЕТРИЯ:  
ТРАДИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ**

**В.И. Капустин<sup>1,®</sup>, д. физ. - мат. н., профессор**  
**А.П. Коржавый<sup>2</sup>, д. т. н., профессор**

<sup>1</sup>Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, 119434 Россия

<sup>2</sup>Калужский филиал Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248600 Россия

Автор для переписки, e-mail: kapustin@mirea.ru

Дан краткий обзор традиционных методов дрейф-спектрометрии: времяпролетной спектрометрии ионной подвижности, спектрометрии приращения ионной подвижности, различных модификаций тандемной дрейф-спектрометрии. Приведены имеющиеся литературные сведения о поверхностно-ионизационной дрейф-спектрометрии и сформулированы основные направления развития данного метода, обладающего рядом важных преимуществ по сравнению с известными.

**Ключевые слова:** поверхностная ионизация, анализ органических соединений, термомиттеры ионов, масс-спектрометрия, сплавы молибдена, оксидные бронзы щелочного металла, дрейф-спектрометрия.

**DRIFT SPECTROMETRY:  
TRADITIONAL METHODS AND THEIR DEVELOPMENT PROSPECTS**

**V.I. Kapustin<sup>1,®</sup>,**  
**A.P. Korzhavyi<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Moscow Technological University (MIREA), Moscow, 119454 Russia

<sup>2</sup>Kaluga branch of Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248600 Russia

Corresponding author e-mail: kapustin@mirea.ru

A brief review of the traditional drift-spectrometry methods has been given: time-of-flight ionic mobility spectrometry, ionic mobility incrementation spectrometry, tandem drift-spectrometry of various modifications. Well-known information on surface-ionized drift-spectrometry has been given from the related papers and this method main trends advantages comparing with the available ones have been formulated.

**Keywords:** surface ionization, analysis of organic compounds, thermal emitter ion mass spectrometry, alloys of molybdenum, alkali metal oxide bronzes, drift spectrometry.

**Введение**

В последние 20–25 лет резко актуализировалась проблема развития так называемых вне-лабораторных методов анализа [1], основанных на применении приборов с небольшими габаритами, энергопотреблением и временем анализа. При этом приборы должны обладать приемлемой разрешающей способностью, не требовать применения вакуума или особо

чистых газов, характеризоваться простотой управления и интерпретации результатов анализа. Важнейшими областями применения таких приборов являются экологический мониторинг окружающей среды и промышленных производств, медицина, пищевая промышленность, биохимия, решение досмотровых задач для пресечения незаконного оборота наркотических, отравляющих и взрывчатых веществ.

Одним из перспективных и интенсивно развивающихся направлений внелабораторных методов анализа является создание дрейф-спектрометрических приборов, в которых идентификация органических соединений осуществляется по параметрам дрейфовой подвижности ионов органических соединений в воздухе атмосферного давления. Для ионизации органических соединений во входной части приборов применяют радиоизотопную ионизацию, ионизацию в коронном разряде, ионизацию с использованием лазерного излучения, спрей-ионизацию, матричную ионизацию и др. [1–3]. Начиная с 1998 года, по указанной проблематике выходит специализированный научный журнал *International Journal for Ion Mobility Spectrometry*, проводятся международные конференции по спектрометрии ионной подвижности, регулярно публикуются обзорные статьи [2, 3], выходят монографии, посвященные различным модификациям дрейф-спектрометрии [4–6]. Так, в монографии [4] подведены итоги развития спектрометрии ионной подвижности. Данный метод позволяет определять параметры дрейфовой подвижности ионов в области малой напряженности электрического поля. Здесь величина дрейфовой подвижности ионов не зависит от величины напряженности электрического поля. В отечественной литературе метод называют «Времяпролетная Спектрометрия Ионной Подвижности» (ВСИП), в зарубежной литературе – «*Ion Mobility Spectrometry*» (IMS). По своей научной идеологии данный метод восходит к научным результатам известной монографии [7]. В монографии [5] подведены итоги развития метода спектрометрии приращения ионной подвижности, позволяющего определять параметры дрейфовой подвижности ионов в области большой напряженности электрического поля, когда величина дрейфовой подвижности ионов зависит от величины напряженности электрического поля. В отечественной литературе метод называют «Спектрометрия Приращения Ионной Подвижности» (СПИП), в зарубежной литературе – «*High-field Asymmetric Waveform Ion Mobility Spectrometry*» (FAIMS), причем в основе метода лежит известное изобретение [8].

В развитие тандемных методов анализа химических объектов в монографии [6] описаны современные достижения в области создания приборов, в которых первой ступенью является дрейф-спектрометр, осуществляющий предварительную сепарацию ионов по параметрам их дрейфовой подвижности со сравнительно небольшой разрешающей способностью. При этом основной анализ химических объектов осуществляется во второй ступени прибора, выполненной на основе масс-спектрометра высокого разрешения.

В литературе имеется большое число публикаций и по другому перспективному методу тандемной дрейф-спектрометрии, в котором первая ступень прибора выполнена на основе поликапиллярной хроматографической колонки, а вторая – на основе спектрометра ионной подвижности [9]. И хотя разрешающая способность поликапиллярных хроматографических колонок и спектрометров ионной подвижности невелика, метод позволяет, по существу, проводить анализ химических объектов в трехмерном пространстве – «время прохождения поликапиллярной колонки – время прохождения дрейф-спектрометра – интенсивность сигнала». Вообще же, судя по данным работы [9], на 2010 год в мире в различных областях науки и промышленности используется более 90000 дрейф-спектрометров различных типов и модификаций.

С начала 70-х годов прошлого века в различных лабораториях мира проводились исследования по созданию селективных поверхностно-ионизационных детекторов органических азотсодержащих соединений, к классу которых относятся наркотические вещества [10–15], а с появлением дрейф-спектрометрических приборов – исследования, направленные на создание селективных поверхностно-ионизационных дрейф-спектрометров [16]. Однако вплоть до настоящего времени промышленность так и не освоила серийный выпуск коммерческих поверхностно-ионизационных дрейф-спектрометров.

В настоящей работе кратко рассмотрены основные научные результаты в области традиционной дрейф-спектрометрии, а также результаты исследований в области поверхностно-ионизационной дрейф-спектрометрии, имевшиеся в литературе до момента написания монографии Капустина В.И., Коржавого А.П. «Поверхностно-ионизационная дрейф-спектрометрия»<sup>1</sup>.

## 1. СПЕКТРОМЕТРИЯ ИОННОЙ ПОДВИЖНОСТИ

Если ион находится в среде газа и в области действия однородного электрического поля, то будет иметь место так называемое дрейфовое движение иона со средней скоростью дрейфа  $v_d$  вдоль направления напряженности электрического поля  $E$  в соответствии с соотношением:

$$v_d = \mu_0 E, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  – параметр, называемый величиной дрейфовой подвижности иона.

В дрейф-спектрометрии ионной подвижности реализуется режим работы, в котором в промежутке между столкновениями ион набирает энергию меньшую, чем энергия теплового движения молекул газа. В таком режиме работы величина  $\mu_0$  будет постоянной величиной, не зависящей от величины напряженности электрического поля и определяемой известным соотношением [7]:

$$\mu_0 = \frac{3e}{16N} \left( \frac{2\pi}{M_{прив.} kT} \right)^{1/2} \frac{1}{\bar{\sigma}^{(1,1)}}, \quad (2)$$

где  $e$  – единичный электрический заряд,  $N$  – число молекул газа в единице объема,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура,  $\bar{\sigma}^{(1,1)}$  – средневзвешенное среднее транспортное сечение рассеяния,  $M_{прив.}$  – приведенная масса ионов и молекул газа, определяемая соотношением:

$$\frac{1}{M_{прив.}} = \frac{1}{M_{ион}} + \frac{1}{M_{газ}}. \quad (3)$$

В соотношении (3) символами  $M_{ион}$  и  $M_{газ}$  обозначена масса иона и масса молекул газа, в котором протекает дрейфовое движение ионов. Следует отметить, что при исследовании дрейфовой подвижности ионов в воздухе атмосферного давления измеренная величина  $\mu_0$  будет не фундаментальным параметром, а некоторой эффективной величиной, усредненной по молекулярному составу воздуха.

Для одномерного случая дрейфowego движения ионов в однородном электрическом поле с напряженностью  $E$  время движения ионов  $t_d$  от точки их образования в источнике ионов до коллектора ионов, расстояние между которыми равно  $l$ , составит:

$$t_d = \frac{l}{v_d} = \frac{l}{\mu_0 E}. \quad (4)$$

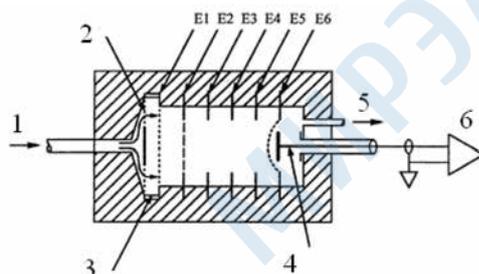
Таким образом, измеряя время движения ионов в пространстве дрейфа при фиксированных значениях  $l$  и  $E$ , можно определить величину эффективной дрейфовой подвижности ионов в конкретном газе, причем данная величина может служить идентификационной характеристикой типа ионов.

В настоящее время известно большое количество различных схем и конструкций дрейф-спектрометров ионной подвижности. Одна из этих схем в качестве примера приведена на рис. 1 [17].

Отметим, что в ряде приборов используют инверсный поток газа, противоположный направлению потока  $I \rightarrow 5$ .

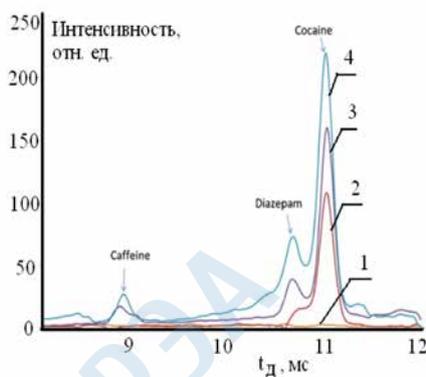
<sup>1</sup>Капустин В.И., Коржавый А.П. Поверхностно-ионизационная дрейф-спектрометрия. М.: ИНФРА-М, 2015. 286 с.

Анализируемые органические молекулы в составе потока воздуха 1 поступают в область ионизации между электродами 2 и E1. Так как концентрация органических молекул мала, то ионы органических молекул образуются в результате межмолекулярных реакций между органическими молекулами и ионами воздуха, образовавшимися под действием излучения с радиоизотопного ионизатора 3 и называемыми реагент-ионами [1]. Из условия электронейтральности следует, что в области ионизации формируются одинаковые концентрации положительно и отрицательно заряженных ионов, при этом область ионизации занимает все пространство между электродами 2 и E1, то есть не локализована. Далее под действием импульсных отпирающих потенциалов ионный пакет вытягивается в область дрейфа между электродами E2 и E6, достигает коллектора 4 и регистрируется в виде дрейф-спектра, то есть набора пиков ионного тока на шкале времени дрейфового движения. На рис. 2 в качестве примера применения метода дрейф-спектрометрии ионной подвижности приведены дрейф-спектры смеси кофеина (Caffein), диазепама (Diazepam) и кокаина (Cocain) в водных растворах метанола [18].



**Рис. 1.** Схема дрейф-спектрометра ионной подвижности с радиоизотопным источником ионизации:

- 1 – вход потока газа, содержащего пары органических соединений; 2 – входная сетка;
- E1 – сетчатый электрод, имеющий потенциал корпуса прибора;
- 3 – кольцевой ионизатор на основе радиоактивного Ni<sup>63</sup>; E2 – сетчатый входной электрод;
- E3 ÷ E5 – кольцевые электроды; E6 – выходная сетка; 4 – коллектор ионов;
- 5 – выход потока газа; 6 – усилитель ионного тока.



**Рис. 2.** Дрейф-спектры смеси кофеина, диазепама и кокаина в водных растворах метанола различной концентрации: 1 – 0%; 2 – 0.1%; 3 – 0.4%; 4 – 0.8%.

Для ионизации органических молекул в настоящей работе использовали метод электрод-спрей-ионизации, а предметом исследований стало установление влияния типа растворителя на характер дрейф-спектров органических соединений из класса наркотических веществ и/или их имитаторов. Разрешающая способность дрейф-спектрометров ионной подвижности обычно составляет 30÷40, а в отдельных случаях достигает 50.

В литературе имеется большое количество оригинальных статей, например, [19–26], посвященных вопросам теории дрейф-спектрометрии, оптимизации конструкции дрейф-спектрометров, исследованию разрешающей способности дрейф-спектрометров и формы пиков на дрейф-спектрах, влиянию объемного заряда на движение ионов, а также обзоров [2, 3] и монографий [4], содержащих обширную библиографию. Как указывалось выше, известны компании, серийно производящие промышленные образцы дрейф-спектрометров такого типа,

которые нашли широкое применение в области биохимии, экологии, в медицине, при решении досмотровых задач.

Вместе с тем, следует отметить ряд характерных особенностей дрейф-спектрометров ионной подвижности, которые сказываются на их аналитических и эксплуатационных характеристиках.

При использовании методов изотопной, коронной, лазерной, фотоионизации в условиях воздуха атмосферного давления на первом этапе образуются «реагент-ионы» типа  $H+(H_2O)_n$ ,  $NO+(H_2O)_n$ ,  $O_2+(H_2O)_n$ , а также ряд других типов ионов, где  $n$  – целое число, зависящее от температуры и влажности воздуха [1, 7]. На втором этапе указанные ионы «захватываются» органическими молекулами с образованием ионных кластеров, при этом состав ионных кластеров также будет зависеть от влажности воздуха, прокачиваемого через прибор, и его температуры.

В качестве примера на рис. 3 приведена схема образования ионных комплексов на основе тринитротолуола (ТНТ) при подаче на вход прибора паров ТНТ с использованием метода фотоионизации [27]. При этом ионы на основе молекул ТНТ будут зарядово скомпенсированы реагент-ионами.

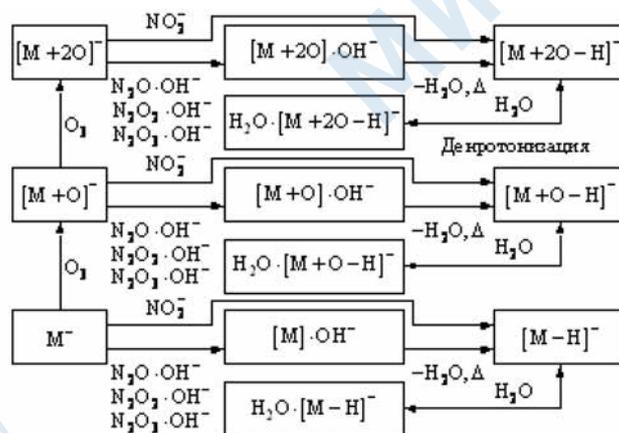


Рис. 3. Схема образования ионных кластеров при фотоионизации паров ТНТ.

Подобная схема образования ионов органических молекул имеет место и при других традиционных способах ионизации.

Зависимость величины выходного сигнала дрейф-спектрометров от концентрации органических молекул в потоке воздуха, прокачиваемого через прибор, линейна вплоть до концентраций 30 ppb (1 ppb – одна часть на миллиард) при использовании в приборах лазерной ионизации [28] и до концентраций примерно 50 ppm (1 ppm – одна часть на миллион) при использовании в приборах электроспрей- и радиоизотопной ионизации, а также ионизации в коронном разряде [18, 29, 30]. Так как во всех перечисленных случаях ионизация органических молекул происходит в результате их взаимодействия с первичными ионами, образовавшимися при ионизации молекул воздуха, то концентрация этих первичных ионов должна составлять, по крайней мере,  $10^{12} \text{ см}^{-3}$  и выше, причем в области ионизации заряды положительных и отрицательных первичных ионов полностью скомпенсированы. Однако известно [31], что дебаевский радиус экранирования  $d$  в слабо ионизированном газе составит

$$d[\text{см}] = 525 \left\{ \frac{T[\text{эВ}]}{n[\text{см}^{-3}]} \right\}^{1/2} \quad (5)$$

В соотношении (5) размерности величин дебаевского радиуса  $d$ , температуры газа  $T$  и концентрации первичных ионов  $n$  указаны в квадратных скобках рядом с символами.

Для всех перечисленных выше способов ионизации величина дебаевского радиуса экрани-

рования будет много меньше характерного размера области ионизации газа и области дрейфа ионов. Это означает, что и диффузия, и дрейф ионов будут носить амбиполярный характер [31]. В таком случае эффективный коэффициент амбиполярной диффузии  $D_{амб.}$  составит [31]:

$$D_{амб.} = \frac{D^+ \mu^+ + D^- \mu^-}{\mu^+ + \mu^-}, \quad (6)$$

где  $D^+$  и  $D^-$  – соответственно коэффициенты диффузии положительно и отрицательно заряженных ионов,  $\mu^+$  и  $\mu^-$  – подвижности этих ионов.

Так как напряженность электрического поля в дрейф-спектрометрах ионной подвижности мала, то есть в интервале между столкновениями ион «набирает» энергию много меньше, чем тепловая энергия молекул газа, то из известного соотношения Эйнштейна следует, что эффективная, то есть измеряемая величина амбиполярной дрейфовой подвижности ионов  $\mu_{амб.}$  составит

$$\mu_{амб.} = \frac{eD_{амб.}}{kT}, \quad (7)$$

где  $e$  – величина единичного заряда,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура.

Очевидно, что состав реагент-ионов, а значит, и величина измеряемой дрейфовой подвижности ионов, будут сильно зависеть от величины влажности воздуха, прокачиваемого через прибор. Поэтому для снижения влияния влажности воздуха на дрейф-спектры обычно применяют осушение воздуха, прокачиваемого через прибор по замкнутому циклу.

В качестве примера коммерческого продукта в данной области приборостроения на рис. 4 приведен внешний вид дрейф-спектрометра, взятый из рекламного проспекта фирмы-производителя.

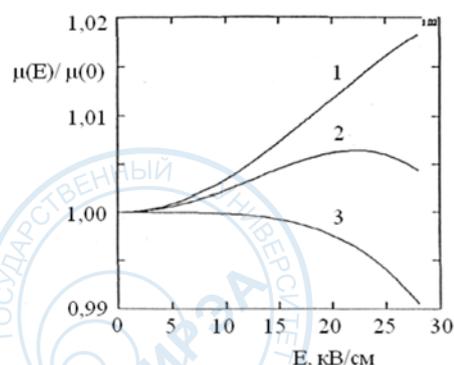


Рис. 4. Внешний вид серийного дрейф-спектрометра IONSCAN 500DT.

Прибор предназначен для решения досмотровых задач при поиске наркотических и взрывчатых веществ, обладает высокой чувствительностью, в нем предусмотрено подавление влияния влажности воздуха и устранение «эффекта памяти» предыдущей пробы. По данным производителя, прибор используется более чем в 50 странах мира.

## 2. СПЕКТРОМЕТРИЯ ПРИРАЩЕНИЯ ИОННОЙ ПОДВИЖНОСТИ

Если в промежутках между столкновениями с молекулами воздуха ион набирает энергию большую, чем энергия теплового движения молекул воздуха, то величина дрейфовой подвижности ионов становится зависящей от величины напряженности электрического поля [7, 32]. Характерные зависимости дрейфовой подвижности ионов  $\mu(E)/\mu(0)$  от величины напряженности электрического поля  $E$  для трех различных типов ионов приведены на рис. 5 [32].



**Рис. 5.** Характерные зависимости относительной дрейфовой подвижности ионов  $\mu(E)/\mu(0)$  для трех различных типов ионов.

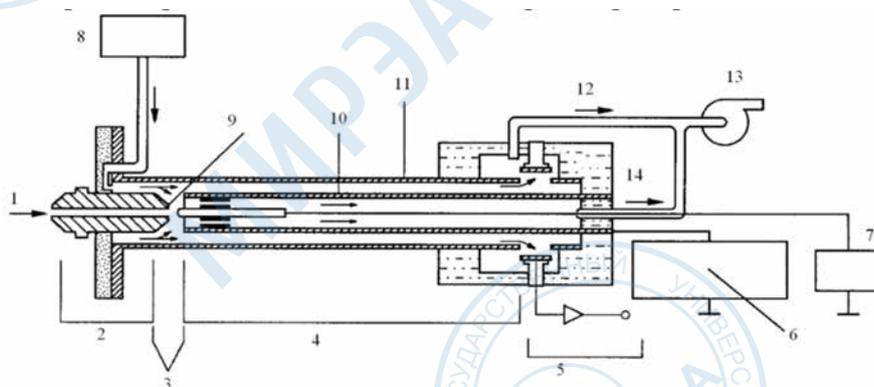
Во всех современных публикациях для описания зависимостей, типа приведенных на рис. 5, обычно используют соотношение для дрейфовой подвижности ионов, восходящее к монографии [7]

$$\mu(E/N) = \mu(0) [1 + \alpha_2 (E/N)^2 + \alpha_4 (E/N)^4 + \alpha_6 (E/N)^6 + \dots], \quad (8)$$

где  $N$  – число молекул в единице объема газа. Предполагается, что путем соответствующей обработки экспериментальных зависимостей могут быть найдены коэффициенты  $\alpha_2$ ,  $\alpha_4$ ,  $\alpha_6$  и т.д., как идентификационные параметры органических молекул.

Соотношение (8) отражает тот факт, что дрейфовая подвижность ионов – величина скалярная, а напряженность электрического поля – величина векторная, поэтому оно и содержит четные степени напряженности электрического поля. Поэтому совершенно очевидно, что соотношение (8) является просто формальным математическим рядом, не имеющим определенного физического смысла. Любая нелинейная зависимость при соответствующей «подгонке» коэффициентов может быть описана рядом подобного типа. Если же учесть, что зависимости, аналогичные приведенным на рис. 5, экспериментально определяются с конечной погрешностью измерений и в достаточно узком интервале значений напряженности электрического поля, то и выбор «подгоночных» коэффициентов разложения (8) будет, на наш взгляд, не однозначным.

Несмотря на отмеченный выше математический формализм, выражающийся применением соотношения (8), метод дрейф-спектрометрии приращения ионной подвижности нашел широкое применение в различных областях науки и техники. На рис. 6 приведена схема одного из первых приборов такого типа [32].



**Рис. 6.** Схема дрейф-спектрометра приращения ионной подвижности:

- 1 – ввод пробы; 2 – зона нагрева входного канала; 3 – зона ионизации; 4 – ионный фильтр;
- 5 – коллектор ионов и электрометр; 6 – генератор несимметричного импульсного напряжения и напряжения смещения; 7 – источник смещения ионизатора; 8 – подача сухого воздуха;
- 9 – радиоактивный источник; 10 – внутренний электрод дрейф-камеры;
- 11 – внешний электрод дрейф-камеры; 12 – выход газа; 13 – насос; 14 – выход пробы.

Для разделения ионов различных типов при прохождении ими области дрейф-камеры блок 6 на рис. 6 формирует сумму двух напряжений: несимметричных высоковольтных импульсов и линейно меняющегося по времени напряжения развертки дрейф-спектров. При этом в идеальном случае форма высоковольтных импульсов имеет вид

$$U = U_d, (t = 0 \div T/3); U = -U_d/2, (t = T/3 \div T), \quad (9)$$

где  $T$  – период высоковольтных импульсов,  $U_d$  – амплитуда импульсов. В реальных высоковольтных генераторах фронты импульсов сглажены, что обусловлено схемотехническими решениями генераторов импульсов.

Условием прохождения ионов определенного типа через дрейф-камеру будет известное соотношение между параметрами  $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6$  и т.д. органических молекул, параметрами высоковольтных импульсов и величиной напряженности поля смещения  $E_c$ , создаваемой напряжением смещения дрейф-спектров  $U_c$  между электродами дрейф-камеры [32, 33]:

$$E_c = \frac{E_d \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{2n} \left(\frac{E_d}{N}\right)^{2n} f^{2n+1}}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \alpha_{2n} \left(\frac{E_d}{N}\right)^{2n} f^{2n}}, \quad (10)$$

В выражении (10) величины  $f^{2n+1}$  являются форм-факторами высоковольтных несимметричных импульсов, которые можно представить в виде

$$E(t) = E_d f(t) \quad (11)$$

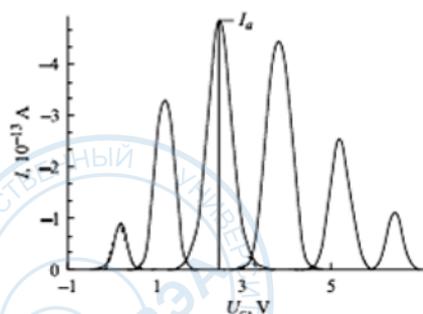
и которые находят из соотношений

$$\int_0^T f(t) dt = 0, \quad f^{2n+1} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)^{2n+1} dt. \quad (12)$$

Определение параметров  $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6$  и т.д. органических молекул согласно [33, 34] и другим многочисленным публикациям предполагает экспериментальное определение зависимостей  $U_c(U_d)$  при различных значениях  $T$  и решение обратной задачи в соответствии с выражением (10). С учетом конечности экспериментальных погрешностей это обуславливает некоторую неопределенность результатов. Поэтому на практике обычно ограничиваются регистрацией дрейф-спектров органических соединений при фиксированных значениях  $U_d$  и  $T$ . При этом идентификация органических соединений проводится по положению пиков в дрейф-спектрах на шкале компенсирующего напряжения.

На рис. 7 приведены дрейф-спектры тринитротолуола (ТНТ) при изменении напряженности электрического поля в дрейф-камере коаксиальной конструкции от  $6.3 \cdot 10^3$  до  $22.3 \cdot 10^3$  с шагом  $3.2 \cdot 10^3$  В/см (слева направо) [35]. Немонотонный характер зависимости  $I_a(U_d)$  для дрейф-камеры коаксиального типа в работах связывают с возможностью фокусировки ионных пучков при определенных значениях напряженности электрического поля [35, 36]. Отмечается [35, 36], что в дрейф-камерах плоского типа такая фокусировка отсутствует. Однако, на наш взгляд, немонотонный характер указанной зависимости определяется другими физическими и физико-химическими процессами. Они присущи именно приборам с изотопной, лазерной, коронной и фотоионизацией, за исключением приборов с поверхностной ионизацией.

Разрешающая способность описанных в литературе дрейф-спектрометров приращения ионной подвижности обычно лежит в интервале  $30 \div 50$  и в ряде случаев может достигать 70. Важнейшим достоинством приборов такого типа является их высокая чувствительность, достигающая долей ppb.



**Рис. 7.** Дрейф-спектры тринитротолуола при различной напряженности электрического поля в дрейф-камере коаксиальной конструкции:  $I$  – величина тока коллектора дрейф-камеры;  $I_a$  – амплитуда пиков.

Как и для дрейф-спектрометров ионной подвижности, вид дрейф-спектров в спектрометрах приращения ионной подвижности очень чувствителен к составу газа, прокачиваемого через прибор, и, прежде всего, к его влажности. Кроме того, и в данном типе дрейф-спектрометров будет иметь место амбиполярный характер дрейфа и диффузии ионов. В то же время, несмотря на указанные особенности, дрейф-спектрометры приращения ионной подвижности нашли широкое применение в различных областях науки и техники – при решении досмотровых задач, в области медицины и биотехнологий и т.д. [2, 3, 5].

Примером серийной продукции в данной области приборостроения служит приведенный на рис. 8 досмотровый прибор «Пилот-М» (Россия), в котором для ионизации паров органических соединений используется коронный разряд. Внешний вид прибора взят из рекламного проспекта фирмы-производителя. Прибор позволяет проводить анализ воздуха и микросборов с использованием салфеток, обладает высокой чувствительностью и небольшими габаритами, в нем не использованы радиоактивные источники излучения. Однако разрешающая способность прибора не высока, применение контура осушения воздуха не предусмотрено, что, по нашему мнению, может приводить к «пропускам» и «ложным срабатываниям» при проведении досмотровых мероприятий. Кроме того, при использовании метода коронной ионизации отсутствует селективность ионизации целевых продуктов.



**Рис. 8.** Внешний вид досмотрового прибора «Пилот-М».

### 3. ТАНДЕМНЫЕ ДРЕЙФ-СПЕКТРОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

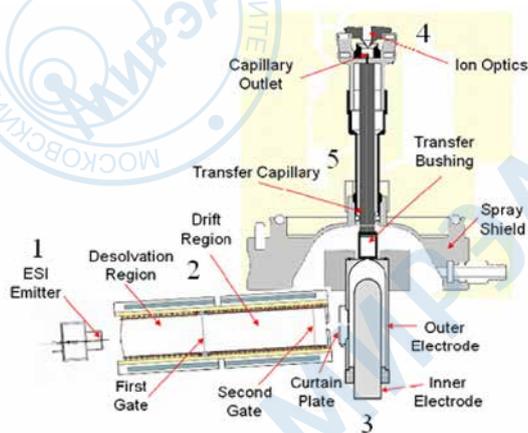
В литературе описаны различные модификации так называемых тандемных приборов, в которых элементами приборов в различных комбинациях являются масс-спектрометры, газовые хроматографы, дрейф-спектрометры ионной подвижности и приращения ионной подвижности. Некоторые из этих приборов предназначены для проведения фундаментальных исследований процессов образования ионов органических соединений, параметров линейной и нелинейной дрейфовой подвижности ионов, физических параметров собственно дрейф-спектрометров. Другая часть тандемных приборов имеет коммерческие перспективы, так как, во-первых, ряд их параметров существенно превосходят параметры традиционных

## Дрейф-спектрометрия: традиционные методы и перспективы развития

дрейф-спектрометров и, во-вторых, они характеризуются сравнительно небольшими габаритами и стоимостью. По существу, tandemные приборы обеспечивают возможность идентификации органических соединений по двум независимым физико-химическим характеристикам, что существенно повышает достоверность анализов.

### 3.1. Дрейф-спектрометр – дрейф-спектрометр

На рис. 9 приведена схема экспериментальной исследовательской установки [37] для изучения процессов образования ионов и параметров их дрейфовой подвижности.

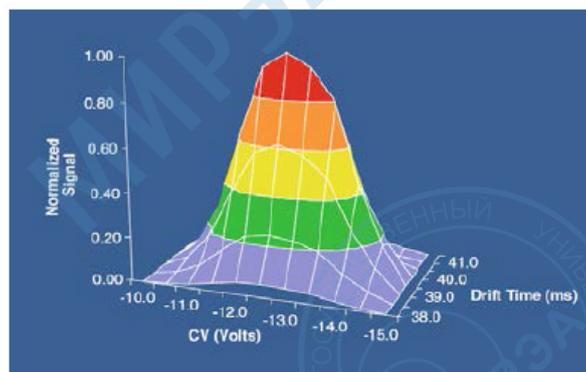


**Рис. 9.** Схема тандемной экспериментальной исследовательской установки:

- 1 – источник ионов на основе электроспрей-ионизации (ESI);
- 2 – дрейф-спектрометр ионной подвижности (IMS);
- 3 – дрейф-спектрометр приращения ионной подвижности (FAIMS);
- 4 – входная часть квадрупольного масс-спектрометра (QITMS);
- 5 – интерфейсная трубка между дрейф-спектрометром и масс-спектрометром.

В [37] указанный прибор использовали для исследования трех изомеров пептида тирозил-глицил-триптофана (YGW), триптофанил-глицил-тирозина (WGY) и тирозинил-триптофанил-глицина (YWG), при этом в качестве аналитического стандарта служил кокаин.

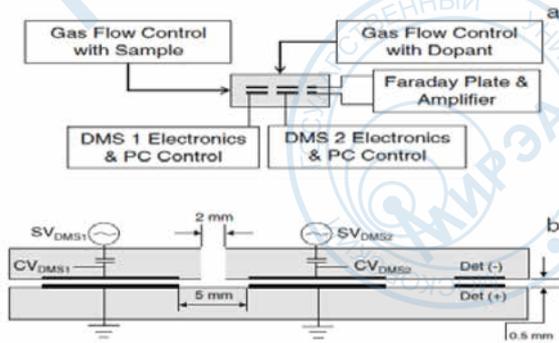
«Дрейф-спектрометрический образ» кокаина, представляющий собой зависимость величины сигнала на выходе масс-спектрометра, настроенного на массу 304.1 Да (ион  $[M+H]^+$ , где M – молекула кокаина), в координатах «время дрейфа в спектрометре IMS – напряжение компенсации в спектрометре FAIMS» изображен на рис. 10. Установлено, что все три изомера в спектрометре IMS имеют по одному пику, в то время как в спектрометре FAIMS изомер YWG имеет один пик, а изомеры YGW и WGY имеют по два пика. Полученный результат показывает, что tandemный прибор рис. 9 позволяет, по сути, регистрировать структурные особенности органических молекул.



**Рис. 10.** Дрейф-спектрометрический образ кокаина в тандемном приборе.

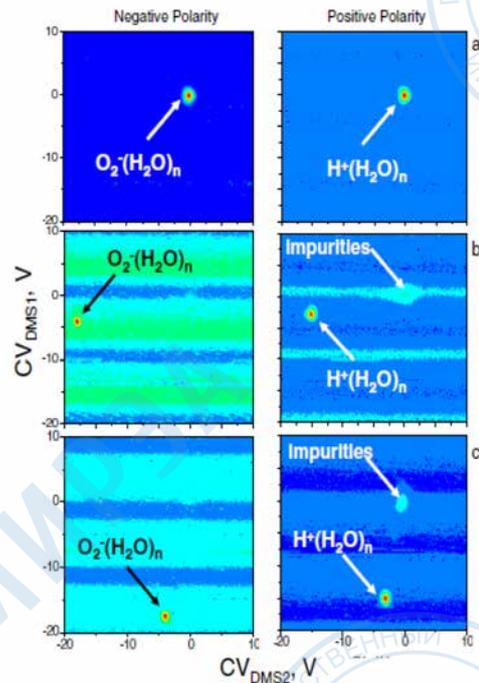
На рис. 11 дана схема экспериментального прибора (а), построенного на основе двух дрейф-спектрометров приращения ионной подвижности с плоской геометрией дрейф-камеры и схема собственно дрейф-камер (б) [38].

Результаты исследования состава реагент-ионов, образующихся в приборе при радиоизотопной ионизации, приведены на рис. 12.



**Рис. 11.** Схемы тандемного прибора на основе двух спектрометров приращения ионной подвижности (а) и дрейф-камеры (б):

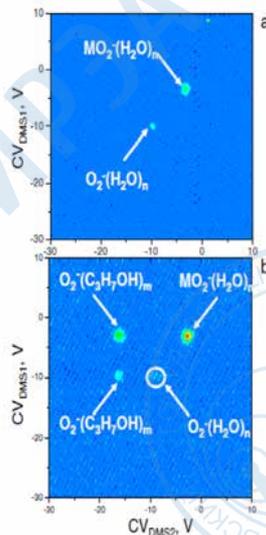
$SV_{DMS1}$  и  $SV_{DMS2}$  – амплитуды импульсов высоковольтных генераторов соответственно дрейф-камер 1 и 2;  $CV_{DMS1}$  и  $CV_{DMS2}$  – напряжения смещения дрейф-камер 1 и 2; Det(-) и Det(+)- коллекторы отрицательных и положительных ионов.



**Рис. 12.** Состав реагент-ионов при радиоизотопной ионизации воздуха.

Это топограммы – интенсивности сигналов (отражаемые цветовой гаммой) в координатах « $CV_{DMS1} - CV_{DMS2}$ » при различных значениях параметров  $SV_{DMS1}/SV_{DMS2}$ : а – 0 V/0 V; б – 500 V/900 V; в – 900 V/500 V. Слева показан состав ионов отрицательной полярности, справа – положительной. Значения амплитуд высоковольтных импульсов первой и второй дрейф-камер  $SV_{DMS1}$  и  $SV_{DMS2}$  (рис. 12 а, б) составляли 700 V.

Установка позволяет проводить исследования процессов образования кластеров или деструкции ионов в области первой дрейф-камеры, используя для регистрации продуктов вторую дрейф-камеру. В качестве примера эффективности данного тандемного метода исследований на рис. 13 приведены топограммы метилсалицилата М в отсутствие (а) и при подаче (б) между дрейф-камерами потока газа, содержащего 1% изопропанола.



**Рис. 13.** Топограммы метилсалицилата М в отсутствие (а) и при подаче (б) между дрейф-камерами потока газа, содержащего изопропанол.

### 3.2. Дрейф-спектрометр – масс-спектрометр

Другими типами tandemных приборов являются приборы, в которых первая ступень представляет собой дрейф-спектрометр ионной подвижности [39–42] или приращения ионной подвижности [43–45], а вторая – масс-спектрометр высокого разрешения. Последние достижения в данной приборной области с обширной библиографией обобщены в монографии [6].

На рис. 14 приведена типичная схема tandemного прибора [40], содержащего источник ионов с электро-спрей-ионизацией (1), дрейф-камеру ионной подвижности (2) и масс-спектрометр (3). Иллюстрацией применения таких приборов служат представленные на рис. 15 топограммы для различных типов высокомолекулярных органических соединений – пептидов и гликопептидов [42]. Интенсивности сигналов определяются применением соответствующей цветовой гаммы рисунка.

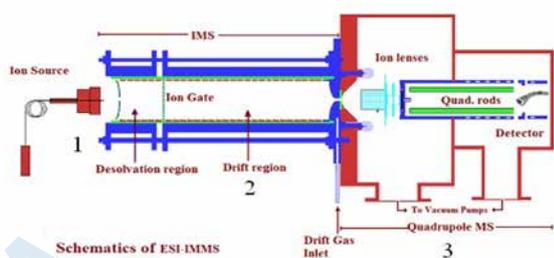


Рис. 14. Схема tandemного прибора на основе дрейф-спектрометра ионной подвижности и масс-спектрометра.

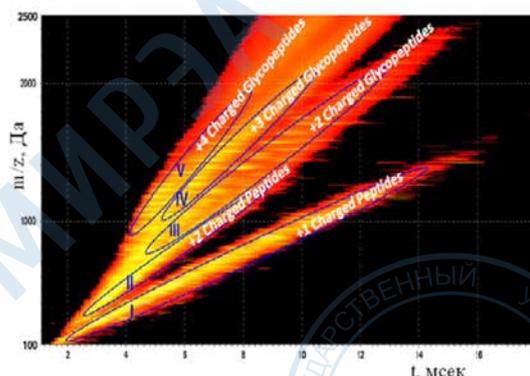


Рис. 15. Топограммы высокомолекулярных соединений.

Топограммы, получаемые на приборах такого типа, представляют собой 3D-фигуру, в которой по одной оси указано время дрейфа или напряжение смещения, соответственно, для дрейф-спектрометров ионной подвижности или дрейф-спектрометров приращения ионной подвижности, по второй оси – масса ионов, по третьей оси – интенсивность сигнала коллектора ионов. Приборы такого типа очень эффективны при исследовании высокомолекулярных соединений в области биотехнологий, экологии, пищевой промышленности, органического синтеза.

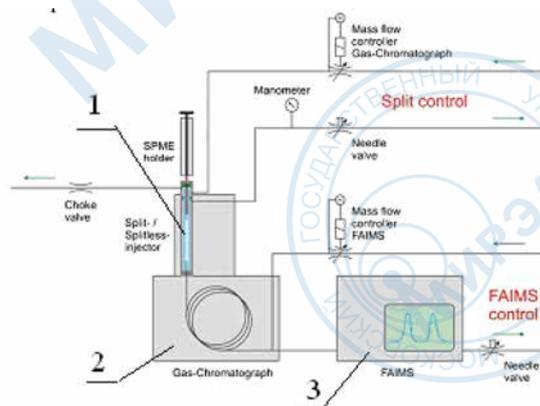
### 3.3. Хроматограф – дрейф-спектрометр

В литературе имеется большое количество публикаций, посвященных разработке и практическому применению другого tandemного метода анализа органических соединений, в котором первой ступенью приборов является хроматограф, а второй – дрейф-спектрометр. В качестве хроматографа используют классические газовые [46–48] или жидкостные [49, 50] хроматографические приборы, а в качестве дрейф-спектрометра – дрейф-спектрометры приращения ионной подвижности [46–49] или дрейф-спектрометры ионной подвижности [50]. Схема одного из приборов такого типа дана на рис. 16 [51].

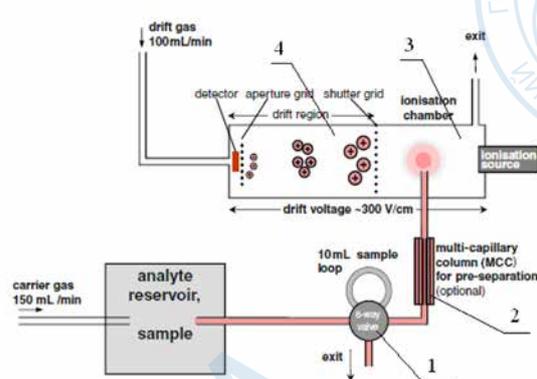
Использование классических хроматографических колонок обеспечивает высокую эффективную разрешающую способность приборов, что делает весьма эффективным их применение в области научных исследований. Однако значительное энергопотребление и длительное (20–25 мин) время анализа ограничивают возможность создания на базе такой схемы приборов для экспресс-анализа и применения приборов во внелабораторных условиях, например, в сфере досмотровой техники.

В последние годы проводятся обширные исследования аналитических характеристик и перспективных областей применения tandemных приборов, в которых первой ступенью приборов является поликапиллярная хроматографическая колонка, характеризующаяся малыми габаритами и временем удерживания органических молекул порядка 20–100 с, а второй ступенью – дрейф-спектрометр ионной подвижности.

пению приборов – дрейф-спектрометр ионной подвижности [52–56]. Схема одного из таких приборов приведена на рис. 17 [55].



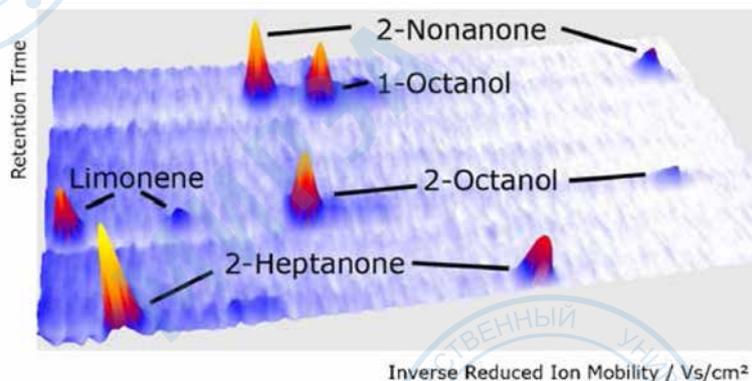
**Рис. 16.** Схема тандемного прибора хроматограф – дрейф-спектрометр:  
1 – устройство ввода проб; 2 – хроматограф;  
3 – дрейф-спектрометр приращения ионной подвижности.



**Рис. 17.** Схема тандемного прибора «поликapiлллярная хроматографическая колонка – дрейф-спектрометр ионной подвижности»:  
1 – устройство ввода проб; 2 – поликапиллярная хроматографическая колонка; 3 – область ионизации органических молекул; 3 – дрейф-спектрометр ионной подвижности.

Тандемные приборы, выполненные по схеме на рис. 17, позволяют анализировать органические соединения по двум независимым физико-химическим параметрам: времени удерживания молекул в хроматографической колонке и времени дрейфа ионов органических молекул в дрейф-камере. При этом результаты анализа обычно представляют в виде топограмм, одна из которых приведена на рис. 18 [54].

Тандемные приборы на основе поликапиллярной хроматографической колонки и дрейф-спектрометра ионной подвижности обладают небольшими габаритами и энергопотреблением и характеризуются достаточно высокой эффективной разрешающей способностью. Они находят все большее применение в медицине, экологии, пищевой промышленности, в области научных исследований, а также для решения досмотровых задач. Однако в отдельных областях их эффективная разрешающая способность и чувствительность являются недостаточными. Кроме того, приборы такого типа не селективны по отношению к некоторым важным классам органических соединений.



**Рис. 18.** Топограмма анализа различных органических соединений с использованием тандемного прибора «поликapiлллярная хроматографическая колонка – дрейф-спектрометр ионной подвижности».

#### 4. ПОВЕРХНОСТНО-ИОНИЗАЦИОННАЯ ДРЕЙФ-СПЕКТРОМЕТРИЯ

##### 4.1. Материалы термоэммиттеров ионов органических соединений

Явление ионизации атомов и молекул на поверхности некоторых типов материалов – термоэммиттеров ионов относится к области эмиссионной электроники и первоначально изуча-

лось применительно к поверхностной ионизации щелочных и щелочноземельных металлов, галогенидов щелочных металлов и ряда других неорганических соединений [46]. Явление поверхностной ионизации указанных типов веществ имело место при высокой температуре термоэммиттеров ионов, в условиях высокого вакуума и хорошо описывалось известным уравнением Саха-Ленгмюра [47].

В конце 60-х годов прошлого века было установлено, что на поверхности некоторых типов термоэммиттеров, прежде всего молибдена, вольфрама и рения, покрытых оксидной пленкой, в условиях воздуха атмосферного давления и при температуре порядка 300÷600°C происходит высокоэффективная ионизация некоторых типов органических соединений азота [10–12, 48–50]. Экспериментально удалось показать, что с высокой эффективностью ионизируются амины, гидразины и их различные производные, фосфины, арсины и некоторые кислородсодержащие вещества, например, фенолы, органические кислоты, производные бензола. С наибольшей эффективностью ионизируются органические соединения на основе элементов VA группы Периодической системы, в то время как простые углеводороды, спирты, эфиры, кетоны, нитросоединения, нитрилы на поверхности указанных материалов не ионизируются [49].

Во всех ранних и современных научных публикациях, по аналогии с поверхностной ионизацией неорганических веществ, для описания поверхностной ионизации органических соединений используют уравнение Саха-Ленгмюра. Для согласования экспериментальных закономерностей и уравнения Саха-Ленгмюра вводится понятие «ионной работы выхода» [10, 49], значение которой для материала термоэммиттера ионов отличается от «электронной работы выхода», и которое, на наш взгляд, не имеет четкого физического смысла. Это дает основание полагать, что явление ионизации органических соединений на поверхности оксидных систем в условиях достаточно низкой температуры и воздуха атмосферного давления имеет другую физико-химическую природу.

В ранних работах в качестве материалов термоэммиттеров ионов органических соединений азота исследовали перспективные материалы на основе окисленных молибдена, вольфрама, никеля, нихрома, чистого иридия. В таблице приведены сравнительные характеристики поверхностно-ионизационных свойств данных материалов. В качестве тестового органического соединения брали диэтиламин при давлении пара соединения у поверхности термоэммиттера  $1 \cdot 10^{-7}$  тор [10].

Параметры некоторых материалов термоэммиттеров ионов\*

Параметр	Материал термоэммиттера ионов				
	Окисленный W	Окисленный Mo	Ir	Окисленный Ni	Нихром
$J_{\text{макс.}}$ , А/см <sup>2</sup>	$2 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{-11}$	$1.2 \cdot 10^{-11}$	$(1-5) \cdot 10^{-13}$
$T$ , °C	700	900	1950	1100–1200	1200

\*Сравнение свойств материалов проведено по величине максимального ионного тока с поверхности термоэммиттера ионов  $J_{\text{макс.}}$  и температуре термоэммиттера  $T$ , обеспечивающей достижение максимального ионного тока.

Эффективность ионизации органических соединений на поверхности некоторых материалов, в частности, окисленных вольфрама и молибдена, достаточна для их практического применения, однако данные материалы характеризуются нестабильностью поверхностно-ионизационных свойств и малой долговечностью в условиях воздуха атмосферного давления.

В связи с появлением газоаналитических приборов на основе дрейф-спектрометров исследования, направленные на создание высокоэффективных поверхностно-ионизационных термоэммиттеров ионов, обрели «вторую жизнь», так как появилась перспектива создания малогабаритных и селективных детекторов и анализаторов важных классов органических соединений, к которым, в частности, относятся многие наркотические и отравляющие вещества.

Детально исследованы свойства термоэммиттеров на основе поликристаллического и монокристаллического молибдена [51], влияние легирования молибдена иридием, рутением, родием, вольфрамом на его поверхностно-ионизационные свойства [52], возможность применения

в качестве материалов термоэмиттеров ионов оксидов железа  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  [53] и оксида меди  $\text{CuO}$  [54].

Наиболее эффективным для применения в качестве материала термоэмиттеров ионов органических соединений азота по литературным данным является монокристалл молибдена, легированный иридием в количестве  $0.05 \div 0.15\%$  и выращенный методом электронно-лучевой зонной плавки или методом Вернейля [13–15]. Материал обладает высокой эффективностью поверхностной ионизации аминов, достигающей  $1 \cdot 10^{-1}$ , и высокой селективностью ( $10^5 \div 10^8$ ) в зависимости от типов органических соединений. Однако наши исследования данного материала, образцы которого были любезно предоставлены нам его разработчиками Г.С. Бурхановым и Н.Л. Кореновским, показали, что поверхность такого материала при температуре выше  $400^\circ\text{C}$  через  $10 \div 15$  ч эксплуатации покрывается пирамидальными кристаллами оксида молибдена с размерами кристаллов у основания  $0.2 \div 0.3$  мм и высотой до 3 мм. Данное явление существенно ограничивает долговечность такого материала и препятствует созданию надежных промышленных образцов детекторов и газоанализаторов органических азотсодержащих соединений.

#### 4.2. Поверхностно-ионизационные детекторы и газоанализаторы

Первые работы, направленные на создание поверхностно-ионизационных дрейф-спектрометров, например, [16], были опубликованы около 20 лет назад. В качестве материала термоэмиттера ионов использовали окисленный молибден, и была показана высокая перспективность создания приборов такого типа. Однако за прошедшее время, по нашим данным, коммерческие образцы так и не были созданы. На наш взгляд, это связано с принципиальным различием характера дрейфового движения ионов в поверхностно-ионизационных дрейф-спектрометрах и дрейф-спектрометрах с другими способами ионизации органических молекул. Вместе с тем, в настоящее время созданы лабораторные макеты приборов, являющихся, по сути, поверхностно-ионизационными детекторами (ПИД) органических соединений из класса аминов. Схема одного из таких приборов показана на рис. 19 [14].

На рис. 20 приведен пример результатов анализа различных типов наркотических веществ (вещества обозначены 1–5) при их термодесорбции с нагревателя 5 (рис. 19), нагреваемого с примерно постоянной скоростью [14].

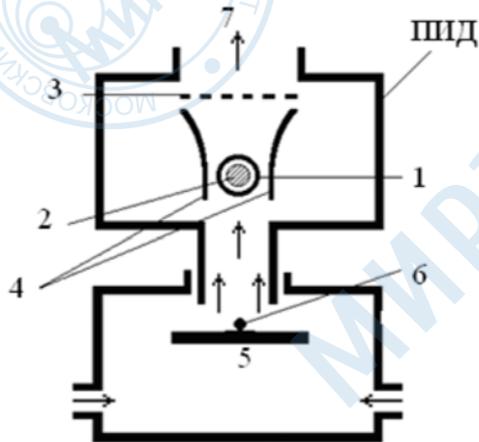


Рис. 19. Схема поверхностно-ионизационного детектора:

- 1 – термоэмиттер ионов, 2 – нагреватель,
- 3 – коллектор ионов, 4 – фокусирующие электроды,
- 5 – программный нагреватель пробы,
- 6 – анализируемая проба, 7 – выход газа.

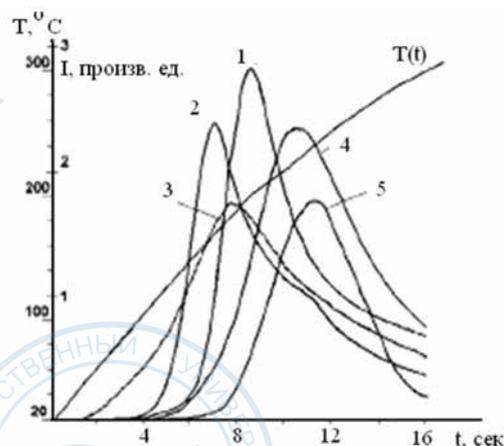


Рис. 20. Термодесорбционные спектры различных типов наркотических веществ при поверхностно-ионизационном детектировании.

Кривая  $T(t)$  на рис. 20 отражает изменение температуры  $T$  нагревателя пробы в зависимости от времени  $t$  с начала проведения анализа, кривые 1÷5 относятся к различным типам наркотических веществ. Величина тока  $I$  в максимуме пика  $I$  составляет  $3 \cdot 10^{-9}$  А.

Метод термодесорбционной спектроскопии с детектированием продуктов термодесорбции поверхностно-ионизационным источником ионов может найти применение в различных областях, например, для анализа качества пищевых продуктов [15]. Однако распознавание органических соединений на основе «термодесорбционного образа вещества» без каких-либо количественных характеристик ограничивает перспективы практического применения метода.

#### 4.3. Перспективы развития поверхностно-ионизационной дрейф-спектрометрии

Перспективы развития данного метода анализа органических соединений подробно исследованы и развиты в монографии Капустина В.И. и Коржавого А.П. «Поверхностно-ионизационная дрейф-спектрометрия», вышедшей в издательстве ИНФРА-М в 2015 г.

Анализ органических соединений в дрейф-спектрометрах предусматривает их ионизацию на входе приборов. При этом идентификация органических соединений осуществляется по параметрам дрейфовой подвижности ионов в воздушной среде при атмосферном давлении [57–60], в том числе, методом поверхностной ионизации органических соединений азота, фосфора, мышьяка и серы [61–65]. В монографии подробно описана физико-химическая теория поверхностной ионизации, разработаны высокоэффективные материалы для изготовления термоэмиттеров ионов [66–70], продемонстрирована возможность многопараметрического распознавания молекул в едином приборе [71, 72].

Разработаны конструкции и технологии изготовления приборов, обеспечивающие высокую селективность и эффективность детектирования органических соединений [73–75], включая их идентификацию по трем-семи независимым параметрам в предложенных модификациях аналитических приборов [70, 76].

Рассмотрены традиционные методы дрейф-спектрометрии и описаны суть спектрометрии ионной подвижности, tandemных дрейф-спектрометров и поверхностно-ионизационной дрейф-спектрометрии. Предложены новые теоретические модели поверхностной ионизации органических соединений, начиная от классической модели поверхностной ионизации и элементов теории абсолютных скоростей реакций до модифицированной физико-химической модели поверхностной ионизации различных органических соединений [59–62, 77], а также закономерности формирования дрейф-спектров [63–65]. Подробно описаны конструкции и технологии поверхностно-ионизационных дрейф-спектрометров, конструктивные особенности узлов и деталей дрейф-спектрометров, особенности материалов носителей проб органических материалов [73–85].

Значительная часть монографии посвящена технике эксперимента при реализации поверхностно-ионизационной дрейф-спектрометрии. Рассмотрены свойства материалов для термоэмиттеров ионов органических соединений на основе микролегированных сплавов молибдена и оксидных бронз щелочного металла [66–70, 86–89]. Исследованы активные центры на поверхности окисленных сплавов молибдена [90, 91] и оксидных бронз щелочного металла [92, 93]. Подробно изучены параметры поверхностной ионизации органических соединений и приведены сводные данные по параметрам поверхностной ионизации модельного набора органических соединений азота, фосфора, мышьяка и серы [76, 94–99]. В главе 9 «Масс-спектрометрия состава ионного тока с поверхности термоэмиттеров ионов» приведены сведения о составе ионного тока при поверхностной ионизации органических соединений, которые подтверждают разработанные авторами теоретические представления о механизме поверхностной ионизации [90, 91, 100]. Определен набор физико-химических параметров органических соединений в блоке источника ионов поверхностно-ионизационного дрейф-спектрометра и в блоке дрейф-камеры поверхностно-ионизационного дрейф-спектрометра. Рассмотрены основные принципы поверхностно-ионизационной дрейф-спектрометрии и способы регистрации органических соединений [101–107]. На основе проведенных исследований разработаны

лабораторные макеты поверхностно-ионизационных дрейф-спектрометров, а также конструкции ряда вспомогательных узлов дрейф-спектрометров [108–110].

### Заключение

Анализ научных результатов в области дрейф-спектрометрии, имеющихся в литературе, позволил сформулировать и решить основные научные проблемы, которые препятствовали созданию коммерчески значимых поверхностно-ионизационных дрейф-спектрометров:

1. Используемый в литературе физико-химический подход к явлению поверхностной ионизации аминов, основанный на известном уравнении Саха-Ленгмюра, в условиях воздуха атмосферного давления неадекватно отражает данное физическое явление.

2. Понимание физико-химической сущности явления поверхностной ионизации аминов позволило бы сформулировать физико-химические принципы создания материала для селективных термоэмиттеров ионов нитросоединений.

3. Особенности движения зарядов не скомпенсированных ионных пучков, формирующихся в результате поверхностной ионизации органических молекул, очевидно, потребует изменения конструкции ионного источника и собственно дрейф-камеры по сравнению с их традиционными конструкциями.

4. Уравнения, которые традиционно используются для определения параметров дрейфовой подвижности ионов путем обработки дрейф-спектров, в случае поверхностно-ионизационной дрейф-спектрометрии должны быть заметно скорректированы.

### Литература:

1. Проблемы аналитической химии. Т. 13: Внелабораторный химический анализ / под ред. академика РАН Ю.А. Золотова. М.: Наука, 2010. 564 с.
2. Vaumbach J.I. Ion mobility spectrometry in scientific literature and in the International Journal for Ion Mobility Spectrometry (1998–2007) // Int. J. Ion Mobil. Spec. 2008. № 11. P. 3–11.
3. Буряков И.А. Российские публикации 1991–2010 годов, посвященные методу спектрометрии ионной подвижности // Журн. аналит. химии. 2011. Т. 66. № 11. С. 1210–1217.
4. Eiceman G.A., Karpas Z. Ion Mobility Spectrometry, Second Edition. CRC Press, 2010. 370 p.
5. Shvartsburg A.A. Differential Ion Mobility Spectrometry: Nonlinear Ion Transport and Fundamentals of FAIMS. CRC Press, 2009. 322 p.
6. Wilkins C.L., Trimpin S. Ion Mobility Spectrometry – Mass Spectrometry: Theory and Applications. CRC Press, 2010. 374 p.
7. Мак-Даниэль И., Мэзон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. Пер. с англ. М.: Мир, 1976. 424 с.
8. Горшков М.П. Метод анализа примесей в газах : А.с. СССР № 966583. МКИ G01n27/62. Оpubл. в бюлл. № 38, 1982 г.
9. Bunkowski A. Software tool for coupling chromatographic total ion current dependencies of GC/MSD and MCC/IMS // Int. J. Ion Mobil. Spec. 2010. № 13. P. 169–175.
10. Зандберг Э.Я., Расулев У.Х., Халиков Ш.М. Эмиттеры для поверхностно-ионизационных детекторов органических соединений // ЖТФ. 1976. Т. XLVI. № 4. С. 832–837.
11. Зандберг Э.Я., Назаров Э.Г., Расулев У.Х. Окисленные вольфрамовые ленты как эмиттеры ионов для поверхностной ионизации органических соединений // ЖТФ. 1980. Т. 50. № 4. С. 796–803.
12. Зандберг Э.Я., Назаров Э.Г., Расулев У.Х. Термоэмиттеры положительных ионов из окисленных рениевых пленок // ЖТФ. 1981. Т. 51. № 1. С. 1242–1247.
13. Rasulev U.K. A study of a surface-ionization source for IMS // Int. J. Ion Mobil. Spect. 2001. V. 4. P. 13–16.
14. Rasulev U.K. [et al.] Atmosphere pressure surface ionization indicator of narcotics // Int. J.

*Ion Mobil. Spec.* 2001. V. 4. № 2. P. 212–225.

15. Бурханов Г.С., Дементьев В.А., Кореновский Н.Л., Ключева Н.Е. Материал поверхностно-ионизационных эмиттеров для обнаружения аминов // *Металлы*. 2009. № 2. С. 100–104.

16. Буряков И.А., Крылов Е.В., Макасы А.Л. [и др.] Дрейф-спектрометр для контроля следовых количеств аминов в атмосфере воздуха // *Журн. аналит. химии*. 1993. Т. 48. № 1. С. 156–165.

17. McGann W. A new, high efficiency ion trap mobility detection system for narcotics // *Proceed. SPIE*. 1997. V. 2937. P. 78–88.

18. Holness H., Almirall J. Speciation effects of solvent chemistry on the analysis of drugs and explosives by electrospray ion mobility mass spectrometry // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2013. V. 16. P. 237–246.

19. Xu J., Whitten W.B. Monte Carlo simulation of ion transport in ion mobility spectrometry // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2008. V. 11. P. 13–17.

20. Hariharan C.B., Seifert L., Baumbach J.I., Vautz W. Novel design for drift tubes in ion mobility spectrometry for optimised resolution of peak clusters // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2011. V. 14. P. 31–38.

21. Swanson D.C. Decomposition of overlapping plasmagram peaks by spectral subtraction // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2011. V. 14. P. 125–136.

22. Vogtland D., Baumbach J.I. Breit-Wigner-Function and IMS-signals // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2009. V. 12. P. 109–114.

23. Langejuergen J., Cochems Ph., Zimmermann S. Results of a transient simulation of a drift tube ion mobility spectrometer considering charge repulsion, ion loss at metallic surfaces and ion generation // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2012. V. 15. P. 247–255.

24. Liu X., Li S., Li M. Optimization design of drift tube for ion mobility spectrometer based on simulation of drift electric field // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2012. V. 15. P. 231–237.

25. Langejuergen J., Cochems Ph., Zimmermann S. Results of a transient simulation of a drift tube ion mobility spectrometer considering charge repulsion, ion loss at metallic surfaces and ion generation // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2012. V. 15. P. 247–255.

26. Liu X., Shengli Li S., Li M. Optimization design of drift tube for ion mobility spectrometer based on simulation of drift electric field // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2012. V. 15. P. 231–237.

27. Филипенко А.А., Малкин Е.К. Исследование влияния условий ионизации на масс-селективное распределение подвижности ионов тротила и гексогена методом спектрометрии ионной подвижности/тандемной масс-спектрометрии // *Масс-спектрометрия*. 2010. № 7 (3). С. 205–212.

28. Oberhüttinger C., Langmeier A., Oberpriller H. [et al.] Hydrocarbon detection using laser ion mobility spectrometry // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2009. V. 12. P. 23–32.

29. Borsdorf H. Influence of structural features of isomeric hydrocarbons on ion formation at atmospheric pressure // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2008. V. 11. P. 27–33.

30. Ewing R.G., Waltman M.J. Mechanisms for negative reactant ion formation in an atmospheric pressure corona discharge // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2009. V. 12. P. 65–72.

31. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.

32. Carnahan B., Day S., Kouznetsov V., Tarasov A. Field Ion Spectrometry – A new technology for cocaine and heroin detection // *Proceed. SPIE*. 1997. V. 2937. P. 106–119.

33. Буряков И.А. Определение кинетических коэффициентов переноса ионов в воздухе как функций напряженности электрического поля и температуры // *Журн. техн. физики*. 2004. Т. 74. Вып. 8. С. 15–20.

34. Буряков И.А. Экспериментальное определение зависимости коэффициентов подвижности ионов в газе от напряженности электрического поля // *Журн. техн. физики*. 2002. Т. 72. Вып. 11. С. 109–113.

35. Буряков И.А. Математический анализ движения ионов в газе в знакопеременном периодическом несимметричном по полярности электрическом поле // *Журн. техн. физики*. 2006. Т. 76. Вып. 9. С. 16–21.

36. Буряков И.А. Явления переноса ионов в газе в электрическом поле. Спектрометрия

- приращения ионной подвижности : автореферат дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск, 2005. 32 с.
37. Pollard M.J., Hilton C.K., Li H. [et al.] Ion mobility spectrometer–field asymmetric ion mobility spectrometer-mass spectrometry // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2011. V. 14. P. 15–22.
  38. Menlyadiev M.R., Stone J.A., Eiceman G.A. Tandem differential mobility spectrometry with chemical modification of ions // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2012. V. 15. P. 123–130.
  39. Smith D.P., Giles K., Bateman R.H. [et al.] Monitoring copopulated conformational states during protein fold-ing events using electrospray ionization-ion mobility spectrometry-mass spectrometry // *J. Am. Soc. Mass Spectrom.* 2007. V. 18. P. 2180–2190.
  40. Dwivedi P., Herbert H., Hill H.H. Jr. A rapid analytical method for hair analysis using ambient pressure ion mobility mass spectrometry with electrospray ionization (ESI-IMMS) // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2008. V. 11. P. 61–69.
  41. Vautz W., Schwarz L., Hariharan C., Schilling M. Ion characterisation by comparison of ion mobility spectrometry and mass spectrometry data // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2010. V. 13. P. 121–129.
  42. Li H., Bendiak B., Siems W.F. [et al.] Ion mobility-mass correlation trend line separation of glycoprotein digests without deglycosylation // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2013. V. 16. P. 105–115.
  43. Young L., Ndlovu H., Knapman T.W. [et al.] Monitoring oligomer formation from self-aggregating amylin peptides using ESI-IMS-MS // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2013. V. 16. P. 29–39.
  44. Levin D.S., Vouros P., Miller R.A., Nazarov E.G. Using a nanoelectrospray-differential mobility spectrometer-mass spectrometer system for the analysis of oligosaccharides with solvent selected control over ESI aggregate ion formation // *J. Am. Soc. Mass Spectrom.* 2007. V. 18. P. 502–511.
  45. Roetering S., Nazarov E.G., Borsdorf H., Weickhardt C. Effect of dopants on the analysis of pesticides by means of differential mobility spectrometry with atmospheric pressure photoionization // *Int. J. Ion Mobil. Spec.* 2010. V. 13. P. 47–54.
  46. Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В. Эмиссионная электроника. М.: Наука, 1966. 564 с.
  47. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 5: Статистическая физика. Часть 1. М.: Наука, 1976. 584 с.
  48. Хмельницкий Р.А., Терентьев П.Б. Диссоциативная ионизация нитропроизводных аренов и гетероциклических соединений // *Успехи химии.* 1979. Т. XLVIII. № 5. С. 854–873.
  49. Зандберг Э.Я., Расулев У.Х. Поверхностная ионизация органических соединений // *Успехи химии.* 1982. Т. LI. № 9. С. 1425–1446.
  50. Назаров Э.Г., Расулев У.Х. Нестационарные процессы поверхностной ионизации. Ташкент: Фан, 1991. 204 с.
  51. Расулев У.Х., Назаров Э.Г., Петушков Е.Е. [и др.] Применение молибдена с монокристаллической структурой в качестве термоэммиттера ионов // *Высокочистые вещества.* 1992. № 5-6. С. 203–206.
  52. Петушков Е.Е., Назаров Э.Г., Расулев У.Х. [и др.] Влияние легирования термоэммиттеров из монокристаллов молибдена на эффективность поверхностной ионизации органических соединений // *Высокочистые вещества.* 1993. № 2. С. 127–130.
  53. Hachner A., Beer S., Muller G. [et al.] Surface ionization detection of amine containing drugs in backgrounds of pharmaceuticals and extender materials // *Proceed. of the 14<sup>th</sup> Int. Meet. on Chem. Sensors.* 2012. P. 335–336.
  54. Ponzoni A., Zappa D., Comini E. [et al.] Surface ionization on metal oxide gas sensors // *Proceed. of the 14<sup>th</sup> Int. Meet. on Chem. Sensors.* 2012. P. 391–394.
  55. Khasanov U. [et al.] Application of surface ionization methods for highly sensitive and selective analysis of benzodiazepine derivatives // *J. Pharmaceut. Biomed. analysis.* 2005. V. 37. P. 1125–1133.
  56. Блащенко Н.М., Лаврентьев Г.Я. Расчет параметров поверхностных многомолекулярных комплексов, предшествующих образованию ассоциатов // *Письма в ЖТФ.* 2005. Т. 31. № 16. С. 1–7.

57. Банных О.А., Поварова К.Б., Капустин В.И., Петров В.С. Физические методы обнаружения паров взрывчатых веществ // Перспективные материалы. 2000. № 5. С. 87–94.
58. Капустин В.И. Физико-химические основы создания многокомпонентных оксидсодержащих катодных материалов // Перспективные материалы. 2000. № 2. С. 5–17.
59. Банных О.А., Поварова К.Б., Капустин В.И. [и др.] Физикохимия поверхностной ионизации некоторых типов органических молекул // Доклады Академии наук. 2002. Т. 385. № 2. С. 200–204.
60. Bannykh O.A., Povarova K.B., Kapustin V.I., Bobrov A.A., Petrov V.S. Physical chemistry of surface ionization of some types of organic molecules // Doklady Physical Chemistry. 2002. V. 385. № 1-3. P. 154–157.
61. Банных О.А., Поварова К.Б., Капустин В.И. Новый подход к поверхностной ионизации и дрейф-спектроскопии органических молекул // Журн. техн. физики. 2002. Т. 72. Вып. 12. С. 88–93.
62. Bannykh O.A., Povarova K.B., Kapustin V.I. New approach to the surface ionization and drift spectroscopy of the organic molecules // J. Tech. Ph. 2002. V. 47. № 12. P. 1570–1575.
63. Банных О.А., Поварова К.Б., Капустин В.И. [и др.] Новый дрейф-спектрометр с поверхностной ионизацией органических молекул // Научные технологии. 2002. Т. 3. С. 37–40.
64. Капустин В.И., Нагорнов К.О., Чекулаев А.Л. Новые физические методы идентификации органических соединений с использованием поверхностно-ионизационного дрейф-спектрометра // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 5. С. 109–116.
65. Kapustin V.I., Nagornov K.O., Chekulaev A.L. New physical methods of organic compound identification using a surface ionization drift spectrometer // J. Technical Physics. 2009. V. 54. № 5. P. 712–718.
66. Капустин Д.В., Буш А.А., Захаров А.К., Капустин В.И. Поверхностно-ионизационные свойства монокристаллов и поликристаллов оксидных бронз щелочного металла // Перспективные материалы. 2013. № 6. С. 15–21.
67. Kapustin D.V., Bush A.A., Zakharov A.K., Kapustin V.I. Surface ionization properties of single crystals and polycrystals of alkali metal oxide bronzes // Inorganic Materials: Applied Research. 2014. V. 4. № 5. P. 420–425.
68. Капустин В.И., Захаров А.К., Попов В.Ю. [и др.] Новые материалы и технологии для подогревателей термоэммиттеров ионов органических соединений // Перспективные материалы. 2006. № 6. С. 5–9.
69. Капустин В.И., Захаров А.К., Гилязов М.С. [и др.] Физические основы контроля качества поверхностно-ионизационных термоэммиттеров ионов // Перспективные материалы. 2006. № 3. С. 76–81.
70. Капустин В.И. [и др.] Кинетика окисления и поверхностно-ионизационные свойства микролегированных сплавов молибдена // Перспективные материалы. 2010. № 1. С. 33–40.
71. Коржавый А.П., Капустин В.И., Козьмин Г.В. Методы экспериментальной физики в избранных технологиях защиты природы и человека. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 352 с.
72. Капустин В.И., Солнцев С.А. Спектрометрия линейной и нелинейной дрейфовой подвижности ионов органических соединений // Научные технологии. 2012. Т. 13. № 2. С. 47–54.
73. Капустин В.И., Чекулаев А.Л., Богданов А.С. [и др.] Нано- и роботизированные технологии в производстве поверхностно-ионизационных термоэммиттеров ионов // Научные технологии. 2007. № 4. С. 35–37.
74. Капустин В.И., Сигов А.С., Нагорнов К.О. Приборы для детектирования токсичных веществ на основе поверхностно-ионизационных наноструктурированных материалов // Нанотехника. 2010. №4. С. 80–85.
75. Капустин В.И. Высокочистые ультрадисперсные порошки оксидов: оборудование, технологии, применение // Перспективные материалы. 1998. № 5. С. 54–62.
76. Солнцев С.А., Нагорнов К.О., Капустин В.И. Поверхностная ионизация органических

- соединений азота, серы, фосфора и мышьяка // Вестник МИТХТ. 2011. Т. 6. № 2. С. 112–118.
77. Капустин В.И., Сигов А.С. Материаловедение и технологии электроники : учеб. пособие. – М.: ИНФРА-М, 2014. 427 с.
78. Капустин В.И., Солнцев С.А., Петров В.С. [и др.] Термогравиметрические и масс-спектрометрические исследования органических носителей проб химических объектов // Научные технологии. 2009. Т. 10. Вып. 11. С. 75–82.
79. Патент 2528548 РФ. Термоэмиттер ионов органических соединений / Капустин В.И. Заявл. 17.10.2012, опубл. 27.04.14. Б.И. № 12.
80. Патент 2293976 РФ. Поверхностно-ионизационный источник ионов органических соединений / Капустин В.И. Заявл. 30.03.2004, опубл. 20.02.2007. Б.И. № 5.
81. Патент 2293973 РФ. Источник ионов органических соединений / Капустин В.И. Заявл. 18.04.2005, опубл. 20.02.2007. Б.И. № 5.
82. Патент 2293977 РФ. Спектрометр ионной подвижности / Капустин В.И. Заявл. 21.02.2005, опубл. 10.08.2006. Б.И. № 5.
83. Патент 2293975 РФ. Блок коллектора ионов спектрометра ионной подвижности / Капустин В.И. Заявл. 30.03.2004, опубл. 20.07.2007. Б.И. № 5.
84. Патент 2293974 РФ. Спектрометр дрейфовой подвижности ионов / Капустин В.И. Заявл. 18.04.2005, опубл. 20.07.2007. Б.И. № 5.
85. Патент 2293978 РФ. Блок коллектора спектрометра дрейфовой подвижности ионов / Капустин В.И. Заявл. 18.04.2005, опубл. 20.02.2007. Б.И. № 5.
86. Патент 2186384 РФ. Способ обнаружения и анализа следовых количеств органических молекул в атмосфере воздуха / Капустин В.И. [и др.] Заявл. 21.12.1999, опубл. 27.07.2002. Б.И. № 21.
87. Патент 2105379 РФ. Способ получения сплошной пленки с алмазоподобной структурой и устройство для его осуществления / Капустин В.И. [и др.] Заявл. 12.06.1998.
88. Патент 2260869 РФ. Материал термоэмиттера для поверхностной ионизации органических соединений на воздухе и способ активации термоэмиттера / Капустин В.И. Заявл. 12.04.2004, опубл. 20.09.2005. Б.И. № 26.
89. Патент 2262697 РФ. Способ контроля термоэмиссионного состояния поверхностно-ионизационного термоэмиттера ионов / Капустин В.И. Заявл. 17.05.2004, опубл. 20.10.2005. Б.И. № 29.
90. Капустин В.И., Харыбин О.Н., Николаев Е.Н. [и др.] Масс-спектрометрические исследования механизма ионизации органических соединений азота на поверхности микролегированного сплава молибдена // ЖХФ. 2011. Т. 30. № 7. С. 1–14.
91. Kapustin V.I., Nagornov K.O., Kharybin O.N., Nikolaev E.N. Mass spectrometric study of the mechanism of the ionization of nitrogen containing compounds on the surface of a molybdenum microalloyed alloy // Russ. J. Phys. Chem. B. 2011. V. 5. № 4. P. 689–700.
92. Капустин В.И. [и др.] Исследования электронной структуры монокристаллов натрий-ванадиевых бронз типа  $\text{Na}_x\text{V}_2\text{O}_5$  при  $x = 0,23, 0,28$  и  $0,33$  // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2014. № 2. С. 1–11.
93. Nazin V.G., Lev L.L., Kapustin V.I. [et al.] Study of the electronic structure of sodium-vanadium bronze ( $\text{Na}_x\text{V}_2\text{O}_5$ ) single crystals at  $x = 0.23, 0.28,$  and  $0.33$  // Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. 2014. V. 8. № 1. P. 117–126.
94. Капустин В.И., Петров В.С., Черноусов А.А. Параметры ионизации некоторых нитро-соединений на поверхности оксидной бронзы щелочного металла // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 17. С. 19–22.
95. Kapustin V.I., Petrov V.S., Chernousov A.A. Ionization parameters of nitro compounds on the surface of alkali metal oxide bronze // Technical Physics Letters. 2004. V. 30. № 9. P. 717–718.
96. Капустин В.И., Глухарев И.И., Солодовников А.В. [и др.] Новый метод детектирования гептила и продуктов его неполного окисления // Научные технологии. 2007. № 4. С. 55–57.
97. Капустин Д.В., Буш А.А., Нагорнов К.О., Капустин В.И. Поверхностно-ионизационные

свойства оксидной бронзы щелочного металла // Письма в ЖТФ. 2012. Т. 38. Вып. 4. С. 83–88.

98. Капустин Д.В., Буш А.А., Захаров А.К., Капустин В.И. Поверхностно-ионизационные свойства монокристаллов и поликристаллов оксидных бронз щелочного металла // Перспективные материалы. 2013. № 6. С. 15–21.

99. Kapustin D.V., Bush A.A., Nagornov K.O., Kapustin V.I. Surface ionization properties of alkali metal oxide bronze // Technical Physics Letters. 2012. V. 38. № 2. P. 197–199.

100. Капустин Д.В., Коржавый А.П., Капустин В.И. Исследование состава ионного тока при ионизации паров технического тротила на поверхности оксидной бронзы щелочного металла // Научные технологии. 2014. № 2. С. 32–41.

101. Патент 2265835 РФ. Способ анализа органических соединений в составе атмосферы воздуха / Капустин В.И. Заявл. 19.04.2004, опубл. 10.12.2005. Б.И. № 34.

102. Патент 2329563 РФ. Способ и устройство для распознавания органических соединений / Капустин В.И. Заявл. 25.12.2006, опубл. 20.07.2008. Б.И. № 20.

103. Патент 2357239 РФ. Способ идентификации органических молекул / Капустин В.И. Заявл. 08.11.2007, опубл. 27.05.2009. Б.И. № 15.

104. Патент 2444730 РФ. Способ идентификации атомов и молекул / Капустин В.И. Заявл. 22.12.2010, опубл. 10.02.2012. Б.И. № 7.

105. Патент 2389011 РФ. Способ анализа органических соединений / Капустин В.И. Заявл. 30.12.2008, опубл. 10.05.2010. Б.И. № 13.

106. Патент 2263996 РФ. Способ контроля состояния спектрометра ионной подвижности с поверхностно-ионизационным термоэммитером ионов / Капустин В.И. Заявл. 25.05.2004, опубл. 10.11.2005. Б.И. № 31.

107. Патент 2354963 РФ. Способ идентификации органических молекул / Капустин В.И. Заявл. 08.11.2007, опубл. 10.05.2009. Б.И. № 13.

108. Патент 2390748 РФ. Система для дистанционного отбора и анализа воздушных проб с поверхности и из негерметизированных объектов / Капустин В.И. Заявл. 22.12.2008, опубл. 27.05.2010. Б.И. № 15.

109. Патент 2327982 РФ. Генератор потока пара органических веществ / Капустин В.И. Заявл. 25.12.2006, опубл. 27.06.2008. Б.И. № 18.

110. Патент 2447429 РФ. Система для дистанционного отбора и анализа воздушных проб / Капустин В.И. Заявл. 22.12.2010, опубл. 10.04.2012. Б.И. № 10.

УДК: 534.08: 534.213

ЛИНЗОВЫЙ АКУСТИЧЕСКИЙ МИКРОСКОП  
С ЛИНЕЙНОЙ РЕШЕТКОЙ В РЕЖИМЕ ИЗМЕРЕНИЯ  
ПАРАМЕТРОВ СЛОИСТЫХ ОБЪЕКТОВ

С.А. Титов<sup>1,2,\*</sup>, к.т.н., старший научный сотрудник,  
Р.Г. Маев<sup>2</sup>, д.ф.-м.н., профессор,  
А.Н. Богаченков<sup>1</sup>, к.т.н., доцент

<sup>1</sup>Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, 119434 Россия

<sup>2</sup>Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля РАН (ИБХФ РАН),  
Москва, 119334 Россия

\*Автор для переписки, e-mail: sergetitov@mail.ru

Предложен акустический микроскоп с ультразвуковой решеткой и цилиндрической линзой, предназначенный для количественной характеристики слоистых областей исследуемого объекта. Разработан метод определения по регистрируемому пространственно-временному сигналу решетки микроскопа толщины слоя и скоростей продольной и поперечной волн в материале слоя. На примере тестового образца показано, что погрешность измерений составляет примерно 1% для толщины и скорости продольной волны и 3% – для скорости поперечной волны.

**Ключевые слова:** акустическая микроскопия, ультразвуковая решетка, количественная характеристика.

LENS ACOUSTIC MICROSCOPE WITH A LINEAR ARRAY  
FOR QUANTITATIVE CHARACTERIZATION OF LAYERED OBJECTS

S.A. Titov<sup>1,2,\*</sup>,  
R.G. Maev<sup>2</sup>,  
A.N. Bogachenkov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Moscow Technological University (MIREA), Moscow, 119454 Russia

<sup>2</sup>Emanuel Institute of Biochemical Physics of Russian Academy of Sciences (IBCP RAS),  
Moscow, 119334 Russia

\*Corresponding author e-mail: sergetitov@mail.ru

In this paper, the acoustic microscope with a linear ultrasonic array and a cylindrical lens has been proposed in order to carry out quantitative characterization of layered regions of the sample under research. The determination method based on recording the microscope array spatio-temporal signal of the layer thickness and velocities of the longitudinal and transverse waves in the layer material has been developed. By using a test sample, it was shown that the error of measurement is about 1 % for both the thickness and the velocity of the longitudinal wave, and it is 3 % for the velocity of the transverse wave.

**Keywords:** acoustic microscopy, ultrasonic array, quantitative characterization.

В настоящее время для исследования структуры материалов различной природы широко используются такие методы, как оптическая микроскопия, сканирующая и просвечивающая электронная микроскопия и сканирующая зондовая микроскопия. Эти методы позволяют проводить исследования с высоким пространственным разрешением приповерхностных областей объектов или их очень тонких срезов. Вместе с тем, с помощью этих методов зачастую оказывается затруднительным получать информацию о подповерхностных и внутренних областях объектов. Исследовать внутренние области непрозрачного либо малококонтрастного для оптического или рентгеновского излучения образца можно с помощью сканирующего акустического микроскопа [1–3].

В типичной конфокальной схеме акустического микроскопа используется одиночный высокочастотный ультразвуковой преобразователь и акустическая линза, обеспечивающая фокусировку излучаемых и принимаемых преобразователем волн. Механическое сканирование всего ультразвукового блока позволяет визуализировать пространственное распределение упруго-вязкостных свойств образца [4, 5]. Вместе с тем, в такой схеме достаточно сложно производить непосредственное измерение количественных параметров локальных однородных областей объектов [6, 7].

В данной работе предложена схема акустического микроскопа с линейной ультразвуковой решеткой и цилиндрической линзой, а также представлен метод измерения с его помощью скорости ультразвука объемных волн в материале и толщины слоя.

Схема акустического микроскопа приведена на рис. 1. В предлагаемом микроскопе ультразвуковая решетка **1** расположена на торце звукопровода **2** с акустической линзой **3**. Излучаемая элементом решетки волна проходит вдоль звукопровода, преломляется частью поверхности линзы, и, пройдя через слой иммерсионной жидкости, падает на поверхность исследуемого образца **4**. В силу малости размера излучающего элемента решетки по сравнению с общей апертурой линзы и ее фокусным расстоянием фронт падающей на образец волны является квази-плоским. Отраженная от образца волна распространяется в обратном направлении и принимается элементом решетки, расположенным симметрично передающему элементу. Угол падения волны  $\theta$  связан с координатами источника и приемника соотношением [8]:

$$\sin \theta = |x|F^{-1}, \quad (1)$$

где  $F$  – фокусное расстояние линзы.

Падающая на образец импульсная волна частично отражается от верхней границы слоя, а частично проходит внутрь и отражается от нижней границы слоя. При достаточно малой

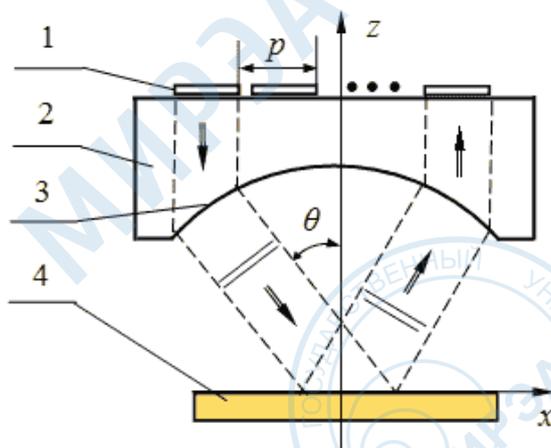


Рис. 1. Схема акустического микроскопа:  
1 – ультразвуковая решетка; 2 – звукопровод; 3 – акустическая линза;  
4 – образец.

длительности зондирующего импульса в принятом сигнале можно разделить несколько откликов [9]. Отклик R производится волнами, отраженными от верхней поверхности раздела иммерсионная жидкость–образец (рис. 2). Отклики L и  $L_2$  образованы продольными волнами, прошедшими вглубь образца и испытавшими однократное и двукратное отражение от его нижней поверхности, соответственно. При наклонном падении продольной волны на границы слоя имеет место ее частичная трансформация в поперечную волну, и наоборот, поперечная волна частично преобразуется в продольную. Это приводит к возникновению отклика смешанной моды LT, который производится продольной волной, распространяющейся через слой в одном направлении, и поперечной волной, распространяющейся в противоположном направлении.

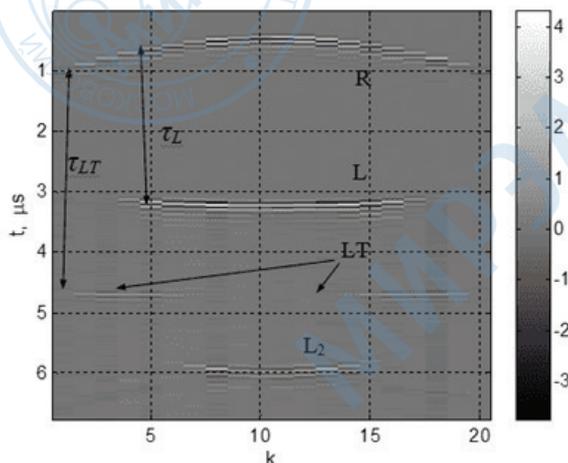


Рис. 2. Пространственно-временной сигнал  $s_k(t)$ , записанный для медного слоя.

Задержка отклика L относительно отклика R равна времени распространения продольной плоской волны в слое, которая зависит от угла падения  $\theta$  следующим образом:

$$\tau_L(\theta) = \frac{2d}{C_L} \cos \theta_L \quad (2)$$

где  $d$  – толщина слоя;  $C_L$  – скорость продольной волны в слое;

$\theta_L$  – угол распространения волны в слое определяется законом преломления:

$$\frac{\sin \theta_L}{\sin \theta} = \frac{C_L}{C_W} \quad (3)$$

где  $C_W$  – скорость ультразвука в иммерсионной среде (воде).

Аналогичным образом, относительная задержка отклика LT равна:

$$\tau_{LT}(\theta) = \frac{d}{C_L} \cos \theta_L + \frac{d}{C_T} \cos \theta_T \quad (4)$$

где  $C_T$  – скорость поперечной волны.

Осуществляя подстановку (3) в (2), можно выразить задержку  $\tau_L$  как функцию угла падения и искомым параметров  $d$  и  $C_L$ :

$$\tau_L(\theta) = \frac{2d}{C_L} \cos \left( \sin^{-1} \left( \frac{C_W}{C_L} \sin \theta \right) \right) \quad (5)$$

Располагая экспериментально измеренной зависимостью  $\tau_L(\theta)$ , можно определить неизвестные толщину слоя и скорость звука в материале с помощью, например, методов нелинейного оценивания параметров [10], используя (5) в качестве модельного соотношения.

Используя полученное значение  $d$  и измеренную зависимость задержки смешанной моды  $\tau_{LT}(\theta)$ , в соответствии с (4) можно рассчитать задержку, приобретаемую в слое только поперечной волной:

$$\tau_T(\theta) = \tau_{LT}(\theta) - \frac{\tau_L(\theta)}{2} = \frac{d}{C_T} \cos \theta \quad (6)$$

Учет закона преломления (3) дает выражение, аналогичное модельному соотношению (5):

$$\tau_T(\theta) = \frac{d}{C_T} \cos \left( \sin^{-1} \left( \frac{C_W}{C_T} \sin \theta \right) \right) \quad (7)$$

На основе соотношения (7) производится оценка  $C_T$ .

С целью экспериментальной апробации предложенного метода мы использовали линейную ультразвуковую решетку **1**, состоящую из  $N = 20$  прямоугольных элементов, расположенных с периодом  $p = 0.8$  мм (рис. 1). Ширина элементов несколько меньше  $p$ , а их длина равна 1.2 мм. Центральная частота частотной характеристики элементов в режиме передачи-приема и относительная полоса на уровне 6 дБ составляли 15 МГц и 60%, соответственно. Решетка располагалась на звукопроводе из полистирола **2**, на противоположном конце которого выполнена акустическая линза **3** в виде цилиндрической поверхности с радиусом 13 мм. При использовании воды в качестве иммерсионной среды между линзой и образцом **4** фокусное расстояние, рассчитанное в параксиальном приближении, составляло  $F = 35$  мм. Расстояние между линзой и решеткой выбрано равным 17 мм, что близко к заднему фокусному расстоянию. Полная апертура ультразвуковой решетки  $N_p = 16$  мм обеспечивала половинный максимальный апертурный угол  $\theta_m = 12^\circ$ .

Для формирования выходного пространственно-временного сигнала с помощью многоканального электронного блока производили последовательное импульсное возбуждение элементов решетки с номерами  $k$  ( $k = 1 \dots N$ ) и регистрацию сигналов элементов с номерами  $N - k + 1$ , расположенными относительно оси линзы симметрично излучающим элементам.

На рис. 2 показан сигнал  $s_k(t)$ , измеренный для тестового образца в виде медной пластинки с толщиной  $d = 6.40 \pm 0.01$  мм. Вертикальное положение ультразвукового блока настроено таким образом, что геометрический фокус линзы расположен на расстоянии 15 мм под поверхностью образца. Данные  $s_k(t)$  представлены в виде полутоновой диаграммы, где значения регистрируемого сигнала кодированы оттенками серого цвета в соответствии со шкалой, показанной справа. В принятом пространственно-временном сигнале наблюдаются отклики R, L, LT,  $L_2$ , образование которых описано выше. Отклики L, LT,  $L_2$ , прошедшие через слой, значительно слабее отклика R, поэтому их амплитуда для лучшего восприятия на рисунке увеличена в 10 раз.

Времена прихода откликов R, L, LT, определенные по представленным данным, показаны на рис. 3. Время прихода фиксировали по моменту, когда величина принимаемых знакопеременных импульсных откликов достигала экстремальных значений. Точность определения экспериментальных относительных задержек  $\tau_{Lk}^*$  и  $\tau_{LTk}^*$  зависела от соотношения амплитуд импульсов по отношению к уровню шума.

Как видно из рис. 2, амплитуда отклика L спадает при увеличении угла падения, поэтому задержка  $\tau_{Lk}^*$  является нестабильной для элементов, расположенных на краях решетки. Поэтому в дальнейших расчетах толщины  $d$  и скорости  $C_L$  использовали данные для  $3 \leq k \leq 18$ .

Поперечная волна неэффективно возбуждается в слое при малых углах падения, и амплитуда отклика LT мала для центральных элементов решетки. Поэтому в расчетах скорости  $C_T$  использовали значения  $\tau_{LTk}^*$  для  $2 \leq k \leq 7$  и  $8 \leq k \leq 19$ .

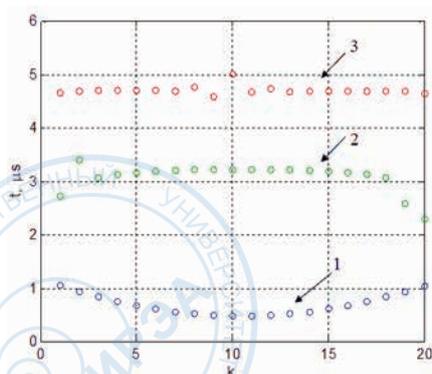


Рис. 3. Времена прихода откликов R (1), L (2), LT (3).

Искомые параметры  $d$  и  $C_L$  находили путем минимизации функции невязки вида:

$$\delta(d, C_L) = \sum (\tau_{Lk}^* - \tau_L(d, C_L, \theta_k)) \quad (8)$$

где модельную функцию  $\tau_L(d, C_L, \theta_k)$  рассчитывали по формуле (5), а суммирование по  $k$  производили в пределах интервалов, указанных выше.

Как следует из рис. 4, функция  $\delta(d, C_L)$  имеет глобальный минимум в широком диапазоне изменения параметров  $d$  и  $C_L$ . Многократное повторение измерений для данного образца и статистическая обработка результатов измерений дают значения  $d = 6.45 \pm 0.05$  мм и  $C_L = 4.71 \pm 0.03$  км/с. Полученное значение толщины находится в соответствии с результатом ее независимого измерения с помощью микрометра ( $6.40 \pm 0.01$  мм). Значение измеренной скорости  $C_L$  согласуется с опубликованной для меди величиной 4.72 км/с [11].

На основании полученных результатов можно заключить, что погрешность измерений  $d$  и  $C_L$  по предложенному методу не превосходит 1%.

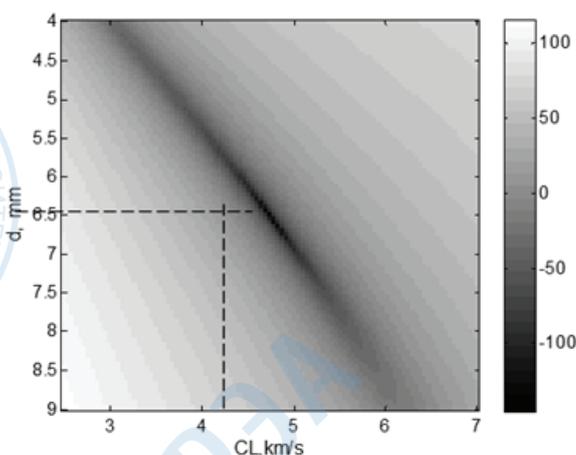


Рис. 4. Функция  $\delta(d, C_L)$ .

Полученное значение толщины слоя  $d$  и измеренные задержки смешанной моды  $\tau_{LTk}^*$  использовали для оценки скорости поперечной волны. Значение скорости  $C_T$  находили также методом нелинейного оценивания на основе уравнения (7). Полученная оценка составила  $C_T = 2.48 \pm 0.07$  км/с, что несколько отличается от опубликованного значения 2.4 км/с [5]. Погрешность измерений поперечной волны, которая может быть оценена на уровне 3%, заметно больше погрешности измерения  $d$  и  $C_L$ . Ухудшение точности в этом случае можно объяснить тем, что амплитуда отклика LT существенно меньше амплитуды отклика L (рис. 2) и погрешность измерения задержки  $\tau_{LTk}^*$  выше. Кроме того, точность измерения  $C_T$  дополнительно ухудшает погрешность определения толщины  $d$  и задержки  $\tau_{LTk}^*$ .

Результаты экспериментальных исследований позволяют сделать вывод, что предложенная схема построения акустического микроскопа обеспечивает проведение количественной

характеризации акустических параметров слоистых объектов. Использование ультразвуковой решетки и многоканальной аппаратуры сбора данных делает возможным проводить измерения за время, сравнимое со временем распространения ультразвуковых волн в иммерсионной среде и образце. Экспериментально показано, что с помощью акустического микроскопа можно измерять толщину слоев и скорости продольных и поперечных волн в материале слоя. Вместе с тем, регистрация не только задержек отраженных от границ слоя откликов, но и их амплитуд может быть потенциально использована для регистрации коэффициентов отражения и преломления волн с последующей оценкой плотности и коэффициента поглощения звука исследуемого материала.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-07-01236а.*

#### Литература:

1. Advances in acoustic microscopy and high resolution imaging: from principles to applications / Ed. R. Maev. Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2013. 400 p.
2. Prokhorov V.M., Bagramov R.H., Blank V.D., Pivovarov G.I. Pulse acoustic microscopy characterization of the elastic properties of nanostructured metal–nanocarbon composites // Ultrasonics. 2008. V. 48. P. 578–582.
3. Habib A., Shelke A., Vogel M., Pietsch U., Jiang X., Kundu T. Mechanical characterization of sintered piezo-electric ceramic material using scanning acoustic microscope // Ultrasonics. 2012. V. 52. P. 989–995.
4. Deng X.D., Monnier T., Guy P., Courbon J. Acoustic microscopy of functionally graded thermal sprayed coatings using stiffness matrix method and Stroh formalism. // J. Appl. Phys. 2013. V. 113. P. 224508-1–224508-10.
5. Петронюк Ю.С., Мороков Е.С., Левин В.М. Методы импульсной акустической микроскопии в промышленной диагностике // Известия РАН. Серия физическая. 2015. Т. 79. № 10. С. 1425–1431.
6. Xiaolong Bai, Zeqing Sun, Anyu Sun, Jian Chen, and Bing-Feng Ju. Determination of the multiple local properties of thin layer with high lateral resolution by scanning acoustic microscopy // Review of Scientific Instruments. 2014. V. 85. P. 094901-1–094901-8.
7. Rohrbach D., Lloyd H.O., Silverman R.H., Mamou J. Fine-resolution maps of acoustic properties at 250 MHz of unstained fixed murine retinal layer // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 137. № 5. P. EL381 – EL387.
8. Титов С.А., Маев Р.Г. Линзовый акустический микроскоп с двумерной ультразвуковой решеткой // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42. Вып. 9. С. 8–15.
9. Титов С.А., Маев Р.Г. Определение параметров изотропного слоя по пространственно-временным сигналам ультразвуковой решетки // Акуст. ж.. 2013. Т. 59. № 5. С. 648–656.
10. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика, 1979. С. 98–101.
11. Ермолов И.Н., Ланге Ю.В. Ультразвуковой контроль. М.: Машиностроение, 2004. С. 30.

УДК: 519.248

АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ НА ОСНОВЕ ПРОВЕРКИ  
ГИПОТЕЗ О ВЕЛИЧИНЕ ПАРАМЕТРА ФОРМЫ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА

Я.С. Гродзенский<sup>®</sup>, к.т.н., доцент  
А.Н. Чесалин, к.т.н., доцент

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, 119454 Россия  
<sup>®</sup>Автор для переписки, e-mail: grodzensky44@mail.ru

Предлагается анализ надежности изделий в процессе эксплуатации путем проверки двух простых гипотез о величине параметра формы распределения Вейбулла с помощью оптимальных статистических последовательных критериев. Методом статистического моделирования сравнивается эффективность различных критериев.

**Ключевые слова:** надежность, распределение Вейбулла, последовательный критерий, параметр формы, статистическое моделирование.

RELIABILITY ANALYSIS OF PRODUCTS BASED ON HYPOTHESES  
TESTING ABOUT THE VALUE OF THE WEIBULL DISTRIBUTION  
SHAPE PARAMETER

Ya.S. Grodzenskiy<sup>®</sup>,  
A.N. Chesalin

Moscow Technological University (MIREA), Moscow, 119454 Russia  
<sup>®</sup>Corresponding author e-mail: grodzensky44@mail.ru

The analysis of the products reliability during the exploitation by testing two simple hypotheses about the value of the Weibull distribution shape parameter using the optimal sequential statistical criteria is proposed. The following sequential criteria are examined: the sequential probability ratio test (Wald criterion – SPRT), the optimal generalized sequential test (Aivazyan criterion), double sequential probability ratio test (Lorden criterion – 2-SPRT), the sequential test with parabolic boundaries (Grodzenskiy criterion). Mathematical formulas necessary for the application of these sequential criteria in practice are shown. The effectiveness of the criteria is compared by the method of the statistical modeling.

**Keywords:** reliability, Weibull distribution, sequential criterion, shape parameter, statistical modeling.

Введение

В 1939 г. шведский исследователь В. Вейбулл предложил функцию распределения, удобную для описания долговечности материалов [1]. При рассмотрении распределения моментов отказов в форме  $F(X) = 1 - \exp[-\varphi(X)]$  в работе [2] предложена двухпараметрическая функция распределения вероятностей:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{T}\right)^s\right] \quad (1)$$

где  $T, s$  – параметры масштаба и формы.

Частными случаями этого распределения являются: экспоненциальное распределение при параметре формы  $s = 1$  и распределение Рэлея при  $s = 2$ .

Основной характеристикой надежности многих видов промышленной продукции (в частности, изделий радиоэлектроники) является функция интенсивности отказов, или условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник, по формуле:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \quad (2)$$

где  $\lambda(t)$  – функция интенсивности отказов;

$f(t)$  – плотность распределения случайной величины  $t$ ;

$P(t)$  – функция надежности (вероятность безотказной работы в течение времени  $t$ ).

На рис. 1 представлен характерный вид функции интенсивности отказов от времени. Очевидно, что вейбулловское распределение достаточно универсально, чтобы описывать интенсивность отказов отдельно на любом из характерных периодов. В начальный период I («детские болезни») функция надежности изделия описывается законом Вейбулла с параметром  $s < 1$ , что соответствует падению интенсивности отказов. В период II (нормальная эксплуатация)  $s = 1$  получается экспоненциальное распределение, при котором интенсивность отказов постоянна. В период III (старения) функция надежности описывается законом Вейбулла ( $s > 1$ ), что соответствует возрастанию интенсивности отказов.

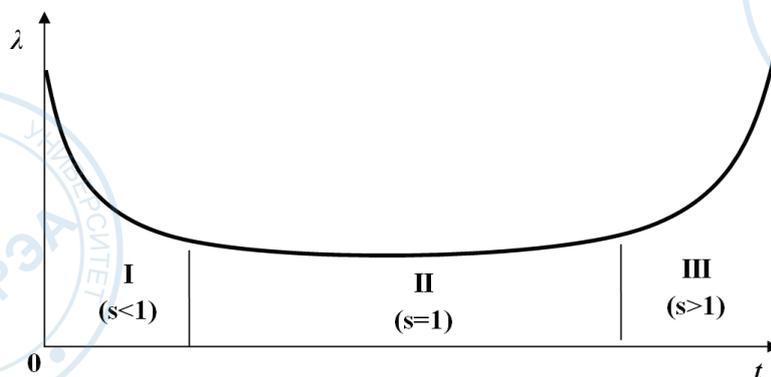


Рис. 1. Характерный вид функции интенсивности отказов от времени.

Это приводит к мысли о возможности связать значение параметра формы, оцененное по статистическим данным, с видом отказа: при  $s < 1$  отказ характеризует период приработки, при  $s = 1$  – нормальную эксплуатацию, а при  $s > 1$  – износ, – иными словами, проводить статистико-физический анализ надежности [3, 4].

Цель данной работы – показать возможность статистико-физического анализа на основе различения гипотез о параметре формы распределения Вейбулла.

Плотность распределения Вейбулла определяется формулой:

$$f_{s,T}(t) = \frac{s \cdot t^{s-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^s}}{T^s} \quad (3)$$

Многие технические задачи (выборочный контроль качества, статистическое регулирование технологических процессов, обнаружение сигнала на фоне помехи, распознавание образов и др.) сводятся к решению математической проблемы о различении двух простых гипотез.

Американским статистиком А. Вальдом предложен последовательный критерий отношения вероятностей – правило различения двух простых гипотез и доказана его оптимальность в этом случае [5]. В работе [6] рассматривается задача применения критерия Вальда для проверки гипотез о параметре формы распределения Вейбулла. Однако критерий Вальда теряет свои оптимальные свойства в случае, когда фактическое значение контролируемого параметра находится в промежутке между заданными значениями, соответствующими проверяемым гипотезам. Устранению указанного недостатка, разработке оптимальных последовательных критериев на основе модификации процедуры Вальда посвящен ряд работ, в которых предложены оптимальный обобщенный последовательный критерий [7], двойной последовательный критерий отношения вероятностей [8], последовательный критерий с параболическими границами [9]. Сравнение эффективности указанных критериев при контроле качества продукции выполнено в [10].

В настоящей работе нами получены аналитические выражения для применения последовательных критериев, описанных в [7–9], для решения задачи о значении параметра формы распределения Вейбулла, и методом статистического моделирования исследована их эффективность<sup>1</sup>.

### Постановка задачи

Выдвигаются две гипотезы о величине параметра формы распределения Вейбулла  $H_0 : f_{s_0}(t)$  и  $H_1 : f_{s_1}(t)$ . При этом в качестве основной (нулевой) гипотезы будем принимать  $s_0 = 1$ , что соответствует экспоненциальному закону. Эффективность критериев рассчитывается, исходя из среднего количества наблюдений, необходимого для принятия решения.

Рассматриваемые критерии основаны на расчете логарифма отношения правдоподобия  $\ln(Z)$ :

$$\ln(Z) = \ln\left(\frac{f_{s_1}(t)}{f_{s_0}(t)}\right), \quad (4)$$

который определяется после каждого испытания:

$$\ln(Z) = \ln\left(\frac{s_1}{s_0}\right) - (s_1 - s_0) \cdot \ln\left(\frac{T}{t}\right) + \left(\frac{1}{T}\right)^{s_0} \cdot t^{s_0} - \left(\frac{1}{T}\right)^{s_1} \cdot t^{s_1}. \quad (5)$$

После проведения  $n$  испытаний получим:

$$\sum_{i=1}^n \ln(Z_i) = n \cdot \ln\left(\frac{s_1}{s_0}\right) - (s_1 - s_0) \cdot \ln\left(\frac{T^n}{\prod_{i=1}^n t_i}\right) + \left(\frac{1}{T}\right)^{s_0} \cdot \sum_{i=1}^n t_i^{s_0} - \left(\frac{1}{T}\right)^{s_1} \cdot \sum_{i=1}^n t_i^{s_1}. \quad (6)$$

Принятие решения в критерии Вальда осуществляется следующим образом: если в результате  $n$ -го наблюдения оказалось, что:

$$\ln(A_0) \leq \sum_{i=1}^n \ln(Z_i) \leq \ln(A_1), \quad (7)$$

где  $A_0 = \frac{\beta}{1-\alpha}$ ,  $A_1 = \frac{1-\beta}{\alpha}$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  – заданные вероятности ошибок первого и второго рода,

то проводится следующее  $(n+1)$  наблюдение;

<sup>1</sup>Для краткости критерии будем называть по имени авторов, впервые их описавших: критерий Вальда, Айвазяна, Лордена, Гродзенского.

если  $\sum_{i=1}^n \ln(Z_i) < \ln(A_0)$ , то принимается гипотеза  $H_0$ ,

если  $\sum_{i=1}^n \ln(Z_i) > \ln(A_1)$ , то принимается гипотеза  $H_1$ .

Принятие решения в критерии Айвазяна осуществляется следующим образом: если в результате  $n$ -го наблюдения оказалось, что:

$$-C_0 \left(1 - \frac{n}{D}\right) \leq \sum_{i=1}^n \ln(Z_i) \leq C_1 \left(1 - \frac{n}{D}\right), \quad (8)$$

где  $C_0$  и  $C_1$  – критические константы, определяемые заданными значениями ошибок первого и второго рода. (Точные, но весьма громоздкие формулы приводятся в работе [7], но можно воспользоваться приближенными соотношениями  $C_0 \approx 2 \ln\left(\frac{1}{\beta}\right)$ ,  $C_1 \approx 2 \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ ;

$$D = \frac{8 \ln\left(\frac{1}{\min(\alpha, \beta)}\right)}{\rho(H_0, H_1)}, \quad (9)$$

$\rho(H_0, H_1) = \int_t [f_{s_1}(t) - f_{s_0}(t)] \ln\left[\frac{f_{s_1}(t)}{f_{s_0}(t)}\right] dt$  – расстояние между гипотезами,

в данном случае:  $\rho(H_0, H_1) = \left(\frac{s_0}{s_1} - \frac{s_1}{s_0} - 2\right) \cdot \gamma + \Gamma\left(\frac{s_0}{s_1} + 1\right) + \Gamma\left(\frac{s_1}{s_0} + 1\right) - 2$ ,

$\Gamma(*)$  – гамма-функция,  $\gamma$  – постоянная Эйлера ( $\gamma \approx 0.577$ )), то проводится следующее  $(n+1)$  наблюдение;

если  $\sum_{i=1}^n \ln(Z_i) < -C_0 \left(1 - \frac{n}{D}\right)$ , то принимается гипотеза  $H_0$ ,

если  $\sum_{i=1}^n \ln(Z_i) > C_1 \left(1 - \frac{n}{D}\right)$ , то принимается гипотеза  $H_1$ .

Значения величины  $\rho(H_0, H_1)$  при  $s_0 = 1$  приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения расстояния между гипотезами при  $s_0 = 1$

$s_1$	0.5	0.7	0.9	1	1.1	1.3	1.5	2	3
$\rho(H_0, H_1)$	1.175	0.249	0.02	0	0.017	0.13	0.328	1.175	5.663

Принятие решения в критерии Лордена осуществляется следующим образом: если в результате  $n$ -го наблюдения оказалось, что:

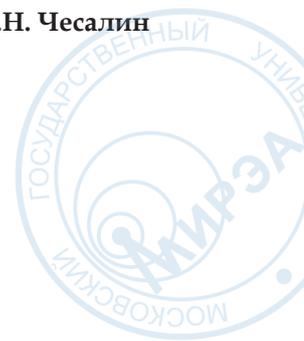
$$\sum_{i=1}^n \ln\left[\frac{f_{s'_i}(t)}{f_{s_{0i}}(t)}\right] \leq \ln(A_1)$$

$$\sum_{i=1}^n \ln\left[\frac{f_{s_{1i}}(t)}{f_{s'_i}(t)}\right] \geq \ln(A_0),$$

где параметр  $s'$  определяется из следующего выражения:  $I(H'; H_0) = I(H', H_1)$ ,

$I(H'; H_0)$  – среднее значение информации о различии между гипотезами  $H'$  и  $H_0$  относительно

$s'$ , определяемое по формуле:  $I(H'; H_0) = \int_t f_{s'}(t) \cdot \ln\left[\frac{f_{s'}(t)}{f_{s_0}(t)}\right] dt$ ,



в данном случае:  $I(H'; H_0) = \ln\left(\frac{s'}{s_0}\right) + \left(\frac{s_0}{s'} - 1\right) \cdot \gamma + \Gamma\left(\frac{s_0}{s_1} + 1\right) - 1$ ,

то проводится следующее  $(n+1)$  наблюдение;

если  $\sum_{i=1}^n \ln \left[ \frac{f_{s_i'}(t)}{f_{s_{0i}}(t)} \right] > \ln(A_1)$ , то принимается гипотеза  $H_1$ ,

если  $\sum_{i=1}^n \ln \left[ \frac{f_{s_i'}(t)}{f_{s_i'}(t)} \right] < \ln(A_0)$ , то принимается гипотеза  $H_0$ .

Значения параметра  $s'$  при  $s_0 = 1$  приведены в табл. 2.

Принятие решения в критерии с параболическими границами осуществляется следующим образом: если в результате  $n$ -го наблюдения оказалось, что:

$$\ln(A_0) + n^2 \cdot b \leq \sum_{i=1}^n \ln(Z_i) \leq \ln(A_1) - n^2 \cdot c, \tag{10}$$

где  $b$  и  $c$  – поправочные коэффициенты, при которых фактические вероятности ошибок первого и второго рода будут равны заданным с заданной точностью и определяющиеся с помощью статистического моделирования,

то проводится следующее  $(n+1)$  наблюдение;

если  $\sum_{i=1}^n \ln(Z_i) < \ln(A_0) + n^2 \cdot b$  то принимается гипотеза  $H_0$ ,

если  $\sum_{i=1}^n \ln(Z_i) > \ln(A_1) - n^2 \cdot c$ , то принимается гипотеза  $H_1$ .

Таблица 2. Значения промежуточного параметра  $s'$  при  $s_0 = 1$

$s_1$	0.5	0.7	0.9	1	1.1	1.3	1.5	2	3
$s'$	0.7379	0.8462	0.9491	1	1.0502	1.1475	1.2431	1.477	5.663

**Статистическое моделирование.** Метод статистического моделирования реализуется следующим образом: с помощью генератора случайных чисел моделируется последовательность случайных чисел, подчиняющихся распределению Вейбулла с заданным параметром масштаба  $T$  и параметром формы  $s = s_0$  (или  $s = s_1$ , или  $s = (s_0 + s_1)/2$ ), и моделируется процедура проверки до тех пор, пока не будет принята одна из гипотез. В случае фактического значения параметра  $s = (s_0 + s_1)/2$  количество необходимых наблюдений, как правило, максимально, вследствие этого данный случай важен для определения эффективности критерия.

Моделирование проводится заданное количество раз, после этого рассчитывается среднее количество необходимых наблюдений и по отношению количества случаев принятия ошибочного решения к общему количеству реализаций вычисляются фактические вероятности ошибок  $\alpha^*$  и  $\beta^*$ . Число реализаций моделирования должно быть достаточным, чтобы вероятность принятия гипотезы  $H_0$  и  $H_1$ , рассчитанная по результатам моделирования, отличалась от истинной не более, чем на величину  $\xi$  при доверительной вероятности  $\gamma$ . Иными словами, необходимо выполнение условия:  $P(|p - p^*| \leq \varepsilon) = \alpha$ , где  $p$  и  $p^*$  – истинная вероятность принятия одной из альтернативных гипотез и ее оценка. Приведенные ниже результаты получены при количестве реализаций  $10^5$ , что обеспечивает с вероятностью 0.99 отличие полученной оценки  $p^*$  от истинного значения  $p$  не более, чем на  $\varepsilon = 0.005$ . Определение величин фактических вероятностей ошибок позволяет оценить точность критерия и статистическим моделированием проводить уточнение критериев, полученных аналитически.

Моделирование проводилось при следующих исходных данных: при  $s_0 = 1$  и различных значениях параметра  $s_1 = \{0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3, 1.5, 2.0\}$ , характеризующего различные периоды эксплуатации, и величинах вероятностей ошибок первого и второго рода:  $\alpha = \beta = \{0.01, 0.1, 0.3\}$ . Результаты моделирования при заданных параметрах  $s_0 = 1$ ,  $T = 100$ ,  $\alpha = \beta = 0.1$  показаны в табл. 3.

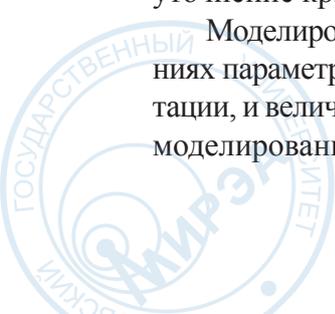


Таблица 3. Результаты моделирования последовательных критериев при  $s_0 = 1, T = 100, \alpha = \beta = 0.1$

Критерий	Параметр $s_1$	Средняя продолжительность испытаний, $t$		
		$s=s_0$	$s=(s_1+s_0)/2$	$s=s_1$
Вальда	2	550	831	461
Айвазяна	2	520	663	635
Лордена	2	639	893	876
Гродзенского	2	437	571	608
Вальда	1.5	1430	2071	1147
Айвазяна	1.5	1443	2063	1794
Лордена	1.5	1707	2424	2274
Гродзенского	1.5	1141	1582	1623
Вальда	1.3	2946	4503	2486
Айвазяна	1.3	3477	4734	4697
Лордена	1.3	4104	5608	5799
Гродзенского	1.3	2677	3756	3657
Вальда	1.1	22553	28459	19634
Айвазяна	1.1	25714	35747	30888
Лордена	1.1	31968	42171	45356
Гродзенского	1.1	20119	27714	23842
Вальда	0.9	20558	29311	22015
Айвазяна	0.9	23229	29681	29479
Лордена	0.9	29392	38476	39207
Гродзенского	0.9	19120	25265	19325
Вальда	0.7	2262	3326	2190
Айвазяна	0.7	2350	3124	2851
Лордена	0.7	3087	4016	4055
Гродзенского	0.7	1985	2365	2021
Вальда	0.5	766	1162	833
Айвазяна	0.5	703	855	848
Лордена	0.5	1027	1291	1242
Гродзенского	0.5	652	748	689

Зависимость средней продолжительности испытаний при  $s_0 = 1, T = 100, \alpha = \beta = 0.1$  от значения  $s_1$  при использовании рассматриваемых критериев показана на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что наиболее эффективным является критерий с параболическими границами (критерий Гродзенского). Это обусловлено тем, что критерий с параболическими границами получен уточнением критерия Вальда путем замены прямолинейных границ параболическими, подбираемыми методом статистического моделирования.

Эффективность критериев относительно критерия Гродзенского (относительная эффективность), рассчитываемая как отношение среднего числа наблюдений при использовании рассматриваемого критерия и критерия с параболическими границами, при различных исход-

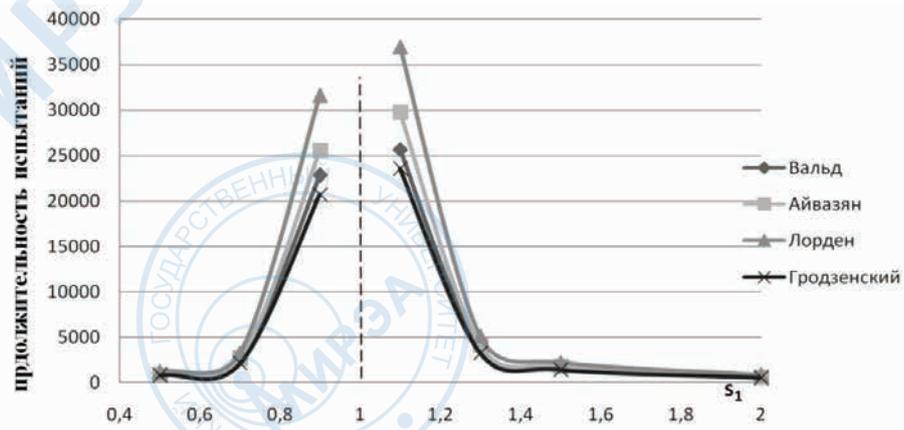


Рис. 2. Зависимость средней продолжительности испытаний при  $s_0 = 1$ ,  $T = 100$ ,  $\alpha = \beta = 0.1$  от значения  $s_1$  при различных критериях.

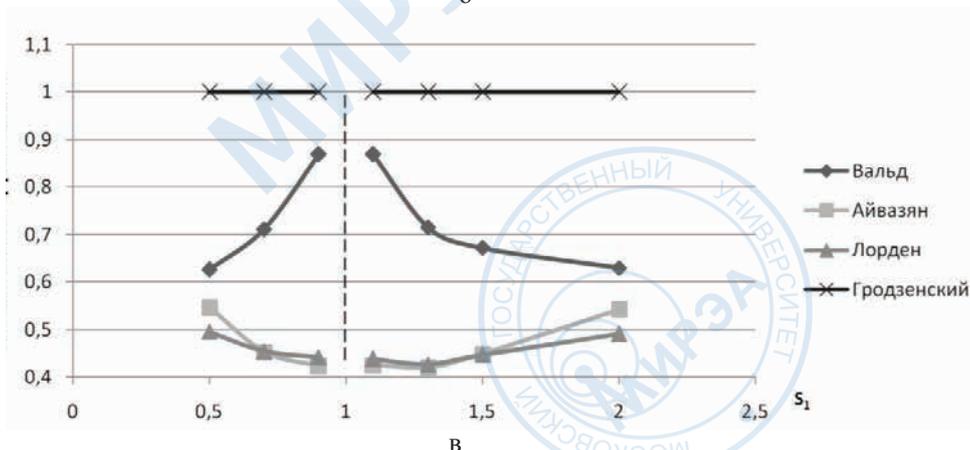
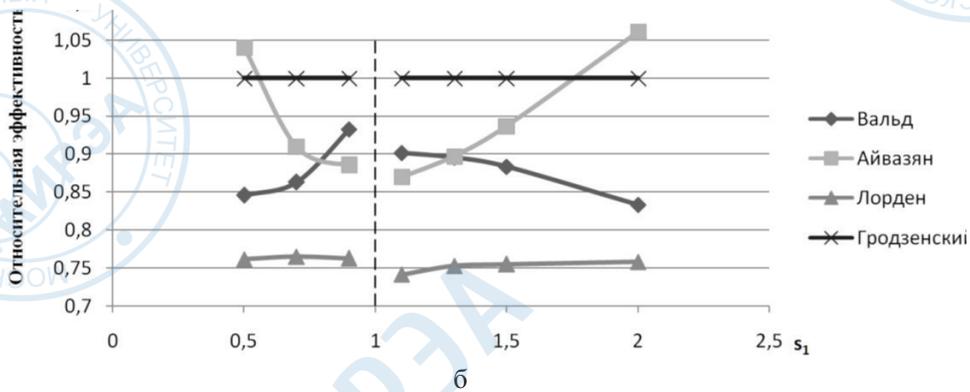
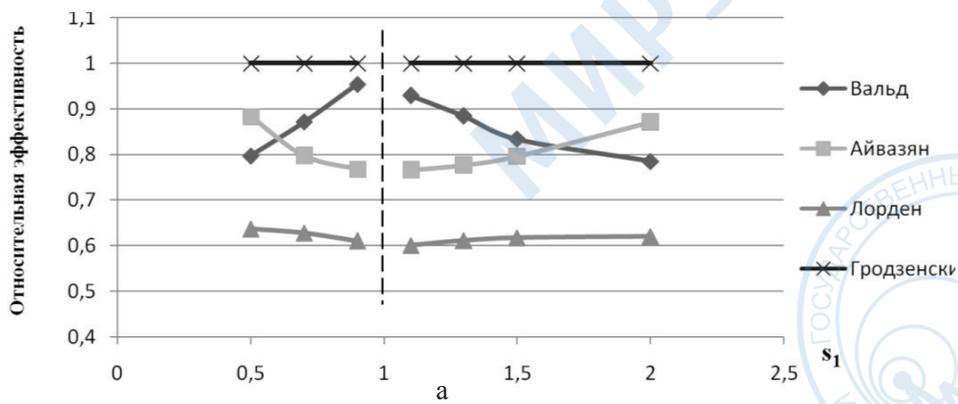


Рис. 3. Эффективность критериев относительно критерия Гродзенского (относительная эффективность): а) при  $\alpha = \beta = 0.1$ ; б) при  $\alpha = \beta = 0.01$ ; в) при  $\alpha = \beta = 0.3$ .

ных данных показана на рис. 3 (а, б, в), эффективность критерия с параболическими границами при этом принята за 1.

Проведенное исследование позволило сделать следующие выводы:

- наиболее эффективным, как правило, является критерий с параболическими границами, полученными с помощью математического моделирования таким образом, чтобы фактические вероятности ошибок первого и второго рода соответствовали заданным;

- критерий Вальда является эффективным при высоких заданных вероятностях ошибок первого и второго рода и при сближении контролируемых параметров  $s_0$  и  $s_1$ ;

- критерий Айвазяна, в свою очередь, является наиболее эффективным, когда фактическое значение проверяемого параметра принимает промежуточное значение, а также при малых величинах ошибок первого и второго рода;

- критерий Лордена наименее эффективен, причем в случае его использования фактические вероятности ошибок первого и второго рода минимальны, следовательно, эффективность данного критерия может быть значительно увеличена с помощью метода статистического моделирования сужением контрольных границ до соответствия фактических ошибок заданным.

Полученные результаты могут быть использованы при проведении статистико-физического анализа надежности изделий и в других прикладных задачах.

### Литература:

1. Weibull W. A statistical theory of the strength of materials // Ingeniers Vetenskaps Akademien Handl. 1939. № 51. P. 1–45.

2. Weibull W. A statistical distribution function of wide applicability // J. Appl. Mechanics. 1951. V. 18. P. 293–297.

3. Гродзенский С.Я. Статистико-физический метод исследования надежности электронных приборов по данным эксплуатации // Измерительная техника. 2003. № 6. С. 59–60.

Grodzenskii S.Ya. A Statistical Physics Method of Electronic Device Reliability Testing from Working Data Pages // Measurement Techniques. 2003. V. 46. № 6. P. 616–618.

4. Гродзенский С.Я. Модели надежности на основе модифицированных распределений Вейбулла // Измерительная техника. 2013. № 7. С. 27–31.

5. Вальд А. Последовательный анализ. М.: Физматгиз, 1960. 325 с.

6. Chandramouli R., Vijaykrishnan N., Ranganathan N. SPRT for Weibull Distributed Integrated Circuit Failures // Proc. SPIE Symposium on Microelectronic Manufacturing Yield, Reliability, and Failure Analysis IV. California, USA, Sept. 1998. P. 147–158.

7. Айвазян С.А. Различение близких гипотез о виде плотности распределения в схеме обобщенного последовательного критерия // Теория вероятностей и ее применения. 1965. Т. 10. № 4. С. 713–726.

8. Lorden G. 2-SPRT's and the modified Kiefer-Weiss problem of minimizing an expected sample size // The Annals of Statistics. 1976. V. 4. № 2. P. 281–292.

9. Гродзенский С.Я. Рациональные планы испытаний промышленных изделий на надежность. М.: Знание, 1981. С. 3–57.

10. Chesalin A.N., Grodzensky S.Ya., Grodzensky Ya.S. Application of sequential criteria in quality control of highly reliable products // SOP Transaction on Statistics and Analysis. 2014. V. 1. № 2. P. 123–130.

ОБ ОЦЕНКЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ К СБОЯМ  
ТЕСТОВ ПРОГРАММ

Б.М. Басок<sup>1,\*</sup>, к.т.н., доцент

В.Н. Захаров<sup>2</sup>, д.т.н., ученый секретарь

С.Л. Френкель<sup>2</sup>, к.т.н., старший научный сотрудник

<sup>1</sup>Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, 119454 Россия

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" РАН,  
Москва, 119333 Россия

Автор для переписки, e-mail: basok@mirea.ru

В статье предлагается метод оценки восприимчивости тестов программ к сбоям в окружающей их среде. Данный метод основан на статистической проверке влияния на программу ее тестов после кратковременной трансформации содержащихся в них данных. Рассматриваются некоторые примеры, а также возможности сокращения времени при реализации предлагаемого метода.

**Ключевые слова:** чувствительность теста, случайные сбои, классы эквивалентности отказов, статистический подход.

ABOUT ESTIMATION OF SOFTWARE TESTS SENSITIVITY TO  
TRANSIENT FAULTS

B.M. Basok<sup>1,\*</sup>,

V. N. Zakharov<sup>2</sup>,

S.L. Frenkel<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Moscow Technological University (MIREA), Moscow, 119454 Russia

<sup>2</sup>Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences,  
Moscow, 119333 Russia

\*Corresponding author e-mail: basok@mirea.ru

The article suggests a method for estimation of the sensitivity of software tests to transient faults of a computer system. The method is based on statistical analysis of a program work results after performing a functional test with a submitted short term (transient) defect. This method allows to identify tests helping to localize errors both in a program body and in its environment. It also enables to estimate the level of a program fault tolerance. In order to analyze quantitatively the sensitivity, we suggest a notion of test sensitivity rate regarding the transient faults. Examples of estimation of the sensitivity of software tests are given as well as methods of time cost reducing for the test sensitivity rate estimation.

**Keywords:** sensitivity of a test, random failures, equivalence classes of failures, statistical approach.

Введение

Организация тестирования различных объектов контроля, как правило, состоит из трех важнейших составляющих:

- синтез и анализ тестов;

- реализация тестовых процедур;
- разработка принципов проектирования тестопригодных объектов.

Обычно при решении этих задач считают, что возможные дефекты располагаются исключительно в самом контролируемом объекте, а среда, в которой он функционирует, находится в исправном состоянии. Однако в последнее время в связи с уменьшением проектных норм обостряется проблема случайных сбоев в современных интегральных схемах, вследствие воздействия на них одиночных частиц: протонов, нейтронов, тяжелых заряженных частиц [1, 2], а также отказов, связанных с взаимовлиянием отдельных элементов СБИС при работе на высоких частотах. В работах [1, 2] рассмотрено влияние сбоев на работу вычислительных устройств и их устранение с помощью статистического подхода [3]. При этом очевидно, что одиночные сбои влияют также на результаты выполнения программ, использующих вычислительные устройства и связанное с ними программное обеспечение. Сбои могут возникать как внутри памяти программы, так и вне её. Они могут исказить данные на внешних входах программы и содержимое программы (значения переменных, констант, кодов операций и т.д.). Кроме того, зачастую программы обнаруживают периодически возникающие нестабильные ошибки, а пользователь по результатам выполнения этих программ не может определить место возникновения данных ошибок.

Представляется целесообразным обнаружение сбоев путем создания тестов программ, разработанных для проверки их функционирования. Кроме того, причиной возникновения ошибок при выполнении программ с использованием произвольных данных могут быть самые различные отказы, в том числе, не обнаруженные при тестировании. Обнаружение ошибок в программах часто требует значительных затрат времени.

Таким образом, задача оценки чувствительности тестов программ к предполагаемым случайным сбоям оборудования является актуальной.

В настоящее время одним из распространенных методов оценки чувствительности программ к сбоям является метод внесения неисправностей (так называемый метод *Fault injection*, FI). Он предполагает искусственное внесение разного рода неисправностей для тестирования отказоустойчивости и, в частности, обработки исключений [4–7]. Однако это весьма дорогостоящая процедура, так как требует дополнительного привлечения значительного объема программных и аппаратных ресурсов [8], не используемых для решения других задач разработки программ, в частности, разработки функциональных тестов.

Цель настоящей работы – предложить и проанализировать оригинальный подход к оценке устойчивости тестов к сбоям в процессе разработки функциональных тестов без использования метода FI.

### Современные методы оценки устойчивости программ к сбоям

Как уже упоминалось, одной из основных техник оценки чувствительности вычислительных систем к сбоям является техника *Fault injection* (FI), используемая для оценки надежности тестирования влияния аппаратных или системных сбоев на работу прикладных программ [4–7]. Обычно в технике FI для прикладных программ применяют технологии *instruction-by-instruction*, в которых операнды-источники случайным образом модифицируются до выполнения инструкции, а результат выполнения инструкции также случайным образом искажается, имитируя тем самым действие ошибки. При этом программный счетчик случайно модифицируется в случае, если это инструкция условного перехода (*branch Instruction*). Результирующая последовательность таких модификаций инструкций и счетчика прослеживается для определения уровня защищенности данной программы к указанным сбоям (*soft error rate, SER*).

Анализ возможных сбоев на уровне программного кода (*SW testing and fault inj*) на уровне языков высокого уровня описан в [9]. В ней рассматривали концепцию «*Comfort zone*», т.е. множество входных переменных, в пределах которой тестирование показало правильное функционирование.

Поскольку выше описанные методы требуют наличия у разработчиков достаточно дорогостоящего программного обеспечения, ниже мы рассматриваем подход, не требующий применения указанной техники.

### Метод оценки чувствительности

Для оценки восприимчивости теста к кратковременным сбоям введем понятие чувствительности теста (в дальнейшем *чувствительность*). Под *чувствительностью* теста программы S будем понимать способность теста реагировать на случайные сбои в аппаратуре или в программном окружении. Примем, что программа к моменту определения чувствительности отлажена, оттестирована и все найденные в программе дефекты исправлены.

Если тест обладает низкой чувствительностью к сбоям, то следует проанализировать его влияние на выполнение программы.

Возможны два варианта: либо тест обладает низкой полнотой относительно отказов данного типа, либо программа хорошо защищена от подобных отказов. В первом случае в зависимости от результатов можно скорректировать тест, тем самым повысив его полноту; во втором – подтверждается отказоустойчивость контролируемого объекта.

Если тест чувствителен к сбоям, то, с одной стороны, его можно использовать для проверки реакции программы на некорректные данные, например, на входные данные, значения которых выходят за пределы допустимых. Кроме того, тест с высокой чувствительностью к сбоям можно использовать для выявления мест возникновения кратковременных отказов путем многократного его выполнения (зацикливания).

Понятно, что количество вероятных сбоев, воздействующих на реальную программу, может быть очень большим. Поэтому стоит ограничиться анализом влияния конечной статистической выборки [3] вносимых в программу кратковременных сбоев. Аппаратный сбой в окружении программы может породить кратный отказ в программе, однако при рассмотрении чувствительности теста ограничимся одиночными сбоями. Такое ограничение не снижает качества оценки чувствительности, поскольку опирается на известную гипотезу о редкой компенсации кратных отказов [10]. Из гипотезы следует, что тест, обнаруживающий одиночные отказы, обнаружит и любое их сочетание. В существующей практике анализа устойчивости к сбоям методом FI задают случайное изменение (одновременное внесение ошибки) операнда-источника, операнда-результата и программного счетчика, т.е. с точки зрения этой терминологии рассматривают именно кратную неисправность.

В зависимости от влияния на программу будем различать два вида сбоя аппаратных средств: в памяти программы и вне ее. Для сбоев первого типа задача определения чувствительности похожа на задачу определения полноты теста методом последовательного внесения дефектов в программу. Тогда отказ вносится в программу не перед выполнением теста, а в процессе его реализации, в случайный момент времени – для упрощения процедур внесения отказов лучше перед началом произвольно выбранного очередного набора теста. При этом возможно восстановление искаженных данных (например, при записи новых неискаженных данных в переменные). Для ускорения этого процесса целесообразно использовать метод моделирования кратных отказов, описанный в [11,12].

Рассмотрим влияние внешних по отношению к программе сбоев. Поскольку сбои данного типа могут привести к искажению входных данных программы (тестовых, в том числе), то, следовательно, они могут исказить данные теста, поступающие на входы программы при его выполнении. Будем последовательно вносить одиночные дефекты в тест в случайные моменты времени. Если при выполнении теста с внесенным в него дефектом ошибка будет обнаружена, то чувствительность теста повышается.

В качестве вносимых в тест отказов можно ввести так называемые «мягкие» отказы, которые действуют в течение небольшого промежутка времени, например, в течение времени между двумя последовательными наборами теста.

Точки модификации данных в тесте могут быть самые разные: текстовая строка, введенная через графический интерфейс, бинарные данные из файла или, например, значение поля в каком-нибудь сетевом запросе. Могут быть смоделированы также сбои через изменение управляющих элементов интерфейса пользователя, например, как кратковременную в течение одного тестового набора «инверсию» отдельного элемента управления. Если тесты автоматизированы, то ошибка вносится в соответствующий скрипт. Если тест является ручным, то в данном случае имитируется ошибка тестировщика.

Количественно *чувствительность* можно представить как выраженное в процентах отношение количества случайных сбоев, обнаруженных при выполнении теста  $n$ , к общему количеству возможных сбоев  $N$ :

$$S = \frac{n}{N} \cdot 100\%$$

Проиллюстрируем оценку чувствительности тестов к сбоям входных данных на простых примерах, когда не требуется использовать статистический подход при анализе чувствительности тестов.

#### *Пример 1*

Программа подсчитывает количество вхождений в строку заглавных букв. Программа отлажена и оттестирована. (Код символов ASCII). В качестве ошибок в данных теста будем в этом и последующих примерах рассматривать замену символа на любой другой из возможных символов с кодом ASCII.

Тест: ввел заглавную букву (например, «А») – получил результат: «1».

Всего возможных одиночных дефектов, вызванных сбоем данных,  $N = 255$ , из них выявляемых,  $n = 197$  (все возможные символы, не являющиеся заглавными буквами). Тогда мера чувствительности теста к сбоям  $S_1$  равна 77.3%.

#### *Пример 2*

Теперь тест для программы из Примера 1 состоит из двух символов «Аб». Результат: «1». Всего возможных одиночных дефектов, вызванных сбоем данных,  $N_2 = 510$ . Тест выявит  $n_2 = 256$ . Тогда мера чувствительности теста к сбоям  $S_2$  равна 50%.

#### *Пример 3*

Тест состоит из двух наборов «Аб» и «вг». Результат: «1».

Всего возможных одиночных дефектов, вызванных сбоем данных,  $N_3 = 1020$ . Отказы держатся не более одного набора. Тест выявляет  $n_3 = 256$  (первый набор) + 118 (второй набор) = 374. Тогда мера чувствительности теста к сбоям  $S_3$  равна 36.7%.

Время оценки чувствительности тестов к сбоям можно значительно уменьшить, для чего достаточно разбить дефекты на входах теста на классы эквивалентности.

Группа дефектов на входах теста образуют класс эквивалентности, если результаты выполнения модернизированного теста совпадают внутри класса на всех наборах теста, начиная с номера модернизированного набора. Если результаты воздействия дефектов, образующих один класс, не будут отличаться от результатов выполнения исходного теста, то можно не выполнять программу с модифицированными тестами, содержащими отказы из данного класса. Очевидно, эти дефекты не повышают чувствительность теста.

Если результаты воздействия дефектов, образующих один класс, не будут отличаться от результатов выполнения модифицированного теста с уже проанализированным отказом из данного класса, то можно не выполнять программу с модифицированным тестом. В зависимости от того, повышается чувствительность теста при внесении проанализированного дефекта или нет, отказы из данного класса аналогично влияют на чувствительность данного теста.

Если взять Пример 1, то исходя из условий задачи ясно, что подмножество ошибок, связанных с заменой заглавной буквы на заглавную (русскую или латинскую), образуют класс экви-

валентности, результаты воздействия элементов которого совпадают с результатами исходного теста. То есть они не повышают чувствительности теста к сбоям. Все остальные отказы образуют второй класс эквивалентности и повышают чувствительность теста.

При выполнении теста после модификации его входных данных возможны следующие варианты:

- изменения не обнаружены;
- изменения обнаружены;
- программа закончилась аварийно, например, по тайм-ауту.

Первый вариант говорит о нечувствительности теста к сбоям внешнего окружения при имеющихся входных данных, второй – о чувствительности теста, третий – о низком уровне отказоустойчивости программы [13]. Если имеет место третий вариант, то это говорит, что найдена уязвимость программы, которую необходимо ликвидировать.

Если значительно превалирует второй вариант над первым, то тест весьма чувствителен к сбоям и если после его прогона возникает ошибка, то следует обратить внимание на внешнее окружение объекта тестирования. Если значительно превалирует первый вариант над вторым, то, скорее всего, тест не пригоден для выявления внешних сбоев и уязвимостей программы.

### Заключение

Рассмотрен метод, позволяющий использовать тесты программ не только для выявления ошибок в данных программах, но и для регистрации кратковременных сбоев в их окружении.

Введено понятие чувствительности теста программы к кратковременным сбоям. Предложен критерий оценки чувствительности тестов к кратковременным сбоям. Предложена модель кратковременного сбоя, используемая для оценки влияния сбоев на выполнение программы на заданном тесте. На простых примерах проиллюстрированы процедуры вычисления оценки чувствительности тестов к кратковременным сбоям. Рассмотрен способ сокращения времени оценки чувствительности тестов к сбоям.

### Литература:

1. Осипенко П.Н., Левадский С.А., Антонов А.А. Исследование Архитектурной чувствительности к сбоям с использованием метода статистического внесения сбоев // Программные продукты и системы. 2010. № 4. С. 10–14.
2. Осипенко П.Н. Одиночные сбои – вызов для современных процессоров // Электронные компоненты. 2010. № 1. С. 66–69.
3. Гробман Д.М. Статистический способ определения полноты тестов // Тезисы докладов IV Всесоюзного совещания по технической диагностике. Черкассы. 1979. С. 9–11.
4. Lee C., Potkonjak M., Mangione-Smith W.H. MediaBench: A Tool for Evaluating and Synthesizing Multimedia and Communications Systems // In: Proc. of the 30th annual IEEE/ACM Int'l Symp. on Microarchitecture, Dec. 1997. P. 292–303.
5. Borchert C., Schirmeier, Spinczyk O. Protecting the dynamic dispatch in C++ by dependability aspects // In: 1st GI W'shop on SWBased Methods for Robust Embedded Sys. (SOBRES '12), ser. Lecture Notes in Informatics. German Society of Informatics, Sep. 2012. P. 521–535.
6. Cho H., Mirkhani S., Cher C.-Y., Abraham J.A., Mitra S. Quantitative evaluation of soft error injection techniques for robust system design // In: 50th Design Automation Conf. (DAC '13). IEEE, May 2013. P. 1–10.
7. Wei J., Thomas A., Li G., Pattabiraman K. Quantifying the accuracy of high-level fault injection techniques for hardware faults // In: 44th IEEE/IFIP Int. Conf. on Dep. Sys. & Netw. (DSN '14). IEEE, Jun. 13. 2014. P. 375–382.
8. Hoijin Yoon, Byoungju Choi. Component customization testing technique using fault injection technique and mutation test criteria // Proc. of the 1st Workshop on Mutation Analysis (MUTATION'00) San Jose, California, 6-7 October 2001. P. 71–78.

9. Reynolds J.C., Just J., Clough L., Maglich R. On-Line Intrusion Detection and Attack Prevention Using Diversity, Generate-and-Test, and Generalization // In: Proc. of the 36th Annual Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS), January 2003. P. 1–8.

10. Гробман Д.М. Программный контроль и диагностика неисправностей ЦВМ // Диагностика неисправностей вычислительных машин. М.: Наука, 1965. С. 7–22.

11. Басок Б.М., Гречин А.А. О едином подходе при анализе тестов дискретных устройств и программ // Вопросы радиоэлектроники. Серия ЭВТ. 2010. Вып. 3. С. 140–145.

12. Басок Б.М., Гречин А.А. Об усовершенствовании статистического метода оценки полноты тестов программ и устройств // Инструменты и методы анализа программ. Труды Международной научно-практической конференции, Кострома, 2013. С. 40–45.

13. Фаззинг, фаззить, фаззер: ищем уязвимости в программах, сетевых сервисах, драйверах. Журнал «Хакер». Июль 19, 2010. [Электронный ресурс] URL: <https://hacker.ru/2010/07/19/52726/>

УДК: 681.3

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ВЫБОРКИ В КЭШ-ПАМЯТЬ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ МИКРОПРОЦЕССОРА

**Б.З. Шмейлин, старший научный сотрудник**

*Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН,  
г. Москва, 119333 Россия  
Автор для переписки, e-mail: shmeilin@mail.ru*

В последние годы все большее влияние на производительность микропроцессорных систем оказывает задержка при обращении в память. Применение встроенной в кристалл кэш-памяти существенно снижает эту задержку. Одним из основных методов достижения эффективного использования кэш-памяти является предварительная выборка данных в кэш. Настоящая работа посвящена анализу влияния одного из видов предварительной выборки, а именно Марковской предварительной выборки, на производительность микропроцессорной системы в целом. Результаты анализа позволили выработать рекомендации по выбору значимых параметров марковского предвыборщика для приложений с интенсивными вычислениями и приложений с интенсивным использованием данных в памяти.

**Ключевые слова:** микропроцессор, производительность микропроцессора, кэш-память, предварительная выборка в кэш, Марковский предвыборщик.

## THE IMPACT ANALYSIS OF PREFETCH IN THE CACHE ON THE MICROPROCESSOR PERFORMANCE

**B.Z. Shmeylin**

*Federal Research Center «Computer Science and Control» of Russian Academy of Sciences,  
Moscow, 119333 Russia  
Corresponding author e-mail: shmeilin@mail.ru*

Memory access delay has been a major influence on microprocessor systems performance recently. On-chip cache memory application dramatically reduces this delay. Cache prefetching method is one of the basic ones to give the most effective use of memory cache. In the present study we analyze the effect of one of the types of prefetching, especially, the Markov one, on the whole microprocessor-based system performance. The results obtained make it possible to come up with recommendations for the choice of Markov prefetcher parameters setting for both computationally intensive task and data-rich applications.

**Keywords:** microprocessor, microprocessor performance, cache memory, prefetching in cache, the Markov prefetcher.

### Введение

**Р**ост производительности современных микропроцессорных систем (МС) ограничивается задержками, обусловленными обращениями к памяти. Усилия разработчиков МС нацелены

ны на снижение этого времени. Решение данной проблемы достигается преимущественно повышением эффективности использования встроенной в кристалл кэш-памяти. Эффективность оценивается по относительному числу промахов в кэше (*miss ratio*), вычисляемому как отношение числа промахов к общему числу обращений процессора к памяти. При возникновении промаха, то есть при отсутствии запрашиваемых процессором данных в кэше, запрос передается в кэш второго уровня или в главную память. Это приводит к значительной потере производительности микропроцессорной системы, так как время обращения к памяти при промахе в кэше увеличивается, по крайней мере, на порядок.

Одним из главных методов снижения относительного числа промахов в кэше является предварительная выборка данных в кэш-память, реализуемая специальным устройством предвыборки – предвыборщиком. Предвыборщик на основании анализа адресов обращений к памяти процессора выбирает данные из главной памяти и размещает их в кэше до того момента, когда за ними обратится процессор. Чтобы не препятствовать работе процессора, предварительная выборка выполняется в тактах, свободных от обращений процессора. Предварительная выборка основывается на том или ином способе предсказания промаха в кэше, который может произойти в скором времени. Таким образом, предвыборщик снижает число промахов при обращении процессора в кэш.

Качество предвыборки характеризуется точностью предвыборки и степенью покрытия предвыборки. Точность предвыборки определяется отношением количества предвыбранных данных к действительно используемым из них процессором; степень покрытия – отношением количества правильно предсказанных данных к числу обращений к памяти. Указанные показатели используются для сравнения эффективности различных алгоритмов предвыборки. Повышение значения степени покрытия достигается увеличением числа правильно предсказанных промахов. Оно может быть достигнуто путем увеличения общего числа предсказаний промахов. Однако при этом не исключен рост избыточных предсказаний, то есть предсказаний адресов обращений к кэшу, не используемых процессором, а также вытеснение нужных строк кэша, так называемое «загрязнение» кэша, и снижение точности предвыборки.

Следует отметить также, что повышение показателей качества предвыборки не позволяет определить, в какой степени повышается производительность МС и повышается ли она вообще при использовании предварительной выборки. Хотя степень покрытия и позволяет определить, насколько снижается относительное число промахов в кэш (*miss ratio*), но снижение *miss ratio* может не только не повысить производительность МС, а иногда даже и понизить ее.

Из вышеизложенного становится ясно, что предвыборка должна быть спроектирована так, чтобы в результате ее применения общая производительность системы повышалась, а не деградировала.

Цель настоящей работы – оценка влияния предварительной выборки данных в кэш на производительность МС в целом.

## **1. Предварительная выборка данных в кэш**

Обычно выборка из памяти выполняется по запросу процессора. Если запрашиваемые данные отсутствуют в кэше, то запрос адресуется к внешней памяти, то есть происходит промах в кэш, что ведет к потере производительности микропроцессорной системы. Задача предвыборки устранить такие промахи. Устройство предвыборки, или предвыборщик, анализируя последовательность адресов обращения к памяти, при которых происходят промахи, заранее выбирает по этим адресам данные и передает их в кэш. Чем больше доля правильно предвыбранных данных, тем эффективней работа предвыборщика.

Существует несколько методов предварительной выборки:

- ◆ потоковая, или последовательная, предвыборка (*stream prefetching*), самая простая, когда в качестве кандидата на предвыборку выбирается следующий по адресу блок данных;
- ◆ пошаговая (*stride prefetching*), при которой в результате анализа работы приложения

обнаруживаются циклические обращения к элементам данных с определенным шагом; при пошаговой предвыборке в качестве кандидата на предвыборку выбирается блок данных, отстающий по адресу на определенный шаг.

При работе таких предвыборщиков для исключения предполагаемого промаха заранее, до обращения в кэш процессора, предвыборщиком в кэш помещается строка, адрес которой определен по тому или иному алгоритму.

Указанные методы позволяют повысить эффективность кэша при работе со структурированными приложениями, то есть с приложениями, которые характеризуются циклическим обращением к данным.

В то же время существует большое количество неструктурированных приложений, для которых весьма затруднительно предсказать адрес предполагаемого промаха. Для неструктурированных прикладных программ наиболее перспективен метод предварительной выборки, основанный на Марковской модели промахов в кэш, при котором в качестве источника информации для предсказания следующего промаха используется поток случайных адресов промахов в кэше, аппроксимированный Марковской моделью промахов [1–3].

При разработке марковского предвыборщика предполагается, что в одной и той же среде сохраняется случайная последовательность адресов промахов [1]. То есть, если один раз обнаружено, что после промаха по адресу  $A$  происходит промах по адресу  $B$ , либо по адресу  $C$ , то весьма вероятно, что одна из таких последовательностей сохранится и при повторном запуске приложения. Отсюда следует, чтобы избежать промаха по адресу  $B$  или  $C$ , необходимо после промаха по адресу  $A$  выполнить предварительную выборку по адресам  $B$  и  $C$ . По такому принципу строится Марковский предвыборщик. Далее рассмотрим конфигурацию и работу Марковского предвыборщика.

## 2. Марковский предвыборщик

При возникновении промаха в кэше первого уровня запрос передается в кэш второго уровня, а при промахе в нем – в основную память. Процессор вынужден приостановить свою работу до того момента, когда запрошенные данные могут быть выбраны из кэша. Однако он может выполнять работу по предварительной выборке с помощью программы предвыборки.

Во время работы такой программы формируется таблица адресов промахов в кэше (*Miss Addresses Table* – MAT) [3], запись в которую выполняется при каждом промахе в кэше. В каждой строке MAT содержится одна из последовательностей адресов промахов. Первым элементом строки, называемым индексом, является адрес начала последовательности, затем располагаются последующие адреса последовательности в порядке убывания вероятностей переходов к этим адресам. Вероятность переходов к последующим адресам определяется числом переходов из адреса промаха, являющегося индексом строки MAT, к последующим адресам промахов.

Последовательность случайных адресов промахов при работе приложения можно представить в виде ориентированного графа, пример которого представлен на рис. 1. Вершины графа представляют случайные адреса промахов, а дуги – отражают последовательность промахов. Каждая из дуг графа помечена вероятностью соответствующего перехода.

Пусть у нас получилась следующая последовательность адресов промахов:

$$A, B, C, D, C, F, A, C, F, F, E, A, A, B, C, D, E, A, B, C, D, E, A, B, C, D, C.$$

Предположим, что переход от промаха по адресу  $A$  к промаху по адресу  $B$  произошел 3 раза, к промаху по адресу  $C$  – 2 раза, а промаху по адресу  $A$  – 1 раз. Тогда вероятность перехода от промаха по адресу  $A$  к промаху по адресу  $B$  ( $p_{ab}$ ) равна 0.5, к промаху по адресу  $C$  ( $p_{ac}$ ) – 0.33 и к промаху по адресу  $A$  ( $p_{aa}$ ) – 0.17.

Описанная выше модель промахов отражена в таблице адресов промахов MAT [3].

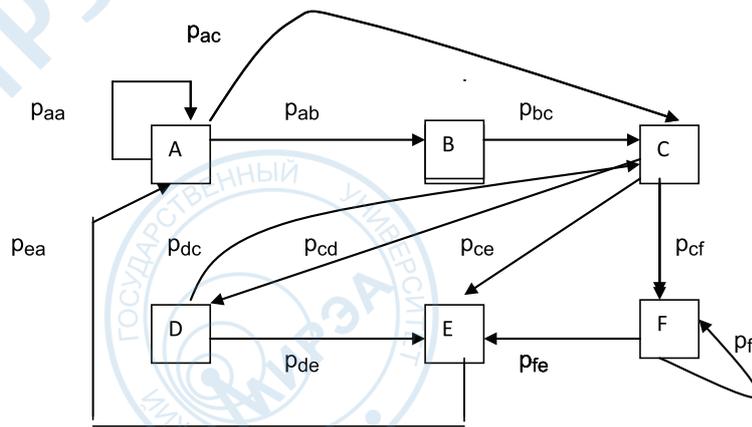


Рис. 1. Граф последовательности промахов.

В табл. 1 показан пример таблицы адресов промахов, соответствующий последовательности промахов, представленной на рис. 1.

Таблица 1. Пример таблицы адресов промахов

Адрес начала последовательности промахов	Последующие адреса промахов
A	B C A
B	C
C	D E F
D	C E
E	A
F	A F

При возникновении промаха в кэше проверяют, имеется ли среди индексов в МАТ возникший адрес промаха. Если такой имеется, то диспетчер помещает в специальный буфер предвыборки (*prefetch buffer – PB*) [3] все имеющиеся в данной строке МАТ адреса вместе с данными по этим адресам в качестве возможных последующих обращений процессора.

*PB* – это полностью ассоциативная память небольшого объема (8, 16 или 32 строки). Каждая строка содержит адреса и данные предвыборки. Замещение строк *PB* выполняется по алгоритму LRU – *least recently used* – наиболее давно используемая строка. Буфер предвыборки является по существу дополнением к кэшу. Возможна реализация Марковского предвыборщика, при которой диспетчер предвыборки размещает информацию непосредственно в кэше. Однако при этом будут вытесняться строки кэша, к которым в скором времени обратится процессор. Такое явление называется «загрязнением» кэша (см. введение). Поэтому, как правило, при реализации Марковского предвыборщика используется буфер предвыборки.

При работе приложения запрос процессора направляется одновременно в кэш и буфер предвыборки. Если в кэше или в буфере предвыборки содержится запрашиваемый адрес, то данные по нему передаются процессору. В противном случае происходит промах, и обращение передается в кэш следующего уровня или в главную память, как и при работе приложения без предвыборщика.

### 3. Влияние параметров Марковского предвыборщика на показатели качества предвыборки

В табл. 2 приведены данные по степени покрытия для разных приложений из набора SPEC2000 при различных размерах МАТ при двух и четырех предсказаниях последующих промахов для каждого размера МАТ. В табл. 3 суммированы данные по точности для разных приложений из набора SPEC2000 при различных размерах МАТ и двух и четырех предсказаниях последующих промахов для каждого размера МАТ [4].

Таблица 2. Значения степени покрытия предвыборки при различных размерах МАТ [4]

Приложения	Размер МАТ									
	1К		2К		4К		8К		16К	
	Число предсказаний последующих промахов									
	2	4	2	4	2	4	2	4	2	4
crafty	0.06	0.06	0.1	0.09	0.1	0.1	0.17	0.15	0.22	0.18
gcc	0.18	0.18	0.19	0.19	0.22	0.22	0.38	0.35	0.52	0.43
vpr	0.01	0.01	0.02	0.02	0.05	0.04	0.12	0.08	0.19	0.16
ampp	0.1	0.1	0.52	0.52	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93
gzip	0.18	0.17	0.19	0.19	0.19	0.19	0.2	0.2	0.23	0.22
mcf	0.18	0.18	0.19	0.19	0.2	0.2	0.21	0.21	0.22	0.22

Таблица 3. Значения точности предвыборки при различных размерах МАТ [4]

Приложения	Размер МАТ									
	1К		2К		4К		8К		16К	
	Число предсказаний последующих промахов									
	2	4	2	4	2	4	2	4	2	4
crafty	0.8	0.8	0.68	0.67	0.57	0.56	0.4	0.36	0.24	0.22
gcc	0.82	0.82	0.8	0.8	0.7	0.68	0.6	0.58	0.47	0.44
vpr	0.83	0.83	0.72	0.72	0.62	0.62	0.38	0.36	0.22	0.17
ampp	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76
gzip	0.92	0.92	0.91	0.91	0.86	0.87	0.63	0.62	0.53	0.52
mcf	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.95	0.6	0.59	0.58	0.58

В табл. 2, 3 отброшены результаты экспериментов, в которых использовали 4 и более предсказаний, так как ранее [1] установлено, что число последующих промахов редко превышает 4 промаха. В обеих таблицах приведены данные для размера буфера предвыборки в 32 строки.

На показатели качества предвыборки влияет также размер буфера предвыборки –  $PB$ . В работе [5] приведены данные по влиянию размера буфера  $PB$  на точность и степень покрытия предвыборки. Эти данные приведены в табл. 4.

По сравнению с ранее выбранным размером буфера в 32 строки при 16-ти строках точность и степень покрытия предвыборки снижается примерно на 10%.

Таблица 4. Влияние размера буфера предвыборки на показатели качества предвыборки [5]

Размер буфера предвыборки $PB$ в строках	Точность	Степень покрытия
8	0.24	0.052
16	0.27	0.057
32	0.31	0.063

Из приведенных здесь данных видно, что для всех приложений значение степени покрытия повышается с увеличением размера МАТ, вероятно, за счет того, что большее число строк МАТ позволяет предсказать больше последующих промахов. Однако при увеличении размера МАТ почти для всех приложений значение точности снижается, так как при увеличении числа предсказаний последующих промахов возрастает вероятность появления избыточных, то есть не используемых процессором, данных предвыборки.

Таким образом, нами установлено, как влияют параметры Марковского предвыборщика на показатели качества предвыборки. Однако неизвестно, как влияют эти показатели качества предвыборки на производительность МС в целом. Чтобы определить это влияние, нам необ-

ходимо знать, какие показатели быстродействия современной иерархической системы памяти оказывают наибольшее влияние на производительность МС, а затем установить зависимость этих показателей быстродействия от показателей качества предвыборки. Быстродействие памяти характеризует задержку при обращении процессора к памяти.

#### 4. Показатели быстродействия памяти

Вопрос выбора показателей быстродействия памяти возникает по той причине, что оптимизация работы отдельного компонента иерархической памяти не обязательно приводит к повышению производительности микропроцессорной системы в целом. Вообще говоря, неизвестно, в какой мере влияет изменение того или иного параметра системы памяти на общую производительность МС.

Причины, по которым изменение параметров системы памяти не может характеризовать производительность системы в целом, следующие:

1. Современные процессоры используют различные методы параллельного выполнения инструкций, чтобы совместить арифметико-логическую операцию с обращением к памяти;
2. Изменение порядка выполнения инструкций с целью совместить выполнение инструкций с обращением к памяти позволяет скрыть потери времени при промахе в кэш;
3. Многопоточное исполнение инструкций позволяет скрыть даже большие потери времени при промахе в кэш второго уровня путем перехода на другой поток;
4. Спекулятивные механизмы позволяют преодолевать зависимости по данным и тем самым не приостанавливать работу конвейера.

Кроме того, современные системы памяти используют большое число технических средств уменьшения задержек при обращении к памяти. К таким средствам относятся неблокирующий (*non-blocking*) кэш, конвейеризованный (*pipelined*) кэш, кэш с несколькими банками (*multibanked cache*) и предвыборка (*prefetching*) данных. Применение указанных средств усложняют зависимость производительности МП в целом от быстродействия памяти. Таким образом, при обращении к памяти, организованном перечисленными выше способами, выполняются одновременно десятки и сотни операций. Расчеты быстродействия памяти, учитывающие только одиночное обращение к памяти или только работу отдельного ее компонента, не соответствуют действительному параллелизму работы системы памяти.

Выделяют несколько показателей быстродействия памяти, а именно – АРС (*Access Per Cycle*) – число обращений к памяти на один такт, НР (*Hit Ratio*) – относительное число попаданий в кэш, НР1К (*Hit Ratio per 1K*) – относительное число попаданий в кэш на 1К инструкций, АМР (*Average Miss Penalty*) – средняя потеря времени от промаха в кэш, АМАТ (*Average Memory Access Time*) – среднее время обращения к памяти [6]. При этом для оценки влияния различных параметров иерархической памяти на общую производительность системы предлагается использовать коэффициенты корреляции между различными показателями быстродействия памяти и показателем производительности МС – числом инструкций на такт (*Instructions Per Cycle* – ИРС). В результате проведенных экспериментов установлено [6], что наибольшее абсолютное значение имеют коэффициенты корреляции между АРС и ИРС, то есть показатель быстродействия памяти АРС наиболее пригоден для оценки влияния быстродействия памяти на общую производительность МС. Естественно, значение этого коэффициента корреляции положительное, то есть при увеличении значения АРС возрастает значение ИРС.

Из других показателей наиболее заметна корреляция между АМАТ и ИРС [6], поскольку, по всей видимости, показатель АМАТ отражает и относительное число промахов в кэш, и потери от таких промахов. Значение коэффициента корреляции отрицательное, то есть при увеличении значения АМАТ значение ИРС уменьшается.

В дальнейшем будем рассматривать только показатели АРС и АМАТ для оценки влияния быстродействия памяти на производительность МС.

В табл. 5 и 6 представлены результаты экспериментов, для которых каждое приложение выполнялось каждый раз с изменением одного из параметров конфигурации иерархической

системы памяти. К таким параметрам относятся размеры кэшей первого и второго уровней, их ассоциативности, различные значения задержек при обращении к главной памяти. В табл. 5 приведены результаты вычислений с низкими абсолютными значениями коэффициента корреляции между APC и IPC и между AMAT и IPC.

**Таблица 5.** Приложения с низкими абсолютными значениями коэффициента корреляции между APC и IPC и между AMAT и IPC

Приложения	Коэффициент корреляции	
	APC	AMAT
<i>Games</i>	0.8	-0,3
<i>gromecs</i>	0.55	-0.36
<i>calculix</i>	0.5	-0.21
<i>h264ref</i>	0.78	-0.48
<i>Tonto</i>	0.76	-0.7
<i>omnetpp</i>	0.76	-0.43
<i>sphinx3</i>	0.28	-0.1

В табл.6 даны результаты вычислений с высокими абсолютными значениями коэффициента корреляции между APC и IPC и между AMAT и IPC.

**Таблица 6.** Приложения с высокими абсолютными значениями коэффициента корреляции между APC и IPC и между AMAT и IPC

Приложения	Коэффициент корреляции	
	APC	AMAT
<i>Bzip</i>	0.96	-0.94
<i>bwawes</i>	0.92	-0.93
<i>Mcf</i>	0.97	-0.97
<i>Milk</i>	0.98	-0.94
<i>zeusmp</i>	0.98	-0.98
<i>leslie3d</i>	0.98	-0.94
<i>Lmb</i>	0.98	-0.98
<i>Astar</i>	0.98	-0.94
<i>castusADM</i>	0.98	-0.92
<i>Dealll</i>	0.76	-0.82
<i>Tonto</i>	0.76	-0.7

Из приведенных в табл. 5, 6 данных видно, что для различных приложений коэффициенты корреляции имеют большой разброс значений: от 0.5 до 0.98 для APC и от 0.1 до 0.98 для AMAT.

Действительно, с точки зрения интенсивности использования памяти существует два типа приложений, а именно приложения с интенсивными вычислениями и приложения с интенсивным использованием данных, хранящихся в памяти. Например, в приложении *calculix* с низким значением коэффициента корреляции между APC и AMAT доля инструкций обращения к памяти составляет 26%, тогда как в приложении *castusADM* с высокими значениями коэффициентов корреляции между APC и AMAT доля инструкций обращения к памяти составляет 58%.

Анализ результатов определения коэффициентов корреляции говорит о том, что на корреляцию между показателями быстродействия памяти и производительностью МС в основном влияет характер приложения.

## 5. Анализ влияния показателей качества предвыборки на быстродействие памяти

В предыдущем разделе нами установлено, что производительность системы в наибольшей степени зависит от двух показателей быстродействия памяти – от количества обращений к памяти на один такт (АРС) и от среднего времени обращения к памяти (АМАТ). Далее предстоит выявить влияние на АРС и АМАТ показателей качества предвыборки: степени покрытия и точности.

Рассчитаем значения АРС и АМАТ для различных размеров таблицы адресов промахов – МАТ. Так как нам известны значения степени покрытия и точности для каждого размера МАТ (табл. 2, 3), можно определить влияние показателей качества на быстродействие памяти и косвенным путем и на производительность МС.

В расчетах воспользуемся следующими данными о времени выборки из кэшей первого и второго уровней (L1, L2) и из главной памяти, приведенными в работе [6]. Время выборки из кэш L1 (*access time* L1 –  $ac_{L_1}$ ) = 2 такта; время выборки из кэш L2 (*access time* L2 –  $ac_{L_2}$ ) = 12 тактов; время выборки из главной памяти (*access time* L1 –  $ac_{mem}$ ) = 200 тактов. Предположим, что при отсутствии предвыборки относительное число попаданий – *hit ratio* – в кэш L1 равно 0.9, а в кэш L2 – 0.95, относительное число промахов – *miss ratio* L1 равно 0.1, *miss ratio* L2 – 0.05.

Вероятность выборки данных из кэш L1 ( $P_{L_1}$ ) равна относительному числу попаданий в кэш L1 (*hit ratio* L1).

Вероятность выборки данных из кэш L2 ( $P_{L_2}$ ) равна относительному числу промахов в кэш L1, умноженному на относительное число попаданий в кэш L2:

$$P_{L_2} = miss\ ratio_{L_1} \times hit\ ratio_{L_2}.$$

Вероятность выборки данных из главной памяти равна относительному числу промахов в кэш L1, умноженному на относительное число промахов в кэш L2:

$$P_{mem} = miss\ ratio_{L_1} \times miss\ ratio_{L_2}.$$

Среднее время обращения к памяти равно времени выборки из кэш L1, умноженному на *hit ratio* L1, плюс время выборки из кэш L2, умноженное на вероятность выборки из кэш L2, плюс время выборки из главной памяти, умноженному на вероятность выборки из главной памяти:

$$AMAT = (hit\ ratio) \times ac_{L_1} + P_{L_2} \times ac_{L_2} + P_{mem} \times ac_{mem}$$

И, наконец, примем, что время обращения к памяти на такт АРС примерно равно единице, деленной на среднее время обращения к памяти – АМАТ:

$$APC \approx 1/AMAT.$$

Результаты расчетов АРС и АМАТ приведены в табл. 7. При расчетах использовали значенные степени покрытия, усредненное по всем приложениям и различному числу предсказаний. Размер буфера предвыборки *PB* равен 32 строкам.

В табл. 8 приведены результаты вычислений АРС и АМАТ для размера буфера предвыборки *PB*, равного 16 строкам. Для сравнения следует отметить, что при отсутствии предвыборки

$$AMAT \approx 4 \text{ тактам, а } APC \approx 0.25 \text{ 1/такт.}$$

Относительное число промахов в табл. 7 и 8 уменьшалось при увеличении размера таблицы адресов промахов – МАТ, так как при этом возрастает степень покрытия.

Данные со значениями АРС и АМАТ в табл. 7 и 8 позволяют выбрать параметры Марковского предвыборщика для приложений с различными значениями коэффициентов корреляции между АРС и ИРС и АМАТ и ИРС. Для приложений с высокими значениями коэффициентов следует использовать размеры таблицы МАТ 8К или 16К строк и размер буфера предвыборки *PB* 32 строки. Для большинства приложений с низкими значениями коэффициентов целесообразно использовать размеры таблицы МАТ 4К или 8К строк и размер буфера предвыборки *PB* 32 или 16 строк.

Таблица 7. Результаты расчетов APC и АМАТ (размер буфера предвыборки 32 строки)

	Размер МАТ в строках				
	1К	2К	4К	8К	16К
Среднее значение степени покрытия	0.091	0.2	0.28	0.32	0.38
$miss\ ratio_{pref}$	0.09	0.088	0.079	0.076	0.068
Вероятность выборки данных из кэш L2 ( $P_{L2}$ )	0.095	0.084	0.075	0.072	0.065
Вероятность выборки данных из главной памяти ( $P_{mem}$ )	0,0045	0.0044	0.0039	0.0038	0.0034
АМАТ (тактов)	3.86	3.71	3.62	3.49	3.33
APC (1/такт)	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3

Таблица 8. Результаты расчетов APC и АМАТ (размер буфера предвыборки 16 строк)

	Размер МАТ в строках				
	1К	2К	4К	8К	16К
Среднее значение степени покрытия	0.082	0.18	0.25	0.29	0.34
$miss\ ratio_{pref}$	0.098	0.097	0.087	0.084	0.075
Вероятность выборки данных из кэш L2 ( $P_{L2}$ )	0.0857	0.086	0.0867	0.087	0.088
Вероятность выборки данных из главной памяти ( $P_{mem}$ )	0.0049	0.0048	0.0043	0.0042	0.0037
АМАТ (тактов)	3.9	3.75	3.71	3.52	3.41
APC (1/такт)	0.25	0.26	0.27	0.28	0.29

### Выводы

Рассмотрено применение предвыборки данных в кэш, как эффективного средства ускорения обращения к памяти. Подробно писан предвыборщик, построенный на основе Марковской модели промахов. Он предназначен для предсказания промахов при работе приложений с неструктурированными данными, обращение к которым происходит по случайным адресам.

Прослежено влияние размеров таблицы адресов промахов и буфера предвыборки на показатели качества предвыборки. Показано, что на данном этапе невозможно оценить, как влияют эти показатели качества на производительность МС, то есть насколько возрастает производительность МС и возрастает ли она вообще при их повышении. Установлено, что наибольшее влияние на производительность МС оказывают два показателя: число обращений к памяти на один такт – APC и среднее время потерь от промаха в кэш – АМАТ.

На основании вычисления влияния параметров Марковского предвыборщика и показателей качества предвыборки на APC и АМАТ выработаны рекомендации по выбору значений параметров марковского предвыборщика для приложений с интенсивными вычислениями и приложений с интенсивным использованием данных в памяти.

### Литература:

1. Joseph D., Grunwald D. Prefetching Using Markov Predictors // IEEE Transactions on Computers. 1999. Vol. 48. № 2. P. 121–133.
2. Попкова Е.Я., Шмейлин Б.З. Повышение производительности микропроцессорных систем путем эффективного использования кэш // Системы и средства информатики. 2006. Вып. 16. С. 87–98.
3. Pathak P., Sarwar M., Sohoni S. Markov Prediction Scheme for Cache Prefetching // Proceeding of 2<sup>nd</sup> Annual Conference on Theoretical and Applied Computer Science. November 5, 2010. Stillwater, OK: ECE Department Oklahoma State University, 2010. P. 14–19.
4. Bandyopadhyay R., Liu M, Pena N. Tradeoff between coverage of a Markov prefetcher and memory bandwidth usage // Elec525, 2005, Spring.
5. Wu J., Luo G., Fulmer M. // Trace Driven Prefetching, ECE 252, 2009.
6. Wang D, Sun X.-H. APC: A Novel Memory Metric and Measurement Methodology for Modern Memory Systems // IEEE Transactions on Computers. 2014. Vol. 63. № 7. P. 1626–1639.

УДК: 621.396.96

СВЕРХБЫСТРОЕ СКАНИРОВАНИЕ ЛУЧА  
И СИНТЕЗ КОРОТКОГО СИГНАЛА  
В ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЕРЕДАЮЩЕЙ РЕШЁТКИ МИМО РЛС

**Б.М. Вовшин**, д.т.н., профессор,  
**К.В. Куликов**<sup>@</sup>, аспирант

*Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, 119454 Россия*  
*@Автор для переписки, e-mail: serpent989@gmail.com*

В работе анализируются эффекты «сверхбыстрого сканирования луча» и синтеза «короткого» (широкополосного) сигнала в поле излучения антенной решётки, возбуждаемой взаимноортогональными когерентными узкополосными сигналами. Исследования и моделирование проводятся для простых и сложных зондирующих сигналов МИМО РЛС, ортогональность которых обеспечивается в частотной области за счёт разноса центральных частот их спектров. Показано что подобный подход, основанный на технологии МИМО РЛС, при определённом выборе параметров сигналов и решётки позволяет преодолеть известные ограничения на ширину полосы сигналов при использовании фазированной антенной решетки традиционного построения.

**Ключевые слова:** МИМО РЛС, синтез апертуры, широкополосный сигнал, ортогональные сигналы, антенная решётка, спектр сигнала.

SUPERFAST SCANNING BEAM AND SYNTHESIS  
OF SHORT SIGNAL IN RADIATION FIELD  
OF MIMO RADAR TRANSMIT ARRAY

**B.M. Vovshin**,  
**K.V. Kulikov**<sup>@</sup>

*Moscow Technological University (MIREA), Moscow, 119454 Russia*  
*@Corresponding author e-mail: serpent989@gmail.com*

The effects of "superfast scanning beam" and synthesis of "short" (broadband) signal in the radiation field of the antenna array, excited by mutually orthogonal coherent narrowband signals are under consideration. Researches and modeling are carried out for simple and complex probe signals of MIMO radar. Their orthogonality is provided in the frequency domain due to the separation of the central frequency of their spectra. It is shown that this approach based on MIMO radar technology, with a certain choice of signals parameters and array, allows to overcome the limitations on the width of the signal bandwidth for phased antenna array of traditional construction.

**Keywords:** MIMO radar, broadband signal, orthogonal signals, antenna array, signal spectrum.

1. Введение

В последние годы одним из наиболее динамично развивающихся направлений современной радиолокации является создание теории и исследование принципов построения так называемых МИМО (*multiple input – multiple output* – «много входов – много выходов») РЛС [1–4]. Такие РЛС имеют принципиальные отличия от традиционных РЛС с фазированной антенной решёткой ФАР (АР), обусловленные тем, что каждый излучатель передающей АР или

группа излучателей возбуждаются взаимно-ортогональными сигналами. Их можно полагать пространственно-независимыми и, следовательно, разделяемыми при приёме. Поэтому, в отличие от традиционной ФАР, в режиме передачи здесь не формируется остронаправленный луч, а равномерно облучается определённая пространственная область, соответствующая ширине парциальной диаграммы направленности (ДН) одиночного элемента передающей АР. Для этого можно использовать когерентные и некогерентные системы ортогональных сигналов.

В дальнейшем речь пойдёт только о когерентных излучаемых сигналах.

В этих условиях, связанных с особенностью передающей АР, целесообразно реализовать на приём многолучевое диаграммообразование, перекрывающее весь сектор облучения. Количество элементов  $N$  в приёмной АР, в зависимости от решаемой задачи, может быть достаточно произвольным:

$$1 \leq N \leq M,$$

где  $M$  – число излучателей передающей АР.

Поскольку каждый элемент приёмной АР принимает все  $M$  ортогональных сигналов, излучённых из пространственно-разнесённых фазовых центров, то при соответствующей обработке каждый элемент может рассматриваться как антенна с «синтезированной апертурой» (СА) [5] (в зарубежных источниках, например в [6, 7], такой приёмный элемент часто называют «виртуальной решёткой»). Поэтому теоретический подход к анализу ММО РЛС, как правило, основывается на представлении о том, что в режиме передачи как бы используется одиночный элемент, а в режиме приёма –  $M \leq N \leq M^2$  – элементная решётка, хотя физически ситуация может быть обратной. Отметим, что выбор систем ортогональных сигналов для ММО РЛС достаточно произволен и может быть осуществлён и во временной (сигналы типа ФМ), так и в частотной (сигналы типа ЧМ) областях.

Несмотря на прогнозируемые достоинства ММО РЛС по сравнению с традиционными построениями, до сих пор остаётся открытым вопрос, для каких целей и в каких режимах радиолокационного наблюдения их применение оправдано. Дело в том, что за возможности гибкого управления параметрами зондирующих сигналов (ЗС) и ДН в зависимости от режима работы и складывающейся сигнально-помеховой ситуации приходится «платить» существенным усложнением аппаратуры и, в первую очередь, потребностью в высокопроизводительных вычислительных средствах.

Вместе с тем, существует направление, в котором технология ММО РЛС может оказаться не только конкурентоспособной с РЛС традиционного построения, но и единственно возможным решением. Это задача обзора пространства широкополосными (ШП) и сверхширокополосными (СШП) сигналами с произвольной относительной полосой в широком угловом секторе без использования механического вращения антенны:

$$\mu = \Delta f_c / f_0,$$

где  $\Delta f_c$  – полоса сигнала,

$f_0$  – несущая частота.

Кроме того, технология ММО РЛС способна обеспечить гибкое управление шириной полосы зондирующих сигналов и сектором обзора в зависимости от решаемой задачи, что особенно актуально для многофункциональных РЛС. Например, на различных этапах радиолокационного наблюдения она может потребоваться:

- в режиме поиска цели –  $\Delta f_c / f_0 \leq 0.03$  в секторе  $\Delta \theta_n$ ;
- в режиме сопровождения цели –  $0.03 \leq \Delta f_c / f_0 \leq 0.1$  в секторе  $\Delta \theta_c$ ;
- в режиме распознавания типа цели –  $\Delta f_c / f_0 \geq 0.1$  в секторе  $\Delta \theta_p$ .

Причём, как правило выполняются условия:  $\Delta \theta_n \geq \Delta \theta_c \geq \Delta \theta_p$ .

Традиционные РЛС с ФАР имеют известные ограничения на относительную широкополосность сигналов и на возможности широкоугольного сканирования луча ФАР при её широкополосном возбуждении [8, 9].

В представленной статье рассмотрены возможные пути преодоления ограничения РЛС с ФАР за счет применения технологии ММО РЛС, теоретически независимо от выбранного диапазона волн.

## 2. Условия перехода от РЛС с ФАР к технологии ММО РЛС при использовании «узкополосных» сигналов

Общепринятым критерием широкополосности сигналов в радиотехнике и радиолокации является критерий, полученный на основе определения относительной полосы сигнала [10]:

$$\mu = \frac{\Delta f_c}{f_0} = 2 \frac{f_B - f_H}{f_B + f_H}, \quad (1)$$

где  $f_B, f_H$  – значения верхней и нижней частот спектра сигнала.

Если  $\mu \ll 1$ , то сигнал считается «узкополосным». На этом предположении в основном построены теория и практика современной радиолокации. При нарушении данного условия сигнал  $s(t)$  уже не допускает представление через комплексную огибающую  $\dot{S}_0(t)$  с высокочастотным заполнением  $s(t) = \dot{S}_0(t) \exp(j2\pi f_0 t)$  и требует другой адекватной математической модели, например, в виде аналитического или вещественного сигнала. В частности, если  $\mu = 0.1$ , то физически это означает, что его внутриимпульсная модуляция должна быть реализована не более, чем за 10 периодов несущей. В этих условиях несущая частота  $f_0$  уже не может обеспечить необходимое количество отсчетов для воспроизведения закона модуляции сигнала. Необходимо подчеркнуть, что во многом именно по этой причине в последние десятилетия возрос интерес к так называемым «видеоимпульсным» сигналам без несущей [11, 12].

Ещё более жёсткие ограничения на возможности расширения полосы сигналов накладывает использование ФАР, которые при широкоугольном сканировании обладают известными дисперсионными свойствами [13]. В частности, «сбросовый» характер работы фазовращателей приводит к паразитной угло-частотной чувствительности луча ФАР.

В [14] показано, что дисперсионные свойства ФАР приводят к неизбежным искажениям сигнала и ДН на выходе устройства согласованной обработки – согласованного фильтра (СФ), а, следовательно, к потерям ( $\Delta L$ ) отношения сигнал/шум (ОСШ) на его выходе. Указанные искажения и потери, вызванные пространственно-частотной корреляцией (ПЧК) сигналов, зависят не от отдельных параметров ФАР и сигнала, а от их совокупности. Поэтому их количественные значения определяются частотными или временными обобщёнными параметрами:

$$\varepsilon = \frac{(\Delta f_c / f_0)\%}{\Delta\theta_{0,5 \text{ град}}} \sin(\theta_0), \quad \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{2} = \frac{T_a(\theta)}{\tau_s} \quad (2)$$

где  $\theta_0$  – направление фазирования;  $\Delta\theta_{0,5}$  – ширина неотклонённого луча ФАР по уровню половинной мощности;  $T_a = \frac{L_a}{c} \sin(\theta_0)$  – время заполнения апертуры длиной  $L_a$  с направления  $\theta_0$ ;  $\tau_s = \frac{1}{\Delta f_c}$  – эквивалентная длительность простого или сжатого сложного сигнала.

Классическое понятие ДН при «немонохроматическом» возбуждении ФАР не имеет физического смысла. Здесь ДН следует рассматривать как угловую зависимость максимума сигнала на выходе СФ, т.е. в фиксированный момент времени.

Исходя из количественных оценок ПЧК и потерь на выходе СФ, в [15] предложена следующая классификация сигналов по степени их широкополосности для РЛС с ФАР:

1. Узкополосный сигнал:  $0 < \mu\% \leq \frac{\Delta\theta_{0,5 \text{ град}}}{\sin(\theta_0)}$ ;  
 $0 < \varepsilon \leq 1$ ;  $\Delta L \leq 0,6$  дБ.

2. Широкополосный сигнал:  $\frac{\Delta\theta_{0,5 \text{ град}}}{\sin(\theta_0)} < \mu\% \leq 4 \frac{\Delta\theta_{0,5 \text{ град}}}{\sin(\theta_0)}$  ;

$1 < \varepsilon \leq 4$ ;  $0,6 \text{ дБ} < \Delta L \leq 4,2 \text{ дБ}$ .

3. Сверхширокополосный сигнал:  $\mu\% > 4 \frac{\Delta\theta_{0,5 \text{ град}}}{\sin(\theta_0)}$  ;  $\varepsilon > 4$ .

При дальнейшем возрастании параметра  $\varepsilon$  резко возрастают потери и расширяются максимумы сигнала и ДН на выходе СФ. Поэтому попытка увеличить параметр ( $\varepsilon > 4$ ) за счёт расширения полосы сигнала  $\Delta f_c$  или размера апертуры  $L_a$  уже не приводит к улучшению разрешающей способности РЛС по дальности и угловым координатам. Таким образом, значение  $\varepsilon = 4$  указывает на границу применимости теории в рамках традиционных принципов построения РЛС с ФАР, поскольку достигнут физический предел, до которого можно расширять полосу сигнала и размеры ФАР при заданном значении  $\theta_0$ .

Обратимся к технологии ММО РЛС, не требующей организации ни фазового, ни частотного сканирования в АР, а следовательно, не обладающей дисперсионными свойствами.

### 3. Эффекты сверхбыстрого сканирования луча и синтеза короткого импульса в пространстве

Рассмотрим  $(M+1)$ -элементную линейную передающую АР с эквидистантным шагом  $d$ . Пусть излучатели АР возбуждаются узкополосными (УП) когерентными сигналами с идентичными по форме спектральными плотностями  $\dot{G}_s(f + \Delta f_{om})$ , где  $\Delta f_{om}$  – частотные сдвиги сигналов друг относительно друга. Они выбраны таким образом, что  $\sum_{m=-M/2}^{M/2} \Delta f_{om} = \Delta f_c$  – требуемое значение полосы зондирующего сигнала. На рис. 1а показана структура такой АР, а на рис. 1б – эпюра спектральных плотностей сигналов, удовлетворяющих свойству ортогональности:

$$r_{mn} = \frac{1}{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_s(f + n\Delta f_0) G_s^*(f + m\Delta f_0) df = \begin{cases} 1 & m = n; \\ 0 & m \neq n; \end{cases} \quad n, m \in -\frac{M}{2} \div \frac{M}{2} \quad (3)$$

где  $\Delta f_0$  – равномерная частотная расстройка между каналами.

При отсутствии запаздывания по огибающей  $\tau_u \gg \frac{Md}{c}$ , где  $\tau_u$  – длительность УП радиоимпульсов (РИ), возбуждающих каналы передающей АР, пространственно-временное поле (ПВП) излучения представляется в следующем виде:

$$\dot{S}(t, \theta) = \frac{\dot{S}_0(t) \exp(j2\pi f_0 t)}{M+1} \sum_{m=-M/2}^{M/2} A_m \exp \left\{ j2\pi \frac{m}{M} \left[ \Delta f_c t - \frac{L_A}{\lambda_0} \sin(\theta) \left( 1 + \frac{m}{M} \mu \right) \right] \right\} \quad (4)$$

где  $\dot{S}_0(t)$  – общая для всех каналов комплексная огибающая простого радиоимпульса (РИ);  $A_m$  – амплитуда возбуждения  $m$ -го канала;

$\Delta f_c = M\Delta f_0$  – полная полоса излучения;  $L_A = Md$  – размер апертуры АР;

$\lambda_0 = c / f_0$  – длина волны на центральной частоте  $f_0$ ;

$\mu = M\Delta f_0 / f_0$  – параметр широкополосности совокупности УП сигналов.

Если  $\mu \ll 1$  и квадратичной составляющей фазы в (4) можно пренебречь, то выражение в квадратных скобках можно интерпретировать как линейную зависимость перемещения максимума ДН от времени.

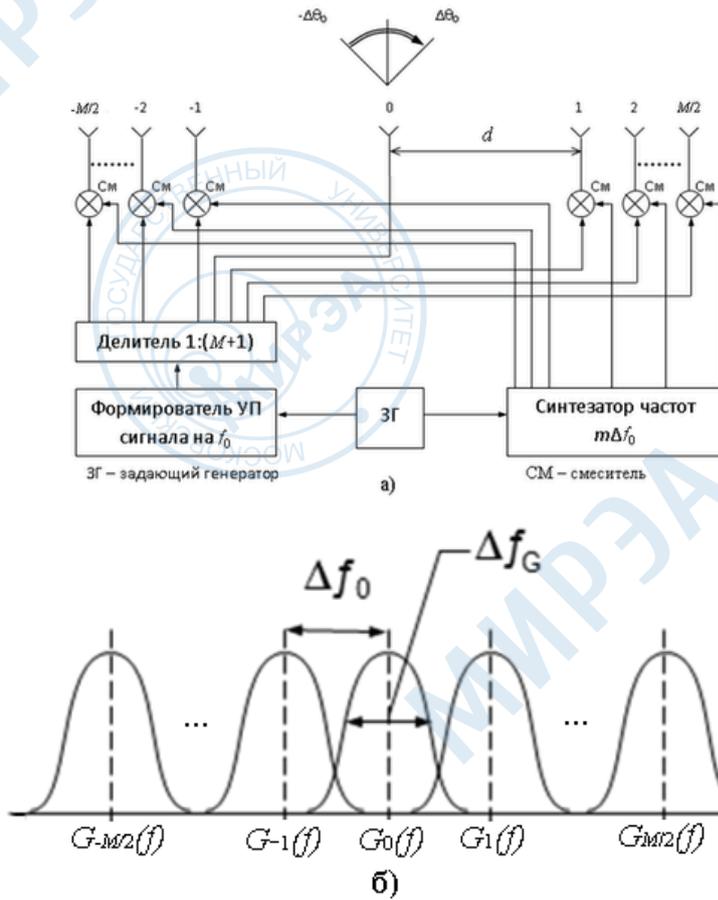


Рис. 1. Структурная схема передающей АР (а) и спектральные плотности УП сигналов (б).

$$\theta_{\max}(t) = \arcsin\left(\frac{\Delta f_c t}{L_A / \lambda_0}\right), \quad |t| < \tau_u / 2 \quad (5)$$

Если условие ортогональности РИ:  $\Delta f_0 = 1 / \tau_u$  выполняется, то при  $d/\lambda_0 = 1/2$  из (5) следует перемещение луча в секторе  $\pm 90^\circ$  за время  $\tau_u$ . В литературе [16, 17] этот эффект получил название «сверхбыстрого сканирования луча» (СБСЛ). Ширина зоны обзора здесь регулируется шагом решётки  $d$ , а однозначность – выбором  $\tau_u$ . При сохранении  $\Delta f_0$  выбор длительности РИ, равным  $n \cdot \tau_u$ , приведёт к  $(n+1)$ -кратному повторению эффекта СБСЛ. Если  $\tau_u < 1 / \Delta f_0$ , то сектор СБСЛ пропорционально сужается.

Формирование короткого сигнала в пространстве, длительность которого обратно пропорциональна полной ширине полосы излучаемого сигнала  $\tau_s = \frac{1}{M \cdot \Delta f_0}$ , обеспечивается угловым перемещением максимума ДН со скоростью:

$$V_\theta = \frac{d\theta_{\max}(t)}{dt} = \frac{\Delta f_c}{L_A / \lambda_0 \cos(\theta_0)} = \frac{\Delta f_0}{d / \lambda_0 \cos(\theta_0)} \quad (6)$$

Таким образом, обзор заданного сектора пространства реализуется за время длительности  $3\tau_u$ . Ранее [15] было предложено называть такой обзор «безынерционным», так как физически он не является ни последовательным, ни параллельным.

Короткое время нахождения луча в угловом направлении  $\theta$  создает для стороннего наблюдателя эффект короткого импульса, хотя возбуждение каналов передающей АР квазигармоническое (узкополосное). В случае линейной эквидистантности параметров  $d$  и  $\Delta f_0$  для любого углового направления длительность  $\tau_s$  остаётся постоянной. Данный эффект имеет аналогию со сжатием сложного сигнала в СФ, когда на его выходе частотные гармоники, из которых он

состоит, в момент  $t = t_0$  складываются в фазе, и в результате образуется короткий импульс, длительностью обратно пропорциональный ширине полосы сигнала. Короткий импульс синтезируется, таким образом, из пространственных гармоник, для которых условие когерентного сложения в различные моменты времени соответствует различным угловым направлениям  $\theta_{max}$  [6].

Выше уже отмечалось, что в режиме приёма необходим учёт всех  $M+1$  компонент сигнала, излучаемого АР, с учётом координат фазовых центров излучателей, что приводит к синтезу «виртуальной» приёмной апертуры. Поэтому подобные радиолокационные системы более четверти века назад получили название RIAS («radar impulse aperture synthesys» – «радары с синтезом импульса и апертуры») [18].

Технологию RIAS можно рассматривать как частный случай технологии ММО РЛС, для которого ортогональность излучаемых когерентных сигналов обеспечивается разносом их частотных полос в каналах передающей АР. Рассматриваемый подход имеет одно важное практическое достоинство по сравнению с РЛС с ФАР традиционного построения: узкополосность каналов передающей АР, равная  $\sim \Delta f_0$ . Очевидно, это приводит к существенному упрощению их практической реализации, в частности, передающих усилительных модулей при активном построении решётки. Если ортогональность сигналов реализуется во временной области, то тракты передающей АР неизбежно должны быть более широкополосными в  $M$  раз, т.е. рассчитанными на полную частотную полосу  $\Delta f_c = M \Delta f_0$ .

#### 4. Анализ пространственно-временного поля излучения АР с частотным разносом возбуждения излучателей

Вышеописанные эффекты СБСЛ и «синтеза короткого импульса» (СКИ) при использовании простых парциальных РИ с параметром  $\mu \ll 1$  можно интерпретировать как формирование сигнала с широкой полосой  $\Delta f_c = M \cdot \Delta f_0$  в угловом секторе пространства. Однако на практике может возникнуть ситуация, когда от РЛС требуется формирование сигнала с  $\mu > 0.1$ , что, как было указано выше, практически невозможно в РЛС с ФАР традиционного построения. Кроме того, одним из самых распространённых методов повышения энергетического потенциала РЛС при фиксированной импульсной мощности передатчика является применение достаточно длинных сигналов с внутриимпульсной модуляцией. Рассматриваемому случаю адекватно применение сложных ЧМ сигналов, типа ЛЧМ, с одинаковой длительностью и полосой девиации  $\Delta f_{dev}$ , на которую могут быть разнесены центральные частоты их спектров  $f_{0i} - f_{0j} = (i-j) \Delta f_{dev}$ .

Для этих случаев проведём анализ линейной эквидистантной  $(M+1)$ -элементной АР. Введём в рассмотрение обобщённые параметры сигнала и решётки:

$V = M \Delta f_0 t$  – обобщённая «временная» координата (ОВК);

$U = \frac{L_A}{\lambda_0} \sin(\theta)$  – обобщённая «угловая» координата (ОУК).

Удобство таких координат определяется тем, что для них не требуется задавать конкретные параметры парциальных сигналов и АР, а достаточно ограничиться параметром широкополосности  $\mu$  и числом каналов  $M$ .

ПВП АР при использовании простых парциальных когерентных РИ с точностью до независимой от номера канала огибающей  $S_0(t)$  выражение (5) преобразуется к виду:

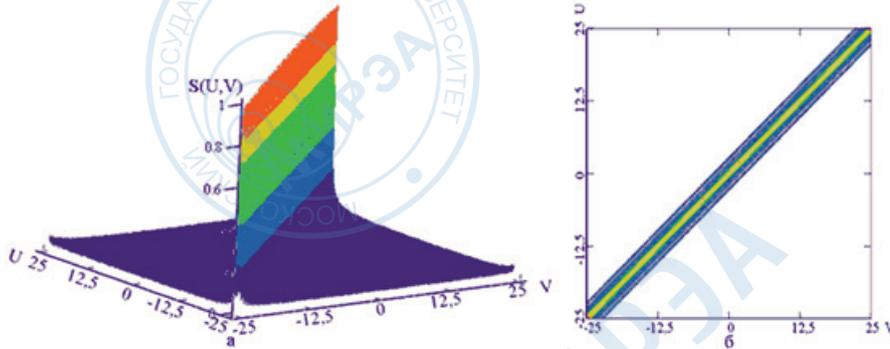
$$\dot{S}(U, V) = \frac{1}{M+1} \sum_{m=-M/2}^{M/2} A_m \exp \left[ j2\pi \frac{m}{M} (V - U) \right] \exp \left[ -j2\pi \left( \frac{m}{M} \right)^2 U \mu \right], \quad (7)$$

Выражение в первых квадратных скобках зависит только от полной полосы излучаемого сигнала и длины АР, выраженной в длинах волн  $\lambda_0$ , и указывает на наличие эффекта СБСЛ. Вторая скобка определяет значение квадратичной фазовой ошибки в зависимости от параметра широкополосности  $\mu$  и значения ОУК. Эта ошибка достигает максимума, равного

**Сверхбыстрое сканирование луча и синтез короткого сигнала в поле излучения передающей решётки ММО РЛС**

$\Phi_{KB} = 2\pi \frac{L_A}{\lambda_0} \mu$  при  $\theta = \pi/2$ , и определяет «расфокусировку» эффекта СБСЛ.

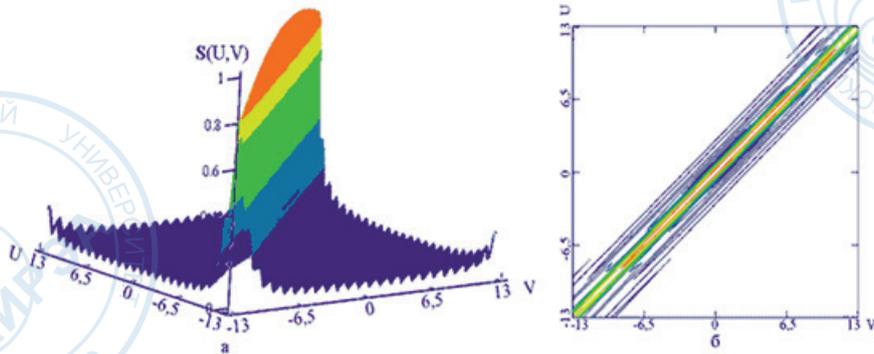
Ярко выраженный эффект СБСЛ в секторе углов  $\pm\pi/2$  в трёхмерном изображении при  $L_A/\lambda_0=25$  ( $M=50$ ) и  $\mu=0.01$ , когда квадратичной фазовой ошибкой в (7) можно пренебречь, иллюстрируется рис. 2.



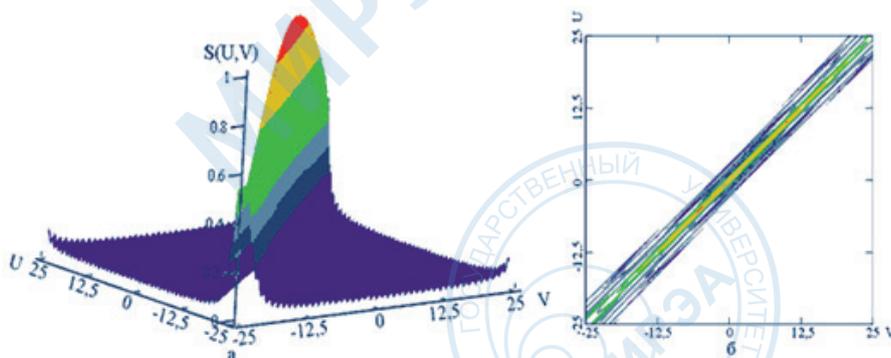
**Рис. 2.** Пространственно-временное поле (ПВП) при использовании простых парциальных РИ ( $M=50$ ,  $\mu=0.01$ ) (а) и линии уровня ПВП ( $M=50$ ,  $\mu=0.01$ ) (б).

Из рис. 2 видно, что весь угловой сектор  $-\pi/2 < \Delta\theta < \pi/2$  равномерно просматривается сигналом заданной широкополосности.

Структура ПВП при  $\mu=0.1$  для АР с размерами  $L_A/\lambda_0=13$  ( $M=26$ ), 25 ( $M=50$ ), 50 ( $M=100$ ), соответственно, показана на рис. 3–5.



**Рис. 3.** Пространственно-временное поле (ПВП) при использовании простых парциальных РИ ( $M=26$ ,  $\mu=0.1$ ) (а) и линии уровня ПВП ( $M=26$ ,  $\mu=0.1$ ) (б).



**Рис. 4.** Пространственно-временное поле (ПВП) при использовании простых парциальных РИ ( $M=50$ ,  $\mu=0.1$ ) (а) и линии уровня ПВП ( $M=50$ ,  $\mu=0.1$ ) (б).

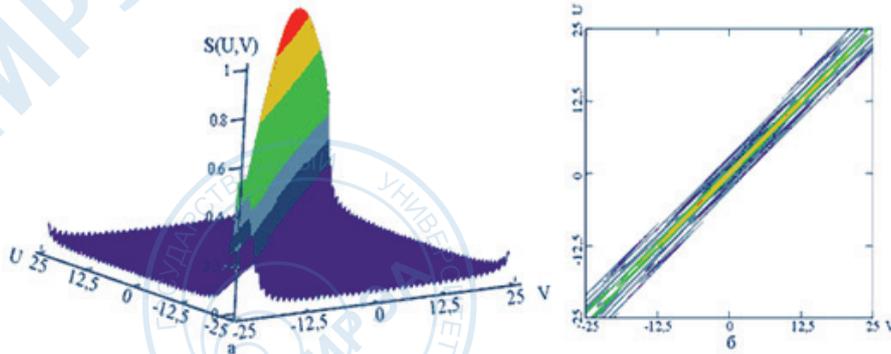


Рис. 5. Пространственно-временное поле (ПВП) при использовании простых парциальных РИ ( $M=100, \mu=0.1$ ) (а) и линии уровня ПВП ( $M=100, \mu=0.1$ ) (б).

В отличие от рис. 2 здесь эффект СБСЛ проявляется во всё более узких угловых секторах по мере возрастания числа каналов АР. Зависимость сектора СБСЛ по уровню поля, равного 0.7, от  $M$  показана на рис. 6.

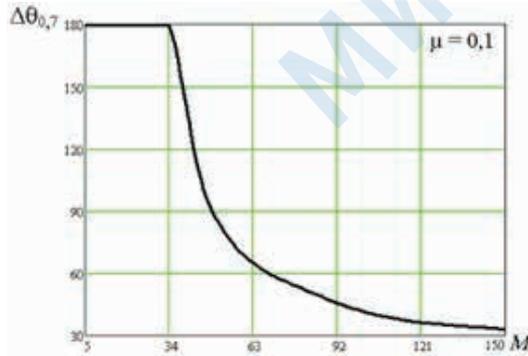


Рис. 6. Зависимость  $\Delta\theta_{0.7}$  СБСЛ от  $M$  при  $\mu = 0.1$ .

Как видно из рис. 6, сектор СБСЛ сужается с возрастанием  $M$ , что определяется ростом квадратичной фазовой ошибки в уравнении (7). Если при приеме эхо-сигналов пространственно-частотные гармоники могут быть разделены по полосе в силу их ортогональности, то для каждого ожидаемого углового направления  $\theta_0$  эти ошибки могут быть скомпенсированы и не приведут к потерям. Заметим, что при фиксированном значении  $M$  зависимость  $\Delta\theta_{0.7}=f(\mu)$  имеет аналогичный характер.

Перейдём к анализу и оценке ПВП АР при использовании сложных сигналов. В качестве парциальных сигналов АР выберем когерентные ЛЧМ импульсы вида:

$$\dot{S}_{ЛЧМ}^{(m)}(t) = \dot{S}_0(t) \exp \left[ j2\pi \left( f_0 + m\Delta f_{dev} + \frac{\Delta f_0}{\tau_u} t \right) t \right], \quad |t| \leq \frac{\tau_u}{2}, \quad (7)$$

где  $\Delta f_{dev}$  – девиация частоты,  $\Delta f_0$  – разнос центральных частот между каналами ( $\Delta f_0 \geq \Delta f_{dev}$ ).

Выражение для ПВП, излучаемого АР, с точностью до постоянного фазового множителя принимает вид:

$$\dot{S}_{ЛЧМ}(t, \theta) = \dot{S}_0(t) \exp(j2\pi f_0 t) \exp \left( j\pi \frac{2\Delta f_0}{\tau_u} t^2 \right) \cdot \sum_{m=-M/2}^{M/2} A_m \exp \left\{ j2\pi m \left[ \Delta f_0 t - \Delta f_0 \frac{md}{c} \sin(\theta) - f_0 \frac{d}{c} \sin(\theta) - \frac{2\Delta f_0}{\tau_u} t \frac{d}{c} \sin(\theta) + \frac{\Delta f_0}{\tau_u} m \frac{d^2}{c^2} \sin^2(\theta) \right] \right\} \quad (8)$$

где  $\dot{S}_0(t)$  – общая для всех каналов АР огибающая ЛЧМ сигнала, запаздыванием которой в апертуре можно пренебречь  $\tau_u \gg L_A/c$ .

Вводя в рассмотрение, как и в предыдущем случае, ОВК и УВК, а также базу парциального сигнала  $B_0 = \Delta f_{dev} \cdot \tau_u = \Delta f_0 \cdot \tau_u$  получим следующее выражение для ПВП, излучаемого АР:

$$\dot{S}_{ЛЧМ}(U, V) = \sum_{m=-M/2}^{M/2} A_m \exp \left[ j2\pi \frac{m}{M} (V - U) \right] \exp \left[ -j2\pi \left( \frac{m}{M} \right)^2 \mu U \right] \cdot \exp \left[ -j2\pi \left( \frac{m}{M} \alpha_1 UV + \left( \frac{m}{M} \right)^2 \alpha_2 U^2 \right) \right], \quad (9)$$

где  $\alpha_1 = \frac{2\mu}{B_0 M^2}$ ,  $\alpha_2 = \frac{\mu^2}{B_0 M^2}$  – константы.

Здесь дополнительным «искажающим» параметром, по сравнению с применением простых парциальных РИ, является база сигнала  $B_0 \gg 1$ .

Для «узкополосного» случая  $\mu = 0.01$  при  $B_0 = 10$  и  $M = 50$  трёхмерная картина ПВП показана на рис. 7а, а линии уровня ПВП на рис. 7б. Нетрудно заметить, что эффект СБСЛ здесь повторился 10 раз за время длительности  $\tau_u$  с постоянным временным интервалом  $1/\Delta f_0$ . Это связано с тем, что при фиксированном значении  $\Delta f_0$  за время длительности импульса с базой  $B_0 = 10$  условия для наблюдения эффекта СБСЛ и СКИ выполняются в 10 раз чаще, чем при использовании простых парциальных РИ с  $\tau_u = 1/\Delta f_0$ .

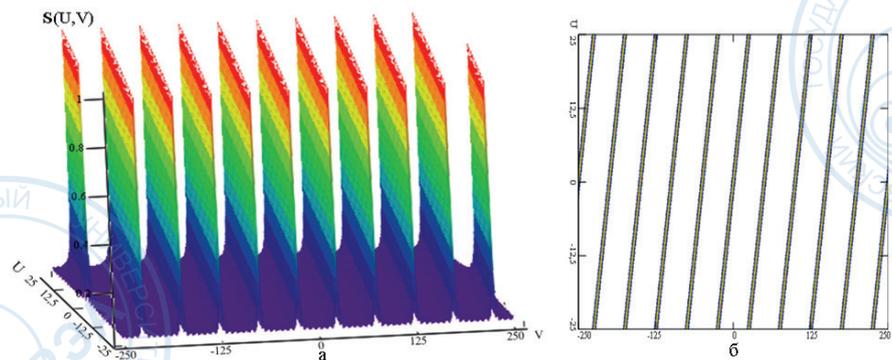


Рис. 7. ПВП при использовании сложных парциальных РИ ( $M=50$ ,  $\mu=0.01$ ,  $B_0=10$ ) (а); линии уровня ПВП ( $M=50$ ,  $\mu=0.01$ ,  $B_0=10$ ) (б).

Влияние базы сигнала и квадратичной фазовой ошибки, связанной с параметром широкополосности наглядно иллюстрируют рис. 8–10. Они соответствуют фиксированным значениям:  $\mu = 0.1$  и  $M = 50$  для различных значений базы  $B_0 = 10, 30$  и  $60$  соответственно. Из этих рисунков видно, что также как и в случае простого парциального РИ, здесь имеет место «расфокусировка» ПВП по мере возрастания параметра  $\mu$ , приводящая к сужению сектора СБСЛ. База сигнала практически влияет только на кратность эффекта СБСЛ, а при больших значениях  $B_0$  из-за малости параметров  $\alpha_1, \alpha_2$  третьим множителем в (9) можно пренебречь.

Из полученных результатов можно сделать вывод о возможности использования сложных парциальных сигналов для повышения энергетического потенциала ММО РЛС с формированием ШП и СШП ЗС в пространстве.

## Выводы

Показано, что технология RIAS, являющаяся частным случаем технологии ММО РЛС, является перспективным решением комплексной проблемы формирования сигналов с различной шириной полосы (вплоть до СШП сигналов) в заданном пространственном секторе углов. При этом устраняются известные ограничения на широкополосность сигналов, присущие РЛС с ФАР традиционного построения. Наглядной интерпретацией возможностей формирования

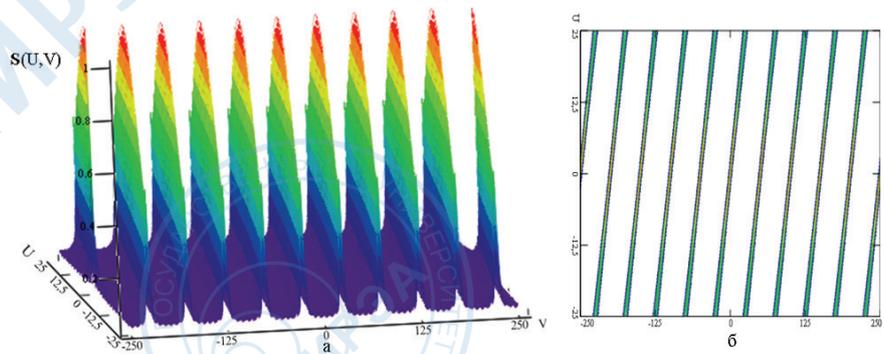


Рис. 8. ПВП при использовании сложных парциальных РИ ( $M = 50, \mu = 0.1, B_0 = 10$ ) (а);  
Линии уровня ПВП ( $M = 50, \mu = 0.1, B_0 = 10$ ) (б).

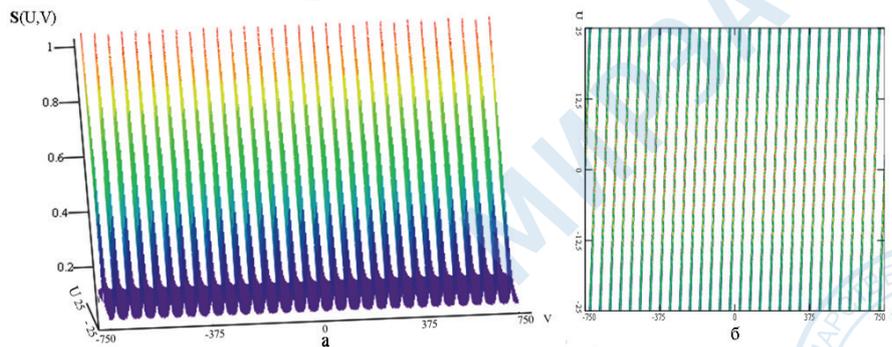


Рис. 9. ПВП при использовании сложных парциальных РИ ( $M = 50, \mu = 0.1, B_0 = 30$ ) (а);  
Линии уровня ПВП ( $M = 50, \mu = 0.1, B_0 = 30$ ) (б).

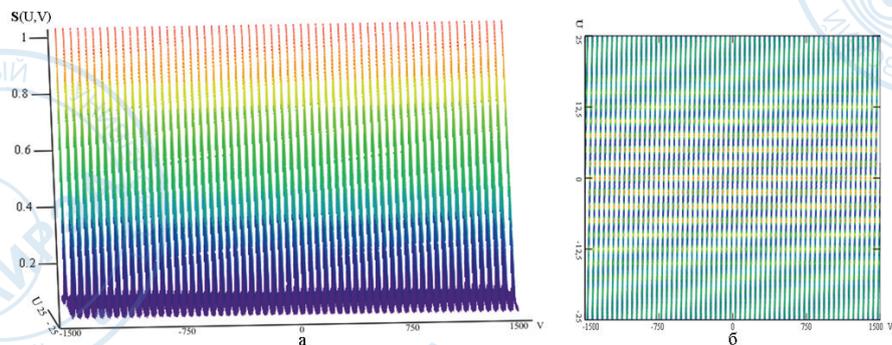


Рис. 10. ПВП при использовании сложных парциальных РИ ( $M = 50, \mu = 0.1, B_0 = 60$ ) (а);  
Линии уровня ПВП ( $M = 50, \mu = 0.1, B_0 = 60$ ) (б).

сигналов различной широкополосности в пространственном секторе углов являются эффекты «сверхбыстрого сканирования луча» и «синтеза короткого импульса» из набора УП сигналов, возбуждающих каналы передающей АР.

Проведён анализ ПВП излучения передающей эквидистантной линейной АР при использовании простых радиоимпульсов и сложных ЛЧМ сигналов. Указанные выше эффекты проиллюстрированы результатами математического моделирования. Исходя из полученных результатов, касающихся режима передачи, сделан вывод, что для согласованного обзора пространства на приём в рассматриваемой ММО РЛС необходимо синтезировать оптимальный пространственно-частотный фильтр с учётом координат фазовых центров излучения и параметров каждого парциального УП сигнала, а также количества элементов и шага передающей АР.

#### Литература:

1. Fishler E., Haimovich A., Blum R., Cimini L., Chizhik D., Valenzuela R. MIMO Radar: an idea whose time come // Proc. of the IEEE Radar Conf. Philadelphia, PA, USA. April 26–29 2004. P. 71–78.

2. Черняк В.С. О новых и старых идеях в радиолокации: ММО РЛС // Успехи современной радиоэлектроники. 2011. № 2. С. 5–20.
3. MIMO Radar Signal Processing / Ed. J.Li, P.Stoica. New York: Wiley, 2009. 448 p.
4. Brookner E. MIMO Radars and their Conventional Equivalents // Proc. on IEEE International Radar Conf. 10-15 May 2015, Arlington VA USA. P. 918–923.
5. Vovshin B. Parallel Surveillance Ultrawide-band Radars with the Orthogonal Ranging Signals // Proc. on Int. Radar Symp. IRS-2007 Cologne, Germany 2007. P. 461–466.
6. Friedlander B. On transmit beamforming for MIMO Radar // IEEE Trans on Aerospace and Electronic systems. 2012. V. 48. № 4 P. 3376–3388.
7. Timothy D. Graham, Lance M. Bradstreet. MIMO Beamforming and Error Analysis // Proc. on IEEE International Radar Conf. 10-15 May 2015, Arlington VA, USA. P. 1010–1014.
8. Проблемы антенной техники / Под ред. Л.Д. Бахраха и Д.И. Воскресенского. М.: Радио и связь, 1989. 358 с.
9. Вовшин Б.М., Иммореев И.Я. Диаграмма направленности фазированной антенной решётки, возбуждаемой широкополосным сигналом // Радио и связь. 1982. Вып. 30. С. 95–107.
10. Астанин Л.Ю., Костылёв А.А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. М.: Радио и связь, 1989. 191 с.
11. Вовшин Б.М. Сверхширокополосная видеоимпульсная система с синтезированной апертурой для параллельного обзора пространства // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 12. С. 1478–1486.
12. Скосырев В.Н., Осипов М.Л. Особенности и свойства короткоимпульсной радиолокации // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 1999. № 4. С. 21–30.
13. Вольперт А.Р. О частотной зависимости ориентации диаграммы направленности в сканирующих антенных решётках с фазуемыми элементами // В сб. Антенны. Вып. 17. М.: Связь, 1973. С. 35–42.
14. Вовшин Б.М., Иммореев И.Я. Влияние дисперсионных свойств ФАР на отношение сигнал/шум в РЛС с широкополосными сигналами // Радиотехника. 1985. № 7. С. 74–92.
15. Вовшин Б.М. Сверхширокополосная радиолокация воздушных объектов с безынерционным обзором пространства: дис. . . . д-ра техн. наук. М., 2005. 418 с.
16. Чапурский В.В. Избранные задачи теории сверхширокополосных радиолокационных систем. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 279 с.
17. Вовшин Б.М., Пахомов С.В. О принципах работы радиолокатора со сверхбыстрым сканированием луча // Вопросы радиоэлектроники. сер. РЭ. 1991. Вып. 14. С. 27–38.
18. Dorey J., Blanshard Y, Cristophe F. Le Project RIAS: une approche nouvelle du radar sur surveillance aerienne // Coloque International Sur le Radar. Paris. April 1984. P. 505–510.

УДК: 621.396.96

ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ ВОЗДУШНОЙ ЦЕЛИ  
В ДАЛЬНОМЕРНОЙ МНОГОПОЗИЦИОННОЙ  
РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Б.А. Заикин<sup>®</sup>, аспирант,  
А.Ю. Богдаров, аспирант,  
А.Ф. Котов, д.т.н., профессор,  
П.В. Попонов, аспирант

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, 119454 Россия  
©Автор для переписки, e-mail: halfmazerkin@gmail.com

В статье представлен квазиоптимальный алгоритм фильтрации координат малоподвижно-го объекта при их измерении двухпозиционной дальномерной РЛС. Приведены соотношения, позволяющие осуществить моделирование указанного процесса измерения координат.

**Ключевые слова:** двухпозиционная дальномерная РЛС, алгоритм фильтрации.

EVALUATION OF COORDINATES OF AIR TARGET  
IN A TWO-POSITION RANGE MEASUREMENT RADAR

B.A. Zaikin<sup>®</sup>,  
A.Yu. Bogadarov,  
A.F. Kotov,  
P.V. Poponov

Moscow Technological University (MIREA), Moscow, 119454 Russia  
©Corresponding author e-mail: halfmazerkin@gmail.com

The article describes the quasioptimal algorithm of filtering slow-moving object coordinates when measuring them by two-position range measurement radar. Relations that allow to model this process of coordinate measurement are given.

**Keywords:** two-position range measurement radar, filtering algorithm.

Проблеме комплексирования радиоустройств и радиосистем в последнее время уделяется значительное внимание [1–5], поскольку алгоритмы комплексирования позволяют, как правило, улучшить качественные показатели информационно-измерительных систем. В предлагаемой вниманию статье рассматривается возможность построения алгоритма оценивания (фильтрации) координат цели в двухпозиционной активной радиолокационной системе с объединением на уровне единичных замеров.

Пусть имеет место декартова система координат XOY и соблюдаются все условия, принятые в [6] в рамках гауссовского приближения, и система определяет дальности  $R_1 = \frac{c\tau_1}{2}$  и  $R_2 = \frac{c\tau_2}{2}$ ,

где  $c$  – скорость распространения радиоволн,

$\tau_1$  и  $\tau_2$  – временные задержки зондирующих сигналов в пунктах приёма (рис. 1).

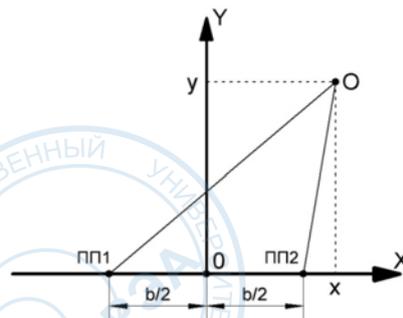


Рис. 1. Геометрическое представление двухпозиционной РЛС:  
O – малоподвижный объект; ПП1, ПП2 – пункты приема.

Согласно [6] изменения координат объекта O на  $\nu$ -м интервале можно описать уравнением:

$$\vec{\Lambda}^{(\nu)} = \Phi \vec{\Lambda}^{(\nu-1)} + B \vec{N}^{(\nu)}, \quad (1)$$

где  $\Phi$  – матрица перехода;

$B$  – матрица диффузии;

$\vec{\Lambda}^{(\nu)}$  – вектор координат (в данном случае двухкомпонентный:  $\vec{\Lambda}^{(\nu)} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ );

$\vec{N}^{(\nu)}$  – гауссовский случайный вектор с математическим ожиданием  $\langle \vec{N}^{(\nu)} \rangle = 0$  и дисперсией  $\langle \vec{N}^{(\nu)} \vec{N}^{(\mu)T} \rangle = I \delta_{\nu\mu}$ , где  $I$  – единичная матрица,  $\delta_{\nu\mu}$  – символ Кронекера.

Матрицы  $\Phi$  и  $B$  в простейшем случае при единичных элементах главной диагонали матрицы  $\Phi$  могут быть записаны в виде [6]:

$$\Phi = \begin{bmatrix} a_x & 0 \\ 0 & a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} b_x & 0 \\ 0 & b_y \end{bmatrix}. \quad (2)$$

С учетом (2) из (1) можно записать выражения для координат объекта на  $\nu$ -м интервале в виде:

$$\begin{cases} x^{(\nu)} = x^{(\nu-1)} + b_x n_x^{(\nu)}, \\ y^{(\nu)} = y^{(\nu-1)} + b_y n_y^{(\nu)}. \end{cases} \quad (3)$$

здесь  $n_x$  и  $n_y$  – случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями (при моделировании на ЭВМ выдаются датчиком случайных чисел);

$b_x$  и  $b_y$  – СКО координат, которые полагаем равными, считая, что дисперсии отклонений объекта по осям  $X$  и  $Y$  одинаковы и равны  $D_{ps,x} = D_{ps,y} = b_x^2 = b_y^2$ .

С учетом изложенного апостериорная ковариационная матрица ошибок оценивания будет иметь вид:

$$K_{ps} = \begin{bmatrix} D_{ps,x} & K_{xy} \\ K_{xy} & D_{ps,y} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $K_{xy}$  – ковариационный элемент матрицы.

В соответствии с рис. 1 дальности  $R_1$  и  $R_2$ , измеряемые РЛС позиций ПП1 и ПП2, определяются выражениями:

$$\begin{cases} R_1^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2, \\ R_2^2 = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + y^2. \end{cases} \quad (5)$$

Истинные значения временных задержек  $\tau_1$  и  $\tau_2$  на  $\nu$ -м интервале согласно (5) имеют вид:

$$\begin{cases} \tau_1^{(\nu)} = \frac{2}{c} \sqrt{\left(x^{(\nu)} + \frac{b}{2}\right)^2 + y^{(\nu)2}}, \\ \tau_2^{(\nu)} = \frac{2}{c} \sqrt{\left(x^{(\nu)} - \frac{b}{2}\right)^2 + y^{(\nu)2}}, \end{cases} \quad (6)$$

где  $c$  – скорость распространения радиоволн.

В (6) значение базы  $b$  подставляется как известное, рассчитанное по результатам геодезических измерений.

Построим оценку при приёме одного импульса. С учётом ошибки, обусловленной наличием внутренних шумов приёмных устройств, имеем:

$$\begin{cases} \hat{\tau}_1^{(\nu)} = \tau_1^{(\nu)} + \sigma_{\tau_1} n_{\tau_1}^{(\nu)}, \\ \hat{\tau}_2^{(\nu)} = \tau_2^{(\nu)} + \sigma_{\tau_2} n_{\tau_2}^{(\nu)}. \end{cases} \quad (7)$$

где  $\sigma_{\tau_1}$ ,  $\sigma_{\tau_2}$  – СКО измерений временных задержек;

$n_{\tau_1}$  и  $n_{\tau_2}$  – гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями, выдаваемые при моделировании датчиком случайных чисел. Имеется в виду, что  $n_{\tau_1}$  и  $n_{\tau_2}$  полагаются некоррелированными, поскольку измерение временных задержек  $\tau_1$  и  $\tau_2$  осуществляется разными измерителями.

Значения  $\sigma_{\tau_1}$ ,  $\sigma_{\tau_2}$  либо заданы, либо их можно определить по формулам потенциальной точности [7].

Уравнение фильтрации имеет вид [6]:

$$\begin{cases} \hat{\Lambda}_{ps}^{(\nu)} = \bar{\Lambda}_s^{(\nu)} + K_{ps}^{(\nu)} \bar{G}_\lambda^{(\nu)} \\ K_{ps}^{(\nu)} = \left[ (K_s^{(\nu)})^{-1} - H_\lambda^{(\nu)} \right]^{-1} \end{cases} \quad (8)$$

где  $\bar{G}_\lambda^{(\nu)} = W_{q\lambda}^T K_q^{-1} \left[ \hat{Q}_{мп}^{(\nu)} - \bar{Q}(\bar{\Lambda}_s^{(\nu)}) \right]$  (9)

Здесь:  $\bar{G}_\lambda^{(\nu)}$  – вектор первых частных производных первичных параметров по координатам цели на  $\nu$ -м интервале;

$K_{ps}^{(\nu)}$  – апостериорная ковариационная матрица ошибок оценивания на  $\nu$ -м интервале;

$$K_q^{-1} = (-H_q)^{-1},$$

где  $H_q$  – матрица Фишера, являющаяся обратной ковариационной матрицей для первичных параметров и матрицей вторых частных производных логарифма отношения функции правдоподобия (ЛОФП) по первичным параметрам;

$W_{q\lambda}^T$  – транспонированная матрица первых частных производных первичных параметров по элементам вектора состояния (координатам цели);

**Оценивание координат воздушной цели в дальномерной многопозиционной радиолокационной системе**

$\hat{Q}_{\text{мп}}^{(v)}$  – вектор оценок максимального правдоподобия первичных параметров на  $v$ -м интервале;

$\bar{Q}(\Lambda_3^{(v)})$  – вектор экстраполяционных значений координат на  $v$ -м интервале;

$$K_3^{(v)} = K_{\text{ps}}^{(v-1)} + \mathbf{V}\mathbf{V}^T,$$

где  $K_{\text{ps}}^{(v-1)}$  – апостериорная ковариационная матрица, определяемая на  $(v-1)$ -м интервале,  $\mathbf{V}$  – матрица, определяемая соотношением (2),  $\mathbf{V}^T$  – транспонированная матрица  $\mathbf{V}$ , согласно (2):

$$\mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_x & 0 \\ 0 & \mathbf{b}_y \end{bmatrix}, \text{ и } \mathbf{V}\mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_x^2 & 0 \\ 0 & \mathbf{b}_y^2 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$H_\lambda^{(v)}$  – матрица Фишера, элементами которой являются вторые производные ЛОФП по координатам цели:

$$H_\lambda^{(v)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Согласно [6] матрица  $W_{q\lambda}$  определяется формулой:

$$W_{q\lambda} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} & \frac{\partial \tau_1}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_2}{\partial x} & \frac{\partial \tau_2}{\partial y} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Определим элементы матрицы (12). Из (6) имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} &= \frac{2}{c} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \sqrt{\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2} \right\} = \frac{2}{c} \frac{1}{\sqrt{\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2}} \cdot \left(x + \frac{b}{2}\right), \\ \frac{\partial \tau_1}{\partial y} &= \frac{2}{c} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \sqrt{\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2} \right\} = \frac{2}{c} \frac{1}{\sqrt{\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2}} \cdot y, \\ \frac{\partial \tau_2}{\partial x} &= \frac{2}{c} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + y^2} \right\} = \frac{2}{c} \frac{1}{\sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + y^2}} \cdot \left(x - \frac{b}{2}\right), \\ \frac{\partial \tau_2}{\partial y} &= \frac{2}{c} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + y^2} \right\} = \frac{2}{c} \frac{1}{\sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + y^2}} \cdot y. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Матрица  $W_{q\lambda}^T$  может быть определена из (12):

$$W_{q\lambda}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} & \frac{\partial \tau_2}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_1}{\partial y} & \frac{\partial \tau_2}{\partial y} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Матрица  $W_{q\lambda}^T$  получается из (7) в виде:

$$K_q = \begin{bmatrix} \sigma_{\tau_1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\tau_2}^2 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Обратная ковариационная матрица  $K_q^{-1}$  может быть найдена из (15) путём вычисления её элементов по формуле [8]:

$$a_{ik}^{(-1)} = \frac{A_{ki}}{|A|}, \quad (16)$$

где  $|A|$  – определитель матрицы  $K_q$ ;

$A_{ki}$  – алгебраическое дополнение  $k$ -го элемента матрицы  $K_q$ .

С учетом (16) из (15) получаем:

$$K_q^{-1} = \frac{1}{\sigma_{\tau_1}^2 \sigma_{\tau_2}^2} \begin{bmatrix} \sigma_{\tau_2}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\tau_1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{\tau_1}^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\tau_2}^2} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Вектор  $[\hat{Q}_{мп}^{(v)} - \bar{Q}(\Lambda_3^{(v)})]$  определяется из (6), (7):

$$[\hat{Q}_{мп}^{(v)} - \bar{Q}(\Lambda_3^{(v)})] = \begin{bmatrix} \hat{\tau}_1^{(v)} - \frac{2}{c} \sqrt{\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2}} \\ \hat{\tau}_2^{(v)} - \frac{2}{c} \sqrt{\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2}} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Произведение матрицы (17) и вектора (18) даёт вектор:

$$K_q^{-1} [\hat{Q}_{мп}^{(v)} - \bar{Q}(\Lambda_3^{(v)})] = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\text{где} \begin{cases} A_1 = \frac{1}{\sigma_{\tau_1}^2} \left[ \hat{\tau}_1^{(v)} - \frac{2}{c} \sqrt{\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2}} \right], \\ A_2 = \frac{1}{\sigma_{\tau_2}^2} \left[ \hat{\tau}_2^{(v)} - \frac{2}{c} \sqrt{\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2}} \right]. \end{cases} \quad (20)$$

Умножив (14) на (20), получаем:

$$\vec{G}_\lambda^{(v)} = W_{q\lambda}^T K_q^{-1} [\hat{Q}_{мп}^{(v)} - \bar{Q}(\Lambda_3^{(v)})] = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix}, \quad (21)$$

**Оценивание координат воздушной цели в дальномерной многопозиционной радиолокационной системе**

$$\text{где } \begin{cases} g_x = \frac{\partial \tau_1}{\partial x} A_1 + \frac{\partial \tau_2}{\partial x} A_2, \\ g_y = \frac{\partial \tau_1}{\partial y} A_1 + \frac{\partial \tau_2}{\partial y} A_2. \end{cases} \quad (22)$$

В (18) следует подставлять экстраполяционные значения координат (апостериорные значения координат на предыдущем шаге) [6]:

$$\begin{cases} x_3^{(v)} = \hat{x}_{ps}^{(v-1)}, \\ y_3^{(v)} = \hat{y}_{ps}^{(v-1)}, \end{cases} \quad (23)$$

которые вычисляются из первого уравнения системы (8).

С учётом (4), для  $v$ -го интервала из первого уравнения системы (8) можно получить:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{ps}^{(v)} \\ \hat{y}_{ps}^{(v)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3^{(v)} \\ y_3^{(v)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{ps,x}^{(v)} & K_{xy}^{(v)} \\ K_{xy}^{(v)} & D_{ps,y}^{(v)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix}, \text{ или} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \hat{x}_{ps}^{(v)} = x_3^{(v)} + D_{ps,x}^{(v)} g_x + K_{xy}^{(v)} g_y, \\ \hat{y}_{ps}^{(v)} = y_3^{(v)} + K_{xy}^{(v)} g_x + D_{ps,y}^{(v)} g_y, \end{cases} \quad (25)$$

где  $x_3^{(v)}$ ,  $y_3^{(v)}$  – определяются из (23);

элементы  $D_{ps,x}^{(v)}$ ,  $K_{xy}^{(v)}$ ,  $D_{ps,y}^{(v)}$  определяются следующим образом.

Во втором уравнении системы (8) согласно [6]:

$$K_3^{(v)} = K_{ps}^{(v-1)} + BB^T, \quad (26)$$

где  $K_{ps}^{(v-1)}$  – апостериорная ковариационная матрица на  $(v-1)$ -ом интервале;  $BB^T$  определяется из (12). Матрица  $K_{ps}^{(v-1)}$  записывается аналогично (4), т.е.

$$K_{ps,x}^{(v-1)} = \begin{bmatrix} D_{ps,x}^{(v-1)} & K_{xy}^{(v-1)} \\ K_{xy}^{(v-1)} & D_{ps,y}^{(v-1)} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Приняв, в первом приближении,  $K_{xy}^{(v-1)} = K_{xy}^{(v)} = \frac{l_1}{l_2}$ ,

где  $l_1$  и  $l_2$  – соответственно, малая и большая оси эллипса ошибок [9], из (26) и (27) получаем:

$$K_3^{(v)} = \begin{bmatrix} D_{ps,x}^{(v-1)} + b_x^2 & K_{xy}^{(v-1)} \\ K_{xy}^{(v-1)} & D_{ps,y}^{(v-1)} + b_y^2 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Элементы матрицы  $H_\lambda$  в формуле (8), как вторые производные логарифма отношения функционала правдоподобия по координатам  $F$ , могут быть записаны в виде [6]:

$$H_\lambda = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Для определения компонентов матрицы  $H_\lambda$  воспользуемся соотношением [6]:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} = \sum_{j=1}^{m_q} \sum_{\mu=1}^{m_q} \aleph_{j\mu}^{(v)} \left\{ \frac{\partial^2 q_j}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} \left[ q_\mu \left( \bar{\Lambda}_3^{(v)}, \hat{S}^{(v)} \right) - \hat{q}_\mu^{(v)} \right] + \frac{\partial q_j}{\partial \lambda_i} \frac{\partial q_\mu}{\partial \lambda_k} \right\}, \quad (30)$$

где  $m_q$  – количество первичных параметров (в рассматриваемом случае  $m_q = 2$ );  $q_j$  и  $q_\mu$  –  $j$ -ый и  $\mu$ -ый первичные параметры;

$\hat{S}$  – вектор оцениваемых координат позиций МРЛС (в рассматриваемом случае компоненты этого вектора не оцениваются).

Таким образом, для рассматриваемого случая полагаем  $\aleph_{j\mu}^{(v)}$  равными:

$$\aleph_{11}^{(v)} = \sigma_{\tau_1}^2; \quad \aleph_{12}^{(v)} = \aleph_{21}^{(v)} = 0; \quad \aleph_{22}^{(v)} = \sigma_{\tau_2}^2; \quad \hat{S}^{(v)} = 0. \quad (31)$$

При подстановке (31) в (30) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= \sigma_{\tau_1}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2} [\tau_1(x^{(v)}, y^{(v)}) - \hat{\tau}_1^{(v)}] + \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \right)^2 \right\} + \\ &+ \sigma_{\tau_2}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \tau_2}{\partial x^2} [\tau_2(x^{(v)}, y^{(v)}) - \hat{\tau}_2^{(v)}] + \left( \frac{\partial \tau_2}{\partial x} \right)^2 \right\}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} &= \sigma_{\tau_1}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x \partial y} [\tau_1(x^{(v)}, y^{(v)}) - \hat{\tau}_1^{(v)}] + \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} \right\} + \\ &+ \sigma_{\tau_2}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \tau_2}{\partial x \partial y} [\tau_2(x^{(v)}, y^{(v)}) - \hat{\tau}_2^{(v)}] + \frac{\partial \tau_2}{\partial x} \frac{\partial \tau_2}{\partial y} \right\}; \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= \sigma_{\tau_1}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial y^2} [\tau_1(x^{(v)}, y^{(v)}) - \hat{\tau}_1^{(v)}] + \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial y} \right)^2 \right\} + \\ &+ \sigma_{\tau_2}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \tau_2}{\partial y^2} [\tau_2(x^{(v)}, y^{(v)}) - \hat{\tau}_2^{(v)}] + \left( \frac{\partial \tau_2}{\partial y} \right)^2 \right\}; \end{aligned} \quad (34)$$

В выражениях (32)–(34):

$$\begin{cases} \tau_1(x^{(v)}, y^{(v)}) = \frac{2}{c} \sqrt{\left(x^{(v)} + \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2}}, \\ \tau_2(x^{(v)}, y^{(v)}) = \frac{2}{c} \sqrt{\left(x^{(v)} - \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2}}. \end{cases} \quad (35)$$

$$\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2} = \frac{2}{c} \left( \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \left( 1 - \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 \left( \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2 \right)^{-1} \right); \quad (36)$$

$$\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial y \partial x} = -\frac{2}{c} \left(x + \frac{b}{2}\right) \cdot y \cdot \left( \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + y^2 \right)^{-\frac{3}{2}}; \quad (37)$$

$$\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial y^2} = \frac{2}{c} \left( \left( x + \frac{b}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 - y^2 \left( \left( x + \frac{b}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{-1} \right); \quad (38)$$

$$\frac{\partial^2 \tau_2}{\partial x^2} = \frac{2}{c} \left( \left( x - \frac{b}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 - \left( x - \frac{b}{2} \right)^2 \left( \left( x - \frac{b}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{-1} \right); \quad (39)$$

$$\frac{\partial^2 \tau_2}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \tau_2}{\partial y \partial x} = -\frac{2}{c} \left( x - \frac{b}{2} \right) \cdot y \cdot \left( \left( x - \frac{b}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{3}{2}}; \quad (40)$$

$$\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial y^2} = \frac{2}{c} \left( \left( x - \frac{b}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 - y^2 \left( \left( x - \frac{b}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{-1} \right); \quad (41)$$

### Заключение

В гауссовском приближении получены аналитические выражения, позволяющие сформировать алгоритм оценивания координат малоподвижной цели (воздушный шар, вертолёт, дирижабль) в двухпозиционной дальномерной РЛС, координаты позиции которой известны (например, получены геодезическими методами). Алгоритм представлен отношениями (8), (9), (23), (27)–(29).

### Литература:

1. Дубровин А.В., Никишов В.В., Шевгунов Т.Я. Разработка структуры пассивной радиолокационной системы для определения местоположения летательного аппарата при его заходе на посадку // Доклады VIII Всерос. науч.-техн. конф. «Радиолокация и радиосвязь», 24–26 ноября 2014 г. Москва. С. 42–46.
2. Чапурский В.В. Погрешности измерения взаимного положения двух близкорасположенных объектов в многопозиционной РЛС // Доклады VIII Всерос. науч.-техн. конф. «Радиолокация и радиосвязь», 24–26 ноября 2014 г. Москва. С. 67–71.
3. Богодаров А.Ю., Зданович Ю.А., Котов А. Ф., Попонов П.В. Квазиоптимальная фильтрация вектора состояния цели в гиперболической системе // Доклады VIII Всерос. науч.-техн. конф. «Радиолокация и радиосвязь», 24–26 ноября 2014 г. Москва. С. 103–107.
4. Элбакидзе А.В., Разманов В.М., Смольянинов И.В., Кривцов А.П., Денисов Е.Ю. Многофункциональный гидролокационный комплекс для исследования морского дна // Доклады VIII Всерос. науч.-техн. конф. «Радиолокация и радиосвязь», 24–26 ноября 2014 г. Москва. С. 227–231.
5. Карташевский В. Г., Коняева О. С. Алгоритм приёма в целом "с поэлементным принятием решения" для системы ММО // Доклады VIII Всерос. науч.-техн. конф. «Радиолокация и радиосвязь», 24–26 ноября 2014 г. Москва. С. 294 - 297.
6. Котов А.Ф., Гребенников В.Б. Импульсные многопозиционные радиотехнические системы // Радиотехника. 1987. № 6. С. 6–9.
7. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Скольника. Т.1. М.: Советское Радио, 1976. 486 с.
8. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.
9. Котов А.Ф. Методы определения местоположения объектов с повышенной точностью: учебное пособие. М.: МИРЭА, 1986. 76 с.

УДК: 621.37:519.651

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ СИСТЕМ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

**В.Н. Исаков<sup>®</sup>**, ст. преподаватель

*Кафедра теоретической радиотехники и радиофизики МИРЭА  
Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, 119454 Россия  
Автор для переписки, e-mail: vnisakov@rambler.ru*

В статье рассматриваются универсальные системы на основе элементарных функций, позволяющие проводить аппроксимацию импульсных сигналов различного вида и длительности и обеспечивать их простое математическое описание. Предложены степенные, многочленно-косинусоидальные, экспоненциально-многочленные, дробно-рациональные, B-сплайновые системы сигналов, а также системы сигналов с ограниченным спектром. Получены выражения для спектральных и корреляционных характеристик предложенных моделей сигналов.

На основе рассматриваемых моделей сигналов разработан многофункциональный интегрируемый программный модуль «Библиотека сигналов». Интерфейс модуля ориентирован на самостоятельное использование модуля (например, в качестве компьютерного справочника) и для применения во внешней программе, например, в качестве окна, который обеспечивает выбор пользователем того или иного сигнала и задания его параметров. В статье приводятся примеры результатов, получаемых с помощью указанных программ, а также пример графического оформления модуля библиотеки сигналов. Вопросы выбора той или иной системы функций определяются спецификой решаемой задачи.

**Ключевые слова:** аппроксимация, детерминированный сигнал, математическая модель сигнала, спектральная плотность, спектральный анализ сигналов, корреляционная функция, корреляционный анализ сигналов.

## DETERMINATED SIGNALS MATHEMATICAL MODELS ON THE BASIS OF PRIMITIVE FUNCTION SYSTEMS

**V.N. Isakov<sup>®</sup>**

*Moscow Technological University (MIREA), Moscow, 119454 Russia  
Corresponding author e-mail: vnisakov@rambler.ru*

The article deals with universal systems on the basis of primitive functions for approximating pulse signals of different types and duration and providing simple mathematical formulation as well. Power, polynomial-cosinusoidal, exponential-multinomial, linear fractional, B-spline signal systems and restricted spectrum systems have been presented. The expressions for spectral and correlation characteristics of the signal systems mentioned have been obtained.

Based on the analyzed signals models a multifunctional plug-in software module “Signals Library” has been developed.

The module interface is designed for module private use (for example, as a computer reference guide) or for the external program application, for example, as a window to provide a signal type

and signal parameters setting selection for users. The examples of the results obtained using the programs above mentioned as well as Signals Library module graphical presentation have been represented in the article. A matter of choice of this or that functions system can be determined by specifics of the task to be solved.

**Keywords:** approximation of determined signal, mathematical model of a signal, spectral density, spectral analysis of signals, correlation function, correlation analysis of signals.

## 1. Введение

Развитие информационных систем связано с анализом большого числа детерминированных сигналов различного вида (формы) и длительности, независимо от их физического наполнения. Анализ проводится как анализ временных функций, непрерывных или дискретных, с использованием общих подходов и методов. Это положение остается справедливым и в отношении любых характеристик сигналов. Таким образом, в дальнейшем, когда используется понятие «сигнал», подразумеваются и его характеристики, а само понятие используется как формализованное – функция времени, независимо от физического содержания. Такая формализация позволяет рассматривать методы анализа в самом общем виде и получать достаточно универсальные средства исследования.

Независимо от того, как проводится анализ – аналитически или с использованием численных методов на компьютере, наиболее удобной формой представления сигнала является его математическое описание. Большое разнообразие сигналов обуславливает и разнообразие форм их описания. В то же время необходимая систематика, начиная с методов анализа и заканчивая функциональными зависимостями, требует системы в выборе методов описания сигналов. Однако, попытки разработки универсальных систем функций для аппроксимации реальных сигналов обычно носят ограниченный характер [1–3].

Таким образом, в свете сказанного одной из актуальных задач, решение которой обеспечивает компьютерный анализ сигналов, представляется разработка универсальных методов аппроксимации сигналов. Для уменьшения ресурсоёмкости вычислительных алгоритмов и уменьшения объема хранимой информации желательно располагать общими аналитическими соотношениями, описывающими не какую-либо модель сигнала, а целые семейства таких моделей.

В настоящей работе рассматриваются универсальные системы на основе элементарных функций, позволяющие проводить аппроксимацию импульсных сигналов различного вида и длительности.

При выборе универсальных систем аппроксимирующих функций основным условием является простота описания реальных сигналов при достаточно высокой точности (степени идентичности). В данном случае понятие простоты включает, прежде всего, простоту перехода от временной области анализа к частотной и наоборот, а также возможность оперирования корреляционными характеристиками.

## 2. Системы аппроксимирующих функций

### 2.1. Система степенных сигналов

Несимметричный сигнал описывается выражением

$$s(t) = V_0 \left( \frac{t}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( \frac{t}{T_H} \right)^j \right)^m \operatorname{rect} \left( \frac{t - 0.5T_H}{T_H} \right), \quad (1)$$

где  $V_0 = \left( \frac{k + ml}{k} \right)^j \left( \frac{k + ml}{ml} \right)^m$  – нормирующий множитель, соответствующий единичному максималь-

ному значению сигнала;  $k, l, m = 0, 1, 2, \dots; l \neq 0$  – параметры системы сигналов;  $\tau_H$  – длительность сигнала.

В рассматриваемую систему входит, в частности, прямоугольный импульс, несимметричный треугольный импульс.

Воспользовавшись биномом Ньютона, (1) представим в виде

$$s(t) = V_0 \sum_{i=0}^m (-1)^i C_m^i \left(\frac{t}{\tau_H}\right)^{i+k} \operatorname{rect}\left(\frac{t-0,5\tau_H}{\tau_H}\right), \quad (2)$$

где  $C_m^i$  – число сочетаний из  $m$  по  $i$ .

Для спектральной плотности (2) с учётом свойства линейности преобразования Фурье, получим

$$S(\omega) = V_0 \tau_H \sum_{i=0}^m (-1)^i C_m^i \gamma_{i+k}(0,1, \omega \tau_H), \quad (3)$$

$$\text{где } \gamma_n(t_1, t_2, \omega) = \int_{t_1}^{t_2} t^n e^{-j\omega t} dt = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!} \frac{t_1^i e^{-j\omega t_1} - t_2^i e^{-j\omega t_2}}{(j\omega)^{n-i+1}}.$$

Нетрудно установить, что

$$\gamma_n(t_1, t_2, 0) = \frac{t_2^{n+1} - t_1^{n+1}}{n+1}, \quad (4)$$

$$\operatorname{Re} \gamma_n(t_1, t_2, \omega) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i! \omega^{n-i+1}} \left( t_1^i \cos\left(\omega t_1 + (n-i+1) \frac{\pi}{2}\right) - t_2^i \cos\left(\omega t_2 + (n-i+1) \frac{\pi}{2}\right) \right), \quad (5)$$

$$\operatorname{Im} \gamma_n(t_1, t_2, \omega) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i! \omega^{n-i+1}} \left( t_2^i \sin\left(\omega t_2 + (n-i+1) \frac{\pi}{2}\right) - t_1^i \sin\left(\omega t_1 + (n-i+1) \frac{\pi}{2}\right) \right). \quad (6)$$

Определим энергию сигнала. При этом учтём, что

$$s^2(k, l, m, t) = s(2k, l, 2m, t)$$

и, используя представление (2), запишем

$$E_{k,l,m} = V_0^2 \tau_H \sum_{i=0}^{2m} \frac{(-1)^i C_m^i}{i! + 2k + 1}. \quad (7)$$

Для автокорреляционной функции сигнала, с учётом (2), можно получить

$$R(\tau) = V_0^2 \tau_H \sum_{i_1, i_2=0}^{m,m} (-1)^{i_1+i_2} C_m^{i_1} C_m^{i_2} r_{i_1+k, i_2+l+k} \left( \left| \frac{\tau}{\tau_H} \right|, 1, \left| \frac{\tau}{\tau_H} \right| \right) \operatorname{rect}\left(\frac{\tau}{2\tau_H}\right), \quad (8)$$

$$\text{где } r_{n_1, n_2}(a, b, \tau) = \int_a^b t^{n_1} (t-\tau)^{n_2} dt = \sum_{i=0}^{n_2} (-1)^i C_{n_2}^i \tau^i \frac{b^{n_1+n_2-i+1} - a^{n_1+n_2-i+1}}{n_1+n_2-i+1}.$$

Рассмотрим чётно-симметричные степенные сигналы, получаемые из (1), вместе с преобразованием масштаба, путём замены  $\tau_H \rightarrow \frac{\tau_H}{2}$ , чтобы параметр  $\tau_H$  соответствовал длительности сигнала:

$$s^{(\text{чёт})}(t) = V_0 \left( 2 \frac{|d|}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( 2 \frac{|d|}{T_H} \right)^l \right)^m \text{rect} \left( \frac{t}{T_H} \right). \quad (9)$$

Для спектральной плотности рассматриваемого сигнала получим

$$S^{(\text{чёт})}(\omega) = \text{Re } S(0,5\omega) = V_0 T_H \sum_{i=0}^m (-1)^i C_m^i \text{Re } V_{il+k} \left( 0, 1, \frac{\omega T_H}{2} \right), \quad (10)$$

где  $S(\omega)$  описывается (3).

Автокорреляционная функция чётно-симметричного степенного сигнала

$$R^{(\text{чёт})}(\tau) = V_0^2 \frac{\tau_u}{2} \sum_{i_1=0}^m \sum_{i_2=0}^m (-1)^{i_1+i_2} C_m^{i_1} C_m^{i_2} \times \\ \times \left( 2r_{i_1l+k, i_2l+k} \left( \left| \frac{2\tau}{\tau_u} \right|, 1, \left| \frac{2\tau}{\tau_u} \right| \right) \text{rect} \left( \frac{\tau}{\tau_u} \right) + (-1)^{i_2l+k} r_{i_1l+k, i_2l+k} \left( 0, \left| \frac{2\tau}{\tau_u} \right|, \left| \frac{2\tau}{\tau_u} \right| \right) \text{rect} \left( \frac{\tau}{\tau_u} \right) + \right. \\ \left. + (-1)^{i_2l+k} r_{i_1l+k, i_2l+k} \left( \left| \frac{2\tau}{\tau_u} \right| - 1, 1, \left| \frac{2\tau}{\tau_u} \right| \right) \text{rect} \left( \frac{|2\tau| - 1,5\tau_u}{\tau_u} \right) \right) \quad (11)$$

Для нечётно-симметричного степенного сигнала

$$s^{(\text{неч})}(t) = V_0 \left( 2 \frac{|d|}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( 2 \frac{|d|}{T_H} \right)^l \right)^m \text{rect} \left( \frac{t}{T_H} \right) \text{sign}(t) \quad (12)$$

аналогично предыдущему получим спектральную плотность

$$S^{(\text{неч})}(\omega) = j \text{Im } S(0,5\omega) = j V_0 T_H \sum_{i=0}^m (-1)^i C_m^i \text{Im } V_{il+k} \left( 0, 1, \frac{\omega T_H}{2} \right) \quad (13)$$

и автокорреляционную функцию

$$R^{(\text{неч})}(\tau) = V_0^2 \frac{\tau_u}{2} \sum_{i_1=0}^m \sum_{i_2=0}^m (-1)^{i_1+i_2} C_m^{i_1} C_m^{i_2} \times \left( 2r_{i_1l+k, i_2l+k} \left( \frac{2|\tau|}{\tau_u}, 1, \frac{2|\tau|}{\tau_u} \right) \text{rect} \left( \frac{\tau}{\tau_u} \right) - \right. \\ \left. - (-1)^{i_2l+k} r_{i_1l+k, i_2l+k} \left( 0, \frac{2|\tau|}{\tau_u}, \frac{2|\tau|}{\tau_u} \right) \text{rect} \left( \frac{\tau}{\tau_u} \right) - (-1)^{i_2l+k} r_{i_1l+k, i_2l+k} \left( \frac{2|\tau|}{\tau_u} - 1, 1, \frac{2|\tau|}{\tau_u} \right) \text{rect} \left( \frac{2|\tau| - 1,5\tau_u}{\tau_u} \right) \right) \quad (14)$$

Энергия сигналов (9) и (12), как нетрудно установить, совпадает с (7).

## 2.2. Система многочленно-косинусоидальных сигналов

Несимметричный сигнал системы описывается выражением

$$s(t) = V_0 \left( \frac{t}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( \frac{t}{T_H} \right)^l \right)^m \cos^n \left( \frac{\pi t}{2 T_H} \right) \text{rect} \left( \frac{t-0,5T_H}{T_H} \right), \quad (15)$$

где  $V_0$  – нормирующий множитель, получить выражение для которого в замкнутом виде затруднительно, но он, разумеется, может быть рассчитан для каждого конкретного набора параметров системы сигналов;  $\tau_u$  – длительность сигнала;  $k, l, m, n = 0, 1, 2, \dots; l \neq 0$  – параметры системы сигналов.

При  $n = 0$  (15) описывает степенной сигнал (1), при  $k = 0$  и  $m = 0$  – семейство несимметричных косинусоидальных импульсов.

Для определения спектральной плотности сигналов рассматриваемого семейства воспользуемся разложением

$$\cos^n\left(\frac{\pi t}{2T_H}\right) = \frac{1}{2^n} \sum_{i=0}^n C_n^i \cos(\omega_{n,i}t), \quad (16)$$

где  $\omega_{n,i} = \frac{\pi(n-2i)}{2T_H}$ , которое позволяет переписать (15) в виде

$$s(t) = \frac{a}{2^n} \sum_{i=0}^n C_n^i s_0(t) \cos(\omega_{n,i}t), \quad (17)$$

где  $s_0(t)$  – несимметричный степенной сигнал (1);  $a = \frac{V_0}{V_{s_0}}$ ,  $V_{s_0}$  – нормирующий множитель несимметричного степенного сигнала.

Используя свойства преобразования Фурье для спектральной плотности (17) получим

$$S(\omega) = \frac{a}{2^{n+1}} \sum_{i=0}^n C_n^i (S_0(\omega - \omega_{n,i}) + S_0(\omega + \omega_{n,i})), \quad (18)$$

где  $s_0(\omega)$  – спектральная плотность несимметричного степенного сигнала, описываемая (3).

При определении энергии сигнала учтём, что

$$s^2(k, l, m, n, t) = s(2k, l, 2m, 2n, t),$$

поэтому

$$E = \int_0^{\tau_u} s(2k, l, 2m, 2n, t) dt = S(2k, l, 2m, 2n, 0) = \frac{v(2k, l, 2m, 2n)}{2^{2n}} \sum_{i=0}^{2n} C_{2n}^i S_0^{(\text{чёр})}(2k, l, 2m, 2\omega_{2n,i}), \quad (19)$$

где  $S_0^{(\text{чёр})}(\omega)$  – спектральная плотность чётно-симметричного степенного сигнала;

Для автокорреляционной функции (15), с учётом (2) и (17), получим

$$R_{k,l,m,n}(\tau) = \frac{V_0^2 \tau_u}{4^n} \sum_{i_1, i_2, i_3, i_4=0}^{n,m,n,m} (-1)^{i_2+i_4} C_n^{i_1} C_m^{i_2} C_n^{i_3} C_m^{i_4} \times q_{i_2+l+k, i_4+l+k} \left( \frac{|\tau|}{\tau_u}, 1, \omega_{n, i_1}, \omega_{n, i_2}, \frac{|\tau|}{\tau_u} \right) \text{rect} \left( \frac{\tau}{\tau_u} \right), \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} q_{n_1, n_2}(t_1, t_2, \omega_1, \omega_2, \tau) &= \int_{t_1}^{t_2} t^{n_1} (t - \tau)^{n_2} \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 (t - \tau)) dt = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n_2} (-1)^i C_{n_2}^i \tau^i \times \left( \text{Re}(\gamma_{n_1+n_2-i}(t_1, t_2, \omega_1 + \omega_2) + \gamma_{n_1+n_2-i}(t_1, t_2, \omega_1 - \omega_2)) \cos(\omega_2 \tau) + \right. \\ &\quad \left. + \text{Im}(\gamma_{n_1+n_2-i}(t_1, t_2, \omega_1 - \omega_2) - \gamma_{n_1+n_2-i}(t_1, t_2, \omega_1 + \omega_2)) \sin(\omega_2 \tau) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогично п. 2.1 для чётно-симметричного сигнала

$$s^{(\text{чёр})}(t) = V_0 \left( 2 \frac{|t|}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( 2 \frac{|t|}{T_H} \right)^l \right)^m \cos^n \left( \frac{\pi t}{T_H} \right) \text{rect} \left( \frac{t}{T_H} \right), \quad (22)$$

получим

$$S^{(\text{чет})}(\omega) = \frac{V}{2^{n+1}} \sum_{i=0}^n C_n^i (S_0^{(\text{чет})}(\omega - \omega_{n,i}) + S_0^{(\text{чет})}(\omega + \omega_{n,i})), \quad (23)$$

где  $S_0^{(\text{чет})}(\omega)$  – спектральная плотность четно-симметричного степенного сигнала (9);

$$\omega_{n,i} = \frac{\pi(n-2i)}{T_H}.$$

Для нечётно-симметричного сигнала

$$s^{(\text{неч})}(t) = V_0 \left( 2 \frac{|t|}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( 2 \frac{|t|}{T_H} \right)^l \right)^m \cos^n \left( \frac{\pi t}{T_H} \right) \text{rect} \left( \frac{t}{T_H} \right) \text{sign}(t), \quad (24)$$

$$S^{(\text{неч})}(\omega) = \frac{V}{2^{n+1}} \sum_{i=0}^n C_n^i (S_0^{(\text{неч})}(\omega - \omega_{n,i}) + S_0^{(\text{неч})}(\omega + \omega_{n,i})), \quad (25)$$

$$\omega_{n,i} = \frac{\pi(n-2i)}{T_H}.$$

Энергия сигналов (22) и (24) описывается выражением (19).

### 2.3. Система многочленно-синусоидальных сигналов

Несимметричный сигнал системы описывается выражением

$$s(t) = V_0 \left( \frac{t}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( \frac{t}{T_H} \right)^l \right)^m \sin^n \left( \frac{\pi t}{T_H} \right) \text{rect} \left( \frac{t-0,5T_H}{T_H} \right), \quad (26)$$

где  $V_0$  – нормирующий множитель;  $\tau_u$  – длительность сигнала;  $k, l, m, n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $l \neq 0$  – параметры сигнала.

При  $n = 0$  (26) описывает степенной сигнал (1), при  $k, m = 0$  – семейство несимметричных синусоидальных импульсов.

Для определения спектральной плотности сигналов рассматриваемого семейства воспользуемся разложением

$$\sin^n \left( \frac{\pi t}{T_H} \right) = \frac{1}{2^n} \sum_{i=0}^n (-1)^i C_n^i \cos[\omega_{n,i} t + \varphi_i]. \quad (27)$$

где  $\omega_{n,i} = \frac{\pi(n-2i)}{T_H}$ ,  $\varphi_i = -\frac{i\pi}{2}$ .

С учётом (27), выражение (26) перепишем в виде

$$s(t) = \frac{a}{2^n} \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k s_0(t) \cos(\omega_{n,k} t + \varphi_n), \quad (28)$$

где  $s_0(t)$  – несимметричный степенной сигнал (1);  $a = \frac{V_0}{V_{s_0}}$ ,  $V_{s_0}$  – нормирующий множитель сигнала  $s_0(t)$ .

Используя свойства преобразования Фурье для спектральной плотности (27), получим

$$S(\omega) = \frac{a}{2^{n+1}} \sum_{i=0}^n (-1)^i C_n^i (S_0(\omega - \omega_{n,i}) e^{i\varphi_i} + S_0(\omega + \omega_{n,i}) e^{-i\varphi_i}). \quad (29)$$

Для определения энергии сигнала учтём, что  $s^2(k, l, m, n, t) = s(2k, l, 2m, 2n, t)$ , поэтому

$$E = \int_0^{\tau_n} s(2k, l, 2m, 2n, t) dt = S(2k, l, 2m, 2n, 0) = \frac{a(2k, l, 2m, 2n)}{2^{2n}} \sum_{i=0}^{2n} C_{2n}^i S_0^{(\text{чёт})}(2k, l, 2m, 2\omega_{2n,i}) \cos \phi_i, \quad (30)$$

где  $S_0^{(\text{чёт})}(\omega)$  – спектральная плотность чётно-симметричного степенного сигнала (9).

Для чётно-симметричного сигнала

$$s^{(\text{чёт})}(t) = V_0 \left( \frac{|t|}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( \frac{|t|}{T_H} \right)^l \right)^m \left| \sin \left( \frac{\pi t}{T_H} \right) \right|^n \text{rect} \left( \frac{t}{T_H} \right), \quad (31)$$

получим

$$S^{(\text{чёт})}(\omega) = \frac{a}{2^{n+1}} \sum_{i=0}^n C_n^i (S_0^{(\text{чёт})}(\omega - \omega_{n,i}) + S_0^{(\text{чёт})}(\omega + \omega_{n,i})) \cos \phi_i, \quad (32)$$

где  $\omega_{n,i} = \frac{2\pi(n-2i)}{T_H}$ .

Для нечётно-симметричного сигнала

$$s^{(\text{неч})}(t) = V_0 \left( \frac{|t|}{T_H} \right)^k \left( 1 - \left( \frac{|t|}{T_H} \right)^l \right)^m \left| \sin \left( \frac{\pi t}{T_H} \right) \right|^n \text{rect} \left( \frac{t}{T_H} \right) \text{sign}(t), \quad (33)$$

$$S^{(\text{неч})}(\omega) = \frac{a}{2^{n+1}} \sum_{i=0}^n C_n^i (S_0^{(\text{неч})}(\omega - \omega_{n,i}) + S_0^{(\text{неч})}(\omega + \omega_{n,i})) \sin \phi_i, \quad (34)$$

где  $S_0^{(\text{неч})}(\omega)$  – спектральная плотность нечётно-симметричного сигнала (12);

$$\omega_{n,i} = \frac{2\pi(n-2i)}{T_H}.$$

Энергия сигналов (31) и (32) описывается выражением (30).

#### 2.4. Система экспоненциально-многочленных сигналов

Несимметричный сигнал рассматриваемой системы описывается выражением вида

$$s(t) = V_0 \sigma(t) t^k (1 + \alpha t)^m e^{-\alpha t} \quad (35)$$

где  $\sigma(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$  – функция Хевисайда;

$V_0 = t^{-k} (1 + \alpha t)^{-m} e^{\alpha t} \Big|_{t=\frac{(k+m-1) + \sqrt{(k+m-1)^2 + 4k}}{2\alpha}}$  – нормирующий множитель, соответствующий единичному максимальному значению сигнала;  $\alpha$  – параметр временного масштаба сигнала;  $k, m = 0, 1, 2, \dots$  – параметры сигнала.

Воспользовавшись биномиальным разложением, (35) представим в виде

$$s(t) = V_0 \sigma(t) \sum_{i=0}^m \alpha^i C_m^i t^{k+i} e^{-\alpha t}. \quad (36)$$

При определении спектральной плотности рассматриваемого сигнала учтём, что

$$\sigma(t)t^n e^{-\alpha t} \leftrightarrow j^n \frac{d^n}{d\omega^n} \frac{1}{\alpha + j\omega} = \frac{n!}{(\alpha + j\omega)^{n+1}}, \quad (37)$$

а также свойство линейности преобразования Фурье. Тогда получим

$$S(\omega) = V_0 \sum_{i=0}^m \frac{\alpha^i C_m^i (k+i)!}{(\alpha + j\omega)^{k+i+1}}. \quad (38)$$

Энергия сигнала

$$E = V_0^2 \int_0^{\infty} t^{2k} (1 + \alpha t)^{2m} e^{-2\alpha t} dt = \frac{V_0^2}{\alpha^{2k+1}} \sum_{j=0}^{2m} C_{2m}^j \frac{(2k+j)!}{2^{2k+j+1}}. \quad (39)$$

Выражение для автокорреляционной функции сигнала рассматриваемого семейства получим, используя (36)

$$R(\tau) = V_0^2 \sum_{i_1=0}^m \sum_{i_2=0}^m \alpha^{i_1+i_2} C_m^{i_1} C_m^{i_2} \beta_{k+i_1, k+i_2}(\alpha, |\tau|), \quad (40)$$

$$\text{где } \beta_{n_1, n_2}(a, \tau) = e^{a\tau} \int_{\tau}^{\infty} (t-\tau)^{n_2} e^{-2at} dt = \sum_{i_3=0}^{n_2} \sum_{i_4=0}^{n_1+n_2} C_{n_2}^{i_3} \frac{n_2!}{i_4!} \frac{\tau^{n_2-i_3+i_4} e^{-a\tau}}{a^{n_1+n_2-i_4+1}}.$$

Для чётно-симметричного сигнала

$$s^{(\text{чёт})}(t) = V_0 |t|^k (1 + \alpha|t|)^m e^{-\alpha|t|} \quad (41)$$

запишем

$$S^{(\text{чёт})}(\omega) = 2V_0 \sum_{i_1=0}^m \sum_{i_2=0}^{k+i_1+1} \frac{\alpha^{i_1+i_2} C_m^{i_1} C_{k+i_1+1}^{i_2} (k+i_1)! \omega^{k+i_1-i_2+1}}{(\alpha^2 + \omega^2)^{2(k+i_1+1)}} \cos\left(\frac{\pi(k+i_1-i_2+1)}{2}\right); \quad (42)$$

$$E = \frac{2V_0^2}{\alpha^{2k+1}} \sum_{i=0}^{2m} C_{2m}^i \frac{(2k+i)!}{2^{2k+i+1}}. \quad (43)$$

Для нечётно-симметричного сигнала

$$s^{(\text{неч})}(t) = V_0 |t|^k (1 + \alpha|t|)^m e^{-\alpha|t|} \text{sign}(t); \quad (44)$$

$$S^{(\text{неч})}(\omega) = -2jV_0 \sum_{i_1=0}^m \sum_{i_2=0}^{k+i_1+1} \frac{\alpha^{i_1+i_2} C_m^{i_1} C_{k+i_1+1}^{i_2} (k+i_1)! \omega^{k+i_1-i_2+1}}{(\alpha^2 + \omega^2)^{2(k+i_1+1)}} \sin\left(\frac{\pi(k+i_1-i_2+1)}{2}\right). \quad (45)$$

Энергия чётно-симметричного и нечётно-симметричного сигнала равна удвоенному значению энергии несимметричного сигнала (39).

## 2.5. Система дробно-рациональных сигналов

Дробно-рациональный сигнал описывается симметричной функцией вида

$$s(t) = V_0 \frac{t^k}{(1 + (\alpha t)^2)^m}, \quad (46)$$

где  $V_0 = \alpha^k \left( \frac{2m}{2m-k} \right)^m \sqrt{\left( \frac{2m-k}{k} \right)^k}$  – нормирующий множитель;  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $m = 1, 2, \dots$ ;  $k < 2m$  – параметры

сигнала;  $\alpha$  – параметр временного масштаба.

Чётным значениям соответствуют чётно-симметричные сигналы, а нечётным соответствуют нечётно-симметричные сигналы.

При определении спектральной плотности используем соответствие, приведённое в [1]:

$$\frac{1}{(1+(\alpha t)^2)^m} \leftrightarrow \frac{2\pi}{\alpha 2^{2m-1} (m-1)!} e^{-\left(\frac{|\omega|}{\alpha}\right)} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(2m-i-2)!}{i!(m-i-1)!} \left(\frac{2|\omega|}{\alpha}\right)^i.$$

Так как умножение сигнала на  $t$  приводит к дифференцированию его спектральной плотности, запишем

$$S(\omega) = j^k V_0 \sum_{i_2=0}^k \sum_{i_1=0}^{m-1} \frac{1}{\alpha^{k+1}} \varepsilon_{k,m,i_1,i_2} \left(\frac{|\omega|}{\alpha}\right)^{i_1-i_2} e^{-\left(\frac{|\omega|}{\alpha}\right)} \text{sign} \delta_k^y(\omega), \quad (47)$$

$$\text{где } \varepsilon_{k,m,i_1,i_2} = \frac{\pi(-1)^{k-i_2} C_k^{i_2} A_{i_1}^{i_2} (2m-i_1-2)!}{2^{2m-i_1-2} i_1! (m-i_1-1)! (m-1)!} \sigma(i_1-i_2); \quad A_{i_1}^{i_2} = \frac{i_1!}{(i_1-i_2)!}; \quad \sigma(i) = \begin{cases} 0, & i < 0 \\ 1, & i \geq 0 \end{cases}; \quad \delta_k^y = \frac{1-(-1)^k}{2}.$$

## 2.8. Сигналы на основе В-сплайнов

Чётно-симметричный сигнал описывается выражением

$$s(t) = \frac{V_m}{(m-1)!} \sum_{k=0}^m (-1)^k C_m^k \left( m \frac{t}{T_H} + \frac{m}{2} - k \right)^{m-1} \sigma \left( m \frac{t}{T_H} + \frac{m}{2} - k \right), \quad (48)$$

где  $\tau_u$  – длительность сигнала;  $V_m = \frac{(m-1)!}{\sum_{k=0}^{m/2} (-1)^k C_m^k \left( \frac{m}{2} - k \right)^{m-1}}$  – нормирующий множитель;

$m = 1, 2, 3, \dots$  – параметр.

Графики рассматриваемых сигналов являются кусочно-степенными, непрерывными и имеют  $m-1$  непрерывных производных. Выражение (48) получается как результат  $m$ -кратной свёртки прямоугольного импульса с самим собой. Можно показать, что при неограниченном увеличении  $m$  (48) стремится к функции Гаусса.

Спектральная плотность сигнала

$$S(\omega) = \frac{V_m T_H}{m} \text{sinc}^m \left( \frac{\omega T_H}{2m} \right). \quad (49)$$

Спектральная плотность энергии

$$W(\omega) = \left( \frac{V_m T_H}{m} \right)^2 \text{sinc}^{2m} \left( \frac{\omega T_H}{2m} \right) = \frac{V_m^2 T_H}{V_{2m} m} \frac{V_{2m} (2T_H)}{2m} \text{sinc}^{2m} \left( \frac{\omega 2T_H}{4m} \right)$$

Обратное преобразование Фурье спектральной плотности энергии позволяет получить следующее выражение для автокорреляционной функции

$$R(\tau) = \frac{V_m^2 T_H}{V_{2m} m} s \left( 2m, \frac{T_H}{2} \right). \quad (50)$$

Энергия сигнала

$$E = \frac{V_m^2 T_H}{2m^m} \quad (51)$$

## 2.9. Сигналы с ограниченным спектром

Чётно-симметричный сигнал с ограниченным спектром можно получить из (10):

$$s^{(\text{чёр})}(t) = V_0 \sum_{i=0}^m (-1)^i C_m^i \operatorname{Re} V_{il+k}(0,1, \omega_m t), \quad (52)$$

где  $k, l, m = 0, 1, 2, \dots; l \neq 0$  – параметры сигнала;  $\omega_m$  – максимальная частота в спектре сигнала;

$$V_0 = \left( \sum_{i=0}^m \frac{(-1)^i C_m^i}{il+k+1} \right)^{-1} \text{ – нормирующий множитель.}$$

Используя свойство симметрии преобразования Фурье, для спектральной плотности рассматриваемого сигнала запишем

$$S^{(\text{чёр})}(\omega) = \frac{\pi V_0}{\omega_m} \left( \frac{|\omega|}{\omega_m} \right)^k \left( 1 - \left( \frac{|\omega|}{\omega_m} \right)^l \right)^m \operatorname{rect} \left( \frac{\omega}{2\omega_m} \right) \quad (53)$$

Рассмотрим выражение для спектральной плотности энергии

$$W^{(\text{чёр})} = \left( \frac{\pi V_0}{\omega_m} \right)^2 \left( \frac{|\omega|}{\omega_m} \right)^{2k} \left( 1 - \left( \frac{|\omega|}{\omega_m} \right)^l \right)^{2m} \operatorname{rect} \left( \frac{\omega}{2\omega_m} \right), \quad (54)$$

обратное преобразование Фурье которого позволяет получить автокорреляционную функцию в виде:

$$R(\tau) = \frac{\pi}{\omega_m} \frac{(V_0(k, l, m))^2}{V_0(2k, l, 2m)} s^{(\text{чёр})}(2k, l, 2m, \tau). \quad (55)$$

Энергия рассматриваемого сигнала

$$E = \frac{\pi}{\omega_m} \frac{V_0^2(k, l, m)}{V_0(2k, l, 2m)}. \quad (56)$$

Нечётно-симметричный сигнал с ограниченным спектром можно получить из (13)

$$s^{(\text{неч})}(t) = V_0 \sum_{i=0}^m (-1)^i C_m^i \operatorname{Im} V_{il+k}(0,1, \omega_m t), \quad (57)$$

где  $k, l, m = 0, 1, 2, \dots; l \neq 0$  – параметры сигнала;  $\omega_m$  – максимальная частота в спектре сигнала;

$$V_0 = \left( \sum_{i=0}^m \frac{(-1)^i C_m^i}{il+k+1} \right)^{-1} \text{ – нормирующий множитель.}$$

Используя свойство симметрии преобразования Фурье, для спектральной плотности нечётно-симметричного сигнала запишем

$$S^{(\text{неч})}(\omega) = \frac{j\pi V_0}{\omega_m} \left( \frac{|\omega|}{\omega_m} \right)^k \left( 1 - \left( \frac{|\omega|}{\omega_m} \right)^l \right)^m \operatorname{rect} \left( \frac{\omega}{2\omega_m} \right) \operatorname{sign}(\omega). \quad (58)$$

Нетрудно установить, что выражение для спектральной плотности энергии по структуре совпадает с (54) и, соответственно, АКФ сигнала описывается выражением (55), а энергия сигнала также выражается (56).

Аналогично, рассматривая (49), получим следующую систему чётно-симметричных сигналов

$$s(t) = \text{sinc}^n\left(\frac{\omega_m t}{n}\right) \quad (59)$$

где  $\omega_m$  – максимальная частота в спектре сигнала;  $n$  – параметр сигнала; со спектральной плотностью

$$S(\omega) = \frac{2n}{\omega_m} \frac{1}{(n-1)!} \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k \cdot \left(\frac{n\omega}{2\omega_m} + \frac{n}{2} - k\right)^{n-1} \sigma\left(\frac{n\omega}{2\omega_m} + \frac{n}{2} - k\right). \quad (60)$$

### 3. Практическая реализация

Математические модели сигналов, рассмотренные в п. 2, положены в основу реализации разработанного автором специального программного модуля – библиотеки моделей сигналов.

Интерфейсное окно модуля показано на рис. 1. Пользователь может выбирать систему сигналов и задавать различные параметры системы, определяющие вид сигнала, а также длительность и масштабный множитель. При этом одновременно можно наблюдать временную диаграмму сигнала и его амплитудный спектр. В отдельное поле выводятся соответствующие формулы для сигнала и его спектральной плотности.

Модуль может использоваться самостоятельно, например, в качестве справочника или в составе какого-либо приложения Windows в качестве окна выбора сигнала для дальнейшей обработки в соответствии с предназначением основной программы.

Библиотека моделей сигналов использована автором при разработке программного обеспечения для лабораторных работ по дисциплине Радиотехнические цепи и сигналы.

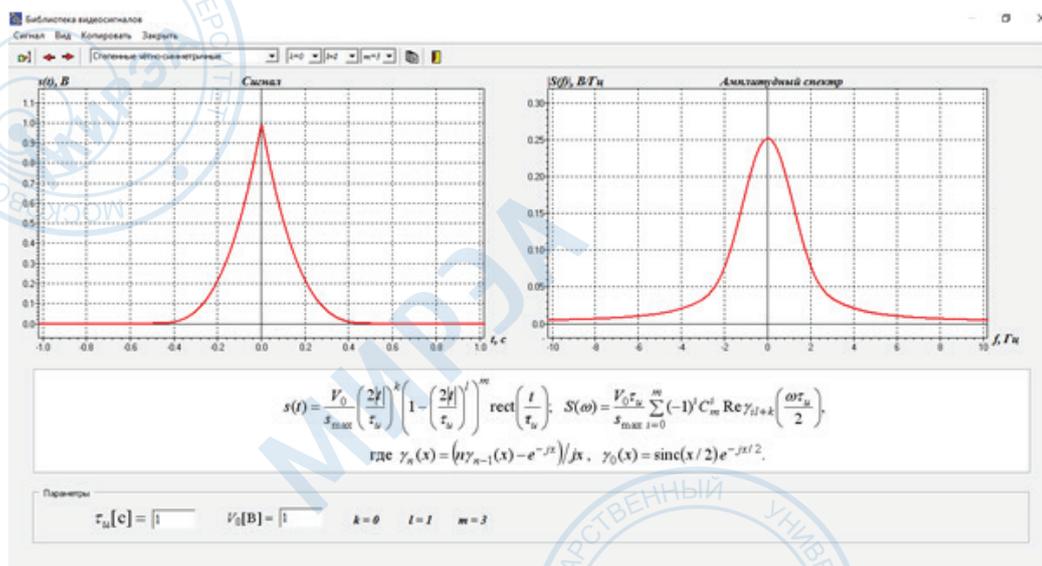


Рис. 1. Интерфейсное окно модуля библиотеки моделей сигналов.

В программе «Спектральный анализ дискретных и аналоговых сигналов» (автор Исаков В.Н.) формируется дискретный сигнал, соответствующий выбранному пользователем в библиотеке сигналов, рассчитывается амплитудный и фазовый спектр исходного сигнала, дискретного сигнала и дискретное преобразование Фурье (см. рис. 2).

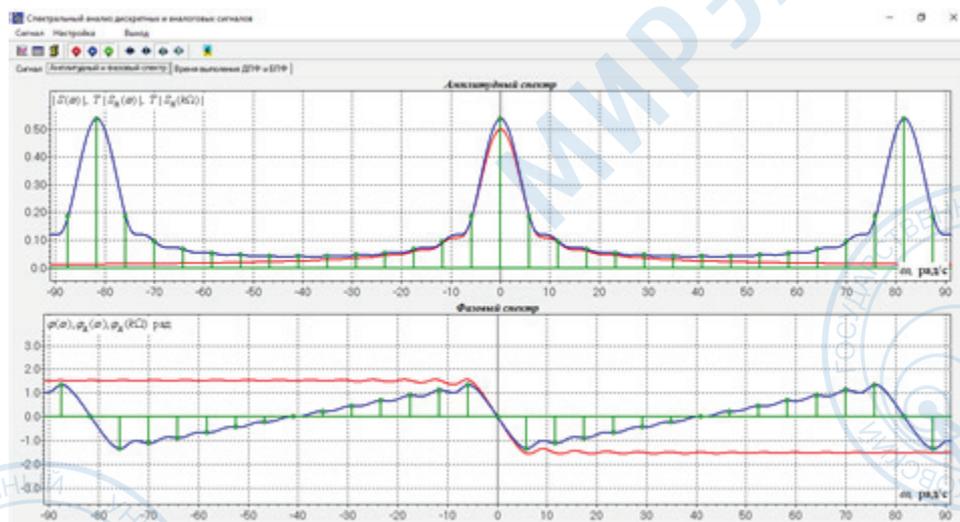
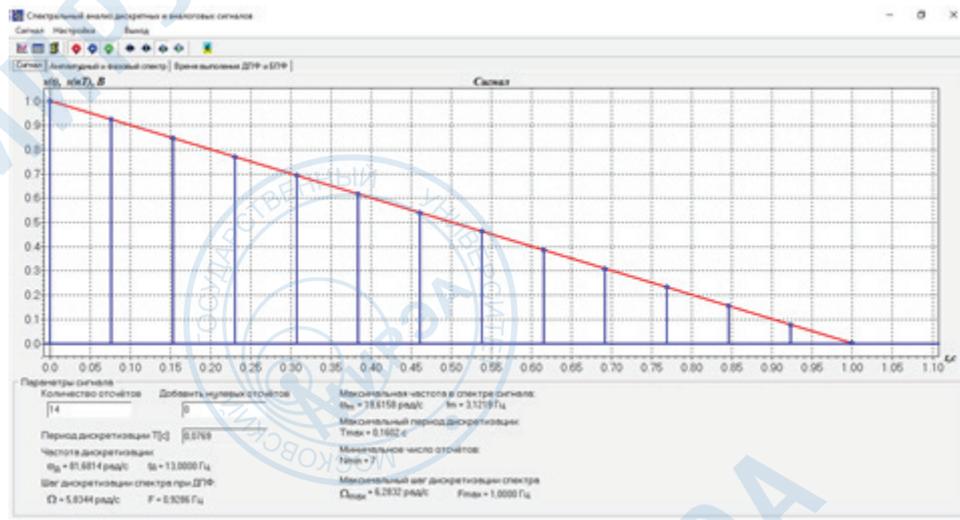


Рис. 2. Примеры результатов для программы «Спектральный анализ дискретных и аналоговых сигналов».

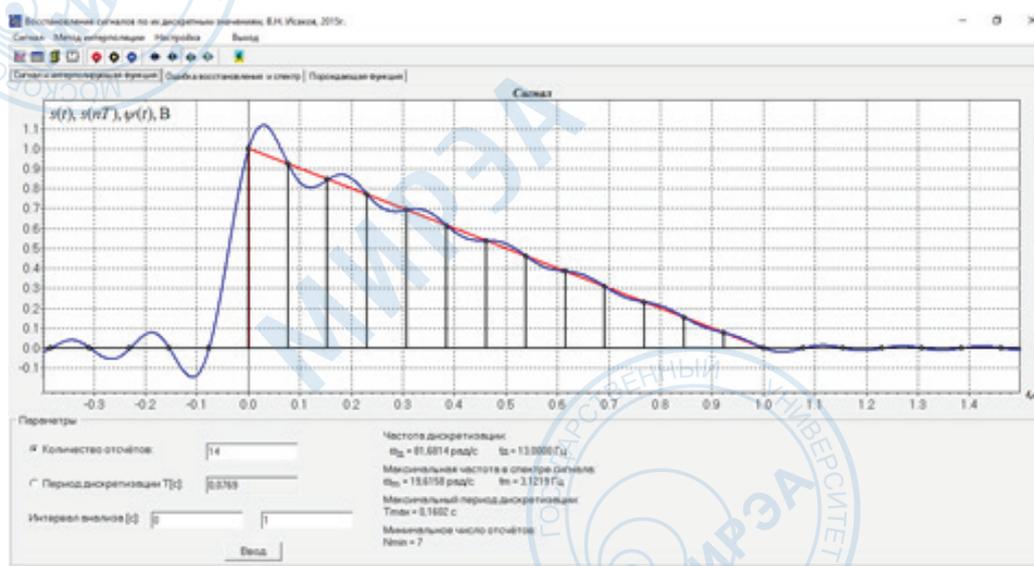


Рис. 3. Пример результатов выполнения программы «Восстановление аналоговых сигналов по их дискретным значениям».

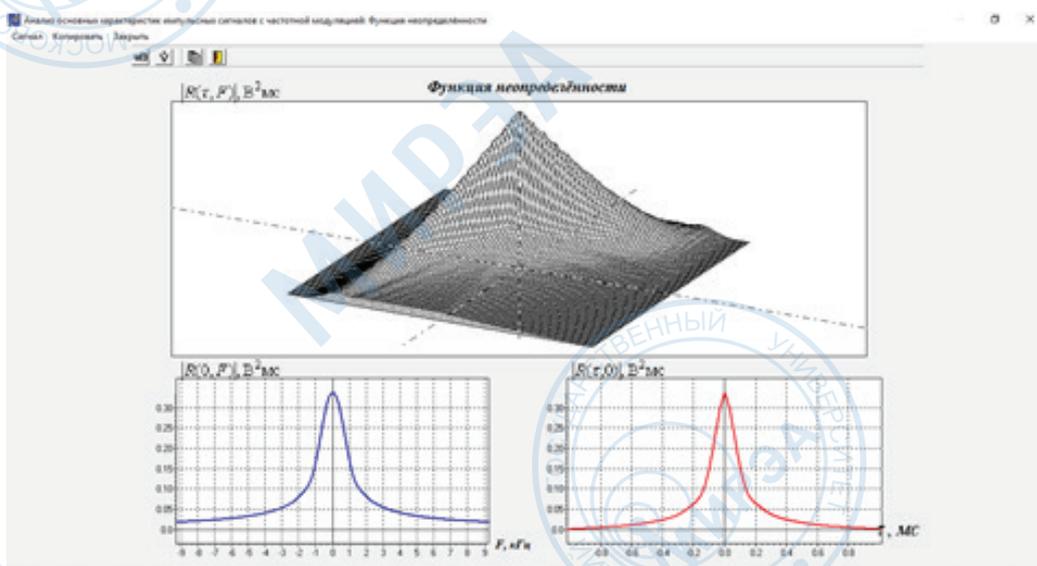
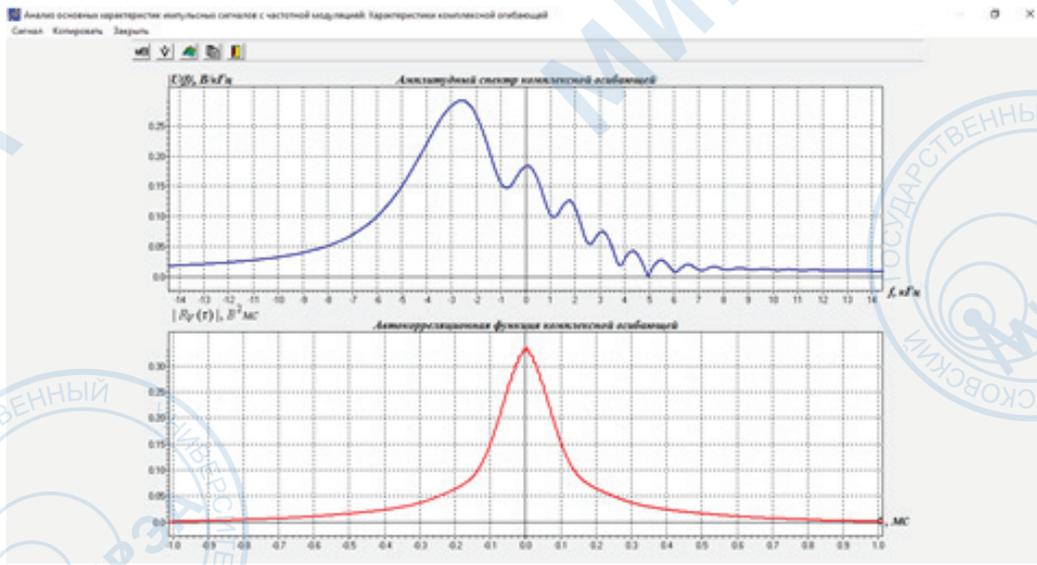
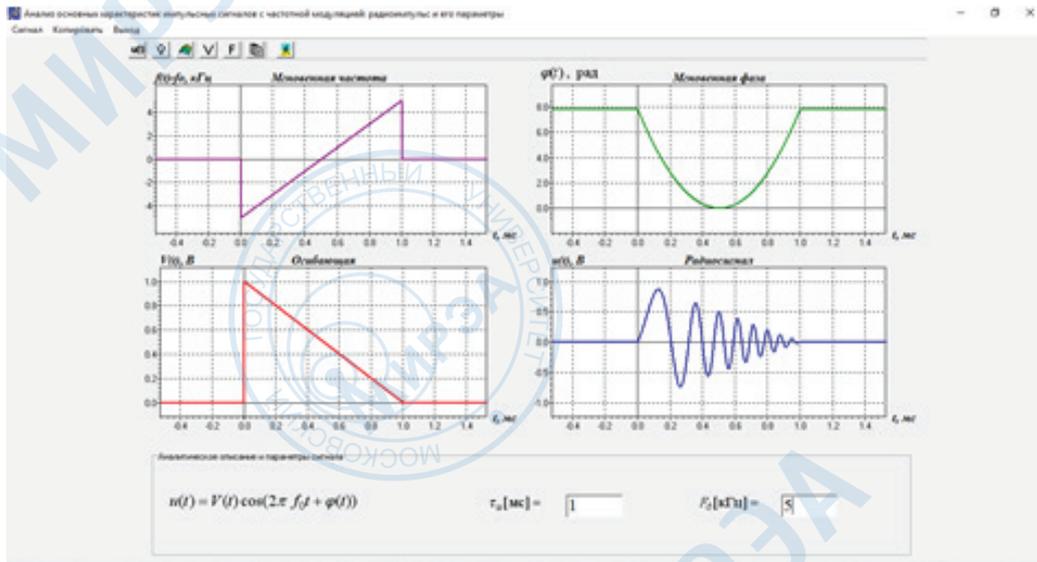


Рис. 4. Пример результатов выполнения программы «Анализ основных характеристик импульсных сигналов с частотной модуляцией».

В программе «Восстановление аналоговых сигналов по их дискретным значениям» (автор Исаков В.Н.) формируется дискретный сигнал на основе выбранного в библиотеке. Пользователь имеет возможность наблюдать графики исходного сигнала и интерполирующей функции, график ошибки интерполяции, спектральные диаграммы. В программе предусмотрено 12 различных методов интерполяции (рис. 3).

В программе «Анализ основных характеристик импульсных сигналов с частотной модуляцией» (авторы Денисенко А.Н., Исаков В.Н., Огурцова Л.А.) библиотека используется для выбора вида огибающей импульсного сигнала с частотной модуляцией. Программа представляет спектральные и корреляционные характеристики импульсных сигналов с частотной модуляцией (рис. 4).

#### 4. Заключение

В статье рассмотрены простейшие модели сигналов на основе универсальных систем элементарных функций, приведён пример их практического использования, получены общие выражения для спектральных и корреляционных характеристик.

Количество математических моделей сигналов, которые могут быть получены при конкретизации параметров предложенных систем, не ограничено, однако практически полезными (по оценке автора) могут оказаться порядка пятисот.

За рамками статьи осталось рассмотрение вопроса об автоматизированном выборе той или иной модели сигнала при решении различных практических задач, в которых сигнал оказывается задан графически или, например, дискретно, но допускает удовлетворительную аппроксимацию на основе элементарных функций. Реализация такого выбора требует наличия обширных библиотек моделей сигналов, среди которых могут найти место и предложенные модели.

#### Литература:

1. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника. Справочное пособие. М.: Горячая линия-Телеком, 2005.
2. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. Пер. с англ. под ред. В.С. Кельзона М.: Советское радио, 1971.
3. Свистов В.М. Радиолокационные сигналы и их обработка. М.: Советское радио, 1977.
4. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Фinitные функции в физике и технике. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1971.
5. Справочник по радиолокации / Под ред. М.И. Скольникова. М.: Техносфера, 2014.
6. Антипенский Р.В., Ложкин К.Ю., Поддубный В.Н., Тюлин А.Е. Аналитические сигналы в статистической радиотехнике. М: Радиотехника, 2016.
7. Исаков В.Н. Фундаментальные интерполяционные базисы и спектральный анализ при локальной интерполяции обобщёнными сплайнами // Вестник МГТУ МИРЭА (электронный сетевой научно-методический журнал). 2015. №1 (6). С. 144–154.