ISSN 2500-316X

ЭЛЕКТРОННОЕ СЕТЕВОЕ ИЗДАНИЕ

РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

RUSSIAN TECHNOLOGICAL JOURNAL

TÜV International Certification
TÜV THÜRINGEN CERT
ISO 9001:2008
15 100 96652
TIC

Информационные системы.
Информатика.
Проблемы информационной безопасности

Роботизированные комплексы и системы.
Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы

Микро- и наноэлектроника.
Физика конденсированного состояния

Аналитическое приборостроение и технологии

Математическое моделирование

Экономика наукоемких и высокотехнологичных предприятий и производств

Мировоззренческие основы технологии и общества

МИРЭА
Российский технологический университет

ТОМ 8 № 2
2020 год

www.rtj-mirea.ru

ISSN 2500-316X

ЭЛЕКТРОННОЕ СЕТЕВОЕ ИЗДАНИЕ

РОССИЙСКИЙ технологический журнал

RUSSIAN TECHNOLOGICAL JOURNAL

- Информационные системы. Информатика. Проблемы информационной безопасности
- Роботизированные комплексы и системы. Технологии дистанционного зондирования и неразрушающего контроля
- Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы
- Микро- и наноэлектроника. Физика конденсированного состояния
- Аналитическое приборостроение и технологии
- Математическое моделирование
- Экономика наукоемких и высокотехнологичных предприятий и производств
- Мировоззренческие основы технологии и общества

- Information Systems. Computer Sciences. Issues of Information Security
- Multiple Robots (Robotic Centers) and Systems. Remote Sensing and Non-Destructive Testing
- Modern Radio Engineering and Tele-Communication Systems
- Micro- and Nanoelectronics. Condensed Matter Physics
- Analytical Instrument Engineering and Technology
- Mathematical Modeling
- Economics of Knowledge-Intensive and High-Tech Enterprises and Industries
- Philosophical Foundations of Technology and Society

Российский технологический журнал = Russian Technological Journal
2020, том 8, № 2

Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal
2020, vol. 8, no. 2

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2

https://www.rtj-mirea.ru

МИРЭА
Российский технологический университет

https://doi.org/10.32362/2500-316X **ISSN 2500-316X (online)**

Электронное сетевое издание *Electronic network journal*

Российский технологический журнал =
Russian Technological Journal
2020, том 8, № 2
Дата опубликования 31 марта 2020 г.

Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal =
Russian Technological Journal
2020, vol. 8, no. 2
Publication date March, 31 2020.

Журнал освещает вопросы комплексного развития радиотехнических, телекоммуникационных и информационных систем, электроники и информатики, а также результаты фундаментальных и прикладных междисциплинарных исследований, технологических и организационно-экономических разработок, направленных на развитие и совершенствование современной технологической базы.

Journal highlights the issues of complex development of radio engineering, telecommunication and information systems, electronics and informatics, as well as the results of fundamental and applied interdisciplinary researches, technological and economical developments aimed at the development and improvement of the modern technological base.

Периодичность: 6 раз в год.
Журнал основан в декабре 2013 года. До 2016 года издавался под названием «Вестник МГТУ МИРЭА» (ISSN 2313-5026).

Six issues a year are published.
The journal was founded in December 2013. The name was «Herald of MSTU MIREA» until 2016 (ISSN 2313-5026).

Учредитель и издатель:
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»
119454, РФ, г. Москва, пр-кт Вернадского, д. 78.

Founder and Publisher:
Federal State Budget Educational Institution of Higher Education
«MIREA – Russian Technological University»
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454, Russia.

Журнал входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов ВАК РФ,
индексируется в
DOAJ,
РИНЦ (Science Index),
Ulrich's International Periodicals Directory.

The journal is included into the List of peer-reviewed science press of the State Commission for Academic Degrees and Titles of Russian Federation.
The journal is indexed:
DOAJ, Science Index,
Ulrich's International Periodicals Directory.

Главный редактор:
Сигов Александр Сергеевич — академик РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, президент МИРЭА – Российского технологического университета (РТУ МИРЭА), Москва, Российская Федерация. Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017, sigov@mirea.ru.

Editor-in-Chief:
Alexander S. Sigov – Academician of the Russian Academy of Sciences, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics), Professor, President of MIREA – Russian Technological University (RTU MIREA), Moscow, Russian Federation. Scopus Author ID 35557510600, ResearcherID L-4103-2017, sigov@mirea.ru.

Редакция:
Зав. редакцией Г.Д. Середина
Компьютерная верстка Л.Г. Семерня
119571, г. Москва, пр. Вернадского, 86, оф. Л-119.
Тел.: +7(495) 246-05-55 (#2-88).
E-mail: seredina@mirea.ru.

Editorial staff:
Chief of the editorial staff Galina D. Seredina
Desktop publishing Larisa G. Semernya
86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571 Russia.
Phone: +7(495) 246-05-55 (#2-88).
E-mail: seredina@mirea.ru.

Свидетельство о регистрации СМИ Эл № ФС 77-74578 от 14.12.2018 г. выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Registration certificate Эл № ФС 77-74578, issued in December 14, 2018 by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media of Russia.

https://www.rtj-mirea.ru

© МИРЭА – Российский технологический университет, 2020

Редакционная коллегия

Кудж Станислав Алексеевич — проф., д.т.н., ректор РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 56521711400, rector@mirea.ru.

Банис Юрас Йонович — проф., хабилитированный доктор наук, проректор Вильнюсского университета, Вильнюс, Литва, Scopus Author ID 16515798800.

Боков Алексей Алексеевич — старший научный сотрудник, химический факультет и 4D LABS, Университет Саймона Фрейзера, Ванкувер, Британская Колумбия, Канада, Scopus Author ID 35564490800, ResearcherID C-6924-2008, http://orcid.org/0000-0003-1126-3378.

Буслаева Татьяна Максимовна — проф., д.х.н., РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 6602442002, buslaeva@mirea.ru.

Буш Александр Андреевич — проф, д.т.н., директор Института материалов твердотельной электроники РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 7201882802, ResearcherID R-2287-2016, http://orcid.org/0000-0003-3990-9847, bush@mirea.ru.

Вахрушев Сергей Борисович — проф., д.ф.-м.н., заведующий лабораторией нейтронных исследований Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, профессор кафедры Физической электроники СПбГПУ, Санкт-Петербург, Россия, Scopus Author ID 7004228594, ResearcherID A-9855-2011, http://orcid.org/0000-0003-4867-1404, s.vakhrushev@mail.ioffe.ru.

Голованова Наталия Борисовна — проф., д.э.н., заместитель первого проректора РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 57191447039, golovanova@mirea.ru.

Гуляев Юрий Васильевич — академик РАН, член Президиума РАН, проф., д.ф.-м.н., научный руководитель Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия, Scopus Author ID 35562581800.

Жуков Дмитрий Олегович — проф., д.т.н., заведующий кафедрой интеллектуальных технологий и систем РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 57189660218, zhukov_do@mirea.ru.

Кимель Алексей Вольдемарович — доцент, к.ф.-м.н., Университет Радбауд, г. Наймеген, Нидерланды, Scopus Author ID 6602091848.

Кондратенко Владимир Степанович — проф., д.т.н., заведующий кафедрой оптических и биотехнических систем и технологий РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 15834985700, kondratenko@mirea.ru.

Крамаров Сергей Олегович — проф., д.ф.-м.н., Южный университет (ИУБиП), Ростов-на-Дону, Россия, Scopus Author ID 56638328000.

Мишина Елена Дмитриевна — проф., д.ф.-м.н., зав. специализированной учебно-научной лабораторией фемтосекундной оптики для нанотехнологий РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 7005350309, ResearcherID D-6402-2014, http://orcid.org/0000-0003-0387-5016, mishina@mirea.ru.

Пасечник Сергей Вениаминович — проф., д.ф.-м.н., профессор кафедры оптических и биотехнических систем и технологий РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 6701559250, ResearcherID P-7239-2015, http://orcid.org/0000-0002-6050-2761, pasechnik@mirea.ru.

Перно Филипп — проф., Центральная Школа г. Лилль, Франция, Scopus Author ID 7003429648.

Романов Михаил Петрович — проф., д.т.н., директор Института кибернетики РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 14046079000, m_romanov@mirea.ru.

Савиных Виктор Петрович — член-корр. РАН, Дважды Герой Советского Союза, д.т.н., профессор, президент Московского государственного университета геодезии и картографии (МИИГАиК), Москва, Россия, Scopus Author ID 56412838700, vp@miigaik.ru.

Скотт Джеймс — проф., член Лондонского Королевского общества, Университет Кембриджа, Великобритания, Scopus Author ID 35549214200.

Соколов Виктор Васильевич — проф., д.ф.-м.н., советник по научной работе РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 56951446700, v_sokolov@mirea.ru.

Тимошенко Андрей Всеволодович — проф., д.т.н., проректор по учебной работе РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 56576076700, ResearcherID Y-8709-2018, timoshenko@mirea.ru.

Фетисов Юрий Константинович — проф., д.ф.-м.н., профессор кафедры наноэлектроники РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 7003504213, fetisov@mirea.ru.

Харин Юрий Семенович — член-корр. НАН Беларуси, проф., д.ф.-м.н., директор НИИ прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь, Scopus Author ID 6603832008, http://orcid.org/0000-0003-4226-2546, kharin@bsu.by.

Цветков Виктор Яковлевич — проф., д.т.н., советник ректората РТУ МИРЭА, Москва, Россия, Scopus Author ID 56069916700, tsvetkov@mirea.ru.

Editorial Board

Stanislav A. Kudzh Dr. Sci. (Engineering), Professor, Rector of RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 56521711400, rector@mirea.ru.

Yuras Banis Habilitated Doctor of Sciences, Professor, Vice-Rector of Vilnius University, Vilnius, Lithuania, Scopus Author ID 56521711400.

Alexei A. Bokov Senior Research Fellow, Department of Chemistry and 4D LABS, Simon Fraser University, Vancouver, British Columbia, Canada, Scopus Author ID 35564490800, ResearcherID C-6924-2008, http://orcid.org/0000-0003-1126-3378.

Tatyana M. Buslaeva Dr. Sci. (Chemistry), Professor, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 6602442002, buslaeva@mirea.ru.

Alexander A. Bush Dr. Sci. (Engineering), Professor, Director of the Institute of Materials of Solid State Electronics, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 7201882802, ResearcherID R-2287-2016, http://orcid.org/0000-0003-3990-9847, bush@mirea.ru.

Sergey B. Vakhrushev Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Head of the Laboratory of Neutron Research, A.F. Ioffe Physico-Technical Institute of the RAS, Department of Physical Electronics of St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation, Scopus Author ID 7004228594, ResearcherID A-9855-2011, http://orcid.org/0000-0003-4867-1404, s.vakhrushev@mail.ioffe.ru.

Nataliya B. Golovanova Dr. Sci. (Economics), Professor, Deputy First Vice-Rector of RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 57191447039, golovanova@mirea.ru.

Yury V. Gulyaev Academician of the RAS, Dr. of Sci. (Phys.-Math.), Professor, Supervisor of V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 35562581800.

Dmitry O. Zhukov Dr. Sci. (Engineering), Professor, Head of the Department of Intelligent Technologies and Systems, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 57189660218, zhukov_do@mirea.ru.

Alexey V. Kimel Ph. D. (Phys.-Math.), Associate Professor, Radboud University, Nijmegen, Netherlands, Scopus Author ID 6602091848.

Vladimir S. Kondratenko Dr. Sci. (Engineering), Professor, Head of the Department of Optical and Biotechnical Systems and Technologies, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 15834985700, kondratenko@mirea.ru.

Sergey O. Kramarov Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Southern University (IMBL), Rostov-on-Don, Russian Federation, Scopus Author ID 56638328000.

Elena D. Mishina Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Head of the Specialized Educational and Research Laboratory of Femtosecond Optics for Nanotechnologies, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 7005350309, ResearcherID D-6402-2014, http://orcid.org/0000-0003-0387-5016, mishina@mirea.ru.

Sergey V. Pasechnik Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor of the Department of Optical and Biotechnical Systems and Technologies, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 6701559250, ResearcherID P-7239-2015, http://orcid.org/0000-0002-6050-2761, pasechnik@mirea.ru.

Philippe Pernod Professor, Dean of Research, University of Lille, Villeneuve-d'Ascq, France, Scopus Author ID 7003429648.

Mikhail P. Romanov Dr. Sci. (Engineering), Professor, Director of the Institute of Cybernetics, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 14046079000, m_romanov@mirea.ru.

Viktor P. Savinykh Corr. Member of the RAS, Dr. Sci. (Engineering), Professor, President of Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 56412838700, vp@miigaik.ru.

James F. Scott Professor, Fellow of the Royal Society of London, Cambridge University, United Kingdom, Scopus Author ID 35549214200.

Viktor V. Sokolov Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Adviser on Scientific Work of RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 56951446700, v_sokolov@mirea.ru.

Andrey V. Timoshenko Dr. Sci. (Engineering), Professor, Vice Rector for Academic Affairs of RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 56576076700, ResearcherID Y-8709-2018, timoshenko@mirea.ru.

Yury K. Fetisov Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor of the Department of Nanoelectronics, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 7003504213, fetisov@mirea.ru.

Yury S. Kharin Corr. Member of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Director of the Institute of Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University, Minsk, Belarus, Scopus Author ID 6603832008, http://orcid.org/0000-0003-4226-2546, kharin@bsu.by.

Viktor Ya. Tsvetkov Dr. Sci. (Engineering), Professor, Councilor of the Administration of RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, Scopus Author ID 56069916700, tsvetkov@mirea.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ. ИНФОРМАТИКА. ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Калугин Т.Р., Ким А.К., Петрусевич Д.А.
Анализ моделей ADL(*p, q*), используемых для описания связей между временными рядами **5**

Михайлов В.М.
Эффективность мониторинга как необходимое условие принятия корректных решений в сфере техносферной безопасности **23**

СОВРЕМЕННЫЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Nguyen Minh Tuong, Nefedov V.I., Chekalkin N.S., Kozlovsky I.V., Malafeev A.V., Mirolyubova N.A., Nazarenko M.A.
On the integration of the methods of forming and research of images of objects against the background of noises and interference **33**

Смирнов А.В.
Анализ условий сохранения оптимальности амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик при преобразованиях аналоговых и цифровых фильтров **43**

МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКА. ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

Юрасов А.Н., Яшин М.М.
Учёт влияния распределения размера гранул в нанокомпозитах **59**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Барышева А.Е., Марков А.С., Мицель А.А.
Оценка VaR при негауссовом распределении доходностей активов **67**

Карташов Э.М.
Модельные представления теплового удара в динамической термоупругости **85**

МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИИ И ОБЩЕСТВА

Соколова М.Л., Мильчакова Н.Е., Жигунова А.И.
Концепция ответственности как современное мировоззрение дизайнера **109**

CONTENTS

INFORMATION SYSTEMS. COMPUTER SCIENCES. ISSUES OF INFORMATION SECURITY

Kalugin T.R. , Kim A.K., Petrusevich D.A.
Analysis of the high order ADL(*p, q*) models used to describe connections between time series **5**

Mikhailov V.M.
Evaluation and reliability prediction for highly reliable software and hardware systems: The case of data processing centers **23**

MODERN RADIO ENGINEERING AND TELECOMMUNICATION SYSTEMS

Nguyen Minh Tuong, Nefedov V.I., Chekalkin N.S., Kozlovsky I.V., Malafeev A.V., Mirolyubova N.A., Nazarenko M.A.
On the integration of the methods of forming and research of images of objects against the background of noises and interference **33**

Smirnov A.V.
The analysis of conditions for preservation of gain-frequency and phase-frequency characteristics optimality under analog and digital filters transformation **43**

MICRO- AND NANOELECTRONICS. CONDENSED MATTER PHYSICS

Yurasov A.N., Yashin M.M.
Accounting for the influence of granule size distribution in nanocomposites **59**

MATHEMATIC MODELING

Barysheva A.E., Markov A.S., Mitcel A.A.
VAR assessment under nongaussian distribution of returns **67**

Kartashov E.M.
Model representations of heat shock in terms of dynamic thermal elasticity **85**

PHILOSOPHICAL FOUNDATIONS OF TECHNOLOGY AND SOCIETY

Sokolova M.L., Milchakova N.E., Zhigunov A.I.
The concept of responsibility as the modern outlook of the designer **109**

ISSN 2500-316X (Online)

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-7-22

CC BY

УДК 330.4

Анализ моделей ADL(*p, q*), используемых для описания связей между временными рядами

Т.Р. Калугин,
А.К. Ким,
Д.А. Петрусевич[@]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия
[@]Автор для переписки, e-mail: petrusevich@mirea.ru,

В представленной статье приведен анализ моделей, связывающих значения двух временных рядов. На первом этапе исследования каждый из них анализируется отдельно – на основе характеристик ряда строится модель ARIMA(*p, d, q*). Взаимосвязь между временными рядами подтверждается с помощью теста на коинтеграцию. Затем строится математическая модель, связывающая значения двух рядов, – используется модель ADL(*p, q*). При этом, для рассматриваемых рядов показано, что порядки *p, q* модели ADL(*p, q*) связаны с порядками модели ARIMA(*p, d, q*). Таким образом, при подборе математической модели ADL(*p, q*) ограничивается число проверяемых моделей. В рамках проведённых ранее исследований выявлено, что автоматический подбор моделей ARIMA(*p, d, q*) по значениям исследуемого ряда ограничивается малыми значениями параметров $q \le 5$, $p \le 5$. Также стремление использовать самую простую модель (с наименьшими значениями *p, q*) заложено в структуру информационных критериев Акаике AIC и Байесовского критерия (Шварца) BIC, которые используются для сравнения моделей ARIMA(*p, d, q*). В представленной работе предполагается использовать модели ADL(*p, q*), чьи максимальные значения порядков при подборе модели ограничиваются порядками моделей ARIMA(*p, d, q*) для связываемых рядов. В ходе предшествующего исследования показано, что если отказаться от ограничения на сложность модели, можно построить модели ARIMA(*p, d, q*) более высоких порядков *p* и *q* ($p > 5$ и/или $q > 5$), которые лучшим образом подстраиваются под значения временного ряда, чем модели ARIMA(*p, d, q*) низких порядков. Такой результат ведёт к идее использования моделей ADL(*p, q*) высоких порядков *p* и *q* ($p > 5$ и/или $q > 5$) вслед за использованием моделей ARIMA(*p, d, q*) высоких порядков для описания поведения связываемых рядов. В работе представлен вычислительный эксперимент, в котором модели ADL(*p, q*) строятся по значениям временных рядов индекса заработной платы, денежных доходов населения; производства и распределения электроэнергии, газа и воды; реального объема сельскохозяйственного производства из набора динамических рядов макроэкономической статистики РФ временного периода 2000–2018 гг.

Ключевые слова: динамические ряды макроэкономической статистики РФ, ARIMA, ADL, ARDL, коинтеграция, временные ряды, информационный критерий Акаике.

Для цитирования: Калугин Т.Р., Ким А.К., Петрусевич Д.А. Анализ моделей ADL(*p, q*), используемых для описания связей между временными рядами. *Российский технологический журнал*. 2020;8(2):7-22. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-7-22

Analysis of the high order ADL(*p, q*) models used to describe connections between time series

Timothy R. Kalugin,
Alexandra K. Kim,
Denis A. Petrusevich@

MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia
@Corresponding author, e-mail: petrusevich@mirea.ru

In the paper the mathematical models describing connection between two time series are researched. At first each of them is investigated separately, and the ARIMA(*p, d, q*) model is constructed. These models are based on the time series characteristics obtained during the analysis stage. The connection between two time series is confirmed with the aid of cointegration statistical tests. Then the mathematical model of the connection between series is constructed. The ADL(*p, q*) model describes this dependence. It's shown that for the time series under investigation the orders *p, q* of the ADL(*p, q*) model are connected with the ARIMA(*p, d, q*) orders of the models describing each series separately. This step makes the set of the investigated ADL(*p, q*) models much smaller. In the previous papers it was also shown that the ARIMA(*p, d, q*) automatical fitting functions in popular packages use limitations on the *p, q* orders of the time series process: $q \le 5$, $p \le 5$. The wish to use the simplest models is also built in the structure of the Akaike (AIC) and Bayes (BIC) informational criteria. In the paper the maximal values of the ADL(*p, q*) model orders are supposed to be the orders of the appropriate ARIMA(*p, d, q*) series. In the previous work it was shown that using high order ARIMA(*p, d, q*) it is possible to fit the models better. In this paper the experiments on the ADL(*p, q*) models construction are presented. The wage index and money income index time series pair is researched, and also the gas, water and energy production and consumption index/real agricultural production index pair is investigated. The data in the 2000–2018 time period is taken from the dynamic series of macroeconomic statistics of the Russian Federation.

Keywords: dynamic series of macroeconomic statistics of the Russian Federation, ARIMA, ADL, ARDL, cointergration, time series, Akaike informational criterion

For citation: : Kalugin T.R., Kim A.K., Petrusevich D.A. Analysis of the high order ADL(*p, q*) models used to describe connections between time series. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2):7-22 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-7-22

Временные ряды – инструмент, часто применяемый в разных областях науки. Они представляют собой наборы данных, содержащих информацию об одном и том же объекте статистического исследования и собранных в различные моменты времени. Примерами могут служить курсы валют, показатель индекса заработной платы и т.д. в экономике [1, 2]; показатели солнечной активности или уровня воды в озёрах и реках и т.п. в естественных науках [3, 4]; статистика количества пациентов, поступающих в некоторое медицинское учреждение [5].

Исследователями замечено, что для построения практических моделей и проведения научных экспериментов удобно оперировать временными рядами, обладающими постоянными математическим ожиданием и дисперсией, – слабо стационарными процессами (стационарными в широком смысле, с добавлением некоторых дополнительных требований) [6–9]. В то же время литературный обзор показывает, что процессы, рассматриваемые в практикоориентированных исследованиях, крайне редко обладают свойством стационарности, поэтому разработаны методы перехода к стационарным математическим моделям, например: использование спектрального анализа [10–14]; выделение и удаление из временного ряда тренда, шума, сезонных и периодических составляющих [15, 16]; переход к временным разностям *d*-го порядка (модель ARIMA(*p, d, q*), интегрированная модели авторегрессии и скользящего среднего) [8, 9, 17, 18] и т.д. Чаще всего используется последний способ в связи с его сравнительной простотой, а также тем, что его реализации есть во многих популярных статистических пакетах (например, в пакетах языка статистической обработки данных R). На практике при работе с временными рядами часто требуется описывать их с помощью каких-либо математических моделей и производить прогноз значений на некоторый период в будущем.

Также решается задача о взаимосвязи двух временных рядов и причинно-следственной связи между ними: в ситуации, когда поведение временных рядов описано с помощью математических моделей (например, ARIMA(*p, d, q*)), необходимо построить модель взаимосвязи между двумя рядами [2, 19–21] (в частности, коинтеграции нестационарных рядов [22, 23]). Одна из наиболее часто используемых математических моделей, выражающая связь между временными рядами, – модель авторегрессии и распределённого лага ADL(*p, q*) [7, 9, 11].

Представленная работа посвящена сопоставлению возможностей моделей ARIMA(*p, d, q*), ADL(*p, q*) по выявлению взаимозависимостей между временными рядами и прогнозированию их величин на примерах из набора динамических рядов макроэкономической статистики РФ, формируемой при участии НИУ ВШЭ, временного периода 2000–2018 гг. [1]. В качестве экспериментальных объектов исследования были использованы пары рядов: заработной платы и денежных доходов населения, а также временные ряды индекса производства и распределения электроэнергии, газа и воды и индекса реального объема сельскохозяйственного производства.

При рассмотрении перечисленных временных рядов в рамках исследования ставился вопрос об определении параметров модели, связывающей показатели двух временных рядов, после определения их порядков *p*, *q* в модели ARIMA(*p, d, q*).

В первой части исследования представлен вычислительный эксперимент по сопоставлению временных рядов, имеющих экономическое значение: месячных показателей заработной платы и денежных доходов населения [1], которые, на первый взгляд, должны быть связаны. Графики рядов, их автокорреляционной функции (autocorrelation function, ACF) и частной автокорреляционной функции (partial autocorrelation function, PACF) [6–8] представлены на рис. 1, 2. Формально автокорреляционная функция и частная автокорреляционная функция определены только для стационарных процессов [8, 9, 17], но, при рассмотрении нестационарного процесса они являются информативными характеристиками его поведения. Дальнейший анализ следует методике, использованной в работах [24, 25].

На представленных графиках хорошо прослеживается сезонность (пики на графиках частной автокорреляционной функции, PACF) в районе 12–13-го месяца (годичная сезонность), основное отличие – в наличии пика в районе 6-го месяца в графике функции PACF заработной платы. Это означает, что модели ARIMA(*p, d, q*) 6-го порядка (*p* = 6 или *q* = 6) могут удачно описать этот процесс. Исследованию моделей ARIMA(*p, d, q*) высоких порядков и методике подбора наилучшей модели посвящены работы [24, 25].

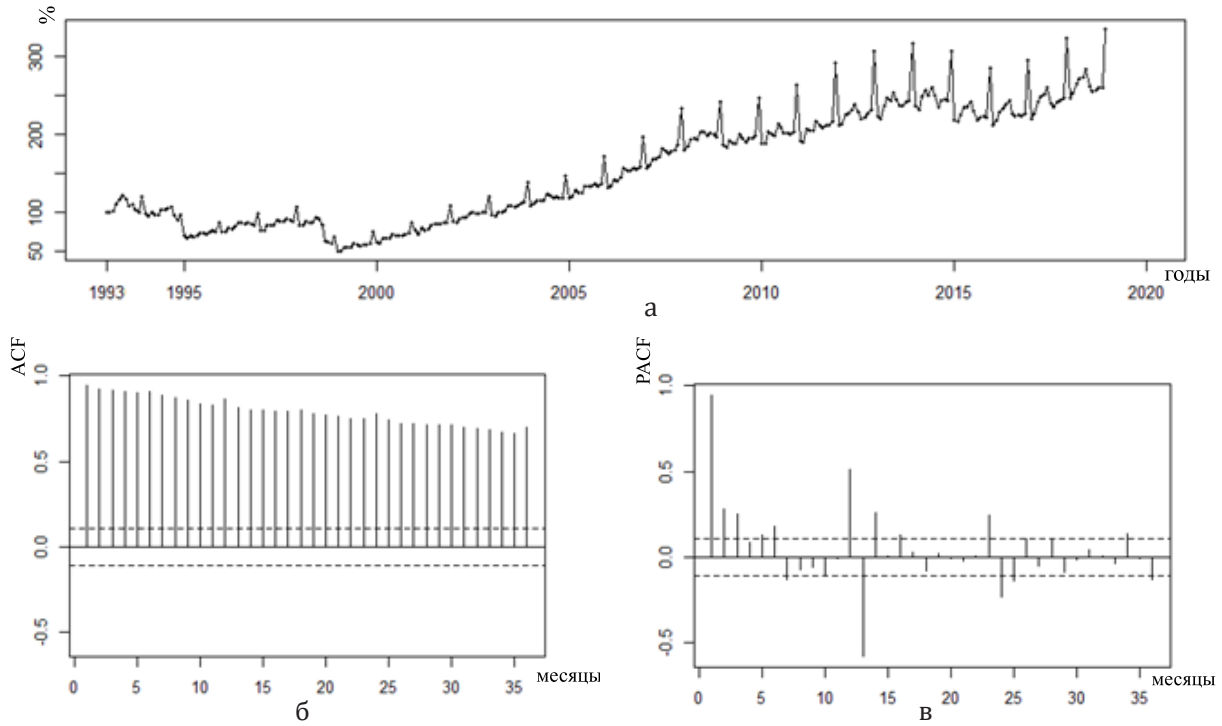


Рис. 1. Динамика месячного показателя индекса реальной заработной платы:
а) временной ряд (за 100% принято значение декабря 1992 года)
б) автокорреляционная функция ACF,
в) частная автокорреляционная функция PACF (пунктиром отмечен уровень значимости).

Для проверки стационарности ряда заработной платы проведён тест Дики-Фуллера (пакет aTSA языка R) [6, 7, 18], в котором строятся специальные регрессии с использованием значений временного ряда за несколько прошедших месяцев (номер лага показывает, данные скольких последних месяцев учитываются в тесте). В табл. 1 указан уровень значимости при проверке нулевой гипотезы о нестационарности ряда: $p \leq 0.01$ означает, что гипотеза отвергается, ряд стационарен; $p \geq 0.01$ – ряд не является стационарным. Для временного ряда результаты теста с точностью до 0.01 приведены в табл. 1.

В целом, по приведенным результатам для обоих периодов гипотеза о нестационарности процесса подтверждается. В полученных данных присутствует тренд, демонстрирующий рост заработной платы.

Согласно [8, 9], рассмотрев последовательные разности ограниченного порядка, можно получить стационарный ряд. Для приведения временного ряда к стационарному виду построен ряд из разностей значений соседних периодов месячного показателя индекса заработной платы (разность 1-го порядка). Модель разности первого порядка заработной платы удовлетворяет условиям стационарности по тесту Дики-Фуллера [6, 7, 18]: во всех тестах для лагов от 1 до 5 получены уровни значимости менее 0.01.

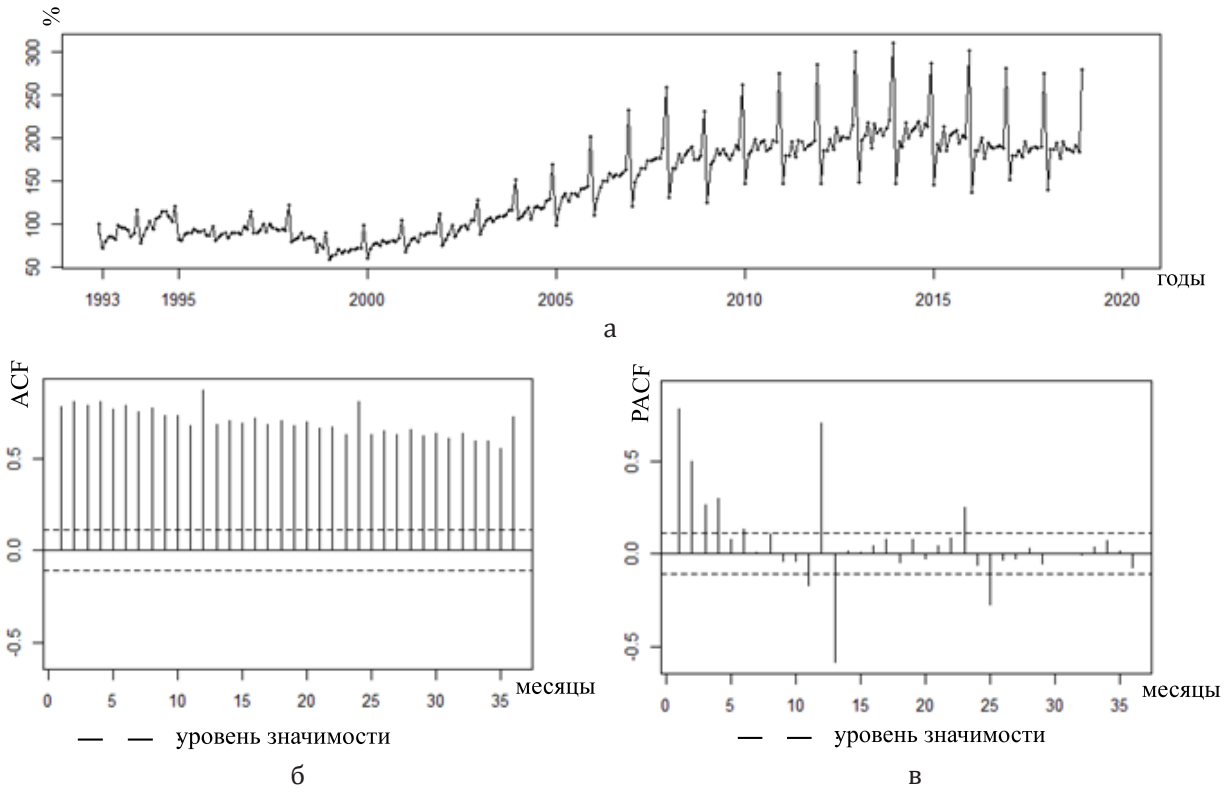


Рис. 2. Динамика месячного показателя индекса реальных денежных доходов населения
а) временной ряд (за 100% принято значение декабря 1992 года),
б) автокорреляционная функция ACF, в) частная автокорреляционная функция PACF.

Таблица 1. Результаты проверки стационарности временного ряда заработной платы (в месяц) с помощью теста Дики-Фуллера

Тип теста	Лаг 1	Лаг 2	Лаг 3	Лаг 4	Лаг 5
Нет сдвига, нет тренда	0.61	0.79	0.92	0.96	0.99
Сдвиг (drift), нет тренда	0.10	0.45	0.61	0.64	0.64
Сдвиг (drift) и тренд	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	0.07	0.35

Модель ARIMA, автоматически подобранная по значениям временного ряда индекса заработной платы, имеет вид ARIMA (0, 1, 3) с сезонностью в 12 месяцев. Автоматический поиск моделей ARIMA(*p, d, q*) (функция *auto.arima()* пакета *stats* языка статистической обработки R) производится только среди моделей с порядком $p \leq 5$ и $q \leq 5$ (своеобразное проявление принципа «бритвы Оккама» – поиск наиболее простых моделей, описывающих процесс, с малыми p и q) согласно критерию Акаике [6, 7, 9], который накладывает штраф за сложность модели (за высокие значения параметров p и q). В связи с этой особенностью, при моделировании временного ряда в представленной работе используются не только автоматически подобранные модели, но и модели, параметры которых получены по наблюдению характера процесса на графиках автокорреляционной функции ACF и частной автокорреляционной функции PACF. Подробнее структура информационных критериев Акаике AIC и Байеса (Шварца) BIC проанализирована в [6, 7, 9, 25]. Следуя работам [24, 25], стоит проверить модели высоких порядков, которые также могут хорошо описывать поведение временного ряда. В ходе вычислительного эксперимента

рассмотрены модели 7-го порядка ($p = 7, q \leq p$ или $q = 7, p \leq q$) в связи с наличием пика на графике функции PACF в районе 7-го лага (рис. 1). В качестве сезонной компоненты выбиралась функция, подобранная при автоматическом поиске модели. Наиболее удачные модели приведены в табл. 2. Модели, которые не указаны в таблице, либо демонстрируют менее удачный результат по критерию Акаике (чем ниже значение критерия, тем лучше модель настроена по данным временного ряда), либо их коэффициенты некорректны (пределы бесконечны или не существуют).

Аналогично протестирован временной ряд денежных доходов населения. Результаты проверки стационарности по тесту Дики-Фуллера представлены в табл. 3.

Таблица 2. Значения информационного критерия Акаике для различных моделей временных рядов, описывающих индекс заработной платы

Модель временного ряда	Значение информационного критерия Акаике AIC
auto.arima = ARIMA (0, 1, 3)	4 547.25
ARIMA(7, 1, 4)	4 530.74
ARIMA(4, 1, 7)	4 534.56
ARIMA(7, 1, 2)	4 539.86
ARIMA(7, 1, 6)	4 520.77

Таблица 3. Результаты проверки стационарности временного ряда денежных доходов населения (в месяц) с помощью теста Дики-Фуллера

Тип теста	Лаг 1	Лаг 2	Лаг 3	Лаг 4	Лаг 5
Нет сдвига, нет тренда	0.04	0.59	0.84	0.98	0.99
Сдвиг (drift), нет тренда	0.01	0.60	0.87	0.97	0.99
Сдвиг (drift) и тренд	0.01	0.01	0.01	0.09	0.29

Можно констатировать нестационарность рассматриваемого временного ряда, поэтому был рассмотрен временной ряд разностей первого порядка. По результатам теста Дики-Фуллера во всех тестах для лагов от 1 до 5 получены уровни значимости менее 0.01.

Модель разности первого порядка денежных доходов населения удовлетворяет условиям стационарности по тесту Дики-Фуллера [6, 7, 18]. Следовательно, для разностей первого порядка можно строить модели ARMA(p, q) = ARIMA($p,$ 0, q) и при рассмотрении ряда заработной платы, и в случае денежных доходов населения. Отметим, что при использовании ARIMA поведение ряда моделируется только на основе его значений в предыдущие моменты времени, в зависимость не включаются другие переменные или временные ряды.

При рассмотрении временного ряда индекса денежных доходов населения [1] не выявлено предпосылок для поиска специальных сложных моделей ARIMA(p, d, q) ($p > 5$ или $q > 5$). На рис. 2 видно, что у функции PACF отсутствуют пики выше уровня значимости для лагов 5, 6 и последующих вплоть до 12-го лага, который соответствует годичной сезонности. Автоматический подбор модели ARIMA даёт процесс ARIMA(5, 1, 0).

Более подробный анализ критерия Акаике в применении к моделям временных рядов ARIMA приведён в работах [24–26].

Далее проверим исследуемые временные ряды на наличие коинтеграции. Под коинтеграцией подразумевается долгосрочная связь между значениями временных рядов: их линейная комбинация должна давать стационарный временной ряд. Для проверки её

наличия используется тест Грейнджера (Энгла – Грейнджера) [6–9, 22, 23, 26–28], а сама процедура принимает вид проверки статистической гипотезы. Значение p-статистик, полученных при проверке гипотезы о том, что заработная плата зависит от денежных доходов населения с учётом трёх последних лагов, и гипотезы об обратной зависимости, менее 0.001, поэтому можно констатировать наличие взаимосвязи между этими временными рядами.

При построении математических моделей, связывающих поведение временных рядов, чаще всего пользуются моделями ADL(p, q) (также встречается обозначение ARDL(p, q)) [9, 26, 28, 29]. Другой используемый метод – модель коррекции ошибок (ECM, error correction model) можно получить из моделей ADL(p, q), используя линейное преобразование [23, 29], поэтому в рамках представленной статьи ограничимся рассмотрением моделей ADL(p, q).

Одно из главных достоинств моделей ADL(p, q) – отсутствие требований о стационарности связываемых временных рядов [30–32]. Отсюда следует, что модель можно применять на исходных данных без удаления тренда и сезонности, но для этого требуется дополнительная обработка значений временного ряда [33, 34]. С другой стороны, перейдя к стационарным временным рядам, можно строить модели ADL без дополнительной предобработки [29–34], что и было проведено в вычислительном эксперименте (индекс заработной платы и денежных доходов населения – это временные ряды первого порядка $d = 1$, поэтому достаточно перейти к разностям первого порядка).

При описании поведения временного ряда $Y(t)$ с помощью его значений в предыдущие моменты времени и значений второго ряда $X(t)$: q – количество лагов временного ряда $Y(t)$, p – максимальный порядок лага временного ряда $X(t)$. Форма модели ADL(p, q) представлена для наглядности в виде линейной регрессии (1):

$$Y(t) = \alpha_0 + \alpha_1 Y(t-1) + \ldots + \alpha_q Y(t-q) + \beta_0 X(t) + \beta_1 X(t-1) + \ldots + \beta_p X(t-p). \quad (1)$$

При построении взаимосвязи индексов заработной платы (модель ARIMA 7-го порядка, подобранная вручную, или модель ARIMA 3-го порядка, полученная автоматическим поиском) и денежных доходов населения (модель ARIMA 5-го порядка), есть два основных логических пути по подбору параметров p и q. С одной стороны, аналогично принципам построения информационных критериев Акаике AIC и Байеса BIC [25] можно подбирать самые простые модели с наименьшими значениями параметров p и q: $p < 3$, $q < 3$. Другое решение – использовать максимальные значения порядков p и q моделей ARIMA (p, d, q), описывающих связываемые процессы: 5-й порядок для индекса денежных доходов, 7-й или 3-й порядок – для индекса заработной платы.

В табл. 4 приведены результаты вычислительного эксперимента, в котором временной ряд индекса денежных доходов населения выражался через свои значения за несколько последних месяцев, а также с помощью значений индекса реальной заработной платы.

В табл. 4 первые две модели – самые простые по структуре. Модель первого порядка включает незначимые параметры. Согласно модели второго порядка ADL(2, 2), лаги по индексу заработной платы незначимы, второй лаг по денежным доходам населения также незначим. Хотя у обеих моделей высокий коэффициент детерминации R^2, в них большое количество незначимых регрессоров.

Таблица 4. Модели ADL(*p, q*), связывающие значения лагов индекса заработной платы wage(*p*) и лагов индекса денежных доходов населения income(*q*): их характеристики R^2

Модель ADL(p, q)	Adjusted R^2
ADL(1, 1)	0.9403
ADL(2, 2)	0.9405
ADL(6, 7)	0.9737
ADL(5, 5)	0.7675
ADL(4, 3)	0.9506
ADL(6, 6)	0.7884

Имея ввиду порядки моделей ARIMA(*p, d, q*), описывающих исследуемые временные ряды (модель ARIMA 7-го порядка, подобранная вручную, или модель ARIMA 3-го порядка, полученная с помощью автоматического подбора для индекса заработной платы; модель ARIMA 5-го порядка для индекса денежных доходов населения), следует рассмотреть модели ADL 7-го, 5-го и 3-го порядков. Сначала тестировались полные модели, в которых участвовали все лаги от 1 до значений *p* и *q*, а затем незначимые параметры исключались из регрессии. Как видно, модель наиболее полным образом отражающая взаимосвязь индексов ADL(6, 7), имеет высокую сложность. Её вид (значения параметров даны с точностью до 0.01) приведён в формуле (2) (все регрессоры значимы):

$$\begin{aligned} income(t) = 154.00 - 0.44income(t-1) - 0.25income(t-2) - 0.22income\left(t-3\right) - \\ -0.21income(t-4) - 0.31income(t-5) - 0.27income(t-6) - \\ -0.16income(t-7) + 1.31wage(t) - 0.13wage(t-3) - 0.14wage(t-6). \end{aligned} \quad (2)$$

Кроме указанных моделей, также были проверены и другие. Исключение незначимых регрессоров из модели ADL(3, 3) приводит к указанной выше модели ADL(1, 1). Обработка модели ADL(4, 4) ведёт к модели ADL(4, 3), коэффициент детерминации которой чуть хуже, чем у модели 7-го порядка. Обработанная модель 6-го порядка ADL(6, 6) демонстрирует практически такой же результат, что и проверенная модель 5-го порядка, но её сложность чуть выше. Исключение незначимых параметров из моделей 8-го и 9-го порядков приводит к исследованной выше модели 7-го порядка. Более высокие порядки в рамках этих моделей нет смысла рассматривать, т.к. исследуемые временные ряды обладают сезонностью в 1 год (12 лагов).

Естественно, следует отметить, что коэффициент R^2 в нескольких моделях довольно высокий (более 94%) и «борьба» ведётся за единицы процентов доли объяснённой дисперсии. По этой причине в исследовании произведён ещё один эксперимент.

Далее приведены результаты следующего вычислительного эксперимента по анализу временных рядов, связь которых менее очевидна: месячные показатели индекса производства и распределения электроэнергии, газа и воды и индекса реального объема сельскохозяйственного производства [1]. В ходе литературного обзора не выявлено связей между этими временными рядами. При этом, поведение функций ACF этих рядов схоже, присутствует лишь сдвиг на несколько лагов.

Аналогично проведённому для первой пары рядов анализу исследуем указанные процессы.

На представленных на рис. 3, 4 графиках хорошо прослеживается сезонность (пики на графиках частной автокорреляционной функции PACF) в районе 6, 12-го месяца, но в отличие от предыдущего примера не только отклики, соответствующие 6-му и 12-му лагу, выше уровня значимости, но и значения для нескольких соседних лагов также выше предельного уровня.

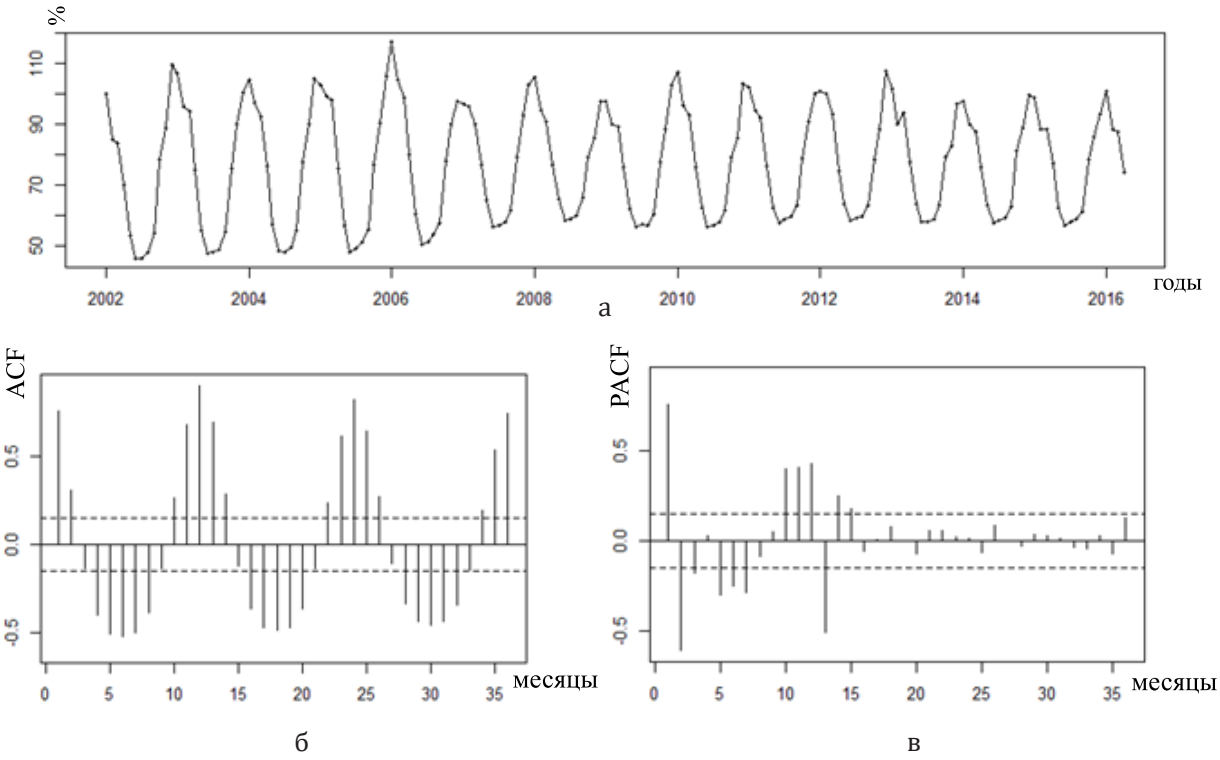


Рис. 3. Динамика месячного показателя индекса производства и распределения электроэнергии, газа и воды:
а) временной ряд (за 100% принято значение января 2002 года);
б) автокорреляционная функция ACF; в) частная автокорреляционная функция PACF (пунктиром отмечен уровень значимости).

При проведении теста Дики-Фуллера [6, 7, 18] для производства и распределения электроэнергии, газа и воды отвергнута гипотеза о нестационарности ряда (его результаты приведены в таблице 5). Следовательно, нет необходимости переходить к разностям соседних показателей и для описания временного ряда допустимо использовать модели ARMA(p, q) = ARIMA(p, 0, q).

Автоматический подбор модели ARIMA даёт процесс второго порядка AR(2) = ARIMA(2, 0, 0). Судя по графику частной автокорреляционной функции PACF, необходимо дополнительно рассмотреть модели 6-го порядка. И действительно оказывается, что все модели с $p = 6$ пре-

Таблица 5. Результаты проверки стационарности временного ряда индекса производства и распределения электроэнергии, газа и воды (в месяц) с помощью теста Дики-Фуллера

Тип теста	Лаг 1	Лаг 2	Лаг 3	Лаг 4	Лаг 5
Нет сдвига, нет тренда	0.36	0.11	0.10	0.25	0.48
Сдвиг (drift), нет тренда	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01
Сдвиг (drift) и тренд	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01

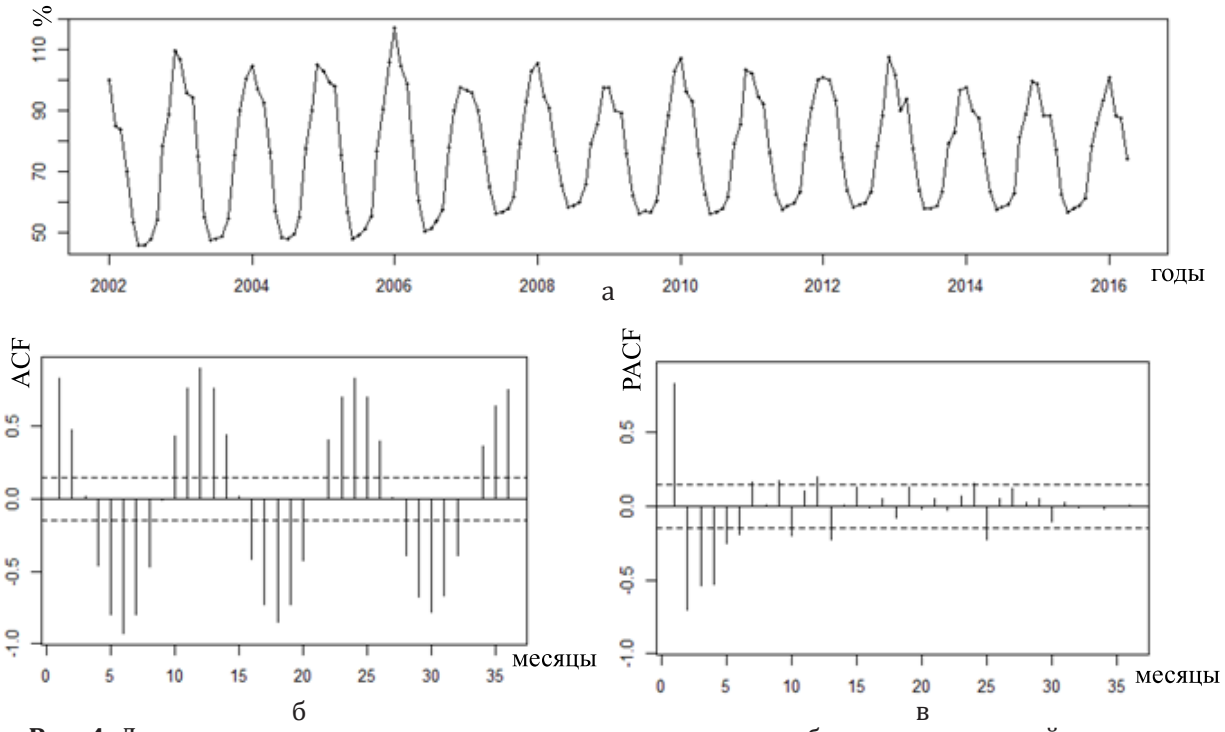


Рис. 4. Динамика месячного показателя индекса реального объема сельскохозяйственного производства: а) временной ряд (за 100% принято значение января 2002 года), б) автокорреляционная функция ACF; в) частная автокорреляционная функция PACF (пунктиром отмечен уровень значимости) .

восходят по информационному критерию Акаике автоматически подобранный процесс. Вдобавок, некоторые модели с параметром $q = 6$ также выглядят несколько лучше модели 2-го порядка. По характеру графика автокорреляционной функции ACF видно, что также следует проверить модели с параметром $p = 8$. Параметры некоторых моделей, продемонстрировавших наилучшее поведение по критерию Акаике (чем ниже значение, тем лучше модели настроены по данным временного ряда), приведены в табл. 6.

Следуя анализу, проведённому в работах [24, 25], заметим, что, не ограничиваясь малыми порядками *p, q* моделей ARIMA(*p, d, q*), для некоторых эконометрических рядов удаётся построить лучшие модели с высокими значениями *p, q*.

Таблица 6. Значения информационного критерия Акаике для различных моделей временных рядов, описывающих индекс производства и распределения электроэнергии, газа и воды

Модель временного ряда	Значение информационного критерия Акаике AIC
auto.arima = ARIMA (2, 0, 0)	835.69
ARIMA(6, 0, 0)	828.65
ARIMA(6, 0, 1)	823.85
ARIMA(6, 0, 2)	827.41
ARIMA(6, 0, 3)	827.6
ARIMA(4, 0, 6)	827.06
ARIMA(5, 0, 6)	828.77
ARIMA(6, 0, 6)	822.31
ARIMA(8, 0, 5)	823.06
ARIMA(8, 0, 8)	824.24

Аналогично протестирован временной ряд индекса реального объема сельскохозяйственного производства. Результаты проверки стационарности по тесту Дики-Фуллера представлены в табл. 7.

Таблица 7. Результаты проверки стационарности временного ряда индекса реального объема сельскохозяйственного производства (в месяц) с помощью теста Дики-Фуллера

Тип теста	Лаг 1	Лаг 2	Лаг 3	Лаг 4	Лаг 5
Нет сдвига, нет тренда	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	0.02	0.02
Сдвиг (drift), нет тренда	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01
Сдвиг (drift) и тренд	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01

Временной ряд индекса реального объема сельскохозяйственного производства явно является стационарным, согласно тесту Дики-Фуллера. При этом, на 4-м и 5-м лагах наблюдается уровень значимости выше 1%, что подсказывает возможность перехода к разностям первого порядка. Автоматический подбор моделей ARIMA(*p, d, q*) даёт процесс ARIMA(1, 1, 1). Наличие пиков на графике частной автокорреляционной функции PACF вплоть до 7-го лага, а также наличие пиков на графике автокорреляционной функции ACF до 8-го лага говорит о том, что модели ARIMA 7-го и 8-го порядков могут удачно моделировать представленный процесс. Вместе с тем, результаты вычислительного эксперимента, приведённые в таблице 8, не дают лучшей модели, чем ARIMA(1, 1, 1), по критерию Акаике (чем ниже значение, тем лучше модель настроена по данным временного ряда). Это связано с высокой сложностью (большими значениями порядков *p* и *q*) тестируемых моделей ARIMA(p, d, q) [25].

Таблица 8. Значения информационного критерия Акаике для различных моделей временных рядов, описывающих индекс реального объема сельскохозяйственного производства

Модель временного ряда	Значение информационного критерия Акаике AIC
auto.arima = ARIMA (1, 1, 1)	2781.37
ARIMA(7, 0, 1)	2798.91
ARIMA(1, 0, 7)	2798.97
ARIMA(3, 0, 7)	2799.49
ARIMA(4, 0, 7)	2798.41

Далее проверим исследуемые временные ряды на наличие коинтеграции с помощью теста Энгла – Грейнджера [6–9, 22, 23, 27–29]. Значение p-статистик, полученных при проверке гипотезы о том, что потребление электроэнергии, газа и воды зависит от индекса реального объема сельскохозяйственного производства с учётом трёх последних лагов, и гипотезы об обратной зависимости, менее 0.001, поэтому можно констатировать наличие взаимосвязи между этими временными рядами.

Так же, как и в предыдущем эксперименте, при построении связи между временными рядами в виде структуры ADL сначала проверены наиболее простые модели 1-го и 2-го порядка, т.к. автоматический подбор моделей ARIMA(*p, d, q*) дал процессы с $p = 2$ для индекса производства и распределения электроэнергии, газа и воды и $p = 1$, $q = 1$ для ряда индекса реального объема сельскохозяйственного производства (но тест Дики-Фуллера показал, что эту величину можно рассматривать как стационарный временной ряд). Рассмотрение более сложных моделей ARIMA(*p, d, q*) для этих временных рядов позволило построить более удачную связь между ними в виде модели ADL(*p, q*) высоких порядков (результаты приведены в табл. 9).

Таблица 9. Модели ADL(*p, q*), связывающие значения лагов индекса производства и распределения электроэнергии, газа и воды *egw(q)* и лагов индекса реального объема сельскохозяйственного производства *agr(p)*: их характеристики R^2

Модель ADL(*p, q*)	Adjusted R^2
ADL(1, 1)	0.8523
ADL(2, 1)	0.8712
ADL(6, 7)	0.967
ADL(3, 3)	0.9289
ADL(4, 4)	0.9112
ADL(3, 5)	0.9553
ADL(6, 6)	0.9642

В ходе тестирования модели ADL(8, 8) были исключены незначимые регрессоры. Полученная модель имеет форму ADL(6, 7). Значения её коэффициентов с точностью до 0.01 приведены в формуле (3):

$$\begin{aligned} eqw(t) = {} & 60.54 + 0.48eqw(t-1) + 0.36eqw(t-3) - 0.31eqw(t-4) - \\ & -0.35eqw(t-5) - 0.28eqw(t-6) + 0.28eqw(t-7) - 0.01agr(t-2) + \\ & +0.03agr(t-3) + 0.02agr(t-5) - 0.02agr(t-6). \end{aligned} \quad (3)$$

Дополнительно для сравнения приведены коэффициенты детерминации для других моделей: 3-го, 4-го, 5-го и 6-го порядков. Как видно, по этому параметру наилучшей моделью оказывается ADL(6, 7), подтверждённая другим путём, – основываясь на параметрах модели ARIMA(*p, d, q*).

Таким образом, построив более сложные модели ARIMA(*p, d, q*) высоких порядков ($p > 5$, $q > 5$) для временных процессов, взаимосвязь которых требуется исследовать, можно использовать эти значения для порядков *p, q* в модели ADL(*p, q*), которые в дальнейшем тестируются. В ходе вычислительного эксперимента модели ADL(*p, q*) с высокими порядками *p, q* показали лучшие значение коэффициента R^2, чем простые модели 1-го и 2-го порядка. Отчасти, наличие таких моделей ADL(*p, q*) подтверждает обоснованность построения сложных моделей ARIMA(*p, d, q*) высоких порядков ($p > 5$, $q > 5$) [24, 25].

Для трёх из четырёх исследованных в представленной работе временных рядов удаётся построить модель ARIMA(*p, d, q*) высокого порядка, которая обладает более удачным значением критерия Акаике, чем простая модель 1-го или 2-го порядка, даже с учётом штрафов за сложность модели, используемых в его структуре [25].

Для индекса реального объема сельскохозяйственного производства такую модель построить не удалось: модель первого порядка имеет меньшее значение информационного критерия Акаике. Но при этом, модели ARIMA(*p, d, q*) высокого порядка, построенные для него, также ведут к использованию моделей ADL(*p, q*), обладающих более высоким значением коэффициента R^2.

Для обеих исследованных пар временных рядов было проверено наличие взаимосвязи между ними статистическими методами, а следом за этим были построены модели ADL(*p, q*), связывающие значения двух различных временных рядов (в модели ARIMA(*p, d, q*) поведение ряда прогнозируется на основе только его значений в предыдущие моменты времени). На представленных примерах продемонстрирована взаимос-

вязь порядков процессов ARIMA(*p, d, q*), моделирующих связываемые ряды, и порядков моделей ADL(*p, q*). Обнаружение наличия точной взаимосвязи является объектом дальнейших исследований. Её присутствие позволяет снизить количество тестируемых моделей при поиске наилучшего соотношения между временными рядами в виде модели ADL(*p, q*).

Следует обратить внимание на то, что коэффициенты в модели ADL(*p, q*) вычисляются на основе метода наименьших квадратов [29–34], в то время как параметры модели ARIMA(*p, d, q*) получаются исходя из принципа максимального правдоподобия. Интересно, что, кроме этого, в разных статистических пакетах по разным алгоритмам вычисляются коэффициенты в модели ARIMA(*p, d, q*) и «единого стандарта» нет. Обзору этих алгоритмов посвящена работа [35]. По этим причинам, напрямую нельзя построить связь между двумя временными рядами с известным моделями ARIMA(*p, d, q*), основываясь только на величинах порядков *p, q* и коэффициентов в этих моделях.

В рамках дальнейшей работы над этой темой предполагается исследовать подробнее взаимосвязь порядков моделей ADL(*p, q*) и ARIMA(*p, d, q*) на примере разнообразных по своим характеристикам и смысловому значению наборов статистических данных, а также включить в обработку другие модели, описывающие поведение временного ряда.

Литература:

1. Единый архив экономических и социологических данных. Динамические ряды макроэкономической статистики РФ. Заработная плата; денежные доходы населения; производства и распределения электроэнергии, газа и воды; реального объема сельскохозяйственного производства. [Электронный ресурс]. URL: http://sophist.hse.ru/hse/nindex.shtml

2. Айвазян С.А., Березняцкий А.Н., Бродский Б.Е. Модели социально-экономических показателей России. *Прикладная эконометрика.* 2018;51:5-32.

3. Montanari A., Rosso R., Taqqu M.S. A seasonal fractional ARIMA model applied to the Nile River monthly flows at Aswan. *Water Resour. Res.* 2000;36(5):1249-1259. https://doi.org/10.1029/2000WR900012

4. Wang W.-C., Chau K.-W., Xu D.-M., Chen X.-Y. Improving Forecasting Accuracy of Annual Runoff Time Series Using ARIMA Based on EEMD Decomposition. *Water Resour. Manag.* 2015;29:2655-2675. https://doi.org/10.1007/s11269-015-0962-6

5. Kadri F., Harrou F., Chaabane S., Tahon C. Time Series Modelling and Forecasting of Emergency Department Overcrowding. *J. Med. Syst.* 2014;38:107-127. https://doi.org/10.1007/s10916-014-0107-0

6. Hyndman R.J., Khandakar Y. Automatic time series forecasting: The forecast package for R. *J. Stat. Soft.* 2008;27(1):1-22. https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03

7. Hyndman R.J., Athanasopoulos G. Forecasting: principles and practice. Second ed. Publisher: OTexts, 2018. 382 p. ISBN-13: 978-0987507112.

8. Бокс Дж., Дженкинс Г.М. Анализ временных рядов. Прогноз и управление: пер. с англ., под ред. В.Ф. Писаренко. М.: Мир, 1974. Кн. 1. 406 с. Кн. 2. 197 с.

9. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрики: в 2-х т. Т. 2. М.: Юнити-Дана, 2001. 432 с. ISBN: 5-238-00305-6.

10. Broomhead D., King G. Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica D.* 1986;20:217-236. https://doi.org/10.1016/0167-2789(86)90031-X

11. Elsner J.B., Tsonis A.A. Singular Spectrum Analysis: A New Tool in Time Series Analysis. Plenum Press, 1996. 164 p.

12. Vautard R., Yiou P., Ghil M. Singular-Spectrum Analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals. *Physica D.* 1992;58(1):95-126. https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90103-T

13. Ghil M., Allen R.M., Dettinger M.D., Ide K., Kondrashov D., Mann M.E., Robertson A., Saunders A., Tian Y., Varadi F., Yiou P. Advanced spectral methods for climatic time series. *Rev. Geophys.* 2002;40(1):1-41. https://doi.org/10.1029/2000RG000092

14. Golyandina N., Shlemov A. Variations of Singular Spectrum Analysis for separability improvement: non-orthogonal decompositions of time series. *Statistics and Its Interface.* 2015;8(3):277-294. arXiv:1308.4022. https://doi.org/10.4310/SII.2015.v8.n3.a3

15. Trenberth K.E., Fasullo J., Smith L. Trends and variability in column-integrated atmospheric water vapor. *Clim. Dynam.* 2005;24:741-758. https://doi.org/10.1007/s00382-005-0017-4

16. Delgado-Arredondo P.A., Garcia-Perez A., Morinigo-Sotelo D., Osornio-Rios R.A., Avina-Cervantes J.G., Rostro-Gonzalez H., Romero-Troncoso R.J. Comparative Study of Time-Frequency Decomposition Techniques for Fault Detection in Induction Motors Using Vibration Analysis during Startup Transient. *Shock Vib.* 2015. Article Number 708034. http://dx.doi.org/10.1155/2015/708034

17. Said S.E., Dickey D.A. Testing for Unit Roots in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order. *Biometrika.* 1984;71(3):599-607. https://doi.org/10.1093/biomet/71.3.599

18. Wold H. A Study in the Analysis of Stationary Time Series: Second revised edition. Uppsala: Almqvist and Wiksell Book Co., 1954. 236 p.

19. Granger C.W.J. Testing for causality: A personal viewpoint. *J. Econ. Dyn. Control.* 1980;2(1):329-352. https://doi.org/10.1016/0165-1889(80)90069-X

20. Granger C.W.J. Essays in Econometrics: The Collected Papers of Clive W.J. Granger. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 544 p. ISBN: 9780521774963

21. Chen Y., Rangarajan G., Feng J., Ding M. Analyzing multiple nonlinear time series with extended Granger causality. *Phys. Lett. A.* 2004;324(1):26-35. https://doi.org/10.1016/j.physleta.2004.02.032

22. Hatemi J.A. Tests for cointegration with two unknown regime shifts with an application to financial market integration. *Empir. Econ.* 2008;35(3):497-505. https://doi.org/10.1007/s00181-007-0175-9

23. Enders W. Cointegration and Error-Correction Models. Applied Econometrics Time Series (Second ed.). New York: Wiley, 2004. P. 319–386. ISBN 978-0-471-23065-6.

24. Петрусевич Д.А. Анализ математических моделей, используемых для прогнозирования эконометрических временных рядов. *Российский технологический журнал.* 2019;7(2):61-73. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-2-61-73

25. Petrusevich D. Time series forecasting using high order arima functions. In: Proc. XIX International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2019. V. 19; P. 673-680. https://doi.org/10.5593/sgem2019/2.1/S07.088

26. Engle R., Granger C. Long-Run Economic Relationships: Readings in Cointegration. New York: Oxford University Press, 1991. 312 p. ISBN: 9780198283393

27. Davidson R., MacKinnon J.G. Estimation and inference in econometrics. New York: Oxford University Press, 1993. 874 c.

28. Энгл Р.Ф., Грэнджер К. У. Дж. Коинтеграция и коррекция ошибок: представление, оценивание и тестирование. *Прикладная эконометрика.* 2015;39(3):107-135.

29. Nkoro E., Uko A.K. Autoregressive Distributed Lag (ARDL) cointegration technique: application and interpretation. *J. Stat. Economet. Meth.* 2016;5(4):63-91.

30. Wan Omar W.A., Hussin F., Ali G. H.A. The Empirical Effects of Islam on Economic Development in Malaysia. *Research in World Economy.* 2015;6(1):99-111. https://doi.org/10.5430/rwe.v6n1p99

31. Thao D.T., Zhang J.H. ARDL Bounds Testing Approach to Cointegration: Relationship International Trade Policy Reform and Foreign Trade in Vietnam. *Int. J. Econ. Financ.* 2016;8(8):84-94. https://doi.org/10.5539/ijef.v8n8p84

32. The Tung D. Remittances and Economic Growth in Vietnam: An ARDL Bounds Testing Approach. *Review of Business and Economics Studies.* 2015;3(1):80-88.

33. Pesaran M.H., Shin Y., Smith R.J. Bounds testing approaches to the analysis of level relationships. *J. Appl. Econometrics.* 2001;16(3):289-326. https://doi.org/10.1002/jae.616

34. Pesaran M.H., Shin Y. An Autoregressive Distributed Lag Modelling Approach to Cointegration Analysis. In: S. Strom (Ed.). Ch. 11 in Econometrics and Economic Theory in the 20th Century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 371-413. https://doi.org/10.1017/CCOL521633230.011

35. Дроздов И.Ю. Алгоритмы оценки параметров временного ряда в методе ARIMA. Дисс. … магистра по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика». Москва, РТУ МИРЭА, 2019.

References:

1. Dynamic series of macroeconomic statistics of the Russian Federation. The wage index; money income index; the gas, water and energy production and consumption index; real agricultural production index. http://sophist.hse.ru/hse/nindex.shtml (in Russ.)

2. Aivazian S., Bereznyatsky A., Brodsky B. Modeling Russian social indicators. *Prikladnaya ekonometrika = Applied econometrics.* 2018;3(51):5-32 (in Russ.).

3. Montanari A., Rosso R., Taqqu M.S. A seasonal fractional ARIMA model applied to the Nile River monthly flows at Aswan. *Water Resour. Res.* 2000;36(5):1249-59. https://doi.org/10.1029/2000WR900012

4. Wang W.-C., Chau K.-W., Xu D.-M., Chen X.-Y. Improving Forecasting Accuracy of Annual Runoff Time Series Using ARIMA Based on EEMD Decomposition. *Water Resour. Manag.* 2015;29:2655-75. DOI: 10.1007/s11269-015-0962-6. https://doi.org/10.1007/s11269-015-0962-6

5. Kadri F., Harrou F., Chaabane S., Tahon C. Time Series Modelling and Forecasting of Emergency Department Overcrowding. *J. Med. Syst.* 2014;38:107-27. https://doi.org/10.1007/s10916-014-0107-0

6. Hyndman R.J., Khandakar Y. Automatic time series forecasting: The forecast package for R. *J. Stat. Soft.* 2008;27(1):1-22. https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03

7. Hyndman R.J., Athanasopoulos G. Forecasting: principles and practice. Second ed. Publisher: OTexts; 2018. 382 p. ISBN-13: 978-0987507112.

8. Box G., Jenkins G. Time series analysis: Forecast and management. John Wiley and Sons; 2008. 712 p. ISBN-13: 978-0470272848.

9. Aivazyan S. Prikladnaya statistika. Osnovy ekonometriki (Applied statistics. Fundamentals of econometrics). In 2 v. V 2. Moscow: Unity-Dana; 2001. 432 p. ISBN: 5-238-00305-6 (in Russ.).

10. Broomhead D., King G. Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica D.* 1986;20:217-36. https://doi.org/10.1016/0167-2789(86)90031-X

11. Elsner J.B., Tsonis A.A. Singular Spectrum Analysis: A New Tool in Time Series Analysis. Plenum Press; 1996. 164 p.

12. Vautard R., Yiou P., Ghil M. Singular-Spectrum Analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals. *Physica D.* 1992;58(1):95-126. https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90103-T

13. Ghil M., Allen R.M., Dettinger M.D., Ide K., Kondrashov D., Mann M.E., Robertson A., Saunders A., Tian Y., Varadi F., Yiou P. Advanced spectral methods for climatic time series. *Rev. Geophys.* 2002;40(1):1-41. https://doi.org/10.1029/2000RG000092

14. Golyandina N., Shlemov A. Variations of Singular Spectrum Analysis for separability improvement: non-orthogonal decompositions of time series. *Statistics and Its Interface.* 2015;8(3):277-94. arXiv:1308.4022. https://doi.org/10.4310/SII.2015.v8.n3.a3

15. Trenberth K.E., Fasullo J., Smith L. Trends and variability in column-integrated atmospheric water vapor. *Clim. Dynam.* 2005;24:741–58. https://doi.org/10.1007/s00382-005-0017-4

16. Delgado-Arredondo P.A., Garcia-Perez A., Morinigo-Sotelo D., Osornio-Rios R.A., Avina-Cervantes J.G., Rostro-Gonzalez H., Romero-Troncoso R.J. Comparative Study of Time-Frequency Decomposition Techniques for Fault Detection in Induction Motors Using Vibration Analysis during Startup Transient. *Shock Vib.* 2015; Article No. 708034. http://dx.doi.org/10.1155/2015/708034

17. Said S.E., Dickey D.A. Testing for Unit Roots in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order. *Biometrika.* 1984;71(3):599-607. https://doi.org/10.1093/biomet/71.3.599

18. Wold H. A Study in the Analysis of Stationary Time Series: Second revised edition. Uppsala: Almqvist and Wiksell Book Co.; 1954. 236 p.

19. Granger C.W.J. Testing for causality: A personal viewpoint. *J. Econ. Dyn. Control.* 1980;2(1):329-52. https://doi.org/10.1016/0165-1889(80)90069-X

20. Granger C.W.J. Essays in Econometrics: The Collected Papers of Clive W.J. Granger. Cambridge: Cambridge University Press; 2001. 544 p. ISBN: 9780521774963

21. Chen Y., Rangarajan G., Feng J., Ding M. Analyzing multiple nonlinear time series with extended Granger causality. *Phys. Lett. A.* 2004;324(1):26-35. https://doi.org/10.1016/j.physleta.2004.02.032

22. Hatemi J.A. Tests for cointegration with two unknown regime shifts with an application to financial market integration. *Empir. Econ.* 2008;35(3):497-505. https://doi.org/10.1007/s00181-007-0175-9

23. Enders W. Cointegration and Error-Correction Models. Applied Econometrics Time Series (Second ed.). New York: Wiley; 2004. p. 319–386. ISBN 978-0-471-23065-6.

24. Petrusevich D.A. Analysis of mathematical models used for econometrical time series forecasting. *Rossiyskij tekhnologicheskij zhurnal = Russian Technological Journal.* 2019;7(2):61-73 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-2-61-73

25. Petrusevich D. Time series forecasting using high order arima functions. In: Proc. XIX International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2019. V. 19; P. 673-680. https://doi.org/10.5593/sgem2019/2.1/S07.088

26. Engle R., Granger C. Long-Run Economic Relationships: Readings in Cointegration. New York: Oxford University Press; 1991. 312 p. ISBN: 9780198283393

27. Davidson R., MacKinnon J.G. Estimation and inference in econometrics. New York: Oxford University Press; 1993. 874 p.

28. Engle R., Granger C. Cointegration and error correction: representation, evaluation and testing. *Prikladnaya ekonometrika = Applied econometrics.* 2015;39(3):107-35 (in Russ.).

29. Nkoro E., Uko A.K. Autoregressive Distributed Lag (ARDL) cointegration technique: application and interpretation. *J. Stat. Economet. Methods.* 2016;5(4):2016:63-91.

30. Wan Omar W.A., Hussin F., Ali G. H. A. The Empirical Effects of Islam on Economic Development in Malaysia. *Research in World Economy.* 2015;6(1):99–111. https://doi.org/10.5430/rwe.v6n1p99

31. Thao D.T., Zhang J. H. ARDL Bounds Testing Approach to Cointegration: Relationship International Trade Policy Reform and Foreign Trade in Vietnam. *Int. J. Econ. Financ.* 2016;8(8):84-94. https://doi.org/10.5539/ijef.v8n8p84

32. The Tung D. Remittances and Economic Growth in Vietnam: An ARDL Bounds Testing Approach. *Review of Business and Economics Studies.* 2015;3(1):80–8.

33. Pesaran M.H., Shin Y., Smith R.J. Bounds testing approaches to the analysis of level relationships. *J. Appl. Econometrics.* 2001;16(3):289-326. https://doi.org/10.1002/jae.616

34. Pesaran M.H., Shin Y. An Autoregressive Distributed Lag Modelling Approach to Cointegration Analysis. In: S. Strom (Ed.). Ch. 11 in Econometrics and Economic Theory in the 20th Century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium. Cambridge: Cambridge University Press; 1999. 371-413. https://doi.org/10.1017/CCOL521633230.011

35. Drozdov I. Time series parameter evaluation algorithms in the ARIMA methods: Master thesis, 01.04.02 “Applied math and informatics”. Moscow: MIREA; 2019 (in Russ.).

Об авторах:

Калугин Тимофей Романович, студент, кафедра Высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологической университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Ким Александра Константиновна, студентка, кафедра Высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологической университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Петрусевич Денис Андреевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологической университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78), ORCID: 0000-0001-5325-6198, Scopus Author ID: 55900513600, Web of Science ResearcherID: AAA-6661-2020.

About the authors:

Timothy R. Kalugin, Student, Higher Mathematics Department, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).

Alexandra K. Kim, Student, Higher Mathematics Department, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).

Denis A. Petrusevich, Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor of the Higher Mathematics Department, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia), ORCID: 0000-0001-5325-6198, Scopus Author ID: 55900513600, Web of Science ResearcherID: AAA-6661-2020

ISSN 2500-316X (Online)

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-23-32

УДК 628.1, 504.064.2, 504.064.36

CC BY

Эффективность мониторинга как необходимое условие принятия корректных решений в сфере техносферной безопасности

В.М. Михайлов

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия
@Автор для переписки, e-mail: mihajlov@mirea.ru

В статье рассматриваются вопросы обеспечения эффективности мониторинга для корректных оценок параметров проявлений (времени начала, интенсивности и уровня опасности) катастрофических природных (землетрясения, наводнения и др.) и техногенных (водных и воздушных загрязнений) процессов. Организационная структура мониторинга с обоснованным временным и адресным режимом измерений, учитывающая основные особенности и этапы формирования контролируемых природных и техногенных процессов, должна обеспечить получение необходимых данных для дальнейших расчетов времени начала землетрясений, территориального распространения и уровней водных или воздушных загрязнений и др. Также обозначены требования к обеспечению соответствующей квалификации привлеченного персонала, обладающего способностью корректно интерпретировать получаемые результаты мониторинговых измерений и осуществлять необходимые расчеты многочисленных параметров, например, в случае оценки загрязнений. В совокупности это позволяет обеспечить в итоге соответствие получаемых оценок с реальным состоянием контролируемого объекта, что и составляет основу для принятия взвешенных дальнейших решений по комплексу мероприятий обеспечения техносферной безопасности. Наряду с этим, предлагаемый подход организации мониторинга позволяет оптимизировать состав его измерительной базы для достижения необходимой эффективности при оценке состояния контролируемых объектов и её компоновке на основе учета особенностей строения и их свойств, специфики техногенных воздействий и природных процессов на объекты техносферы.

Ключевые слова: техносферная безопасность, техногенные воздействия, природные катаклизмы, структура процессов, параметры состояния, мониторинг среды, средства мониторинга, корректность интерпретации.

Для цитирования: Михайлов В.М. Эффективность мониторинга как необходимое условие принятия корректных решений в сфере техносферной безопасности. *Российский технологический журнал.* 2020;8(2):23-32. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-23-32

The effectiveness of monitoring as a necessary condition for the adoption of correct decisions on the security of technosphere

Valery M. Mikhailov

MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia
@Corresponding author, e-mail: mihajlov@mirea.ru

This article discusses the issues of ensuring the effectiveness of monitoring for correct estimates of parameter manifestations (start time, intensity and severity) of catastrophic natural (earthquakes, floods and others) and man-made (water and air pollution) processes. Organizational structure of monitoring with reasonable time and address of the measurement mode taking into account the main features and stages of forming controlled natural and technogenic processes should ensure the acquisition of data needed for further calculations of the start time of earthquakes, territorial distribution and levels of water or air pollution, etc. Besides, the article outlines requirements for the relevant qualification of engaged staff capable of correctly interpreting the results of monitoring measurements and performing the necessary calculations of numerous parameters, for example, in the case of pollution evaluation. As a result, all this allows to ensure the compliance of obtained assessments with the real condition of monitored object, which is the basis for informed decisions on a set of actions to further ensure technosphere security. Along with this, the proposed monitoring approach allows to optimize the measuring base in order to achieve the necessary efficiency in assessing the status of controlled objects and the layout of the base in terms of the characteristics of buildings and their intrinsic properties, as well as the specificity of technogenic impact and natural processes on technosphere objects.

Keywords: security of technosphere, technological impact, natural disasters, structure of hazardous processes, state parameters, media monitoring, monitoring tools, interpretation correctness.

For citation: Mikhailov V.M. The effectiveness of monitoring as a necessary condition for the adoption of correct decisions on the security of technosphere. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2):23-32 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500316X-2020-8-2-23-32

Введение

К наиболее значимым дестабилизирующим факторам техносферной безопасности, наряду с природными катаклизмами, следует относить возрастающие уровень и сложность воздействий на природную среду расширяющегося комплекса антропогенной деятельности. Это стало очевидным в XX веке под влиянием гипервсплеска численности населения планеты в 5 раз и необходимости удовлетворения его потребностей за счет почти 20-ти кратного роста мирового валового продукта и более значительного увеличения потребления природного сырья, а также масштабного загрязнения биосферы. Также отмечается развитие и значительная динамика ряда неблагоприятных процессов и в природной среде, связанных, например, с колебанием солнечной активности, которые в свою очередь вызывают значительное изменение условий её устойчивости. В совокупности все эти факторы стали причиной существенной разбалансировки некоторых процессов

саморегуляции и самоорганизации биосферы, что сказалось на развитии и росте числа неблагоприятных откликов природной среды с увеличением масштабов их проявлений и размеров ущербов. Поэтому очевидна необходимость организации системы эффективного контроля за опасными процессами на основе анализа всесторонней и репрезентативной исходной информации об их особенностях.

Основная часть

Список примеров значительного расширения географии природных катаклизмов и чрезвычайных ситуаций техногенного характера, а также сопутствующих опасных последствий, является достаточно внушительным. Так, фактором опасного нарастания напряженности в биосфере является потепление климата. При росте средней температуры на планете в пределах только 1 °С зафиксированы значительные материальные затраты на преодоление неблагоприятных последствий и компенсацию ущербов. Подобное изменение климата усилило нестабильность в атмосфере, изменив ранее сложившиеся условия её устойчивости и осложнив также прогнозирование её процессов. Увеличение атмосферной энергии способствовало существенному расширению сферы деятельности атмосферных вихрей, торнадо и ураганов с прибрежных территорий на континенты, расширению засух и пустынь в одних регионах и возрастанию осадков и наводнений в других. Общее количество природных катастроф, связанных с изменением климата, за последние полвека и особенно в последние 20÷30 лет значительно возросло. И по оценкам экспертов ООН сегодняшнее потепление климата эквивалентно ущербу в 300 миллиардов долларов в год [1].

Ещё более удручающая ситуация связана с ростом числа и масштаба техногенных катаклизмов. До середины XX века техносфера не обладала способностью инициировать крупномасштабные аварии и катастрофы, соизмеримые со стихийными бедствиями. Появление же ядерных объектов и высокая концентрация химических и других потенциально опасных производств, сделали возможными разрушительные воздействия на экосистемы практически всех уровней биосферы. За прошедшее столетие более половины крупных аварий произошло в последние 20 лет, причем почти половина жертв погибла. Число жертв этих аварий составило 40% от пострадавших в катастрофах и стихийных бедствиях XX века. Подобная тенденция роста концентраций чрезвычайных ситуаций (ЧС) в последние 20–30 лет характерна и для России, где в среднем за год происходит более 160 техногенных происшествий, а их опасности и угрозы носят, как правило, комплексный характер. Отмечается, что их воздействие распространяется на природную, экономическую и социальную сферы [2].

Эта ситуация обусловлена тем, что на территории России действуют около 45 тысяч потенциально опасных производств. К примеру, более 3,5 тысяч объектов располагают значительными запасами таких веществ, как хлор и аммиак, отличающихся высокой токсичностью, а более 500 тысяч тонн хлора ежегодно перевозится по железным дорогам. Вызывает озабоченность и состояние самих объектов. Так, около 200 водохранилищ, в том числе и ряд особо крупных, эксплуатируется более 50 лет без требуемых реконструкции и ремонта. В наиболее ответственных отраслях потенциально опасные производства имеют выработку ресурса оборудования на уровне 75–90%. Годовой экономический

ущерб от ЧС различного характера может достигать 1,5–2% валового внутреннего продукта – от 675 до 900 миллиардов рублей. На территориях возможного воздействия поражающих факторов при авариях на критически важных и потенциально опасных объектах проживают свыше 60% населения страны. Поэтому злободневным является вопрос организации и осуществления эффективного мониторинга состояния и функционирования техногенной инфраструктуры [2].

В этой связи необходимы как репрезентативный контроль всех видов, областей распространения и динамических характеристик опасных процессов в любой конкретный момент, так и сведения об особенностях временного режима их проявлений. Например, на тектонических картах должны быть выделены все районы потенциально опасных сейсмоактивных зон с характеристикой возможных процессов и повторяемостью. На гидрологических картах необходимо показывать зоны возможных катастрофических наводнений различной статистической обеспеченности. На метеорологических – территориальные особенности атмосферной циркуляции, области распространения разрушительных вихрей и ураганов, источники и области возможного распространения воздушных загрязнений в разные сезоны и при различных типах погоды.

Актуальны и исходные данные по состоянию природных объектов для оперативного прогноза начала опасных явлений. Отсутствие таковых во много раз увеличивает размеры ущербов, что можно проиллюстрировать на ряде примеров. Так, отсутствуют надежные способы краткосрочного прогноза дат начала землетрясений, а это можно выявить лишь по данным анализа инфразвуковых излучений в сейсмоактивной зоне, уровень которых устойчиво повышается в эпицентрах за 4–6 часов на суше и за 1–2 суток в водной среде до своего разрушительного проявления. Это подтверждается данными многочисленных источников, а также и непосредственными наблюдениями. С указанной заблаговременностью проявляется реакция массового и резкого исхода животных от эпицентра приближающего землетрясения. Объясняется это тем, что все они, в отличие от человека, чувствительны к возрастанию инфразвукового фона от начальной вибрации в зоне тектонического напряжения, что в итоге и определяет такую безусловную реакцию с понятной разницей в реакции в водной среде и на суше. Техническое решение данной проблемы в отношении точности краткосрочного прогноза начала землетрясений пока не найдено, хотя детерминированность такой реакции у животных очевидна. Поэтому использование контроля инфразвукового излучения в сейсмоактивных районах и разработка соответствующей измерительной системы являются актуальнейшими вопросами кардинального повышения точности краткосрочных прогнозов землетрясений.

Необходимость обеспечения информационной репрезентативности функционирования мониторинговых сетей является обязательным требованием. Так, например, оценку факторов формирования и степени затопления водосборной площади в конкретной ситуации возможно определить на основе комплексных оценок количества снегозапасов, прогноза радиационного баланса деятельной поверхности в период снеготаяния, а также динамики снеговых линий и размеров зон водоотдачи. Это касается и прогноза распространений воздушных загрязнений. Данные об их уровнях от источника с оценкой превышения значений концентраций предельно допустимых выбросов (ПДВ) при прогнозе их распространения должны соотноситься с направлением и скоростью ветра, а также наличием атмосферных осадков и т.д.

Игнорирование условий возникновения воздушного загрязнения и ветрового переноса при выборе места завода компании «*Юнион Карбайд*» в г. Бхопал (Индия) в сочетании с нарушениями в системе обеспечения безопасности при катастрофической утечке около 42 тонн метилизоцианата повлекло в 1984 г. гибель более 18 тысяч человек. Кроме этого, получили инвалидность и обратились за врачебной помощью ещё около 500 тысяч человек. Предприятие занималось опасным производством пестицидов с использованием и хранением смертельно ядовитого вещества метилизоцианата в непосредственной близости от мест проживания людей. При этом вокруг завода не была выделена стандартная для подобного уровня потенциальной опасности санитарно-защитная зона (СЗЗ), и в момент аварии в ночь на 3 декабря 1984 г. все ближайшее население города было застигнуто врасплох.

Очевидно, что в рассмотренном случае были нарушены условия безопасности технологического функционирования предприятия в целостном виде и не обеспечены мероприятия по их организации на производстве. Это существенно снизило эффективность анализа по возникающим нарушениям. Для сравнения можно отметить, что на аналогичном заводе данной компании в США (штат Южная Вирджиния) подобных ситуаций до настоящего времени не отмечалось.

Задача оценки воздушных загрязнений является актуальной и для России. В первую очередь это относится к выявлению зон распространения, оценке их уровней, а также прогнозу возможных последствий вокруг многочисленных и постоянно действующих источников. Это химические, металлургические, нефтехимические и другие предприятия. Мониторинг данного процесса должен включать все перечисленные стадии. Так, например, использование данных регулярных аэрокосмических съёмок в системе дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) в весенний период по аномалиям снеготаяния позволяет выявить территорию и относительный уровень загрязнения. Объясняется это тем, что наличие загрязняющих веществ на снежном покрове существенно снижает отражательную способность (альбедо) его поверхности, что ускоряет его таяние и сход по сравнению даже с более «тёплым» югом. Так, в Урало-Сибирском регионе в порядке убывания размеров загрязнённых площадей четко обозначились пятна загрязнений территорий вокруг Магнитогорска, Челябинска, Норильска, Нижнего Тагила, Новотроицка и др. На основе таких или аналогичных данных возможно уже дальнейшее адресное уточнение вида, концентрации и специфики воздействия загрязнителей и оценки последствий их воздействия на природную среду и условия проживания людей.

Не менее важным и более сложным является определение влияния загрязнений на качество водной среды и, особенно в районах крупных мегаполисов, например, г. Москвы [3, 4]. Отмечается тенденция его устойчивого ухудшения, как в фоновом отношении, так и с учетом участившихся случаев залповых загрязнений. И если контроль точечных источников загрязнений достаточно эффективен, то оценка загрязнения от рассредоточенных источников, «поставляющих» до 60% от общей массы, сопряжена со значительными трудностями. Это объясняется следующими причинам [1]:

– значительный объем и широкий спектр видового состава загрязнений природных вод при их недостаточном учете в сфере агропроизводства и на бытовом уровне;

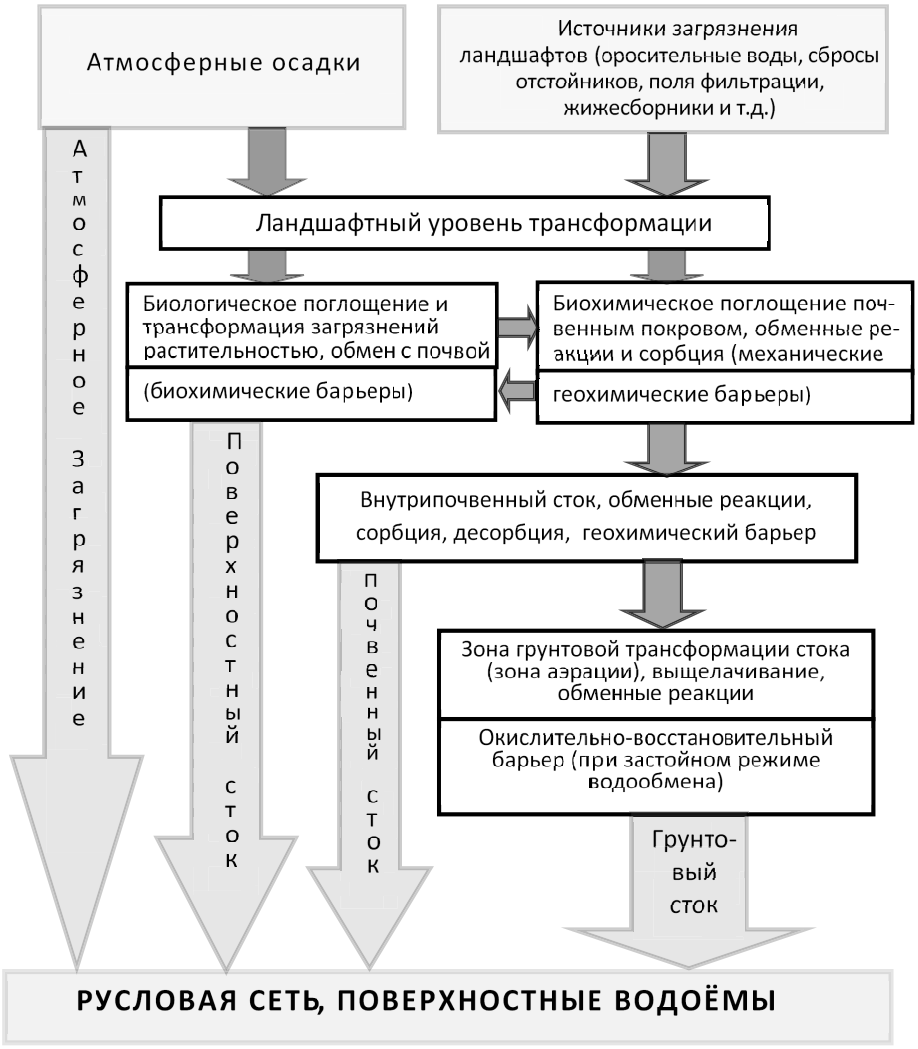
– условия формирования, смыва, миграции и трансформации загрязненных вод в настоящее время изучены недостаточно детально для репрезентативной оценки как поверхностной, так и подземной составляющих их стока;

– отсутствие систем эффективного контроля процесса формирования их качества;

– недостаточный технический уровень утилизации хозяйственных стоков.

Корректный учет влияния перечисленных факторов в формировании водных загрязнений невозможен также без представлений о генезисе речного стока, поскольку это среда, как их распространения, так и условий трансформации. Приведенная структурная схема показывает его основные стадии и связанные с ними процессы, территориально-временная идентификация которых позволяет выявлять адреса измерений, картину распространения и динамику характеристик загрязнителей на водосборе (см. рисунок). Это в свою очередь позволяет определить состав эффективного информационного обеспечения, как для оценки параметров качества воды, так и для определения мероприятий по ожидаемому по особенностям загрязнений предотвращению неблагоприятного развития ситуаций.

Кроме этого следует учитывать и сложность внутренних процессов формирования качества водоемов. Так, для репрезентативной оценки только эвтрофирования без учета загрязнений потребуется мониторинг значительного числа характеристик их состояния (таблица).



Структурная схема формирования речного стока [1].

В случае же учета и техногенных загрязнений список контролируемых параметров даже после его оптимизации существенно расширяется [5–7]. И только в этом варианте можно говорить об осуществлении реального контроля за формированием процесса загрязнения водной среды. Аналогичный структурно-генетический подход при оценке техносферной безопасности актуален для большинства видов загрязнений.

Реализация подобного подхода важна, как для учета системности, так и для обеспечения качества оценки техносферных опасностей. И начальным этапом в решении этой задачи является вопрос организации и обеспечения эффективного мониторинга контролируемых объектов на основе обоснованного выбора и корректного формирования измерительной системы. Это позволит получать исчерпывающее информационное обеспечение для принятия решений в сфере техносферной безопасности. Для этого потребуется выполнение ряда условий.

Прежде всего, становится актуальным создание геоинформационных систем (ГИС) по потенциальным опасностям в окружающей среде, как природного, так и техногенного характера с территориально-временной привязкой. Они должны включать необходимые картографические и описательные материалы на все виды возможных нарушений нормативного состояния окружающей среды, с характеристикой видов, источников и особенностей их проявлений. Это дает возможность накапливать, системно анализировать и эффективно работать со всей необходимой пространственно-временной информацией о контролируемых процессах, оперативно реагировать на их динамику, выявляя характерные особенности и отображая их в воспринимаемом виде в онлайн-режиме.

Использование ГИС при рассмотрении вопросов техносферной безопасности и комплексной оценки состояния природных объектов позволяет контролировать их параметры, моделировать развитие складывающихся ситуаций в зависимости от изменения

Обязательные и дополнительные показатели состояния водных экосистем, рекомендуемые при мониторинге эвтрофирования водоемов [8]

№ п/п	Класс показателей	Мониторинг
Обязательные показатели при мониторинге		
1	Физические и химические показатели	Содержание растворенного кислорода
2		Содержание хлорофилла *a*
3		pH
4		Прозрачность воды по диску Секки
5		Мутность воды
6		Вертикальное зондирование температуры воды
7		Содержание общего и минерального фосфора
8		Содержание органического вещества по ХПК и БПК5
1	Гидробиологические показатели	Численность, биомасса и видовой состав фитопланктона
2		Численность, биомасса и видовой состав зоопланктона
Дополнительные показатели при мониторинге		
1	Физические и химические показатели	Минеральные формы азота и общий азот
2		Электропроводность воды
3		Содержание органического углерода
4		Вертикальное зондирование растворенного кислорода

гидроклиматических условий, характеристик источников загрязнений, значений фоновых концентраций их выбросов и динамики, получать комплексную оценку состояния объектов окружающей природной среды на основе разнородных данных. И поэтому мониторинг должен встраиваться в соответствующие ГИС-технологии в качестве их функционального элемента.

Необходима подготовка специалистов по структурно ориентированным программам обучения, позволяющим учесть вышеперечисленные требования. Примером подобной подготовки является программа обучения по специальности «Гидрология суши» на Географическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова, ориентированная на изучение всего комплекса закономерностей процессов, происходящих в водах суши на всех этапах их трансформации и формирования качества [9]. В ней подробно и на структурной основе рассматриваются вопросы генетического состава вод суши в речной сети, озерах и водохранилищах и их динамики. Значительное внимание уделяется взаимосвязи поверхностных и подземных вод, природной и антропогенной трансформации водных масс, а также техногенному регулированию речного стока и устойчивости гидротехнических сооружений. Отдельное внимание уделяется изучению вопросов оценки и моделирования изменений качества природных вод в результате сбросов хозяйственных стоков, смыва загрязненных вод в зонах сельхозпроизводства на основе учета функциональных структур изучаемых процессов [4, 5]. Аналогичные подходы и приоритеты в освоении учебного материала должны быть выдержаны при подготовке специалистов по всем направлениям оценки причин потенциально опасных проявлений природных процессов, исчерпания ресурсов и ухудшения условий окружающей среды вследствие техногенных воздействий.

Отмеченные особенности актуальны и для подготовки специалистов по оценке объемов, видового состава, свойств, режимов выбросов и сбросов всего спектра загрязняющих веществ промышленности, сельскохозяйственного производства и степени их опасности. Здесь требования по выявлению качества воды сосредоточены на необходимости формировании знаний о химических, биологических, радиоактивных, а также смешанных типов загрязнений, а также и представлений об особенностях их трансформации в водной среде, атмосфере, в почвенном покрове и в литосфере в целом [10].

И, наконец, на заключительном этапе мониторинга наряду с расчетами параметров состояния контролируемого объекта необходимо выявить территориально-временные аспекты распространения загрязнений с перспективой отражения их в воспринимаемом виде в итоговых документах.

Реализация всего спектра перечисленных мероприятий требует формирования эффективной системы информационного обеспечения управления техносферной безопасностью. Это позволит осуществить решение сложного комплекса задач по разработке соответствующих технологий. И в этой связи наиболее важна работа по следующим направлениям:

– составление перечня наиболее значимых опасных проявлений техносферных региональных и планетных опасностей, касающихся России, и сведение его в единую систематизированную базу по всем актуальным направлениям контроля;

– разработка технических средств контактных измерений и дистанционного контроля параметров состояния контролируемых объектов;

– разработка методов обработки данных мониторинга техносферной безопасности и программного обеспечения для используемых технических средств;

– разработка систем глобального и регионального мониторинга техносферной безопасности.

Заключение

Таким образом, для решения задачи создания эффективной многоуровневой системы мониторинга требуется:

а) разработка региональных концепций на основе анализа потенциальных опасных воздействий, особенностей и приоритетов возникающих при этом неблагоприятных процессов;

б) разработка измерительных систем для оценки состояния и уровня воздействий природных и техногенных объектов на окружающую среду, включая данные контактных и дистанционных измерений;

в) формирование систем сбора и обработки исходных данных о наблюдаемых объектах;

г) подготовка специалистов, способных корректно обрабатывать и анализировать мониторинговую информацию.

В совокупности подобная схема организации мониторинга позволит учесть требования по обеспечению необходимого качества оценок потенциальных или складывающихся опасных ситуаций и прогноза их изменений. В первую очередь это достигается репрезентативностью исходной информации о свойствах и особенностях контролируемых процессов.

Последнее объясняется необходимостью учета характера, территориально-временных и технологических особенностей проявления многочисленных природных и социальных процессов, а также деятельности многочисленных хозяйственных объектов, которые являются системными с наличием широкого спектра функционирующих многоуровневых структур. Поэтому, для обеспечения корректности их оценок требуются соответствующие исходные данные обо всех без исключения значимых параметрах, как техногенной деятельности, так и обратной реакции природных объектов по всем видам и значимым уровням их проявлений. Также необходимы исчерпывающие исходные данные о территориальной приуроченности и закономерностях формирования опасных природных процессов.

Только всесторонний учет особенностей формирования опасных техносферных процессов при организации их мониторинга закладывает основу создания единой и репрезентативной геоинформационной системы (ГИС) эффективного обеспечения техносферной безопасности.

Литература:

1. Михайлов В.М. Принципы мониторинга рассредоточенных источников агропромышленного загрязнения в водоохранных зонах мегаполисов. В кн.: Сб. статей IX Международной научно-практической конференции «Состояние биосферы и здоровье людей». Пенза: МНИЦ ПГСХА, 2009. С. 90-96.

2. Калайдов А.Н., Заворотный А.Г., Кошевая Е.И., Круглов А.В., Лысенко И.А., Седых Н.И., Скачков О.Н., Подставков В.П. Основы гражданской защиты: учебное пособие. М.: Академия ГПС МЧС России, 2015. 294 с.

3. Поклонов В.А. Последствия загрязнения водных объектов тяжелыми (цветными) металлами. *Вестник МНЭПУ.* 2015;7:47-53.

4. Бабаев А.В., Замана Г.Т., Пуклаков В.В. Модельный прогноз характеристик качества воды в Можайском водохранилище в условиях аномальной жары. *Водоснабжение и санитарная техника.* 2017;9:11-16.

5. Пуклаков В.В. Гидрологическая модель водохранилища. Руководство для пользователей. М.: ГЕОС, 1999. 96 с.

6. Лекомцева Е.С., Санников П.Ю. Антропогенное воздействие на поверхностные воды. *Антропогенная трансформация природной среды.* 2018;4:166-170.

7. Борисова О.Н. Классификации сточных вод по разным критериям и методы их очистки. *Водоочистка.* 2019;3:57-61.

8. Даценко Ю.С. Эвтрофирование водохранилищ. Гидролого-гидрохимические аспекты. М.: ГЕОС, 2007. 252 с. ISBN 5-89118-365-9

9. Эдельштейн К.К. Структурная гидрология суши. М.: ГЕОС, 2005. 316 с. ISBN 5-89118-398-6

10. Алексеевский Н.И., Заславская М.Б., Гончаров А.В. Методические подходы к изучению и параметризации качества воды. *Вестник Московского университета. Серия 5. География.* 2016;2:13-21.

References:

1. Mikhailov V.M. Monitoring of dispersed sources of agroindustrial pollution in water protection zones. In: Proc. IX Int. Scientific Conf. “The State of the biosphere and health people”. Penza: MNITs PGSKhA; 2009. P. 90-96 (in Russ.).

2. Kalaidov A.N., Zavorotnyi A.G., Koshevaya E.I., Kruglov A.V., Lysenko I.A., Sedykh N.I., Skachkov O.N., Podstavkov V.P. *Osnovy grazhdanskoi zashchity: uchebnoe posobie* (The basics civil protection training). Moscow: Akademiya GPS MCHS; 2015. 305 p. (in Russ.).

3. Poklonov W.A. Effects of pollution of water objects with heavy (color) metals. *Vestnik MNEPU.* 2015;7:47-53 (in Russ.).

4. Babaev A.V., Samana G.T., Puklakov V.V. Model prediction of water quality patterns in the Mozhaiskoe water reservoir under the heat wave conditions. *Vodosnabzhenie i sanitarnaya tekhnika = Water Supply and Sanitary Technique.* 2017;9:11-16 (in Russ.).

5. Puklakov V.V. *Gidrologicheskaya model’ vodokhranilishcha. Rukovodstvo dlya pol’zovatelei* (Hydrological reservoir model. User guide). Moscow: GEOS; 1999. 96 p. (in Russ.).

6. Lekomtseva E.S., Sannikov P.Y. Anthropogenic impact on surface waters. *Antropogennaya transformatsiya prirodnoi sredy = Anthropogenic transformation of environment.* 2018;4:166-170 (in Russ.).

7. Borisova O.N. Classification sewage according to different criteria and methods of their treatment. *Vodoochistka.* 2019;3:57-61 (in Russ.).

8. Datsenko Yu.S. *Evtrofirovanie vodokhranilishch. Gidrologo-gidrokhimicheskie aspekty* (Eutrophication of reservoirs. Hydrological and hydrochemical aspects). Moscow: GEOS; 2007. 252 p. (in Russ.). ISBN 5-89118-365-9

9. Edel’shtein K.K. *Strukturnaya gidrologiya sushi* (Structural hydrology). Moscow: GEOS; 2005. 316 p. (in Russ.). ISBN 5-89118-398-6

10. Alexeyevsky N.I., Zaslavskaya M.B., Goncharov A.V. Methodical approaches to water quality investigation and parametricization. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Serija 5. Geografija = Moscow University Vestnik. Series 5. Geography.* 2016;2:13-21 (in Russ.).

Об авторе:

Михайлов Валерий Михайлович, кандидат географических наук, доцент кафедры инженерной экологии техносферы Института радиотехнических и телекоммуникационных систем «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

About the author:

Valery M. Mikhailov, Cand. Sci. (Geography), Associate Professor of the Department of Environmental Engineering Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia).

ISSN 2500-316X (Online)

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-33-42

CC BY

УДК 621.396.3

On the integration of the methods of forming and research of images of objects against the background of noises and interference

Nguyen Minh Tuong,
Viktor I. Nefedov@,
Nikolay S. Chekalkin,
Igor V. Kozlovsky,
Aleksey V. Malafeev,
Natalia A. Mirolyubova,
Maksim A. Nazarenko

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия
@Автор для переписки, e-mail: nefedov@mirea.ru

This article discusses the application of complex methods for detecting, recognizing, distinguishing borders and measuring various parameters of noisy, low-contrast, difficult-to-see images of space, air or ground objects. The problem of detecting, recognizing, distinguishing and measuring parameters of objects images (space or air objects, aircraft, ship, ground transport, people, coasts, etc.) is still among the very complex, completely unsolved radio engineering and telecommunications ("connected") tasks. Currently, infrared (IR) direction finding, optical (laser location) direction finding and radar are used to detect, recognize, distinguish boundaries and measure the parameters of unknown objects against the background of external natural or artificial interference and noise. These methods have their own advantages and disadvantages, which do not always coincide. Therefore, it is of theoretical and practical interest to use them jointly, multifunctionally, or integrationally to identify objects against the background of external natural or deliberate interference and noise. When applying multifunctional methods for detecting, recognizing, distinguishing borders and measuring parameters of noisy, low-contrast images of objects against the background of external natural or artificial interference and noise. Digital processing of objects is mainly used now, which can be defined as a process during which an image is: modified to obtain a new one, which will be more convenient for research by a computer, or by the human eye; it is transformed into a certain set of characteristics and parameters visible and related to the observation area that are automatically analyzed by the computer, or directly presented to a person, taking into account pre-established criteria for developing a final conclusion about the studied object. Typically, the result of digital processing of the received signals is a new image that can be easily converted to analog form and directly observed on a computer display.

Keywords: detection, recognition, measurement, transformation, objects, images, infrared direction finding, radar, optical (laser) location, resolution, radio signal.

For citation: Nguyen M.T., Nefedov V.I., Chekalkin N.S., Kozlovsky I.V., Malafeev A.V., Mirolyubova N.A., Nazarenko M.A. On the integration of the methods of forming and research of images of objects against the background of noises and interference. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2)33-42 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-33-42

Об интеграции методов формирования и исследования изображений объектов на фоне шумов и помех

М.Т. Нгуен,
В.И. Нефедов@,
Н.С. Чекалкин,
И.В. Козловский,
А.В. Малафеев,
Н.А. Миролюбова,
М.А. Назаренко

MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia
@Corresponding author, e-mail: nefedov@mirea.ru

В статье рассматривается применение интегрированных методов обнаружения, распознавания, выделения границ и измерения различных параметров зашумленных, слабоконтрастных, сложноразличимых изображений космических, воздушных или наземных объектов. Проблема обнаружения, распознавания, выделения и измерения параметров изображений объектов (космический или воздушный объекты, самолет, корабль, наземный транспорт, человек, побережье и пр.) до сих пор относится к числу весьма сложных, до конца нерешенных радиотехнических и телекоммуникационных (связных) задач. В настоящее время для обнаружения, распознавания, выделения границ и измерения параметров неизвестных объектов на фоне внешних естественных помех и шумов применяют инфракрасную, или ИК-пеленгацию, оптическую (лазерную) локацию, пеленгацию и радиолокацию. Данным методам присущи свои достоинства и недостатки, не всегда совпадающие. Поэтому представляет теоретический и практический интерес совместного, многофункционального, или комплексированного их использования для выявления объектов. При этом сейчас применяют цифровую обработку объектов, которую можно определить как процесс, в течение которого изображение или модифицируется, для получения нового, которое будет более удобным для исследования компьютером, или глазом человека, или преобразуется в определенную совокупность видимых и связанных с областью наблюдения характеристик и параметров, анализируемых компьютером автоматически, или непосредственно представляемых человеку, с учетом предварительно установленных критериев для выработки окончательного заключения об исследуемом объекте. Как правило, результатом цифровой обработки полученных сигналов является новое изображение, которое можно легко преобразовать и непосредственно наблюдать на дисплее компьютера.

Ключевые слова: обнаружение, распознавание, измерение, преобразование, объекты, изображения, ИК-пеленгация, радиолокация, оптическая (лазерная) локация, разрешающая способность, радиотехнический сигнал.

Для цитирования: Нгуен М.Т., Нефедов В.И., Чекалкин Н.С., Козловский И.В., Малафеев А.В., Миролюбова Н.А., Назаренко М.А. Об интеграции методов формирования и исследования изображений объектов на фоне шумов и помех. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2):33-42 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-33-42

1. Problems and methods of detection, recognition and measuring parameters of objects

The aim of this work is to review complex methods that allow us to improve the estimation of image parameters of various objects against the background of external natural interference and noise, which for one reason or another is difficult to calculate using simple methods.

The problem of determining the parameters of low-contrast images of objects (space or air objects, an airplane, a ship, ground transport, etc.) against the background of external natural or deliberate interference and noise has always been and remains a problem in science and technology, and so far it is one of the most complex unsolved problems, especially with the required high probability of correct detection; recognition and application tools of counteracting their detection and recognition of distorted images. A series of images formed by the IRD (infra-red detection), optical camera and RLS of side view is shown in Fig. 1 [1–5].

At present, infrared direction finding (thermal imaging – or TPS systems), laser (optical) location (OL), [2] and radiolocating (RL) are used to form, detect, recognize, identify borders and measure various parameters of noisy, low-contrast images, space and ground objects.

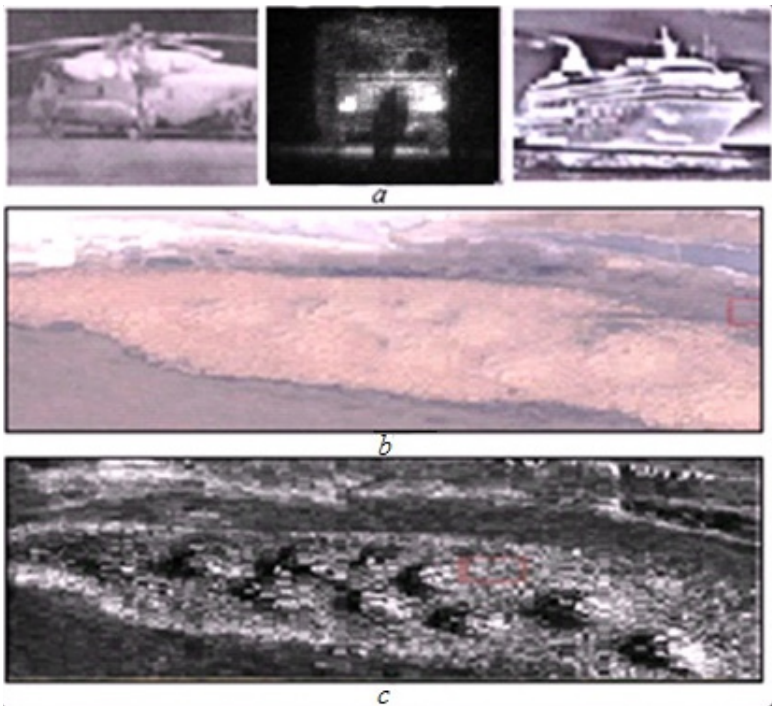


Fig. 1. Images of objects:
a – infrared direction finding; ***b*** (bay) – laser-optical and ***c*** – radiolocating.

For specialists, their use in a complex (combinational) method of processing distorted images of objects against the background of external natural and artificial interference and noise is of practical interest.

IR direction finding. IR direction finding can be considered as a special case of thermal imaging and radiothermal location shooting, although there are differences between them. Information from an IR camera has, as a rule, an image form similar to a television one, but is examined against the background of internal, external natural or artificial interference and interference.

Recently, the problem of finding and introducing new automated digital methods for processing thermal (thermographic) images becomes more and more urgent. Such images are obtained by radar mapping, analyzing images of flying rockets, helicopters, airplanes, drones, quadcopters, studying the thermal insulation properties of space shuttles, etc.

Processing the parameters of the distorted IR image against the background of external natural or artificial interference and noise is a very difficult task nowadays. A lot of ready-made solutions from the processing distorted images in space, aviation, medical, radio astronomy areas and in thermal monitoring control systems are not widely used. This is due to a number of specific features typical for distorted IR images obtained against the background of external natural or artificial interference and noise.

This raises a number of specific problems inherent in IR images. These include [5]:

– the low contrast of individual parts of objects of distorted IR images;

– the poor spatial resolution of the details of objects;

– the presence of geometric and spatial distortions;

– the non-stationary process of information saturation for different fields of a distorted image;

– the presence of multiplicative noise and interference (multiplied by the signal).

Moreover, information about the parameters of objects in distorted IR images has a statistical, probabilistic nature. This makes it difficult to process various parameters of IR objects. Therefore, when analyzing distorted IR images and, in particular, when recognizing the selection of objects, one has to use statistical methods for processing them.

Important advantages of IRDs used for the formation and processing of images are stealth, high resolution in angular coordinates, the ability to detect and fairly accurately recognize heated objects.

The disadvantages include a strong dependence on weather conditions and the difficulty of detecting objects at their low temperature. A drawback of IRD is also the fundamental impossibility of range resolution by one system, which makes it difficult to measure the parameters of objects located in the same angular direction. To resolve objects in range it is necessary to use at least two IRDs spaced in azimuth.

The infrared direction finding also includes ***radiothermal direction finding (RTD)*** (a type of thermal imaging or passive radar) – the detection and location of various objects by their own thermal radiation [6]. RTDs are most often used in military areas and security systems for detecting radiothermal contrasting space, air and ground targets and homing weapons, in navigation, etc. Radiothermal radiation is theoretically provided by all physical bodies, whose temperature exceeds absolute zero (–273.16 °C). Detection of objects by means of radiothermal direction finding is carried out due to their contrast with the thermal radiation of the background,

which is being monitored [6–9]. RTD means are weatherproof and stealthy. However, unheated objects are exposed to natural meteorological and artificial noise and interference.

The main disadvantages of RTD (as well as IR direction finding) include the lack of range resolution, the inability to identify well-conducting unheated and heated parts of objects.

Laser (optical) location is a set of methods for detecting, measuring coordinates and parameters, as well as recognizing the shape of distant objects using electromagnetic waves in the optical range – from ultraviolet to far infrared [9–13]. Laser location enables high-accuracy (up to several tens of cm) mapping of the Earth's surface, the surface of the Moon, determination of the distance to space objects, airplanes, clouds, surface and underwater (using the green part of the spectrum) objects, studying the distribution of layers in the atmosphere. The main advantages of the optical locators over the radiolocators are greater accuracy in determining the angular coordinates of objects (by the maximum of the reflected signal) and high resolution in range [9].

In particular, when using a laser beam with a divergence angle of about 5', the error in determining the angular coordinates of the object is less than 0.4–0.5' (for radars – 20–25'); with a light pulse duration of 2.5 ns, the range resolution can reach several cm. In addition, the laser locator has a high angular resolution, that is, the ability to identify two neighboring equidistant objects, which is due to the very high directivity of the laser radiation.

The high resolving power of the laser locator makes it possible in principle to solve the problem of recognizing the shape of objects even against the background of external natural or artificial interference and noise. A significant disadvantage of optical locators is their difficult use in difficult meteorological conditions (with snow, rain, fog, ice, etc.) for identifying objects at long ranges.

In practice, the creation of optical locators with a long range of action, high accuracy and resolution became possible only with the advent of such powerful sources of coherent radiation as optical quantum generators – lasers. Due to the quantum nature of the laser radiation interaction with receiver detector and laser radiation coherence signal processing methods in the optical locator are probabilistic (statistical). If LL determines only the distance to objects, it is often called a laser range finder.

Radiolocation. The main advantages of the radiolocation systems in comparison with the infrared systems (IRS) and RLS are the following capabilities [6–9]:

– the detection and recognition of several objects weakly radiating (or non-radiating) in the infrared and radio ranges;

– the ability of resolving a number of objects in range;

– application for recognizing a number of additional characteristics and parameters of objects studied against the background of external natural or artificial interference and noise.

A brief analysis of the multifunctional use of the considered systems for the detection and recognition of said objects shows the following.

1. The combination of IRD and RTD makes the complex of detection and recognition systems all-weather, allows to determine the parameters of low-temperature objects almost against a zero background. Such a complex will make it possible to additionally use (as signs of recognition) the intensity of thermal radio emission of objects, the polarization of the waves emitted by the object; the spectrum of fluctuations and the law of distribution of the amplitude

of the signal in the radio range due to the movement of objects. It also will make it possible to measure the radial velocity of objects.

2. Combining the use of IRD and RLS also provides the application of the effective scattering area of objects (ESA), the number and ESA of "shiny" points of an object for recognition. (Some parts of objects, such as an airplane, reflect electromagnetic waves much more effectively than the others. In radars, such parts are called "shiny" dots by analogy with reflections from mirror parts.) In addition, polarization of waves and fluctuations in the signal reflected from moving objects can be used. The combined use of IRD and RLS can improve the quality of recognition by each of these tools. Thus, for example, using RLS for the detection of the fact that two objects are in the same angular direction with an indicative indication of their classes eliminates the uncertainty of the recognition of IRD and facilitates this process. In turn, when determining the angle of the object movement, the IRD increases the accuracy of recognition of objects by the number and parameters of the "shiny" points of the object, depending on the angle.

2. Using a radar for the detection, recognition, extraction and measurement of parameters of the studied complex distorted images of objects based on their impulse characteristics

The structures of complex objects against the background of external natural or deliberate interference and noise irradiated by electromagnetic fields can be considered to a certain extent as passive linear radio systems. Passive linear radio systems are quite fully characterized by a complex transmission coefficient, as well as two characteristics: the pulsed one, $h(t)$ and the transitional one, $g(t)$. These characteristics are uniquely related to each other by well-known analytical expressions. Therefore, it is often sufficient to determine only one of them and calculate the other from it. The difference in the impulse characteristics of objects can be used qualitatively for their identification and recognition. For RLS, it is practically more convenient to determine the impulse response of the object by studying the transitional one. A very important advantage of this recognition is the practical impossibility of interfering with the detection and recognition of objects against the background of external natural or deliberate interference and noise by applying radar absorbing materials to them due to the use of low-frequency spectrum signals by the locator.

The impulse characteristic $h(t)$ is the response of the research linear device to the input signal in the form of the delta function $\delta(t)$. It is known that physically the delta function is practically unrealizable. In practice, the impulse response $h(t)$ is determined using ultrashort pulses of duration and with a spectrum concentrated in a narrow frequency range from 0 to f_v, where f_v is the upper boundary frequency determined by the type of the studied radio engineering system. Reflected radar signals of objects are mainly associated with the presence and action of "shiny" points that are formed by antennas, large surfaces of small curvature, surface joints, boundaries between materials with different electrical properties, sharp edges and corner reflectors. Therefore, the resolution of the RLS radio signals in range should be commensurate with the size of the "shiny" points. The number of shiny points in objects is usually small. Note that in many cases, the use of pulses providing a resolution in range of about 7–10 times less than the length of a recognized object in range ΔR_{ob} can provide for the detection and measurement of the parameters of "shiny" points of the research object against the background of external natural or artificial interference and noise.

When RLS are emitted from standard rectangular UHF microwave pulses of duration τ_i, resolving power along the RLS range against the background of external natural or artificial interference and noise is $\Delta R = c\tau_i/2$ (c is the speed of light, 3×10^8 m/s).

Assuming that the range resolution is $\Delta R = 0.1R_{ob}$, we find the required pulse duration of the RLS irradiating the object

$$\tau_i = 0.2\, R_{ob}/c.$$

For simple pulsed signals, the effective duration τ_e and the spectrum width Δf_e are interrelated by the ratio: $\Delta f_e \approx 1/\tau_e$. In accordance with this formula, in order to determine the impulse response of an object under investigation $h(t)$, the radar must emit short impulse signals with an effective spectrum width from 0 to $f_h \approx 5c/R_{ob}$.

3. Distortion of the emitted radio signal by receiving-transmitting antenna RLS

Practical RLS antennas cannot emit and receive signals with a frequency spectrum from 0 to f_h [1, 4, 9, 13]. Even ultra-wideband antennas can operate only in a certain frequency range from f_h to f_l satisfying the condition $(f_h / f_l) \le 10$. Failure to pass the RLS antenna of the part of the frequency spectrum leads to distortion of the useful signal.

Figure 2 shows the signal with the missing low-frequency part of the spectrum with the ratio $K = f_h / f_l = 0.25$. The signal has a maximum side lobe level of –0.475 dB. A large level of lobes is unacceptable for object recognition.

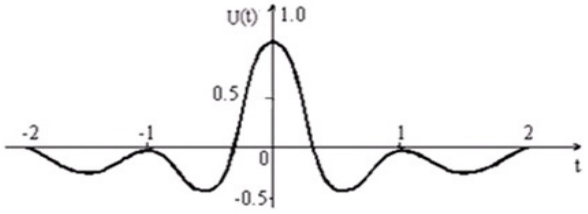


Fig. 2. Pulse signal with zero low-frequency part of the spectrum.

As studies show, methods of reducing side signals widely used in radiolocation and based on the use of weight functions – filters ("windows") are not effective in the case of signals with an absent low-frequency part of the spectrum. We illustrate this with the example of the so-called Hamming windows (filter). Introducing it must change the signal spectrum according to the law

$$U(t) = 2\int_{f_l}^{f_h} S_0\left(0.08 + 0.92\cos\pi f/\left(2f_h\right)\right)\cos 2\pi ftdf =$$
$$\left(U/\pi\right)\left(0.54/f_h t - 0.23/\left(f_h t - 1\right) - 0.23/\left(f_h t + 1\right)\right)\sin 2\pi f_h t -$$
$$-\left(KU/\pi\right)\left(0.54/Kf_h t - 0.23/\left(Kf_h t - 1\right) - 0.23/\left(Kf_h t + 1\right)\right)\sin K2\pi f_h t.$$

Figure 3 shows this signal for the coefficient K=0.2.

For this signal, the maximum level of the side lobe is approximately equal to –13 dB, which is unacceptable when recognizing small objects against the background of external natural or artificial interference and noise.

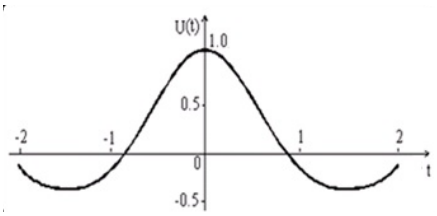


Fig. 3. Impulse with the missing low frequency part of the spectrum and the Hamming weight function.

4. Conclusions

1. We determined the advantages and disadvantages of detecting, recognizing, distinguishing borders and measuring various parameters of noisy, low-contrast, distorted images of objects using IRD, laser location and RLS. The data are often mismatched, which makes the joint use of these methods expedient. The joint use of IRD, LL and RLS for detection and recognition extends the classes of recognizable objects, increases the probability of their correct recognition due to the increased information content of existing recognitions owing to the joint measurement of object parameters by different means.

2. The possibility of recognizing objects in the image by their impulse characteristics is presented. A significant advantage of this recognition feature is the practical impossibility of counteracting recognition by applying radar absorbing materials to the surface of objects. The occurrence of pulse distortion by antennas that do not pass the low-frequency part of the pulse spectrum is noted. This disadvantage can be eliminated by introducing weighted signal processing and using the filtering properties of the quadrature detector. Expanding the range of frequencies used in the radar is possible due to the parallel operation of different-band antennas. In this case, it is possible to reduce the levels of the side lobes of the radar pulse without significantly reducing its duration.

References:

1. Zheleznova S.E., Milovanova N.V., Makeenkova N.S., Buzylev F.N., Mamaev O.Yu., Zatolokin S.A. Method and program for processing low-contrast images. In: Procc. of the VII International scientific and technical conference «Fundamental problems of Radioengineering and Device Construction», INTERMATIC – 2010, November 23–27, 2010; (3):254-256. (in Russ.).

2. Lebed'ko E.G., Porfir'ev L.F., Xaitun F.I. *Teoriyairaschetimpul'snykhitsifrovykhoptiko-elektronnykh system* (Theory and calculation of pulsed and digital optoelectronic systems). Leningrad: Mashinostroenie; 1984. 191 p. (in Russ.).

3. Matveev I.N., Protopopov V.V., Troitskii I.N., Ustinov N.D. *Lazernaya lokatsiya* (Laser location). N.D. Ustinov (Ed.) Moscow: Mashinostroenie; 1984. 272 p. (in Russ.).

4. Lobanov B.S., Sigov A.S., Milovanova N.V., Nefedov V.I., Kushnarev N.A., Popov E.A. Analysis detection and identification of ground and air targets. *Naukoemkietekhnologii = Science Intensive Technologies.* 2011;12(9):3-9 (in Russ.).

5. Nefedov V.I. Digital image processing. In: Radioelectronics and communications. Coll. Sci. works. Moscow: MIREA Publishing House; 2001. P. 119-133 (in Russ.).

6. Nikolaev A.G., Pertsev S.V. *Radioteplolokatsiya* (Radiolocation). Moscow: Voenizdat; 1970. 132 p. (in Russ.).

7. Nebabin V.G., Grishin V.K. *Metody i tekhnika radiolokatsionnogo raspoznavaniya* (Methods and techniques of radar recognition). Moscow: Radio isvyaz'; 1984. 152 p. (in Russ.).

8. Nefedov V.I., Trefilov D.N., Dementiev A.N., Vetrova V.V., Kolesnikov S.M., Shpak A.V. Integral equations for modeling cylindrical mirror antennas. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russ. Technolog. J.* 2017;5(3):124-129 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2017-5-3-124-129

9. Lebed'ko E.G. *Sistemy opticheskoi lokatsii, chast' 2, Uchebnoe posobie dlya VUZov* (Optical location systems. V. 2. Textbook for Universities). St. Petersburg: ITMO Publishing House; 2012. 129 p. (in Russ.).

10. Krylov V.I., Rukhadze A.A., Nefedov V.I. On a partial solution of the diffusion equation. *Bulletin of the Lebedev Physics Institute.* 2017;44(2):36-39. http://dx.doi.org/10.3103/S1068335617020038

11. Cook Ch., Bernfeld M. *Radiolokatsionnye signaly. Teoriya i primenenie* (Radar signals. Theory and application). V.S. Kelson (Ed.). Moscow: Sovetskoe radio; 1971. 567 p. (in Russ.).

12. Nefedov V.I., Sigov A.S. *Obshhaja teorija svjazi* (General communication theory). Moscow: Jurajt; 2019. 495 p. (in Russ.). ISBN 978-5-534-01326-9

13. Svistov V.M. *Radiolokacionnye signaly i ih obrabotka* (Radar signals and their processing). Moscow: Sovetskoe radio; 1977. 448 p. (in Russ.).

14. Bochkarev A.M., Dolgov I.M. Radar stealth aircraft. *Zarubezhnaja radiojelektronika = Foreign Radioelectronics* 1989;2:3-17 (in Russ.).

15. Benenson L.S. (Ed.). *Sverhshirokopolosnye antenny* (Ultra-wideband antennas). Moscow: Mir; 1964. 416 p. (in Russ.).

Литература

1. Железнова С.Е., Милованова Н.В., Макеенкова Н.С., Бузылев Ф.Н., Мамаева О.Ю., Затолокин С.А. Метод и программа обработки слабоконтрастных изображений. Материалы VIIМеждунар. научно-технической конференции «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения» INTERMATIC – 2010, 23–27 ноября 2010;(3):254-256.

2. Лебедько Е.Г., Порфирьев Л.Ф., Хайтун Ф.И. Теория и расчет импульсных и цифровых оптико-электронных систем. Л.: Машиностроение, 1984. 191 с.

3. Матвеев И.Н., Протопопов В.В., Троицкий И.Н., Устинов Н.Д. Лазерная локация, под ред. Н.Д. Устинова. М.: Машиностроение, 1984. 272 с.

4. Лобанов Б.С., Сигов А.С., Милованова Н.В., Нефедов В.И., Кушнарев Н.А., Попов Е.А. Анализ методов обнаружения и распознавания наземных и воздушных объектов. *Наукоемкие технологии.* 2011;12(9):3-9.

5. Нефедов В.И., Сигов А.С. Цифровая обработка изображений. Радиоэлектроника и связь: Сб. научных трудов МИРЭА, 2001. С. 119-133.

6. Николаев А.Г., Перцев С.В. Радиотеплолокация. М.: Воениздат, 1970. 132 с.

7. Небабин В.Г., Гришин В.К. Методы и техника радиолокационного распознавания.М.: Радио и связь, 1984. 152 с.

8. Нефедов В.И., Трефилов Д.Н., Дементьев А.Н., Ветрова В.В., С.М. Колесников, Шпак А.В. Интегральные уравнения для моделирования цилиндрических зеркальных антенн. *Российский технологический журнал.* 2017;5(3):124-129. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2017-5-3-124-129

9. Лебедько Е.Г. Системы оптической локации. Ч. 2: Учебное пособие для ВУЗов. СПб: НИУИТМО, 2012. 129 с.

10. Krylov V.I., Rukhadze A.A., Nefedov V.I. On a partial solution of the diffusion equation. *Bulletin of the Lebedev Physics Institute.* 2017;44(2):36-39. http://dx.doi.org/10.3103/S1068335617020038

11. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационныесигналы. Теория и применение: пер. с англ., под ред. В.С. Кельзона. М.:Советское радио, 1971. 567 с.

12. Нефедов В.И., Сигов А.С. Общая теория связи. М.: Юрайт, 2019. 495 с.ISBN 978-5-534-01326-9

13. Свистов В.М. Радиолокационные сигналы и их обработка. М.: Советское радио, 1977. 448 с.

14. Бочкарев А.М., Долгов М.И. Радиолокация малозаметных летательных аппаратов. *Зарубежная радиоэлектроника.* 1989;2:3-17.

15. Сверхширокополосные антенны:пер. с англ.,под ред. Л.С. Бененсона. М.: Мир, 1964. 416 с.

About the authors:

Nguyen Minh Tuong, Postgraduate Student, Department of Telecommunications and Telecommunications, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia). E-mail: nguyenminhtuong31292@gmail.com

Viktor I. Nefedov, Dr. Sci. (Engineering), Professor, Head of the Department of Communication Systems and Telecommunications, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia). ORCID: 1234. DOI: 10.1134 / S0033849419020027.??? E-mail: nefedov@mirea.ru

Nikolay S. Chekalkin, Cand. Sci., Head of the Department of Mathematics-2 Physics and Technology Institute, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia). E-mail: chekalkin@mirea.ru

Igor V. Kozlovsky, Postgraduate Student of the Department of Communications and Telecommunications, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia).

Aleksey V. Malafeev, Postgraduate Student, Institute of Radio Engineering and Telecommunications, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia).

Natalia A. Mirolyubova, Senior Lecturer, Department of Foreign Languages, Institute of Radio Engineering and Telecommunications, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia). E-mail: mirolyubova@mirea.ru

Maksim A. Nazarenko, Cand. Sci., Assoc., Head of the Department of Quality Management and Certification, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia).

Об авторах:

Нгуен Минь Тыонг, аспирант кафедры Систем связи и телекоммуникаций Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). 8-965-166-76-65 E-mail: nguyenminhtuong31292@gmail.com.

Нефедов Виктор Иванович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Систем связи и телекоммуникаций Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). ORCID: 1234. DOI: 10.1134/S0033849419020027. 8-909-964-03-20, E-mail: nefedov@mirea.ru.

Чекалкин Николай Степанович, кандидат технических наук, заведующий кафедрой Математики-2 Физико-технологического института ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). 8-965-166-76-65/ E-mail: chekalkin@mirea.ru.

Козловский Игорь Валерьевич, аспирант кафедры Систем связи и телекоммуникаций Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Малафеев Алексей Викторович, аспирант кафедры Систем связи и телекоммуникаций Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Миролюбова Наталья Алексеевна, доцент кафедры иностранных языков Института радиотехники и телекоммуникаций, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (пр. Вернадского, 78, Москва, 119454, Россия). 8-905-733-28-61, mirolyubova@mirea.ru.

Назаренко Максим Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой Управления качеством и сертификации Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

ISSN 2500-316X (Online)

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-43-58

CC BY

УДК 621.391

Анализ условий сохранения оптимальности амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик при преобразованиях аналоговых и цифровых фильтров

А.В. Смирнов

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия
@Автор для переписки, e-mail: av_smirnov@mirea.ru

Для получения фильтров с заданными показателями качества (ПК) амплитудно-частотных характеристик широко применяется метод фильтров-прототипов, из которых проектируемые фильтры получают путем преобразования оси частот, сохраняющего значения указанных ПК. Однако большинство используемых частотных преобразований приводят к изменениям ПК, характеризующих фазочастотные характеристики. В работе предлагается использовать фильтры-прототипы, Парето-оптимальные по АЧХ и ФЧХ. Передаточные функции таких фильтров могут быть найдены с помощью эвристических алгоритмов оптимизации. Данный подход целесообразен, если в результате преобразования оптимальность сохраняется. Показано, что этим свойством обладают преобразования, сохраняющие результат сравнения (больше или меньше) значений ПК для фильтров, имеющих одинаковый порядок. Проверено выполнение этого условия для билинейного преобразования аналоговых фильтров низких частот (ФНЧ) в цифровые и для преобразования Константинидиса цифрового ФНЧ в другой цифровой ФНЧ. Проведенный анализ показал, что для сохранения Парето-оптимальности по АЧХ и ФЧХ частотная характеристика задержки фильтра должна достигать минимального значения при частотах, близких к нулю, а максимального – на верхней границе полосы пропускания. Этому требованию удовлетворяют ФНЧ, имеющие достаточно малую неравномерность АЧХ в этой полосе и быстрый спад АЧХ выше нее. Приведены примеры, подтверждающие эти выводы.

Ключевые слова: аналоговый фильтр, цифровой фильтр, показатель качества, частотное преобразование, амплитудно-частотная характеристика, фазочастотная характеристика, Парето-оптимальность.

Для цитирования: Смирнов А.В. Анализ условий сохранения оптимальности амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик при преобразованиях аналоговых и цифровых фильтров. *Российский технологический журнал.* 2020;8(2):43-58. https://doi.org/10.32362/2500316X-2020-8-2-43-58

The analysis of conditions for preservation of gain-frequency and phase-frequency characteristics optimality under analog and digital filters transformation

Alexander V. Smirnov

MIREA – Russia Technological University, Moscow 119454, Russia
@Corresponding author, e-mail: av_smirnov@mirea.ru

Prototype filters have wide usage for the design of filters with required quality indexes (QI) of gain-frequency response (GFR). The designed filter is obtained from a prototype filter by means of frequency transformation, which preserves these QI. But most of employed frequency transformations result in variations of QI of phase-frequency response (PFR). In this paper we proposed to use prototype filters that are Pareto-optimal for QI of GFR and PFR. Transfer functions of these filters may be found by means of heuristic optimization algorithms. This method will be efficient if the frequency transformation preserves the optimality of filters. It was shown that frequency transformation has this feature if it preserves the result of QI comparison (more or less) for filters with equal orders. Compliance of this criterion was checked for bilinear transformation of analog low pass filters (LPF) into digital LPF and for Konstantinidis transformation of digital LPF into other digital LPF. The analysis showed that Pareto-optimality for QI of GFR and PFR is preserved if the delay-frequency characteristic of the filter has a minimum at zero frequency and has a maximum at the upper boundary of the pass band. These conditions are complied for LPF with sufficiently small unevenness of GFR in the pass band and sufficiently fast decline of GFR at higher frequencies. Examples confirming these conclusions are given.

Keywords: analog filter, digital filter, quality index, frequency transformation, gain-frequency response, phase-frequency response, Pareto-optimality.

For citation: Smirnov A.V. The analysis of conditions for preservation of gain-frequency and phase-frequency characteristics optimality under analog and digital filters transformation. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2):43-58 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500316X-2020-8-2-43-58

Введение

Линейная фильтрация является одним из основных видов обработки сигналов. Свойства фильтра как аналогового, так и цифрового определяются его передаточной функцией (ПФн) [1]. Первым этапом разработки фильтра является поиск аппроксимации ПФн, обеспечивающей необходимые показатели качества (ПК) амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной характеристик (ФЧХ).

Широко применяемый метод (далее – стандартный метод) получения аппроксимаций ПФн основан на использовании аналоговых фильтров-прототипов, в качестве которых используются фильтры нижних частот (ФНЧ), имеющие АЧХ, оптимальные по каким-либо ПК. К ним относятся фильтры Баттерворта, Чебышева, эллиптические. Их ПФн имеют аналитическое представление. Таблицы координат полюсов и нулей ПФн ФНЧ-прототипов, приведенных к нормированной шкале частот, на которой $f = 1$ соответствует верхней границе полосы пропускания, имеются во многих источниках информации, например, в [2]. Там же даны номограммы для определения порядка фильтра по требованиям к ПК АЧХ.

Для преобразования ФНЧ-прототипа в ФНЧ с другой шириной полосы пропускания или фильтров другого типа: верхних частот (ФВЧ), полосового, режекторного, применяют соответствующее преобразование комплексного аргумента ПФн [2, 3]. ПФн цифрового фильтра с такими же ПК АЧХ, как у аналогового фильтра получают посредством билинейного преобразования ПФн [1, 3].

Стандартный метод обеспечивает компактное представление необходимой для проектирования фильтра информации и позволяет достаточно просто находить аппроксимации ПФн с требуемыми ПК АЧХ. Имеются программные реализации, например, в пакете Matlab [4]. Однако возможности этого метода ограничены, так как он позволяет получать аппроксимации ПФн, оптимизированные только по некоторым ПК АЧХ. В то же время, во многих случаях требуется оптимизация не только по АЧХ, но и по другим характеристикам: ФЧХ, импульсной или переходной. Кроме того, и АЧХ в некоторых задачах требуется характеризовать другими ПК, например, задавать требования в области перехода от полосы пропускания к полосе задерживания.

В данной работе будем рассматривать одновременную оптимизацию по АЧХ и ФЧХ. Аналитическое решение этой задачи известно только для некоторых частных случаев [5], поэтому основной путь ее решения – применение численных методов. В работах [6–10] и многих других даны примеры получения ПФн аналоговых или цифровых фильтров, удовлетворяющих заданным требованиям к АЧХ и ФЧХ. Более общий подход состоит в нахождении множеств Парето-оптимальных аппроксимаций [11]. Напомним, что понятие Парето-оптимальности применяется в задачах оптимизации по нескольким ПК и относится к такому решению, любое изменение которого, дающее улучшение одного из ПК, приведет к ухудшению хотя бы одного из остальных ПК. Парето-оптимальные решения образуют фронт Парето в пространстве ПК. Получение аппроксимации ПФн при этом должно сводиться к выбору точки фронта Парето, обеспечивающей наиболее подходящее сочетание значений ПК. Далее под оптимальностью будем понимать именно Парето-оптимальность, опуская в части случаев для краткости записи фамилию автора этого понятия.

Получение и документирование множеств Парето-оптимальных решений для всевозможных случаев – задача, требующая чрезмерного расхода времени и ресурсов. Для реализации описанного подхода было бы полезно получить такое множество решений для нормированной частоты и использовать его точки как фильтры-прототипы, из которых получать оптимальные ПФн для произвольных границ полос пропускания и задерживания путем частотных преобразований. Вопрос состоит в том, сохранится ли оптимальность при преобразовании частоты.

В качестве первого шага будем рассматривать сохранение оптимальности при преобразовании ФНЧ-прототипа в проектируемый ФНЧ.

Анализ условий сохранения оптимальности

ПФн как аналогового, так и цифрового фильтра является функцией комплексной переменной, которую обозначим x.

Дадим определение Парето-оптимальности решения задачи многокритериальной аппроксимации ПФн. Без потери общности будем рассматривать задачу минимизации по

двум ПК $Q(H(x))$ и $R(H(x))$, где $H(x)$ – оптимизируемая ПФн, определяемая, например, координатами полюсов и нулей. Решение задачи оптимизации $H_1(x)$ будет Парето-оптимальным, если

$$\nexists H_2(x) \neq H_1(x):\ Q(H_2(x)) < Q(H_1(x)) \wedge R(H_2(x)) \leq R(H_1(x)), \quad (1)$$

т. е. не существует отличного от $H_1(x)$ решения $H_2(x)$, которое улучшает ПК $Q(H(x))$, не ухудшая ПК $R(H(x))$.

Введем преобразование переменной $x^* = F(x)$ и обратное преобразование $x = F^{-1}(x^*)$. Будем предполагать оба преобразования однозначными. Докажем два утверждения.

Утверждение 1. Если выполнено условие

$$\forall H(x) \in L:\ Q\left(H^*\left(x^*\right)\right) = Q\left(H\left(x\right)\right);\ R\left(H^*\left(x^*\right)\right) = R\left(H\left(x\right)\right), \quad (2)$$

где $H^*(x^*) = H(F^{-1}(x^*))$, и решение $H_1(x)$ Парето-оптимально во множестве ПФн L, то решение $H_1^*(x^*)$ также Парето-оптимально во множестве ПФн $H^*(x^*)$.

Доказательство. Пусть решение $H_1(x)$ Парето-оптимально. Предположим, что $H_1^*(x^*)$ не является Парето-оптимальным, то есть

$$\exists H_2^*\left(x^*\right) \neq H_1^*\left(x^*\right):\ Q\left(H_2^*\left(x^*\right)\right) < Q\left(H_1^*\left(x^*\right)\right) \wedge R\left(H_2^*\left(x^*\right)\right) \leq R\left(H_1^*\left(x^*\right)\right). \quad (3)$$

Из условия (2) и однозначности обратного преобразования следует

$$Q(H_2(x)) < Q(H_1(x));\ \ R(H_2(x)) \leq Q(H_1(x)),$$

где $H_2(x) = H_2^*(F(x))$. Но это противоречит определению (1). Следовательно, предположение (3) неверно, и решение $H_1^*(x^*)$ Парето-оптимально.

Данное утверждение, очевидно, справедливо и в случае большего числа ПК, не изменяющихся при преобразовании комплексной переменной.

Утверждение 2. Если выполнены условия

$$\forall H(x) \in L: R\left(H^*\left(x^*\right)\right) = R\left(H\left(x\right)\right), \quad (4)$$

$$\forall H_1(x), H_2(x) \in L:\ Q\left(H_1(x)\right) > Q\left(H_2(x)\right) \Rightarrow Q\left(H_1^*\left(x^*\right)\right) > Q\left(H_2^*\left(x^*\right)\right), \quad (5)$$

и решение $H_1(x)$ Парето-оптимально, то решение $H_1^*(x^*) = H_1(F^{-1}(x^*))$ также Парето-оптимально.

Доказательство. Пусть решение $H_1(x)$ Парето-оптимально. Предположим, что $H_1^*(x^*)$ не является Парето-оптимальным, т. е. справедливо выражение (3).

Из условий (4) и (5) и однозначности обратного преобразования следует

$$Q(H_2(x)) < (H_1(x));\ \ R(H_2(x)) \leq R(H_1(x)).$$

Но это противоречит определению (1). Следовательно, сделанное предположение неверно, и решение $H_1^*(x^*)$ Парето-оптимально.

Далее свойство (5) будем называть монотонностью преобразования $F(x)$ по ПК $Q(H(x))$. Данное утверждение легко может быть обобщено на случай нескольких ПК, сохраняющих свое значение при преобразовании, при одном монотонно изменяющемся ПК.

Перейдем к анализу сохранения оптимальности при преобразованиях ФНЧ-прототипа в проектируемый ФНЧ. Рассмотрим случай аналоговых фильтров.

ПФн аналогового фильтра может быть представлена в виде [1]:

$$H(p)=\frac{N(p)}{D(p)}=\frac{\sum_{k=0}^{NZ}b_k p^k}{\sum_{k=0}^{NP}a_k p^k}=K_0\frac{\prod_{k=1}^{NZ}(p-Z_k)}{\prod_{k=1}^{NP}(p-P_k)}, \tag{6}$$

где NZ и NP, $NZ \le NP$ – порядки многочленов в числителе и знаменателе ПФн, равные количествам ее нулей Z_k и полюсов P_k соответственно. Порядок фильтра равен значению NP.

Для получения АЧХ $K(\omega)$ и ФЧХ $\Phi(\omega)$ необходимо выполнить в (6) замену переменной $p = j\omega$ и выделить модуль и аргумент комплексной передаточной функции

$$\begin{aligned}
&\dot{H}(j\omega)=\frac{E_1(\omega)+jO_1(\omega)}{E_2(\omega)+jO_2(\omega)};\\
&K(\omega)=\left|\dot{H}(j\omega)\right|=\sqrt{\frac{E_1^{\,2}(\omega)+O_1^{\,2}(\omega)}{E_2^{\,2}(\omega)+O_2^{\,2}(\omega)}};\\
&\Phi(\omega)=\operatorname{Arg}\left(\dot{H}(j\omega)\right)=\operatorname{arctg}\left(\frac{O_1(\omega)}{E_1(\omega)}\right)-\operatorname{arctg}\left(\frac{O_2(\omega)}{E_2(\omega)}\right).
\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $E_1(\omega)$, $E_2(\omega)$ – многочлены, содержащие четные (even) степени ω, а $O_1(\omega)$, $O_2(\omega)$ – многочлены, содержащие нечетные (odd) степени.

Пусть дана ПФн (6) ФНЧ-прототипа с верхней границей полосы пропускания $f_{\text{п}} = 1$, и задано значение $f_{\text{п}}^*$ верхней границы полосы пропускания проектируемого фильтра. Для получения требуемой ПФн выполняется замена переменной или денормирование [3]

$$p=\frac{p^*}{\omega_{\text{п}}^*}. \tag{8}$$

Здесь p^* – аргумент денормированной ПФн, $\omega_{\text{п}}^* = 2\pi f_{\text{п}}^*$. В результате в соотношениях (7) происходит замена переменной

$$\omega=\frac{\omega^*}{\omega_{\text{п}}^*}, \tag{9}$$

которая приводит к изменению масштаба оси частот.

Рассмотрим воздействие преобразования (9) на ПК, характеризующие АЧХ и ФЧХ.

Неравномерность АЧХ ФНЧ в полосе пропускания можно характеризовать разностью максимального и минимального затухания

$$DH_p=20\lg\left(\frac{\max\left(K(\omega)\right)}{\min\left(K(\omega)\right)}\right),\quad \omega\le\omega_{\text{п}}; \tag{10}$$

или среднеквадратическим отклонением коэффициента передачи

$$SH_p = \sqrt{\frac{1}{n_p - 1}\sum_{k=1}^{n_p}\left(K\left(\omega_k\right) - \mathrm{mean}\left(K\left(\omega\right)\right)\right)^2},\ \omega \le \omega_{\text{п}}, \tag{11}$$

где n_p – число отсчетов по оси частот, mean(K(ω)) – среднее значение K(ω) в пределах полосы пропускания.

АЧХ в полосе задерживания характеризуется минимальным затуханием

$$H_s = -20\lg\left(\max\left(K\left(\omega\right)\right)\right),\ \omega \ge \omega_{\text{з}}, \tag{12}$$

где $\omega_{\text{з}} = 2\pi f_{\text{з}}$, а $f_{\text{з}}$ – нижняя граница полосы задерживания.

Все эти ПК определяются значениями АЧХ в полосе пропускания или задерживания, которые не изменяются при денормировании (9).

Нелинейность ФЧХ создает неравномерность частотной характеристики длительности групповой задержки (ЧХЗ), определяемой как

$$T_d\left(\omega\right) = \frac{d\Phi\left(\omega\right)}{d\omega}. \tag{13}$$

Именно неравномерность ЧХЗ приводит к искажениям сигналов. Поэтому нелинейность ФЧХ обычно характеризуют ПК, определяемыми через значения ЧХЗ. Это может быть абсолютное значение неравномерности ЧХЗ

$$\Delta T_d = \max\left(T_d\left(\omega\right)\right) - \min\left(T_d\left(\omega\right)\right) = \max\left(\frac{d\Phi\left(\omega\right)}{d\omega}\right) - \min\left(\frac{d\Phi\left(\omega\right)}{d\omega}\right),\ \omega \le \omega_{\text{п}}; \tag{14}$$

относительное значение неравномерности ЧХЗ

$$DT_d = \frac{\max\left(T_d\left(\omega\right)\right) - \min\left(T_d\left(\omega\right)\right)}{\max\left(T_d\left(\omega\right)\right) + \min\left(T_d\left(\omega\right)\right)} \cdot 2 = \frac{\max\left(d\Phi\left(\omega\right)\right) - \min\left(d\Phi\left(\omega\right)\right)}{\max\left(d\Phi\left(\omega\right)\right) + \min\left(d\Phi\left(\omega\right)\right)} \cdot 2,\quad \omega \le \omega_{\text{п}}; \tag{15}$$

или среднеквадратическое отклонение значений ЧХЗ

$$ST_d = \sqrt{\frac{1}{n_p - 1}\sum_{k=1}^{n_p}\left(T_d\left(\omega_k\right) - \mathrm{mean}\left(T_d\left(\omega\right)\right)\right)^2},\quad \omega \le \omega_{\text{п}}. \tag{16}$$

Для ПК (14)–(16) при преобразовании (9) выполняется условие монотонности (5), так как значения $d\Phi$(ω) и dω для всех ПФн масштабируются одинаково.

Таким образом, все приведенные выше ПК АЧХ и ФЧХ (ЧХЗ) удовлетворяют условиям Утверждений 1 или 2. Следовательно, преобразование ФНЧ-прототипа в проектируемый ФНЧ не приводит к нарушению оптимальности характеристик фильтра по этим ПК.

Перейдем к случаю цифрового ФНЧ. ПФн рекурсивного или цифрового фильтра имеет вид [3]

$$H(z)=\frac{N(z)}{D(z)}=\frac{\sum_{k=0}^{NZ}b_k z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{NP}a_k z^{-k}}. \qquad (17)$$

Для получения АЧХ $K(\Omega)$ и ФЧХ $\Phi(\Omega)$ выполняется замена переменной $z=e^{j\Omega T_д}$, где $T_д$ – период дискретизации, $T_д=1/f_д$, $f_д$ – частота дискретизации.

Стандартный метод получения аппроксимаций ПФн цифрового фильтра состоит в преобразовании ПФн аналогового фильтра-прототипа [1, 3]. В связи с тем, что ПФн аналогового фильтра определена на бесконечном интервале частот $\omega\in[0,\infty)$, а ПФн цифрового фильтра – на конечном интервале частот $\Omega\in[0,\pi/T_д]$, не существует идеального преобразования, не искажающего АЧХ и ФЧХ. Наиболее широко применяется сохраняющее значения экстремумов АЧХ билинейное преобразование, имеющее вид [3]

$$p=\frac{2}{T_д}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}=2f_д\frac{z-1}{z+1}\ . \qquad (18)$$

Исследуем вопрос сохранения оптимальности ПФн при этом преобразовании.

Соотношение (18) при переходе к комплексным функциям частоты принимает вид

$$j\omega=\frac{2}{T_д}\frac{e^{j\Omega T_д}-1}{e^{j\Omega T_д}+1}, \qquad (19)$$

откуда получается связь значений частот цифрового и аналогового фильтров

$$\Omega=\frac{2}{T_д}\operatorname{arctg}\frac{\omega T_д}{2}=2f_д\operatorname{arctg}\frac{\omega}{2f_д}\ . \qquad (20)$$

Обозначим $\dot H_A(j\omega)$ и $\dot H_D(e^{j\Omega T_д})$ комплексные передаточные функции, соответственно, аналогового фильтра и получаемого из него преобразованием (18) цифрового фильтра. Для любых пар значений Ω и ω в пределах диапазонов их изменений, удовлетворяющих условию (20), справедливо равенство $\dot H_A(j\omega)$ и $\dot H_D(e^{j\Omega T_д})$. Поэтому АЧХ аналогового и цифрового фильтров имеют одинаковые значения экстремумов и, следовательно, значения ПК (10) и (12) не изменяются. Относительно ПК (11) такой вывод сделать нельзя, так как зависимость (20) нелинейная. По мере увеличения частоты Ω АЧХ цифрового фильтра сжимается по оси частот (рис. 1а), что приводит к изменению результатов усреднений в определении (11).

Значения экстремумов ФЧХ $\Phi(\omega)$ также не изменяются при билинейном преобразовании. Однако в ПК (14–16) входят не значения $\Phi(\omega)$, а значения приращений $d\Phi$ или производной $\frac{d\Phi}{d\omega}$. При нелинейном преобразовании оси частот (20) эти значения, а, следовательно, и длительность задержки $T_d(\omega)$ будут возрастать по абсолютной величине тем значительнее, чем больше значение частоты Ω (рис. 1б).

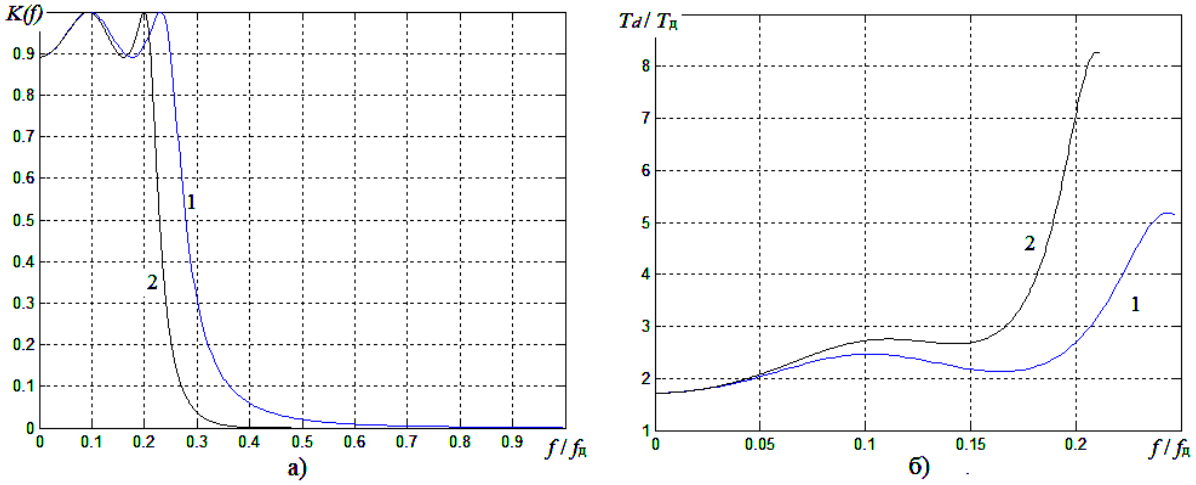


Рис. 1. АЧХ (а) и ЧХЗ (б) аналогового фильтра (кривые 1) и получаемого из него путем билинейного преобразования цифрового фильтра (кривые 2).

Рассмотрим для примера графики АЧХ и ЧХЗ для семейства нормированных Парето-оптимальных аналоговых ФНЧ с параметрами $NP = 4$; $NZ = 0$; $f_з = 2$; $H_s = 25$ дБ, полученных по методике, описанной в работе [11] (рис. 2). Кривые 1–6 соответствуют значениям DH_p, равным 5; 3; 2; 1; 0.7 и 0.5 дБ. При уменьшении неравномерности АЧХ возрастает неравномерность ЧХЗ. В начале оси частот все ЧХЗ имеют близкие значения. Этот факт согласуется с [5], где в разделе 1.2 показано, что если АЧХ ФНЧ равномерна в полосе пропускания, а в полосе задерживания стремится к нулю как ω^{-n}, то значение задержки при $\omega = 0$ зависит только от показателя степени n, который определяется порядком фильтра. В области быстрого спада АЧХ выше $f_п = 1$ имеют место максимумы ЧХЗ. Чем резче спад АЧХ, тем выше экстремум ЧХЗ, что также соответствует результатам анализа в [5].

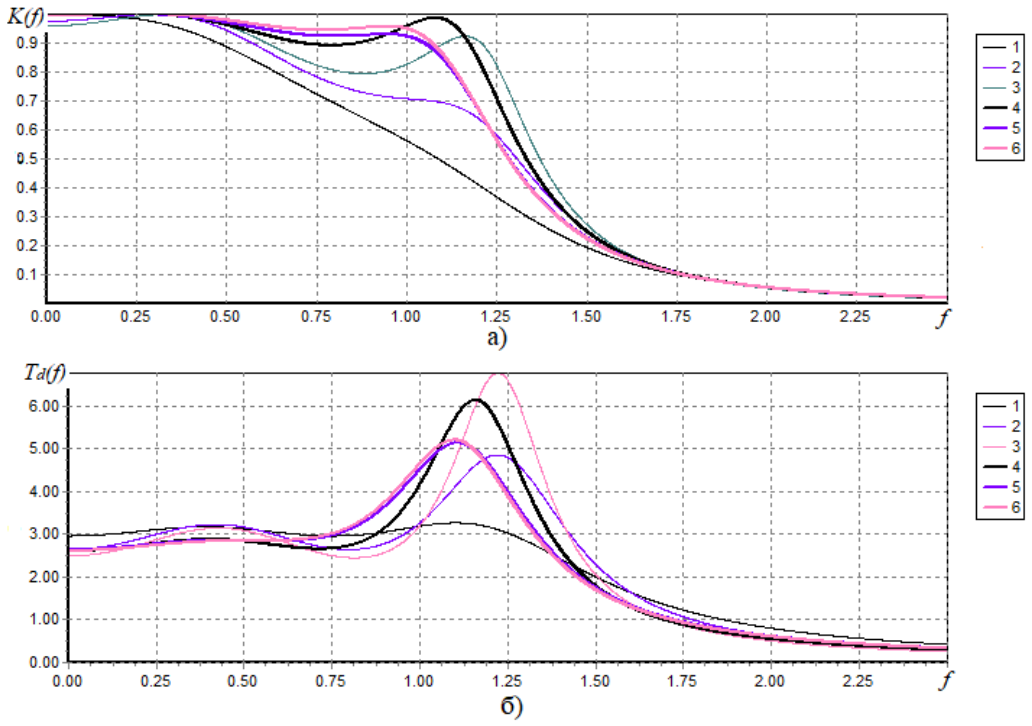


Рис. 2. АЧХ (а) и ЧХЗ (б) для Парето-оптимальных ФНЧ-прототипов.

Учитывая эти свойства ЧХЗ, сформулируем и докажем следующее утверждение.

Утверждение 3. Пусть множество L ПФн $H(p)$ характеризуется свойствами:

$$\forall H(p) \in L : T_d(0) = \tau_0, \tag{21}$$

где $T_d(\omega)$ – значение ЧХЗ на частоте ω;

$$\forall H(p) \in L : \arg\left(\min\left(T_d(\omega)\right)\right) = 0; \ \ \omega \in [0, \omega_п], \tag{22}$$

где $\omega_п$ – верхняя граница полосы пропускания;

$$\forall H(p) \in L : \arg\left(\max\left(T_d(\omega)\right)\right) = \omega_п; \ \ \omega \in [0, \omega_п]. \tag{23}$$

Пусть задано преобразование переменной $z = F(p)$, при этом связанное с ним преобразование частоты $\Omega = G(\omega)$ имеет непрерывную первую производную, причем

$$\frac{dG(\omega)}{d\omega} > 0, \quad \omega \in [0, \omega_п], \tag{24}$$

и для ПФн $H^*(z) = H(F^{-1}(z))$ выполняются условия

$$\forall H^*(z) \in L^* : \arg\left(\min\left(T_d{}^*(\Omega)\right)\right) = 0; \ \ \omega \in [0, \Omega_п], \tag{25}$$

где $\Omega_п$ – верхняя граница полосы пропускания фильтра после преобразования;

$$\forall H^*(z) \in L^* : \arg\left(\max\left(T_d^*(\Omega)\right)\right) = \Omega_п; \ \ \omega \in [0, \Omega_п]. \tag{26}$$

Тогда преобразование $z = F(p)$ монотонно по ПК ΔT_d (14) и DT_d (15).

Доказательство.

Рассмотрим изменение значений ЧХЗ $T_d(\omega)$ в результате преобразования $z = F(p)$. Зададим произвольное значение частоты $\omega_1 \in [0, \omega_п]$ и малое приращение частоты $d\omega$. Интервал $[\omega_1, \omega_1 + d\omega]$ преобразуется в интервал $[\Omega_1, \Omega_1 + d\Omega] = [G(\omega_1), G(\omega_1 + d\omega)]$. Тогда в соответствии с определением (13), и учитывая, что $\Phi^*(\Omega_1) = \Phi(G^{-1}(\Omega_1)) = \Phi(\omega_1)$, получаем

$$T_d^*(\Omega_1) = \frac{\Phi^*(\Omega_1 + d\Omega) - \Phi^*(\Omega_1)}{d\Omega} = \frac{\Phi(\omega_1 + d\omega) - \Phi(\omega_1)}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{d\Omega} = T_d(\omega_1) \cdot k_d(\omega_1), \tag{27}$$

где

$$k_d(\omega) = \left(\frac{dG(\omega)}{d\omega}\right)^{-1} > 0. \tag{28}$$

Далее рассмотрим две ПФн $H_1(p)$ и $H_2(p)$. Обозначим $\tau_1 = T_{d1}(\omega_р)$, $\tau_2 = T_{d2}(\omega_р)$, $k_0 = k_d(0)$, $k_п = k_d(\omega_п)$. Допустим, что $\tau_2 > \tau_1$. Выполним преобразование $z = F(p)$ и получим ПФн $H_1^*(z)$ и $H_2^*(z)$. С учетом (21) и (27) имеем $T_{d1}^*(0) = T_{d2}^*(0) = k_0\tau_0$; $T_{d1}^*(\Omega_п) = k_п\tau_1$; $T_{d2}^*(\Omega_п) = k_п\tau_1$.

Запишем выражения для ПК (14) до и после преобразования, учитывая (22), (23), (25), (26).

$$\Delta T_{d1} = \tau_1 - \tau_0; \quad \Delta T_{d2} = \tau_2 - \tau_0; \quad \Delta T^*_{d1} = k_{\text{п}}\tau_1 - k_0\tau_0; \quad \Delta T^*_{d2} = k_{\text{п}}\tau_2 - k_0\tau_0.$$

Определим знаки разностей ПК для второй и первой ПФн до и после преобразования с учетом неравенства (28).

$$\Delta T_{d2} - \Delta T_{d1} = (\tau_2 - \tau_0) - (\tau_1 - \tau_0) = \tau_2 - \tau_1 > 0;$$
$$\Delta T^*_{d2} - \Delta T^*_{d1} = (k_{\text{п}}\tau_2 - k_0\tau_0) - (k_{\text{п}}\tau_1 - k_0\tau_0) = k_{\text{п}}(\tau_2 - \tau_1) > 0.$$

Таким образом, по ПК (14) выполнено условие монотонности преобразования $F(p)$.

Повторим этот анализ для ПК (15).

$$DT_{d1} = \frac{\tau_1 - \tau_0}{\tau_1 + \tau_0} \cdot 2; \quad DT_{d2} = \frac{\tau_2 - \tau_0}{\tau_2 + \tau_0} \cdot 2;$$
$$DT^*_{d1} = \frac{k_{\text{п}}\tau_1 - k_0\tau_0}{k_{\text{п}}\tau_1 + k_0\tau_0} \cdot 2; \quad DT^*_{d2} = \frac{k_{\text{п}}\tau_2 - k_0\tau_0}{k_{\text{п}}\tau_2 + k_0\tau_0} \cdot 2.$$

$$DT_{d2} - DT_{d1} = \frac{(\tau_2 - \tau_0)(\tau_1 + \tau_0) - (\tau_1 - \tau_0)(\tau_2 + \tau_0)}{(\tau_1 + \tau_0)(\tau_2 + \tau_0)} \cdot 2 = \frac{\tau_2 - \tau_0}{(\tau_1 + \tau_0)(\tau_2 + \tau_0)} \cdot 4 > 0;$$
$$DT^*_{d2} - DT^*_{d1} = \frac{(k_{\text{п}}\tau_2 - k_0\tau_0)(k_{\text{п}}\tau_1 + k_0\tau_0) - (k_{\text{п}}\tau_1 - k_0\tau_0)(k_{\text{п}}\tau_2 + k_0\tau_0)}{(k_{\text{п}}\tau_2 + k_0\tau_0)(k_{\text{п}}\tau_1 + k_0\tau_0)} \cdot 2 = \frac{k_{\text{п}}(\tau_2 - \tau_1)k_0\tau_0 \cdot 4}{(k_{\text{п}}\tau_2 + k_0\tau_0)(k_{\text{п}}\tau_1 + k_0\tau_0)} > 0.$$

Таким образом, и по ПК (15) выполнено условие монотонности преобразования $F(p)$.

Вернемся к билинейному преобразованию. Для преобразования (20) запишем

$$k_d(\omega) = \left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right)^{-1} = 1 + \left(\frac{\omega}{2f_{\text{д}}}\right)^2. \tag{29}$$

Очевидно, условие (28) выполняется. Кроме того, $k_d(\omega)$ увеличивается с ростом частоты. Поэтому, если выполнены условия (22), (23), то и условия (25), (26) выполняются. Следовательно, для ПФн, удовлетворяющих условиям (22), (23), билинейное преобразование (18) монотонно по ПК (14) и (15). А так как ПК АЧХ при билинейном преобразовании не изменяются, то вследствие Утверждения 2, для таких ПФн сохраняется оптимальность.

Полученный результат справедлив для фильтров, ЧХЗ которых удовлетворяет условиям (21)–(23), например, для случаев 4–6 на рис. 2б. У таких фильтров АЧХ характеризуется незначительной неравномерностью в полосе пропускания и достаточно быстрым спадом выше нее. Если же АЧХ спадает плавно и спад начинается в пределах полосы пропускания, то ЧХЗ не имеет выраженного максимума, часть условий (21)–(23) не выполняется, и оптимальность при билинейном преобразовании может и не сохраняться.

Далее рассмотрим преобразование цифрового ФНЧ с верхней границей полосы пропускания $\Omega_{п}$ в другой цифровой ФНЧ с верхней границей полосы пропускания $\Omega^{*}_{п}$. Для решения этой задачи применяют преобразование Константинидиса [3]:

$$z^{*}=\frac{z+\alpha}{1+\alpha z} \text{ или обратно } \quad z=\frac{z^{*}-\alpha}{1-\alpha z^{*}}, \tag{30}$$

где

$$\alpha=\frac{\sin\left(\Omega_{п}-\Omega^{*}_{п}\right)}{\sin\left(\Omega_{п}+\Omega^{*}_{п}\right)}. \tag{31}$$

Здесь и в последующем изложении Ω – нормированная на $f_{д}$ круговая частота, принимающая значения в интервале [0, π]. Преобразование частоты при этом описывается равенством

$$\Omega^{*}=\mathrm{Arg}\left(\frac{e^{j\Omega}+\alpha}{1+\alpha e^{j\Omega}}\right). \tag{32}$$

На рис. 3 показана зависимость $\Omega^{*}(\Omega)$ для двух примеров. В первом случае $\Omega_{п}=0.2\pi$; $\Omega^{*}_{п}=0.4\pi$; $\alpha=-0.3820$ (кривая 1). Во втором случае $\Omega_{п}=0.2\pi$; $\Omega^{*}_{п}=0.1\pi$; $\alpha=0.3446$ (кривая 2). При $\alpha<0$ имеет место сжатие верхней части диапазона частоты [0, π], а при $\alpha>0$ – сжатие его нижней части. В обоих случаях выполняется неравенство (28). В случае $\alpha=0$ получаем тождественное преобразование $\Omega^{*}=\Omega$..

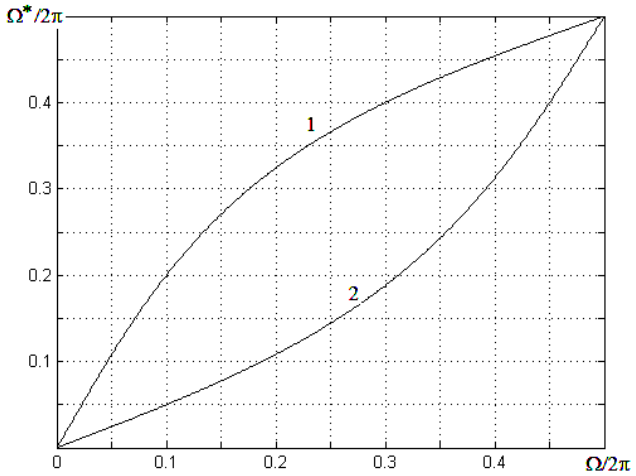


Рис. 3. Функция преобразования частоты (32) при α = –0.3820 (1) и α = 0.3446 (2).

На рис. 4 в качестве примера приведены АЧХ и ЧХЗ Парето-оптимальных по этим характеристикам цифровых ФНЧ 4-го порядка (*NP* = 4, *NZ* = 4). Для всех фильтров минимальное затухание в полосе задерживания Hs = 40 дБ. Кривые 1–6 получены при значениях неравномерности затухания в полосе пропускания равных 2; 1; 0.7; 0.5; 0.3 и 0.2 дБ, соответственно. Исходный ФНЧ (рис. 4 а,б) имеет верхнюю границу полосы пропускания $\Omega_{п}=0.2\pi$ и нижнюю границу полосы задерживания $\Omega_{з}=0.4\pi$.

В первом примере выполняется преобразование к частоте $\Omega_{п}^{*} = 0.4\pi$, что дает $\Omega_{з}^{*} = 0.644\pi$. АЧХ при этом растягиваются вправо без изменения значений экстремумов (на рис. 4 не показаны). ЧХЗ приведены на рис. 4в. В этом случае $\alpha < 0$, и значение коэффициента $k_d(\Omega)$ увеличивается с ростом частоты. Поэтому, аналогично рассмотренному выше билинейному преобразованию, делаем вывод, что при выполнении условий (22), (23) преобразование Константинидиса сохраняет оптимальность цифрового ФНЧ по АЧХ и ЧХЗ. В данном примере указанные условия выполнены для всех шести значений DH_p.

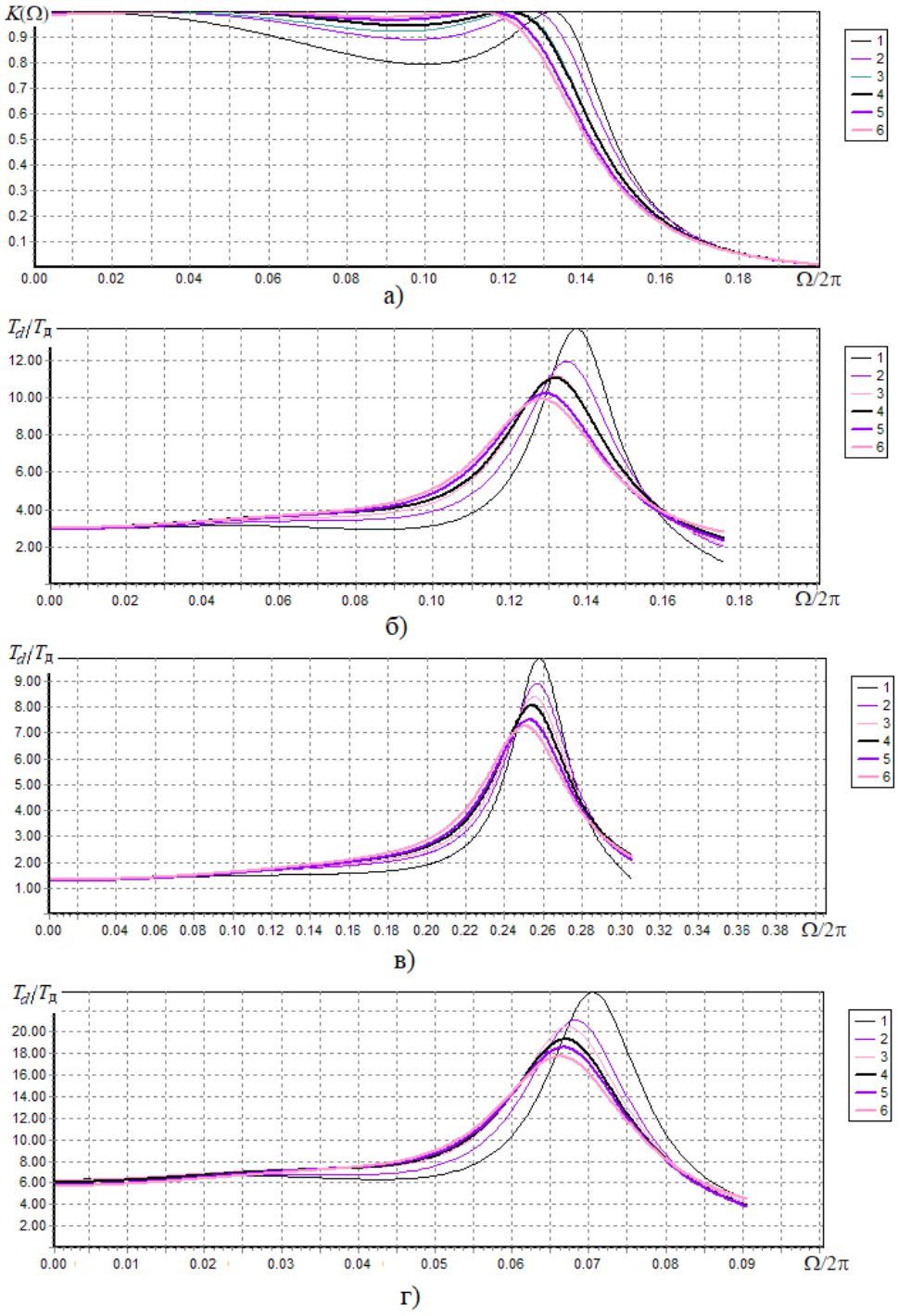


Рис. 4. АЧХ (а) и ЧХЗ (б–г) Парето-оптимальных цифровых ФНЧ 4-го порядка.

Во втором примере преобразование выполняется в сторону понижения частоты до $\Omega_{п}^{*} = 0.1\pi$. При этом получается $\Omega_{з}^{*} = 0.216\pi$. Преобразованные ЧХЗ показаны на рис. 4г. При $\alpha < 0$ значение коэффициента $k_d(\Omega)$ уменьшается с ростом частоты. Поэтому из выполнения условий (22), (23) не следует однозначное выполнение условий (25), (26). В рассматриваемом примере все эти условия выполняются для всех шести значений DH_p. Поэтому и в этом примере преобразование Константинидиса не нарушает оптимальность цифрового ФНЧ по АЧХ и ЧХЗ. Примеры случаев с нарушением оптимальности будут даны в следующем разделе.

Таким образом, проведенный анализ позволил определить условия, при выполнении которых частотные преобразования (денормирование) аналоговых и цифровых ФНЧ сохраняют Парето-оптимальность этих фильтров по ПК, характеризующих АЧХ и ЧХЗ или ФЧХ.

Примеры сохранения и нарушения оптимальности при частотных преобразованиях

Рассмотрим несколько примеров влияния частотных преобразований на характеристики ФНЧ. В каждом примере сначала формировался набор Парето-оптимальных ФНЧ, рассматриваемых далее, как фильтры-прототипы. При этом использовался эвристический алгоритм поиска глобального экстремума, подобный описанным в [11, 12]. В каждом случае фиксировались значения характеризующих АЧХ ПК DH_p (10) и H_s (12) и осуществлялся поиск решения в виде координат полюсов и нулей ПФн, минимизирующего значение DT_d (15).

Затем проводилось частотное преобразование и рассчитывались вышеуказанные ПК преобразованного ФНЧ. Эти операции выполнялись с помощью отдельных программ в пакете Matlab. Далее проверялась оптимальность преобразованного ФНЧ. Для этого фиксировались рассчитанные для этого фильтра значения DH_p и H_s и находилось решение, минимизирующее значение DT_d. Результат поиска сравнивался со значением этого ПК для преобразованного фильтра.

В табл. 1 приведены результаты для ФНЧ-прототипов 4-го порядка с $NP = 4$, $NZ = 0$, параметры которых были даны выше в тексте, относящемся к рис. 2. Значения DT_d даны в процентах для лучшей наглядности. Билинейное преобразование сохраняет значения DH_p и H_s, характеризующие АЧХ, и заметно ухудшает ПК DT_d, характеризующий нелинейность ФЧХ и неравномерность ЧХЗ. Цифровой фильтр, получаемый в результате такого преобразования, имеет две пары нулей вида $z = -1 \pm 0 \cdot j$. Поэтому поиск оптимального решения производился для цифрового фильтра с $NP = 4$, $NZ = 4$, причем значения нулей фиксировались на указанных значениях, и изменялись только координаты полюсов.

Для первых трех строк табл. 1 ПФн, полученные в результате поиска, имеют существенно лучшие ПК DT_d, чем полученные в результате преобразования. То есть, в этих случаях оптимальность при билинейном преобразовании не сохранилась. В остальных строках табл. 1 этот ПК оказался для результата поиска также лучшим, чем для результата преобразования, но разница несущественна и может быть отнесена к особенностям работы эвристических алгоритмов, использованных для оптимизации аналоговых фильтров-прототипов и цифровых фильтров. Следовательно, в этих случаях можно считать, что оптимальность сохраняется с достаточно высокой степенью точности. Полученные

Таблица 1

	Фильтр-прототип			Результат преобразования			Результат поиска		
	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %
1	4.9	25.0	7.3	5.0	25.2	54.1	4.9	25.0	23.1
2	3.0	25.2	20.1	3.0	25.4	66.3	3.0	25.0	37.1
3	2.0	25.4	25.2	2.0	25.6	69.7	2.0	25.0	60.6
4	1.0	25.1	44.5	1.0	25.3	88.0	1.0	25.0	84.2
5	0.7	25.0	51.6	0.7	25.2	93.7	0.7	25.0	91.1
6	0.5	25.0	55.3	0.5	25.2	96.7	0.5	25.0	95.2
7	0.3	25.0	59.2	0.3	25.2	99.9	0.3	25.0	98.2
8	0.2	25.1	61.0	0.2	25.3	101.3	0.2	25.0	99.8

результаты согласуются с проведенным выше анализом ЧХЗ на рис. 2, где кривые 1–3, соответствующие строкам 1–3 табл. 1, не имеют выраженных максимумов на верхней границе полосы пропускания и, следовательно, для них не выполняются условия Утверждения 3, достаточные для сохранения оптимальности.

В табл. 2 и 3 представлены результаты исследования преобразования Константинидиса цифрового ФНЧ 4-го порядка с параметрами, данными выше в тексте, относящимися к рис. 4. Данные в табл. 2 получены при повышении верхней границы полосы пропускания с 0.2π до 0.4π. Результаты поиска с вполне достаточной для инженерной практики точностью совпадают с результатами преобразования. Следовательно, в этих случаях оптимальность при преобразовании ФНЧ в другой сохраняется. Это согласуется с кривыми ЧХЗ на рис. 4б, в. Все эти ЧХЗ имеют минимум на нулевой частоте и максимум на верхней границе полосы пропускания, так что для них выполняются условия Утверждения 3.

Таблица 2

	Фильтр-прототип			Результат преобразования			Результат поиска		
	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %
1	2.0	40.0	6.6	2.0	39.6	38.5	2.0	40.0	37.8
2	1.0	40.0	28.7	1.0	39.6	59.5	1.0	40.0	59.5
3	0.7	40.0	36.7	0.7	39.6	66.9	0.7	40.0	66.3
4	0.5	40.0	42.1	0.5	39.9	71.8	0.5	40.0	71.3
5	0.3	40.0	48.5	0.3	40.0	77.7	0.3	40.0	77.0
6	0.2	40.0	52.2	0.2	39.6	81.0	0.2	40.0	80.3
7	0.1	40.0	57.4	0.1	39.6	85.6	0.1	40.0	85.4

Таблица 3

	Фильтр-прототип			Результат преобразования			Результат поиска		
	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %	DH_p, дБ	H_s, дБ	DT_d, %
1	2.0	40.0	6.6	2.0	39.5	10.4	1.8	40.0	5.3
2	1.0	40.0	28.7	1.0	39.5	21.0	1.0	40.0	21.1
3	0.7	40.0	36.7	0.7	39.5	29.0	0.7	40.0	28.7
4	0.5	40.0	42.1	0.5	39.7	34.5	0.5	40.0	34.4
5	0.3	40.0	48.5	0.3	39.9	41.0	0.3	40.0	41.2
6	0.2	40.0	52.2	0.2	39.5	44.7	0.2	40.0	44.7
7	0.1	40.0	57.4	0.1	39.5	50.0	0.1	39.8	52.1

Данные в табл. 3 получены при понижении верхней границы полосы пропускания с 0.2π до 0.1π. Здесь есть заметная разница значений DT_d для результатов преобразования и поиска в первой строке. На рис. 4г этот случай отображается графиком 1, который не имеет выраженного максимума на верхней границе полосы пропускания. Поэтому для этого случая не выполняются условия Утверждения 3. В остальных случаях, отраженных в табл. 3, оптимальность при преобразовании Константинидиса сохраняется.

Сходные результаты были получены и при исследовании ряда других примеров.

Заключение

Проведенный анализ показал, что при выполнении определенных условий билинейное преобразование аналогового ФНЧ в цифровой и преобразование Константинидиса одного цифрового ФНЧ в другой сохраняют Парето-оптимальность по ПК, характеризующим АЧХ и ФЧХ или ЧХЗ. Эти условия определяются Утверждениями 1–3, сформулированными и доказанными в настоящей статье. На качественном уровне можно сказать, что оптимальность сохраняется для ФНЧ, имеющих достаточно быстрый спад АЧХ и достаточно выраженный подъем ЧХЗ выше границы полосы пропускания. Данный результат согласуется со сделанным ранее на основе экспериментальных исследований выводе об условиях сохранения оптимальности при преобразовании аналоговых ФНЧ в аналоговые полосовые фильтры [13].

Выполненное исследование показало, что существует возможность формирования наборов аналоговых или цифровых ФНЧ-прототипов, Парето-оптимальных по АЧХ и ФЧХ, и использования их для нахождения ПФн цифровых ФНЧ с заданными границами полос пропускания и задерживания, также оптимальных по АЧХ и ФЧХ. Такие наборы могут быть документированы в виде таблиц координат полюсов и нулей в нормированной шкале частот или в виде компьютерных программ с встроенными базами данных. Тем самым будут существенно расширены возможности проектирования фильтров в инженерной практике.

Литература:

1. Нефедов В.И., Сигов А.С. Основы радиоэлектроники и связи: учебное пособие, под ред. В.И. Нефедова. М.: Высшая школа, 2009. 735 с. ISBN 978-5-06-006161-1

2. Букашкин С.А., Власов В.П., Змий Б.Ф. Справочник по расчету и проектированию ARC-схем, под ред. А.А. Ланне. М.: Радио и связь, 1984. 368 с.

3. Гадзиковский В.И. Методы проектирования цифровых фильтров. М.: Горячая линия – Телеком, 2007. 416 с. ISBN 978-5-9912-0007-3

4. URL: http://www.mathworks.com

5. Роудз Дж. Теория электрических фильтров: пер. с англ. М.: Сов. радио, 1980. 240 с.

6. Трифонов И.И. Расчет электронных цепей с заданными частотными характеристиками. М.: Радио и связь, 1988. 304 с. ISBN 5-256-00076-4

7. Slowik A., Bialko M. Design and Optimization of IIR Digital Filters with Non-Standard Characteristics Using Particle Swarm Optimization Algorithm. Proceed. of the 14th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS 2007). 11–14 Dec. 2007; P. 162-165. https://doi.org/10.1109/ICECS.2007.4510955

8. Walczak K. Multicriteria design of digital filter with evolutionary optimization. Proceed. of the IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT), 14–17 Dec. 2011; P. 331-335. https://doi.org/10.1109/ISSPIT.2011.6151583

9. Sidhu D.S., Dhillon J.S., Kaur D. Design of Digital IIR Filter with Conflicting Objectives Using Hybrid Gravitational Search Algorithm. *Mathematical Problems in Engineering.* 2015; 2015. article № 282809. http://dx.doi.org/10.1155/2015/282809

10. Бугров В.Н. Синтез целочисленных рекурсивных фильтров с произвольно заданными селективными требованиями. *Цифровая обработка сигналов.* 2016;2:35-43.

11. Смирнов А.В. Оптимальные по Парето аппроксимации передаточных функций электрических фильтров. *Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук.* 2015;5-1:74-78.

12. Смирнов А.В. Метод поиска оптимальных дробно-чебышевских аппроксимаций АЧХ. *Журн. Радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2018;3. URL: http://jre.cplire.ru/jre/mar18/7/text.pdf

13. Смирнов А.В. Многокритериальная оптимизация характеристик полосовых фильтров с применением эвристического алгоритма. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2019;7(1(24)):115-126. https://doi.org/10.26102/2310-6018/2019.24.1.023

References:

1. Nefedov V.I., Sigov A.S. *Osnovy radioelektroniki i svyazi* (Basic of radio electronics and communications). V.I. Nefedov (Ed.). Moscow: Vysshaya shkola; 2009. 735 p. (in Russ.). ISBN 978-5-06-006161-1

2. Bukashkin S.A., Vlasov V.P., Zmii B.F. *Spravochnik po raschetu i proektirovaniyu ARC-skhem* (Handbook of calculation and design of ARC-circuits). A.A. Lanne (Ed.). Moscow: Radio i svyaz'; 1984. 368 p. (in Russ).

3. Gadzikovskii V.I. *Metody proektirovaniya tsifrovykh fil'trov* (Methods of design of digital filters). Moscow: Goryachaya liniya – Telekom; 2007. 416 p. (in Russ). ISBN 978-5-9912-0007-3

4. URL: http://www.mathworks.com

5. Rhodes J.D. Theory of electrical filters. John Wiley & Sons; 1976. 224 p. [Rhodes J.D. *Teoriya elektricheskikh fil'trov* (Theory of electrical filters): transl. from Engl. Moscow: Sovetskoe radio; 1980. 240 p. (in Russ.).]

6. Trifonov I.I. *Raschet elektronnykh tsepei s zadannymi chastotnymi kharakteristikami* (Calculation of electronic circuits with specified frequency characteristics. Radio i svyaz'; 1988. 304 p. (in Russ). ISBN 5-256-00076-4

7. Slowik A., Bialko M. Design and Optimization of IIR Digital Filters with Non-Standard Characteristics Using Particle Swarm Optimization Algorithm. In: Proc. of the 14th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS 2007), 11–14 Dec. 2007; P. 162-165. https://doi.org/10.1109/ICECS.2007.4510955

8. Walczak K. Multicriteria design of digital filter with evolutionary optimization. In: Proceedings of the IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT), 14–17 Dec. 2011; P. 331-335. https://doi.org/10.1109/ISSPIT.2011.6151583

9. Sidhu D.S., Dhillon J.S., Kaur D. Design of Digital IIR Filter with Conflicting Objectives Using Hybrid Gravitational Search Algorithm. *Mathematical Problems in Engineering.* 2015;2015: article No. 282809. http://dx.doi.org/10.1155/2015/282809

10. Bugrov V.N. Synthesis of integer-valued recursive filters with arbitrary determined celective parameters. *Tsifrovaya obrabotka signalov = Digital signal processing.* 2016;2:35-43 (in Russ).

11. Smirnov A.V. Pareto-optimal approximations of electric filters transfer functions. *Aktual'nye problemy gumanitarnykh i estestvennykh nauk = Actual problems of the humanities and natural sciences.* 2015;5-1:74-78 (in Russ.).

12. Smirnov A.V. Method of searching for optimal gain-frequency characteristics approximations with Chebyshev rational functions. *Zhurnal radioelektroniki = J. Radio Electronics* [electronic journal]. 2018;3 (in Russ.). URL: http://jre.cplire.ru/jre/mar18/7/text.pdf

13. Smirnov A.V. Multiobjective optimization of bandpass filters characteristics using heuristic algorithm. *Modelirovanie, optimizatsiya i informatsionnye tekhnologii = Modeling, optimization and information technologies.* 2019;7(1(24)):115-126 (in Russ.). https://doi.org/10.26102/2310-6018/2019.24.1.023

Об авторе:

Смирнов Александр Витальевич, кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры телекоммуникаций и радиотехники Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

About the author:

Alexander V. Smirnov, Cand. Sci. (Engineering), Professor of Department of Telecommunications and Radio Techniques, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).

ISSN 2500-316X (Online)

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-59-66

CC BY

УДК 537.632.5

Учёт влияния распределения размера гранул в нанокомпозитах

А.Н. Юрасов[1,@]
М.М. Яшин[2]

[1]МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия
[2]Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва 105005, Россия
[@]Автор для переписки, e-mail: alexey_yurasov@mail.ru

В данной работе обсуждается влияние распределения размера гранул r в нанокомпозитах на физические свойства в рамках квазиклассического размерного эффекта. Обсуждены методы эффективной среды для описания нанокомпозитов. Отмечается и обсуждается вклад различных механизмов, влияющих на оптические и магнитооптические свойства подобных структур, особенно в ИК области спектра, где наиболее ярко проявляется квазиклассический размерный эффект. В рамках модели Друде-Лоренца проведено описание вклада размерного эффекта в диагональные и недиагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости эффективной среды, при этом рассматривается характерное для многих наноструктур логнормальное распределение по размерам гранул. На основании данного подхода получены зависимости среднеквадратического отклонения от значения интеграла как функции среднего размера гранул. Исходя из условия нормировки, было аналитически определено численное значение среднеквадратического отклонения значений r и средний размер частиц. Также в работе обсуждается фундаментальная значимость полученных результатов – возможность применения данного подхода для всех возможных распределений. Найденное значение среднего размера гранул нанокомпозита позволяет с лучшей точностью проводить моделирование различных, и в первую очередь, оптических и магнитооптических свойств нанокомпозитных структур с помощью известных методов в рамках приближения эффективной среды, что особенно важно для описания перколяционного перехода

в нанокомпозитах. Решаемая задача важна и актуальна, так как в подобных магнитных нанокомпозитах реализуется множество интересных и важных эффектов, таких как магнитооптический эффект Керра, аномальный эффекта Холла, гигантское магнетосопротивление и многие другие. Полученные результаты позволяют лучше описывать материалы, имеющие широкое применение в современной электронике и наноэлектронике.

Ключевые слова: магнитные нанокомпозиты, модель Друде-Лоренца, среднеквадратическое отклонение, методы эффективной среда, размерный эффект, порог перколяции, логнормальное распределение.

Для цитирования: Юрасов А.Н., Яшин М.М. Учёт влияния распределения размера гранул в нанокомпозитах. *Российский технологический журнал.* 2020;8(2):59-66. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-59-66

Accounting for the influence of granule size distribution in nanocomposites

Alexey N. Yurasov[1,@]
Maksim M. Yashin[2]

[1]MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia
[2]Bauman Moscow State Technical University, Moscow 105005, Russia
[@]Corresponding author, e-mail: alexey_yurasov@mail.ru

This paper discusses the effect of the distribution of the granules size in nanocomposites on physical properties within the framework of the quasi-classical size effect. Methods of an effective medium for describing nanocomposites are discussed. This paper also notes and discusses the contribution of various mechanisms that affect the optical and magneto-optical properties of such structures, especially in the IR region of the spectrum, where the quasi-classical dimensional effect is most pronounced. The Droude-Lorentz model describes the contribution of the dimensional effect to the diagonal and non-diagonal components of the effective medium's permittivity tensor. The lognormal distribution of the granule size characteristic of many nanostructures is considered. Based on this approach, the dependences of the standard deviation on the value of the integral as a function of the average size of the granules were obtained. Based on the normalization condition, the numerical value of the standard deviation of the r values and the average particle size were analytically determined. This paper also discusses the fundamental significance of the results obtained – the possibility of applying this approach to all possible distributions. The found value of the average size of nanocomposite granules makes it possible to model various properties of nanocomposite structures, first of all, optical and magneto-optical properties, with the help of known methods within the framework of the effective medium approximation. This is especially important for describing the percolation transition in nanocomposites. The problem being solved is important and relevant, since many interesting and important effects are realized in such

magnetic nanocomposites, such as the magneto-optical Kerr effect, the anomalous Hall effect, the giant magnetoresistance, and many others. The results obtained allow us to better describe materials that are widely used in modern electronics and nanoelectronics.

Keywords: magnetic nanocomposites, the Drude-Lorentz model, standard deviation, effective energy methods, size effect, percolation threshold, and lognormal distribution.

For citation: Yurasov A.N., Yashin M.M. Accounting for the influence of granule size distribution in nanocomposites. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2):59-66 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-59-66

Введение

В настоящее время весьма актуальным является исследование нанокомпозитов, и в первую очередь магнитных нанокомпозитов, представляющих собой такие неоднородные структуры, в которых ферромагнитные компоненты помещены в слабомагнитную матрицу [1–5]. Для расчёта различных спектральных зависимостей нанокомпозитов удобно использовать теорию эффективной среды [6–8]. На сегодняшний день существует несколько методов описания эффективной среды подобных структур. Данные методы применяются в зависимости от объёмной концентрации X ферромагнитной компоненты. При малых значениях X используется приближение Максвелла – Гарнетта, при средних концентрациях – приближение Бруггеманна, а в широком диапазоне концентраций с учетом вероятностного подхода – симметризованное приближение Максвелла – Гарнетта. Важно отметить, что данные методы не работают при перколяционном переходе, когда кардинально меняются физические свойств нанокомпозитов (порогом перколяции называется такая концентрация металлической компоненты X, при которой происходит переход металл-диэлектрик) [9].

Основным определением методов эффективной среды является следующее: частица, находящаяся в эффективной среде, не может быть обнаружена экспериментально, используя электромагнитное излучение ограниченного диапазона длин волн, т.е. другими словами, поглощение частицы должно быть таким же, как если бы она была заменена эффективной средой с диэлектрической проницаемостью ε_{eff}, характеризующей эту среду в целом.

Стоит отметить важность и актуальность данной работы, так как в подобных магнитных нанокомпозитах возможно множество интересных транспортных явлений, магнитооптических эффектов, таких как магнитооптические эффекты Керра, эффект Холла, магнетосопротивление и др., что позволяет широко использовать подобные структуры, и в первую очередь, в современной электронике и наноэлектронике [10–12]. В данной работе ставится актуальная задача: изучить влияние распределения размера частиц нанокомпозита на его физические свойства.

Результаты и их обсуждение

Для полного описания оптических и магнитооптических свойств нанокомпозитных структур необходимо учитывать различные параметры, характеризующие исследуемые наноструктуры. Так, например, как известно из работ [13–16], размеры гранул r металла (ферромагнетика) зависят от времени свободного пробега электронов в грануле (τ_{part}),

времени в массивном образце (τ_{bulk}) и v_f – скорости Ферми. Таким образом, зная состав исследуемого нанокомпозита, можно оценить характерный размер *r*:

$$r = \frac{v_f \tau_{bulk} \tau_{part}}{\tau_{bulk} - \tau_{part}}. \quad (1)$$

Чтобы эффект был значительным, из данной формулы, зная характерные величины для ферромагнитных металлов, можно сделать оценку, что является величиной порядка нескольких нанометров (2–4 нм), т.е. в этом случае можно говорить о квазиклассическом размерном эффекте. Тогда, принимая во внимание, что частотная зависимость внутризонной проводимости (именно она характерна для ИК диапазона спектра) описывается в рамках модели Друде-Лоренца, можно записать выражение для диагональных компонент тензора эффективной диэлектрической проницаемости (ТДП) ε_{eff} с учетом размерного эффекта [15]:

$$\varepsilon_{\text{mod}} = \varepsilon_{eff} + \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i/\tau_{bulk})} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i/\tau_{part})}, \quad (2)$$

где ω – частота электромагнитного излучения, ω_p – плазменная частота. Данные компоненты описывают оптические свойства среды.

Аналогичным образом, для недиагональных компонент ТДП, описывающих магнитооптические свойства среды, можно учесть размерный эффект как:

$$\gamma_{\text{mod}} = \gamma_{eff} + \frac{4\pi\sigma_{xy}^{bulk} / \tau_{bulk}^2}{\omega(\omega + i/\tau_{bulk})^2} - \frac{4\pi\sigma_{xy}^{gr} / \tau_{part}^2}{\omega(\omega + i/\tau_{part})^2}, \quad (3)$$

где $\sigma_{xy}^{bulk} = 4\pi M_s R_{bulk} / \rho_{bulk}^2$; $\sigma_{xy}^{gr} = 4\pi M_s R_{gr} / \rho_{gr}^2$, *Ms* – намагниченность насыщения; R_{gr} – коэффициент аномального эффекта Холла (АЭХ), τ_{gr} – время свободного пробега в грануле, ρ_{bulk} – удельное сопротивление массивного образца, ρ_{gr} – удельное сопротивление гранулы. Размер частиц оказывает влияние как на коэффициент аномального эффекта Холла, так и на удельное сопротивление. Последнее дается выражением $\rho_{gr} = \rho_{bulk}(1+l/r)$, и влияние размерного эффекта на коэффициент аномального эффекта Холла гранул можно записать в виде:

$$R_{gr} = R_{bulk} + 0.2R_s \frac{l}{r}\left(1 + \frac{l}{r}\right). \quad (4)$$

где R_s – значение коэффициента аномального эффекта Холла материала поверхности гранул.

Исходя из вышеизложенного, можно сделать вывод о том, что, зная значения объёмной концентрации *X* ферромагнитной компоненты и состав нанокомпозита, имеется возможность моделировать различные свойства подобных структур. Однако, как видно из формул (1)–(4), данные приближения не учитывают возможное распределение гранул по размерам. По имеющимся многочисленным экспериментальным

данным, например [17], известно, что для многих структур характерное распределение по размерам частиц является логнормальным распределением (рис. 1):

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma r} e^{\frac{-(\ln r - \bar{r})^2}{2\sigma^2}}, \quad (5)$$

где σ – среднеквадратического отклонения, $\bar{r}$ – параметр распределения, соответствующий среднему размеру гранул.

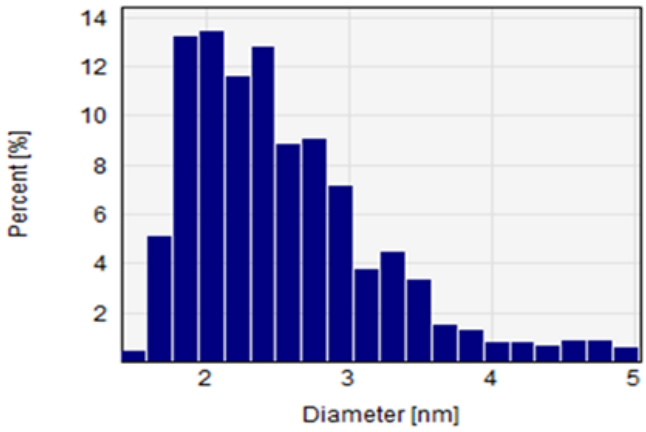


Рис. 1. Характерная зависимость распределения размера частиц нанокомпозита (Diameter) от их процентного соотношения (Percent) для нанокомпозита $Co_x(MgF_2)_{100-x}$ [17].

Важно отметить, что данный подход является универсальным для любых нанокомпозитов и других наноструктур, а рис. 1 является иллюстративным – для примера рассматривается нанокомпозит $Co_x(MgF_2)_{100-x}$. Дальнейший учёт распределения (5) сводится к следующему определённому интегралу:

$$\int_a^b f(r)dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_a^b \frac{e^{\frac{-(\ln r - \bar{r})^2}{2\sigma^2}}}{r} dr = \frac{\bar{r} - \ln r}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{\frac{-(\bar{r} - \ln r)^2}{2\sigma^2}}\Bigg|_a^b. \quad (6)$$

Подставив, исходя из рис. 1, известные нам пределы интегрирования от 1.5 до 5, по формуле Ньютона-Лейбница получается решение:

$$\int_{1.5}^{5} f(r)dr = \frac{\bar{r} - \ln 5}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{\frac{-(\bar{r} - \ln 5)^2}{2\sigma^2}} - \frac{\bar{r} - \ln 1.5}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{\frac{-(\bar{r} - \ln 1.5)^2}{2\sigma^2}}. \quad (7)$$

Таким образом, расчёт данного интеграла сводится к нахождению среднеквадратического отклонения σ в зависимости от размера гранул, при этом, как известно, интеграл от плотности вероятности должна равняться единице, исходя из условия нормировки. Учитывая (7), был построен график зависимости (рис. 2) значения интеграла $\int_{1.5}^{5} f(r)dr$ от σ при различных значениях *r*.

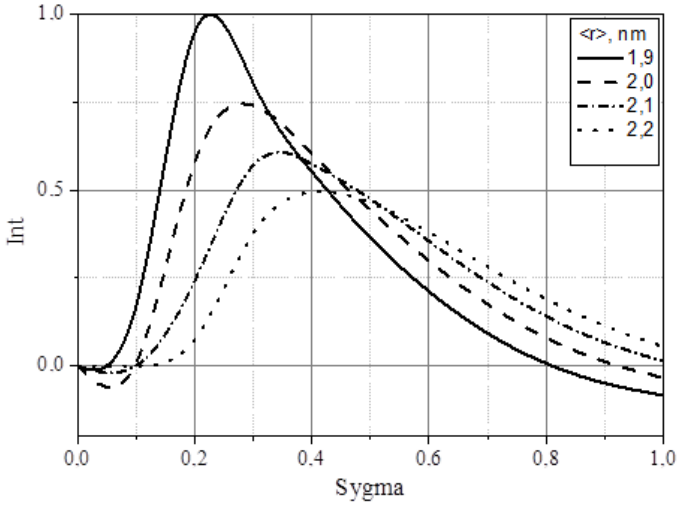


Рис. 2. Зависимость значения интеграла (Int) от среднеквадратического отклонения (Sygma) при различных средних значениях гранул.

Затем, исходя из рис. 2, было найдено значение среднеквадратического отклонения при котором плотность вероятности данного распределения равна 1: σ = 0.21, при среднем размере гранул - 1.9 нм (рис. 3). Данное значение хорошо согласуется с экспериментальными данными [17].

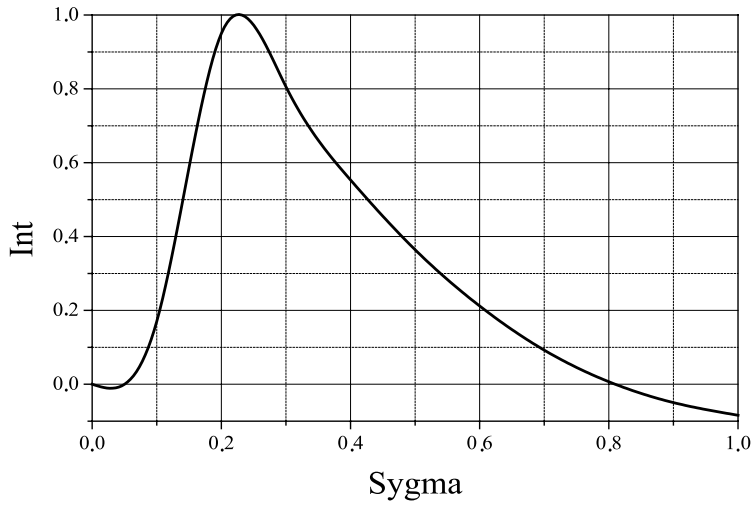


Рис. 3. Зависимость значения интеграла (Int) от среднеквадратического отклонения (Sygma) при среднем значении гранул 1.9 нм.

Таким образом, исходя из формул (5)–(7), были получены параметры исследуемых образцов, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными: средний размер гранул – 1.9 нм и значение σ = 0.21. В связи с этим, стоит отметить, что полученные результаты важны для вычислений по формулам (1)–(4) различных оптических и магнитооптических свойств нанокомпозитов в рамках методов эффективной среды.

Заключение

Среднеквадратическое отклонение является важной величиной, которая показывает рассеивание значений случайной величины относительно её математического ожидания,

что важно при описании размерных эффектов в наноструктурах. Рассмотренный подход справедлив для любых наноструктур. В связи с этим, результаты данной работы представляют важный интерес для дальнейшего исследования различных свойств наноструктур и нахождения перспективных материалов с заданными свойствами, что представляет, как фундаментальный, так и практический интерес в широкой области применения, в первую очередь, для материалов современной электроники.

Благодарность:

Работа выполнена при поддержке гранта Университетский по теме «НИЧ-Гетероструктура».

Литература:

1. Gracheva I.E., Olchowik G., Gareev K.G. et al. Investigations of nanocomposite magnetic materials based on the oxides of iron, nickel, cobalt and silicon dioxide. *J. Phys. Chem. Sol.* 2013;74(5):656-663. https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2012.12.021

2. Ганьшина Е.А., Вашук М.В., Виноградов А.Н., Грановский А.Б., Гущин В.С., Щербак П.Н., Калинин Ю.Е., Ситников А.В., Ким Ч.О., Ким Ч.Г. Эволюция оптических и магнитооптических свойств в нанокомпозитах аморфный металл – диэлектрик. *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* 2004;125(5):1172–1183.

3. Шик А.Я., Бакуева Л.Г., Мусихин С.Ф., Рыков С.А. Физика низкоразмерных систем: учебное пособие. СПб.: Наука, 2001. 160 с. ISBN 5-02-024966-1

4. Nalwa H.S. Handbook of thin film materials: Nanomaterials and magnetic thin films. Academic Press, 2002. V. 5. 633 p. ISBN 978-0-12-512908-4.

5. Гусев А.И. Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии. М.: Физматлит, 2009. 416 с. ISBN 978-5-9221-0582-8

6. Юрасов А.Н., Яшин М.М. Теория эффективной среды как инструмент анализа оптических свойств нанокомпозитов. *Российский технологический журнал.* 2018;6(2):56-66. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-2-56-66

7. Ландау Л., Лифшиц Е. Курс теоретической физики. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука. 2017. 661 с.

8. Granovsky A., Kuzmichev M., Clerc J.P. The symmetrised Maxwell-Garnett approximation for magneto-optical spectra of ferromagnetic composites. *J. Magn. Soc. Japan.* 1999;23:382-386. https://doi.org/10.3379/jmsjmag.23.382

9. Gan'shina E., Garshin V., Perova N., Zykov G., Aleshnikov A., Kalinin Yu., Sitnikov A. Magneto-optical properties of nanocomposites ferromagnetic-carbon. *J. Magn. Magn. Mat.* 2019;470:135-138. https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2017.11.038

10. Вызулин С.А., Горобинский А.В., Калинин Ю.Е., Лебедева Е.В., Ситников А.В., Сырьев Н.Е., Трофименко И.Т., Чекрыгина Ю.И., Шипкова И.Г. ФМР, магнитные и резистивные свойства мультислойных наноструктур $(CoFeZr)_x(Al_2O_3)_{1-x}$/Si. *Известия РАН, серия физическая.* 2010;74(10):1441-1443.

11. Алешников А.А., Калинин Ю.Е., Ситников А.В., Федосов А.Г. Магнитные свойства многослойных структур на основе нанокомпозитов $(Co_{45}Fe_{45}Zr_{10})_X(Al_2O_3)_{100-X.}$ *Перспективные материалы.* 2012;5:68–75.

12. Buravtsova V., Gan'shina E., Lebedeva E., Syr'ev N., Trofimenko I., Vyzulin S., Shipkova I., Phonghirun S., Kalinin Yu., Sitnikov A. The features of TKE and FMR in nanocomposites-193 multilayers. *Solid State Phenomena.* 2011;168–169:533-536. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/SSP.168-169.533

13. Яшин М.М., Мирзокулов Х.Б. Симметризованное приближение Максвелла–Гарнетта как эффективный метод исследования нанокомпозитов. *Российский технологический журнал.* 2019;7(4):92-100. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-4-92-100

14. Ханикаев А.Б., Грановский А.Б., Клерк Ж.П. Влияние распределения гранул по размерам и притяжения между гранулами на порог перколяции в гранулированных сплавах. *Физика твердого тела.* 2002;44(9):1537-1540.

15. Yashin M.M., Yurasov A.N., Ganshina E.A., Garshin V.V. Simulation of the spectra of the transverse Kerr effect of magnetic nanocomposites $CoFeZr{-}Al_2O_3$. *Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия естественные науки.* 2019;86(5):63-72. https://doi.org/10.18698/1812-3368-2019-5-63-72

16. Fadeev E., Blinov M., Garshin V., Tarasova O., Ganshina E., Prudnikova M., Prudnikov V., Lahderanta E., Ryl'kov V., and Granovsky A. Magnetic properties of $(Co_{40}Fe_{40}B_{20})_x(SiO_2)_{100-x}$ nanocomposites near the percolation threshold. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 2019;83(7):835-837. https://doi.org/10.3103/S1062873819070153

17. Домашевская Э.П., Ивков С.А., Ситников А.В., Стогней О.В., Козаков А.Т., Никольский А.В. Влияние относительного содержания металлической компоненты в диэлектрической матрице на образование и размеры нанокристаллов кобальта в пленочных композитах $Cox(MgF_2)_{100-x}$. *Физика твердого тела,* 2019;61(2):211–219. https://doi.org/10.21883/FTT.2019.02.47115.211

References:

1. Gracheva I.E., G. Olchowik K.G. Gareev et al. Investigations of nanocomposite magnetic materials based on the oxides of iron, nickel, cobalt and silicon dioxide. *J. Phys. Chem. Sol.* 2013;74(5):656-663. https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2012.12.021

2. Ganshina E.A., Vashuk M.V., Vinogradov A.N., Granovsky A.B., Gushchin V.S., Shcherbak P.N., Kalinin Yu.E., Sitnikov A.V., Kim Ch.O., Kim Ch.G. Evolution of optical and magnetooptical properties of amorphous metal-insulator nanocomposites. *Zhurnal jeksperimental'noj i teoreticheskoj fiziki = J. Exp. Theor. phys.* 2004;98(5):1027-1036. https://doi.org/10.1134/1.1767571

3. Shik A.Ya., Bakueva L.G., Musikhin S.F., Rykov S.A. *Fizika nizkorazmernykh sistem: uchebnoe posobie* (Physics of low-dimensional systems). Sankt Peterburg: Nauka; 2001. 160 p. (in Russ.) 5-02-024966-1

4. Nalwa H.S. Handbook of thin film materials: Nanomaterials and magnetic thin films. Academic Press; 2002. V. 5. 633 p. ISBN 978-0-12-512908-4.

5. Gusev A.I. *Nanomaterialy, nanostruktury, nanotekhnologii* (Nanomaterials, nanostructures, nanotechnologies). Moscow: Fizmatlit; 2009. 416 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9221-0582-8

6. Yurasov A.N., Yashin M.M. Theory of the effective medium as a tool for analyzing the optical properties of nanocomposites. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russ. Technolog. J.* 2018;6(2):56-66 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-2-56-66

7. Landau L., Lifshits E. *Kurs teoreticheskoi fiziki* (Course of theoretical physics). Vol. 8. *Jelektrodinamika sploshnyh sred* (Electrodynamics of continuous media). Moscow: Nauka; 2017. 661 p. (in Russ.).

8. Granovsky A., Kuzmichev M., Clerc J.P. The symmetrised Maxwell-Garnett approximation for magneto-optical spectra of ferromagnetic composites. *J. Magn. Soc. Japan.* 1999;23:382-386. https://doi.org/10.3379/jmsjmag.23.382

9. Gan'shina E., Garshin V., Perova N., Zykov G., Aleshnikov A., Kalinin Yu., Sitnikov A. Magneto-optical properties of nanocomposites ferromagnetic-carbon. *J. Magn. Magn. Mat.* 2019;470:135-138. https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2017.11.038

10. Vyzulin S.A., Gorobinskii A.V., Kalinin Yu.E., Lebedeva E.V., Sitnikov A.V., Syr'ev N.E., Trofimenko I.T., Chekrygina Yu.I., Shipkova I.G. Ferromagnetic Resonance, Magnetic Properties, and Resistivity of $(CoFeZr)_x(Al_2O_3)_{1-x}$/Si. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 2010;74(10):1380-1383. https://doi.org/10.3103/S1062873810100151

11. Aleshnikov A.A., Kalinin Yu.E., Sitnikov A.V., Fedosov A.G. Magnetic properties of multilayer structures based on nanocomposites $(Co_{45}Fe_{45}Zr_{10})_X(Al_2O_3)_{100-X}$. *Perspectivye materialy.* 2012;5:68-75 (in Russ.).

12. Buravtsova V., Gan'shina E., Lebedeva E., Syr'ev N., Trofimenko I., Vyzulin S., Shipkova I., Phonghirun S., Kalinin Yu., Sitnikov A. The features of TKE and FMR in nanocomposites-193 multilayers. *Solid State Phenomena.* 2011;168–169:533-536. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/SSP.168-169.533

13. Yashin M.M., Myrzakulov H.B. Simmetrichnoi approximation of Maxwell–Garnett as an effective method for the study of nanocomposites. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russ. Technolog. J.* 2019;7(4):92-100 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-4-92-100

14. Khanikaev A., Granovsky A., Clerk J. P. Effect of distribution of the granules size and gravity between the granules on the percolation threshold in granular alloys. *Fizika tverdogo tela = Phys. Sol. State.* 2002;44(9):1537-1540 (in Russ.). https://doi.org/10.18698/1812-3368-2019-5-63-72

15. Yashin M.M., Yurasov A.N., Ganshina E.A., Garshin V.V. Simulation of the spectra of the transverse Kerr effect of magnetic nanocomposites $CoFeZr-Al_2O_3$. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta im. N.Je. Baumana. Serija estestvennye nauki = Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences,* 2019;86(5):63-72. https://doi.org/10.18698/1812-3368-2019-5-63-72

16. Fadeev E., Blinov M., Garshin V., Tarasova O., Ganshina E., Prudnikova M., Prudnikov V., Lahderanta E., Ryl'kov V., and Granovsky A. Magnetic properties of $(Co_{40}Fe_{40}B_{20})_x(SiO_2)_{100-x}$ nanocomposites near the percolation threshold. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 2019;83(7):835-837. https://doi.org/10.3103/S1062873819070153

17. Domashevskaya E.P., Ivkov S.A., Sitnikov A.V., Stogney O.V., Kozakov A.T., Nikolsky A.V. Influence of the relative content of the metal component in the dielectric matrix on the formation and dimensions of cobalt nanocrystalliters in $Co_x(MgF_2)_{100-x}$ film composites. *Phys. Sol. State.* 2019;61(2):71-79. https://doi.org/10.21883/FTT.2019.02.47115.211

Об авторах:

Юрасов Алексей Николаевич, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры наноэлектроники, заместитель директора Физико-технологического института ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). Scopus Author ID: 6602974416.

Яшин Максим Михайлович, ассистент кафедры «Физика» МГТУ им Н. Э. Баумана (105005, Россия, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5). Scopus Author ID: 57191628251.

About the authors:

Alexey N. Yurasov. Dr. Sci. (Physics and Mathematics), Assistant Professor, Deputy Head of the Department of Nanoelectronics, Deputy Director of the Physico-Technological Institute, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia). Scopus Author ID: 6602974416.

Maksim M. Yashin, assistant of the Department "Physics", Bauman Moscow State Technical University (5, 2-nd Bauman st., Moscow 105005, Russia). Scopus Author ID: 57191628251.

ISSN 2500-316X (Online)

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-67-84

УДК 519.224.22, 519.246.8

CC BY

Оценка VaR при негауссовом распределении доходностей активов

А.Е. Барышева[1,2,@]
А.С. Марков[2]
А.А. Мицель[1]

[1]Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск 634050, Россия
[2]ООО «ЭКО – ТОМСК», Томск 634009, Россия
[@]Автор для переписки, e-mail: alexandramelnikk@mail.ru

В настоящей работе особый акцент сделан на изучении практического влияния нарушения предположения о нормальности доходностей активов на оценку риска инвестиционного портфеля. В качестве меры риска рассматривается рекомендуемая к расчету для крупных финансовых организаций метрика Value at Risk (VaR). На примере акций российских компаний показано, что доходности активов в реальности имеют распределение, отличное от Гауссова. Показано, что эмпирическое распределение доходностей рассматриваемых активов согласуется с распределением Джонсона. Обоснованность заключения подкрепляется результатом статистического теста Колмогорова – Смирнова. Предложенные авторами тесты позволили оценить потерю в точности оценки параметров модели авторегрессии методом максимального правдоподобия, при нарушении предположения о нормальности распределения доходностей активов. Было выявлено, что потеря в точности оценки меняется в интервале [22%; 26%] для абсолютных доходностей и [33%; 38%] для относительных доходностей при изменении параметра авторегрессии в интервале [–0.9; 0.9]. Погрешность в расчёте десятидневного VaR рассчитывалась на уровнях значимости

1% (99%) и 5% (95%). Результаты тестов показали, что на уровне значимости 5% (95%) оценка риска через метрику VaR, полученная в предположении о нормальности распределения доходностей активов, ниже истинного значения на 7% (6%) для абсолютных доходностей и 4% (13%) для относительных, что говорит о сильной недооценке риска портфеля. На уровне значимости 1% оценка риска является консервативной, превышая истинное значение на 12% (19%) для абсолютных (относительных) доходностей.

Ключевые слова: VaR, распределение Джонсона, портфельное инвестирование, оценка параметров ММП, имитационное моделирование.

Для цитирования: Барышева А.Е., Марков А.С., Мицель А.А. Оценка VaR при негауссовом распределении доходностей активов. *Российский технологический журнал.* 2020:8(2):67-84 https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-67-84

VAR assessment under nongaussian distribution of returns

Alexandra E. Barysheva[1,2,@], Alexander S. Markov[2], Artur A. Mitcel[1]

[1]National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk 634050, Russia
[2]«Econophysica» Ltd., Agency Court, Ferry Works, Summer Road, Thames Ditton, Surrey KT7 0QJ, United Kingdom

[@]Corresponding author, e-mail: alexandramelnikk@mail.ru

The study aims to assess the impact of violation of the assumption about normality of the investment portfolio returns on its risk measures. The article is focused on the Value at Risk (VaR) metric required by major regulatory authorities for bank risk assessment. Using historical share prices of several Russian companies it is shown that the assumption about returns normality is not supported by statistical tests. It is also shown that the empirical distribution of the assets returns is described by Johnson's distribution. The Kolmogorov-Smirnov test supports the obtained results. The tests proposed by the authors allow estimating the loss in accuracy in parameters calibration of the autoregressive model, obtained by using the maximum likelihood method when the asset returns have non-gaussian distribution. It was found that the loss in the accuracy lies in the range [22%, 26%] for absolute returns and in the range [33%, 38%] for relative returns depending on the autoregression parameter which varies in the range [–0.9, 0.9]. The error of ten-day VaR estimation was calculated for 1% (99%) and 5% (95%) significance levels. At a significance level of 5% (95%) the VaR metric obtained under the assumption that the asset returns have normal distribution is lower than the true value by 7% (6%) for absolute returns and 4% (13%) for relative returns, which indicates strong underestimation of the portfolio risk. At a significance level of 1% the metric is conservative exceeding the true value by 12.5%.

Keywords: modeling, testing, ripples, integrated circuit, DC–DC converter, charge pump, inverter, flying capacitor, LDO, burst and constant frequency modes.

For citation: Barysheva A.E., Markov A.S., Mitcel A.A. VAR assessment under nongaussian distribution of returns. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2):67-84 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-67-84

В течение последних десяти лет правительство Российской Федерации активно занимается оздоровлением и развитием финансового рынка страны путем реализации ряда стратегий[1-5]. За это время были введены новые регуляторные требования в части инвестиционной деятельности банков и прочих финансовых институтов [1], оптимизирована регулятивная и налоговая нагрузка, что в совокупности привело к повышению конкурентоспособности этого сектора, а также к повышению доступности финансовых услуг для субъектов экономики, особенно для малого и среднего предпринимательства (МСП) и частных инвесторов. Помимо этого, появление альтернативных систем торговли, увеличение количества видов обращаемых финансовых инструментов, а также снижение транзакционных издержек привело к выходу на рынок огромного числа новых инвесторов. Самым распространенным методом инвестирования среди них является портфельное инвестирование. По данным из интернет источников в среднем инвестиционный портфель обычного инвестора состоит из банковских депозитов в национальной и иностранной валютах (15%), облигаций (10%), акций (25%), недвижимости (30%), драгоценных металлов (5%) и прочих активов (15%). Как видно, большая часть инвестиционных вложений приходятся на ценные бумаги [2].

Формирование портфеля ценных бумаг, как и любой другой вид инвестиционной деятельности, с одной стороны направлен на то, чтобы сохранить капитал за счет включения в портфель условно безрисковых активов, а с другой – чтобы его приумножить посредством включения рискованных активов. В отличие от моноинвестиций, портфельное инвестирование позволяет улучшить условия вложений, придав совокупности ценных бумаг такие инвестиционные характеристики, которые недостижимы с позиции отдельно взятой ценной бумаги. Основная инвестиционная характеристика, интересующая любого инвестора, – это соотношение риска и доходности портфеля. Нахождение баланса между этими показателями, в зависимости от индивидуальных инвестиционных целей, является основной задачей в теории управления инвестиционным портфелем. Данная задача сводится к определению оптимальной пропорции долей распределения вкладываемой суммы между доступным набором фондовых активов. Несмотря на то, что однозначного подхода к формированию оптимального портфеля в финансовой теории не существует [3], классической считается портфельная теория Гарри Марковица, опубликованная в 1952 году [4], которая впоследствии была обобщена Мертоном на случай непрерывного времени [5].

Эффективность управления портфелем ценных бумаг напрямую зависит от качества модели, которая закладывается в основу изменения стоимости базовых активов. Именно модель позволяет реализовать процедуру сравнения альтернативных

[1] Стратегия развития финансового рынка Российской Федерации на период до 2020 года, утвержденная Распоряжением № 2043-р Правительства Российской Федерации от 29 декабря 2008 г.
[2] Стратегия долгосрочного развития пенсионной системы Российской Федерации, утвержденная Распоряжением № 2524-р Правительства Российской Федерации от 25 декабря 2012 г.
[3] Стратегия развития страховой деятельности в Российской Федерации до 2020 года, утвержденная Распоряжением № 1293-р Правительства Российской Федерации от 22 июля 2013 г.
[4] Стратегия повышения финансовой грамотности в Российской Федерации на 2017–2023 годы, утвержденная Распоряжением № 2039-р Правительства Российской Федерации от 25 сентября 2017 г.
[5] Стратегия государственной политики Российской Федерации в области защиты прав потребителей на период до 2030 года, утвержденная Распоряжением № 1837-р Правительства Российской Федерации от 28 августа 2017 г.

портфелей в разрезе показателей доходности и риска. В отличие от доходности, для измерения риска портфеля на практике используют несколько различных метрик. В классической портфельной теории Марковица в качестве риска выступает величина стандартного отклонения, записываемая в следующем виде:

$$\sigma\left(\Delta P_T\right) = \sqrt{E\left[\left(\Delta P_T - E\left(\Delta P_T\right)\right)^2\right]}, \quad (1)$$

где ΔP_T – доходность портфеля на отрезке времени (0,T], $\sigma(\Delta P_T)$ - стандартное отклонение доходности портфеля, $E(\Delta P_T)$ – среднее изменение доходности портфеля.

В последние годы на практике активно используются квантильные меры риска [6, 7]. Так крупные организации, занимающиеся инвестиционной деятельностью, для оценки достаточности капитала обязаны использовать меру риска VaR (Value at Risk) рекомендуемую как мировыми регуляторами [8], так и ЦБ РФ [6]. Для заданного уровня доверия $(1 - \alpha)$ и периода удержания портфеля T значение метрики VaR портфеля определяется как величина, обеспечивающая покрытие потерь x с вероятностью $(1 - \alpha)$ [9]:

$$P(VaR \geq x) = \left(1 - \alpha\right) \quad (2)$$

где $P(\cdot)$ – вероятность, что изменение стоимости портфеля ΔP_T не превысит VaR порог.

Методы расчета метрики VaR можно разделить на четыре группы [10]:

1. Параметрические (дельта-нормальный метод, метод на основе моделей из семейства GARCH);
2. Непараметрические (метод исторического моделирования);
3. Полупараметрические (метод Монте-Карло, метод Халла – Уайта);
4. Методы, основанные на теории экстремальных значений (метод EVT).

Полупараметрические методы и методы, основанные на теории экстремальных значений, на данный момент считаются более точными, но в то же время и более сложными в реализации [11]. К этим методам прибегают крупные финансовые организации, имеющие разрешение регулятора на использование внутренних моделей оценки риска. Методы предполагают использование имитационного моделирования для построения различных возможных траекторий доходности актива с последующим анализом полученных эмпирических распределений. Полупараметрический метод Монте-Карло требует формирования предположений о рыночной структуре, стохастических процессах, взаимосвязях между факторами риска, их волатильности и других характеристик. Взаимосвязи оцениваются по ретроспективным или современным (рыночным) данным. Точность метрики в данном методе сильно зависит от выбора модели имитирования данных и количества симуляций [12].

Метод исторического моделирования основан на предположении о стационарности временных рядов доходностей актива и предполагает расчет метрики VaR на базе оцененного по историческим данным эмпирического распределения. Данный метод является наиболее простым в реализации и дает довольно точные оценки метрики для уровня значимости 95%. Дополнительным плюсом данного метода является отсутствие

каких-либо предположений о законе распределения активов и возможность «улавливать» толстые хвосты эмпирического распределения. Однако, метод исторического моделирования медленно реагирует на внезапные рыночные скачки и слабо отражает их в оценке метрики. Кроме того, для получения точных оценок метрики при помощи этого метода необходимо наличие исторических наблюдений изменения стоимости актива, что довольно часто является проблемой. Данный метод, например, не может быть использован, если в портфеле присутствуют новые или неликвидные инструменты, не обладающие исторической информацией в необходимом объеме. В таких случаях используются параметрические методы, основанные на предположении о заданном законе распределения для доходностей актива.

Использование параметрических методов является подходящим решением для финансовых институтов, желающих сохранить баланс между точностью расчета метрики VaR и сложностью реализации. К параметрическим методам можно отнести:

1. Дельта-нормальный метод. Предполагает нормальное распределение доходностей активов;

2. Методы, предполагающие распределения, отличные от нормального (распределение Стьюдента, обобщенное *t* распределение);

3. Методы, предполагающие применение моделей семейства GARCH для оценки волатильности;

4. Методы, предполагающие применение моделей семейства GARCH для оценки волатильности с ошибками, отличными от нормального распределения.

Детальное описание каждого из методов можно найти в обзоре существующих методов оценки VaR [10]. Автор отмечает, что параметрические методы, использующие модели семейства GARCH с ошибками, распределенными по закону Стьюдента, дают более точные оценки метрики, чем методы с нормально распределенными ошибками. В данной статье авторы также остановились на анализе параметрических методов оценки VaR в силу следующего:

1. Данный метод согласуется с регуляторными требованиями как ЦБ, так и основных мировых регуляторов;

2. Относительно простой в реализации по сравнению с полупараметрическими методами;

3. При правильном выборе модели дает точные оценки метрики;

4. Наиболее распространен на практике, так как может быть применен в ряде случаев, когда использовать вариационный ряд для оценки VaR портфеля не представляется возможным.

При расчете VaR параметрическим методом изменение стоимости портфеля разбивается на составные части и представляется в следующем виде:

$$\Delta P_T = \sum_{l=1}^{N} \theta_l \times \Delta S_{T,l}, \tag{3}$$

где θ_l – доля *l*-го актива в портфеле, $\Delta S_{T,l}$ – доходность l-го актива на промежутке (0; *T*], *N* – общее количество инструментов в портфеле.

В таком представлении задача моделирования изменения стоимости портфеля сводится к моделированию динамики изменения базовых активов, для описания которых на

практике широко используются модели из класса регрессионных, такие как авторегрессионные модели (AR), авторегрессионные модели скользящего среднего (ARMA), авторегрессионные модели условной гетероскедастичности (GARCH) и другие [12]. Оценить параметры таких моделей можно при помощи двух основных статистических методов: метода наименьших квадратов (МНК) и метода максимального правдоподобия (ММП) [13]. При выполнении предположения о нормальности распределения регрессионных остатков, задающих динамику процесса, оба метода дают точные несмещенные оценки параметров модели. Однако согласно ряду исследований, в случае ненормального распределения остатков, оценки, полученные ММП, являются более устойчивыми [14, 15]. Кроме этого, на практике встречаются ситуации, когда при оценке параметров модели методом наименьших квадратов происходит перепараметризация модели, и полученные впоследствии прогнозные значения далеки от реальных.

В задаче поиска оптимального портфеля выполнение предположения о нормальности распределения остатков модели, задающих динамику процесса доходностей активов, входящих в портфель, необходимо не только для оценки параметров модели данных. Для оценки достаточности капитала требуется расчет VaR методом исторического моделирования для горизонта в 1 день и 10 дней [16]. Европейские регуляторные органы предписывают использовать три года данных для оценки VaR (порядка 750 наблюдений), чтобы снизить эффект от изменчивости динамики активов во времени. При этом для 10-дневного VaR независимых наблюдений получается всего 75 и хвост распределения оценивается крайне неточно, поэтому VaR на 10 дней рассчитывают из VaR на один день путём масштабирования с помощью формулы, которая выводится из предположения о нормальности доходностей активов [8]:

$$VaR_{10d} = VaR_{1d} \times \sqrt{10}\,. \tag{4}$$

Высокая значимость предположения о нормальности распределения остатков в задаче управления оптимальным портфелем послужила отправной точкой для проведения данного исследования. В рамках работы предположение о нормальности распределения было проверено для акций следующих российских компаний: Сбербанк, Газпром, Норильский Никель и Роснефть за период с 20/07/2006 по 19/01/2019. Также был изучен эффект, оказываемый отклонением от нормальности на свойства оценки параметров модели и на оценку VaR на 10 дней. Для каждого из рассматриваемых активов анализ включал в себя решение следующих задач:

1. Расчет дневных абсолютных и относительных доходностей по формулам:

$$\begin{aligned} r_t^{abs} &= S_t - S_{t-1}, \\ r_t^{rel} &= \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1 \end{aligned}, \tag{5}$$

где S_t – цена акции в момент времени t. Все нижеследующие результаты исследований представлены как для относительных, так и для абсолютных доходностей, а соответствующий временной ряд обозначен как r_t.

2. Построение авторегрессионной модели первого порядка следующего вида:

$$r_t = \alpha_1 \times r_{t-1} + \varsigma_t, \quad (6)$$

где α_1 – параметр авторегрессии, ς_t – остатки регрессии.

3. Проверка предположения о стационарности остатков ς_t. В случае выполнения предположения переходим к пункту 4.

4. Проверка предположения о нормальности распределения остатков ς_t. В случае невыполнения предположения выполняются задачи 5, 6.

5. Подбор распределения, которое воспроизводит динамику восстановленных остатков ς_t.

6. Оценка влияния невыполнения предположения о нормальности остатков на свойства оценки параметров модели авторегрессии по методу МП.

Оценка смещения VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности.

В таблице 1 представлены полученные оценки параметра модели авторегрессии первого порядка для абсолютных и относительных дневных доходностей акций Газпрома, Сбербанка, Норильского Никеля и Роснефти.

Таблица 1. Оценки параметров AR(1)

	Газпром	НорНикель	Сбербанк	Роснефть
Абсолютные доходности				
α_1	0.015	0.021	0.045	0.029
p-значение	0.42	0.25	0.01	0.11
Относительные доходности				
α_1	0.02	0.11	0.03	0.01
p-значение	0.18	0.00	0.10	0.67

Для проверки стационарности остатков использовались три теста: расширенный тест Дики-Фуллера (ADF), Квятковский-Филлипс-Шмидт-Шин тест (KPSS), тест Филлипса-Перрона (PP) [17]. Для ADF и PP тестов нулевой гипотезой является наличие единичного корня, что говорит о нестационарности временного ряда. В KPSS тесте, напротив, нулевой гипотезой является предположение о стационарности временного ряда или, другими словами, отсутствие единичного корня. Поэтому, на уровне значимости $\alpha = 0.05$ временной ряд можно считать стационарным, если *p*-значение удовлетворяет условиям, приведенным в таблице 2.

Таблица 2. Критерии тестов на стационарность

	ADF	KPSS	PP
p-значение	< 0.05	> 0.05	< 0.05

Результаты тестов представлены в таблице 3.

В обоих случаях, как для абсолютных доходностей, так и для относительных, можно сделать вывод, что нет повода считать остатки регрессии нестационарными.

Проверим предположение о нормальности распределения остатков регрессии. Для каждого из рассматриваемых инструментов на рисунке 1 изображены плотность нормального стандартного распределения (пунктирная линия) и эмпирическая плотность

распределения стандартизованных остатков (столбчатые гистограммы), полученных по следующей формуле:

$$\varepsilon_t = \frac{\varsigma_t - \hat{m}_\varsigma}{\hat{\sigma}_\varsigma}, \tag{7}$$

где $\hat{m}_\varsigma$ – выборочное среднее, а $\hat{\sigma}_\varsigma$ – выборочное стандартное отклонение остатков ς_t.

Таблица 3. Результаты тестов на стационарность

	Газпром	НорНикель	Сбербанк	Роснефть
Абсолютные доходности				
p-значение ADF	0.00	0.00	0.00	0.00
p-значение KPSS	0.10	0.10	0.10	0.10
p-значение PP	0.00	0.00	0.00	0.00
Относительные доходности				
p-значение ADF	0.00	0.00	0.00	0.00
p-значение KPSS	0.10	0.10	0.10	0.10
p-значение PP	0.00	0.00	0.00	0.00

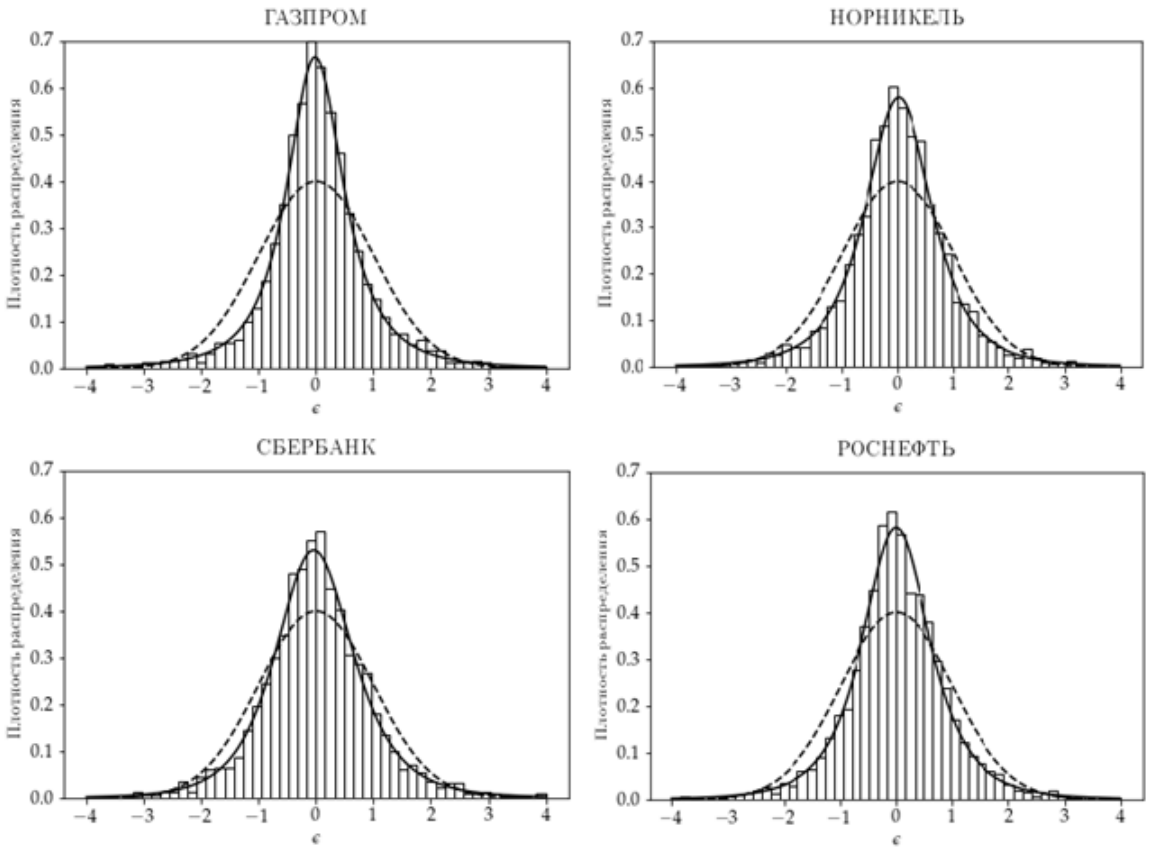


Рис. 1. Плотность нормального стандартного распределения (пунктирная линия), теоретическая плотность распределения Джонсона SU (сплошная линия), эмпирическая плотность распределения стандартизованных шумов, полученных на асболютных доходностях (столбчатые гистограммы).

Из рисунка 1 видно, что наблюдаемые распределения являются более остроконечными по сравнению с распределением Гаусса.

Сформулируем статистическую гипотезу о принадлежности распределения остатков, задающих динамику процесса доходностей активов перечисленных компаний к нормальному распределению:

$$H_0 : \varsigma_t^i \sim N\left(\mu, \sigma^2\right). \tag{8}$$

Для проверки гипотезы будем использовать тест Колмогорова – Смирнова. Это непараметрический тест, предназначенный для проверки простых гипотез о принадлежности анализируемой выборки некоторому полностью известному закону распределения [13]. В нашем случае статистика критерия Колмогорова – Смирнова определяется следующим образом:

$$D_n = \sup_x \left| F_n\left(x\right) - \Phi\left(x\right) \right|, \tag{9}$$

где n – количество наблюдений, $F_n(x)$ – эмпирическая функция распределения, а $\Phi(x)$ – функция распределения нормального закона.

Если гипотеза справедлива, то предельным распределением статистики Колмогорова $\sqrt{n}D_n$ будет являться распределение Колмогорова $K(t)$, а p-значение ожидается не меньше заданного уровня значимости α. В таблице 4 приведены полученные при проверке гипотезы H_0 p-значения для остатков построенных моделей доходностей акций Сбербанка, Газпрома, Норильского Никеля и Роснефти для уровня значимости α = 0.05 (p-значение, $H_0 : \varsigma_t^i \sim N(\mu, \sigma^2)$).

Таблица 4. Результаты проверки гипотезы о нормальности распределения шумов

	Газпром	НорНикель	Сбербанк	Роснефть
p-значение, $H_0 : \varsigma_t^i \sim N(\mu, \sigma^2)$.				
Абсолютные доходности	0.00	0.00	0.00	0.00
Относительные доходности	0.00	0.00	0.00	0.00
Выборочное значение статистики критерия				
Абсолютные доходности	5.51	4.55	3.64	4.29
Относительные доходности	4.62	4.73	5.58	5.47

Как видно из таблицы, полученные p-значения меньше заданного уровня значимости, следовательно, нулевая гипотеза H_0 может быть отвергнута в обоих случаях: как для абсолютных, так и для относительных доходностей.

На основе полученных результатов можно сделать вывод, что предположение о нормальности распределения шумов, задающих динамику процессов доходностей акций рассматриваемых компаний, не выполняется, то есть вместо нормального распределения при моделировании необходимо использовать другое распределение, верно описывающее эмпирические характеристики наблюдаемых процессов.

Для описания поведения финансовых временных рядов зачастую на практике используют гибкие распределения, имеющие более остроконечную вершину [18,19]. Так большую популярность имеют так называемые устойчивые распределения [20], однако их использование вызывает ряд затруднений из-за бесконечной дисперсии (за исключением нормального распределения, которое также является устойчивым), что не позволяет использовать многие полезные вероятностные/статистические методы, ведь они получены в предположении конечности дисперсии.

Другим примером гибких распределений является семейство распределений, предложенных Н.Л. Джонсоном [21]. В [18] авторами исследований было показано, что распределение Джонсона дает более точную оценку меры риска VaR в сравнении с нормальным распределением и распределением Стьюдента. Автор статьи [19] показал, что семейство распределений Джонсона является более предпочтительным в использовании для оценки VaR и ES в сравнении с аналогичными методами, также использующими метод моментов для воспроизведения эмпирического распределения доходностей портфеля.

Семейство распределений Джонсона вводится через преобразование стандартной нормально распределенной случайной величины. Пусть ξ – случайная величина, которая принадлежит семейству распределений Джонсона. В общем случае она задается выражением [22]:

$$\begin{aligned} &\zeta = \gamma + \eta \times \tau(\xi, \varepsilon, \lambda), \\ &-\infty < \gamma < \infty, \quad \eta, \lambda > 0, \quad -\infty < \varepsilon < \infty \end{aligned} \tag{10}$$

где $\tau(\cdot)$ некоторая функция, γ, η, ε, λ – параметры распределения, $\zeta \sim N(0, 1)$.

В зависимости от вида функции $\tau(\cdot)$ существуют три различные семейства распределений Джонсона *SL*, *SB*, *SU*:

$$\begin{aligned} &SL : \tau_1(\xi, \varepsilon, \lambda) = \ln\left(\frac{\xi - \varepsilon}{\lambda}\right), \xi \geq \varepsilon \\ &SB : \tau_2(\xi, \varepsilon, \lambda) = \ln\left(\frac{\xi - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - \xi}\right), \varepsilon \leq \xi \leq \lambda + \varepsilon \\ &SU : \tau_3(\xi, \varepsilon, \lambda) = Arsh\left(\frac{\xi - \varepsilon}{\lambda}\right), -\infty \leq \xi \leq \infty \end{aligned} \tag{11}$$

Для выбора семейства распределения пользуются двумя способами: графическим и аналитическим. Оба способа основаны на зависимости коэффициента эксцесса от квадрата коэффициента асимметрии [23], которые обозначаются через a_4 и a_3 соответственно. При графическом способе используется диаграмма в плоскости эксцесс ~ асимметрия в квадрате ($a_4 \sim a_3$) при аналитическом способе используется линейная зависимость в виде:

$$a_4 > 3 \times (1 + 0.641 \times a_3^2) \tag{12}$$

Правило выбора семейства распределения аналитическим способом сформулировано в таблице 5 [24].

Таблица 5. Условия выбора семейства распределения Джонсона

Условие	Соответствующее семейство распределений
$a_4 > 3\times(1+0.641\times a_3^2)$	*SU*
$a_4 \approx 3\times(1+0.641\times a_3^2)$	*SL*
$a_4 < 3\times(1+0.641\times a_3^2)$	*SB*
$a_4 < 1 + a_3$	Распределение Джонсона неприменимо

В таблице 6 для каждого из рассмотренных активов представлены выборочные значения коэффициента эксцесса и асимметрии, значения решающих правил и выбранное на их основе семейство распределения Джонсона.

Оценки параметров распределения Джонсона *SU*, полученные для эмпирических данных, а также результаты проверки гипотезы $H_0: \varsigma_t \sim JSU(\gamma, \xi, \varepsilon. \lambda)$ о принадлежности распределению Джонсона *SU* с оцененными параметрами представлены в таблицах 7, 8. Так как полученные *p*-значения больше традиционного в финансах уровня значимости можно сделать вывод, что гипотеза $H_0: \varsigma_t \sim JSU(\gamma, \xi, \varepsilon. \lambda)$ не отвергается. На рисунке 1 сплошной линией изображена теоретическая плотность распределения Джонсона *SU* с параметрами из таблицы 7. Из этого рисунка видно, что теоретическая плотность хорошо воспроизводит гистограмму, построенную по историческим данным.

Таблица 6. Выбор семейства распределения Джонсона для абсолютных и относительных доходностей акций компаний Сбербанк, Газпром, Норильский Никель и Роснефть

Характеристики	Газпром		НорНикель		Сбербанк		Роснефть	
	Абс.	Отн.	Абс.	Отн.	Абс.	Отн.	Абс.	Отн.
a_3	–0.04	0.75	–0.82	–0.31	0.49	2.48	–1.98	0.81
a_4	17.68	24.67	16.34	16.89	12.72	57.02	43.61	22.63
$3\times(1+0.641\times a_3^2)$	3.00	4.09	4.30	3.18	3.46	14.83	10.54	4.25
$1 + a_3$	0.96	1.75	0.18	0.69	1.49	3.48	–0.98	1.81
Выбранное распределение	*SU*		*SU*		*SU*		*SU*	

Таблица 7. Параметры распределения Джонсона *SU*, *p* -значения проверки гипотез о принадлежности к распределению Джонсона (абсолютные доходности)

Параметры распределения Джонсона	Газпром	НорНикель	Сбербанк	Роснефть	Среднее значение
γ	–0.04	0.02	–0.09	–0.03	–0.03
η	1	1	1	1	1
ξ	1.04	1.25	1.41	1.29	1.25
ε	–0.03	0.03	–0.08	–0.02	–0.03
λ	0.62	0.86	1.06	0.88	0.86
p-значение, $H_0: \varsigma_t \sim JSU(\gamma, \xi, \varepsilon. \lambda)$	0.31	0.88	0.95	0.57	

Таблица 8. Параметры распределения Джонсона *SU*, *p* -значения проверки гипотез о принадлежности к распределению Джонсона (относительные доходности)

Параметры распределения Джонсона	Газпром	НорНикель	Сбербанк	Роснефть	Среднее значение
γ	–0.09	–0.03	–0.09	–0.04	–0.06
η	1	1	1	1	1
ξ	1.16	1.10	1.14	1.09	1.13
ε	–0.08	–0.02	–0.08	–0.04	–0.05
λ	0.73	0.68	0.67	0.66	0.68
p-значение, $H_0: \varsigma_t \sim JSU(\gamma, \xi, \varepsilon. \lambda)$	0.43	0.32	0.79	0.83	

При использовании параметрических методов расчета VaR необходимо оценить параметры выбранной модели данных, и на практике часто прибегают к нормальному распределению. Предположение о нормальности зачастую используется при построении оценок ММП, например, для модели авторегрессии, которая широко используется в финансах. При этом оценка обладает полезным свойством асимптотической нормальности [25], которое используется для построения доверительных интервалов. В случае, когда предположение о нормальности нарушено, но всё же используется в ММП, предельное распределение ошибки оценивания может быть отличным от нормального, что приведет к искаженной оценке доверительных интервалов. Тест, предложенный авторами статьи и описанный ниже, позволяет оценить влияние нарушения предположения о нормальности распределения шумов на ММП оценки параметров модели данных (рассмотрен случай модели авторегресии первого порядка), что, в свою очередь, приводит к изменению точности в оценке VaR портфеля параметрическим методом.

Тест включает в себя выполнение следующих шагов:

1. Генерация *n* Монте-Карло траекторий (на *m* точек) процесса AR (1) с заданными параметрами модели α_1 и параметрами распределения остатков γ, ξ, ε, λ.
2. Построение оценки параметра модели $\hat{\alpha}_1$ методом максимального правдоподобия на каждой траектории, в предположении, что:

а) остатки имеют нормальное распределение;

б) остатки имеют распределение Джонсона SU.

3. Расчет ошибки оценивания $\alpha_1 - \hat{\alpha}_1$ на каждой траектории для случаев а) и б).
4. Расчет выборочных стандартных отклонений $\sigma_{\text{норм}}$ и σ_{JSU} по набору ошибок оценивания, полученных на шаге 3.
5. Расчет метрики потери точности в оценке параметра по следующей формуле:

$$\Delta_\sigma = \frac{\sigma_{\text{норм}}}{\sigma_{JSU}} - 1. \quad (13)$$

Параметры, использованные для проведения теста, описаны в таблице 9. В качестве параметров распределения остатков использовались усредненные параметры распределения остатков из таблиц 7, 8.

Таблица 9. Настройки теста

	α_1	n	m	γ	ξ	ε	λ	η
Абс. доходности	[–0.9; 0.9]	10 000	750	–0.03	1.25	–0.03	0.86	1
Отн. доходности	[–0.9; 0.9]	10 000	750	–0.06	1.13	–0.05	0.68	1

На рисунке 2 изображена зависимость метрики потери точности в оценке параметра авторегрессии Δ_σ (слева) и выборочных стандартных отклонений σ (справа) от значения истинного параметра регрессии. Маркерами обозначено значение выборочного стандартного отклонения ошибки оценивания в предположении нормальности распределения шумов, а сплошной линией – в предположении распределения Джонсона.

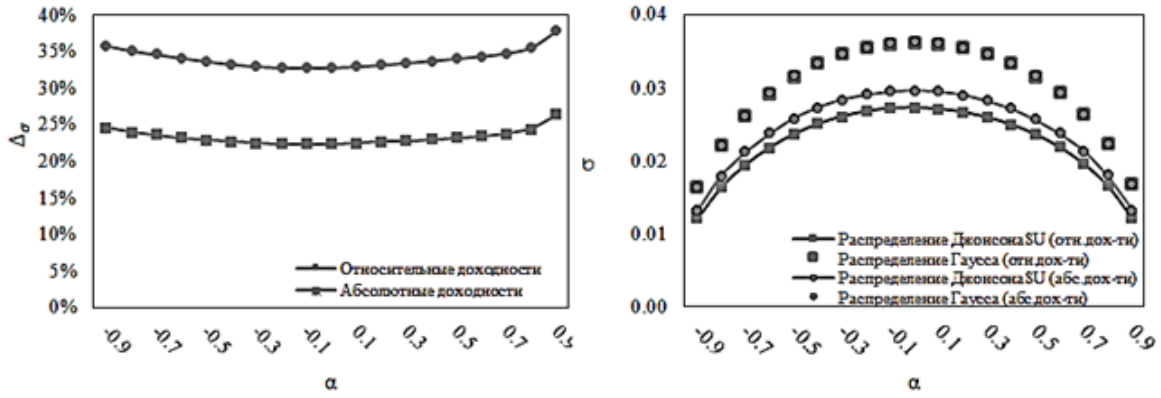


Рис. 2. Зависимость метрики потери точности в оценке параметра авторегрессии (слева) и выборочных стандартных отклонений от значения истинного параметра регрессии (справа).

Как видно из рисунка 2, при невыполнении предположения о нормальности остатков, задающих динамику процесса, потеря в точности оценки параметров меняется в интервале от 22% до 26% для абсолютных и от 33% до 37% для относительных доходностей активов при изменении параметра α_1 в интервале [–0.9; 0.9].

На рисунке 3 пунктирной линией изображена скорость сходимости оценки параметра регрессии (уменьшения разброса относительно его истинного значения) в зависимости от размера выборки m в предположении нормальности распределения остатков, а сплошной – в предположении распределения Джонсона.

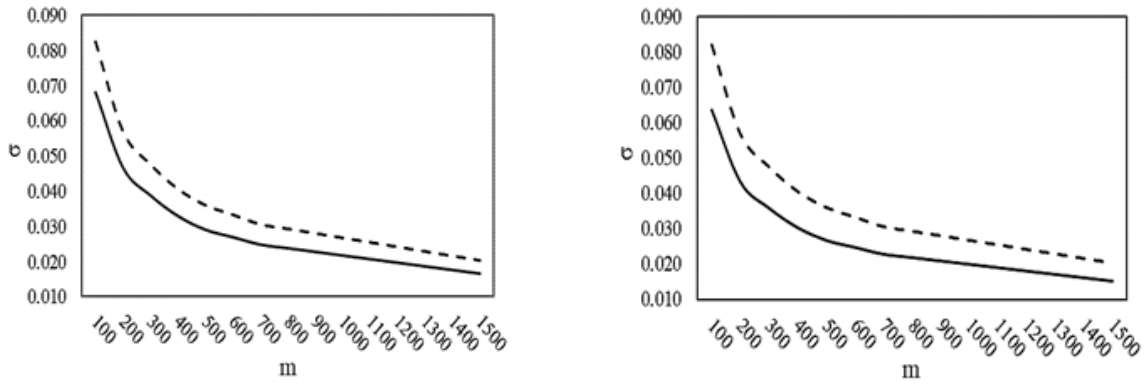


Рис. 3. Скорость сходимости оценки параметра регрессии в зависимости от размера выборки (слева для абсолютных доходностей, справа для относительных).

Как видно из рисунка 3, стандартное отклонение ошибки оценивания в предположении, что шумы имеют распределение Джонсона быстрее, стремится к нулевому значению.

Для оценки смещения метрики VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности авторами данной статьи предлагается тест, включающий в себя выполнение следующих шагов:

1. Генерация траектории однодневных абсолютных/относительных доходностей (на 10 млн. точек), описываемых процессом AR (1) с заданным параметром модели α_1 и параметрами шума γ, ξ, ε, λ.

2. Расчет траектории десятидневных доходностей из однодневных доходностей на непересекающемся окне в десять точек.

3. Расчет квантилей уровня 1%, 5%, 95%, 99% на выборках однодневных и десятидневных доходностей.

4. Расчет аппроксимации квантилей уровня 1%, 5%, 95%, 99% для десятидневных доходностей по формуле (6).

Для проведения теста использовались усредненные по активам параметры распределения шума из таблиц 7 и 8, а также коэффициент регрессии $\alpha_1 = 0.06$ Результаты теста представлены в таблицах 10 и 11.

Таблица 10. Оценка смещения метрики VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности (параметры распределения оценены на абсолютных доходностях)

Квантили распределения VaR_{10d}	Истинное значение	Аппроксимация	Ошибка
5% квантиль	–197.03	–184.14	–7%
95% квантиль	202.98	190.21	–6%
1% квантиль	–296.48	–332.43	12%
99% квантиль	306.66	345.73	13%

Таблица 11. Оценка смещения метрики VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности (параметры распределения оценены на относительных доходностях)

Квантили распределения VaR_{10d}	Истинное значение	Аппроксимация	Ошибка
5% квантиль	–0.11	–0.11	–4%
95% квантиль	0.14	0.12	–13%
1% квантиль	–0.17	–0.21	19%
99% квантиль	0.21	0.23	6%

Из таблиц 10, 11 видно, что нарушение предположения о нормальности распределения в зависимости от уровня значимости приводит как к недооценке, так и переоценке риска. Из результатов теста, полученных для относительных доходностей, видно влияние несимметричности распределения на оценку метрики на разных уровнях значимости. Этот факт необходимо учитывать, например, если метрика VaR используется в качестве шокового значения риск фактора портфеля для расчета регуляторного капитала на основе дельта-метода. В этом случае шоковое значение будет отличаться в зависимости от занятой позиции относительно риск фактора (покупка, продажа).

В таблице 12 приведены интервалы плотности распределения, для которых наблюдается недооценка и переоценка риска с указанием экстремальных значений смещения метрики, полученные в результате численных экспериментов.

Рисунки 4, 5 демонстрируют результаты, полученные выше.

Таблица 12. Интервалы и максимальные значения смещения метрики VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности

Вид доходностей	Недооценка риска		Переоценка риска	
	Интервал	Мин. значение, %	Интервал	Макс. значение, %
Абсолютные	[2.8%; 97.2%]	–15.5	[0.1%; 2.8%) ⋃ (97.2%; 99.9%]	42.3
Относительные	[3.7%, 98.4%]	–21.1	[0.1%; 3.7%) ⋃ (98.4%; 99.9%]	56.6

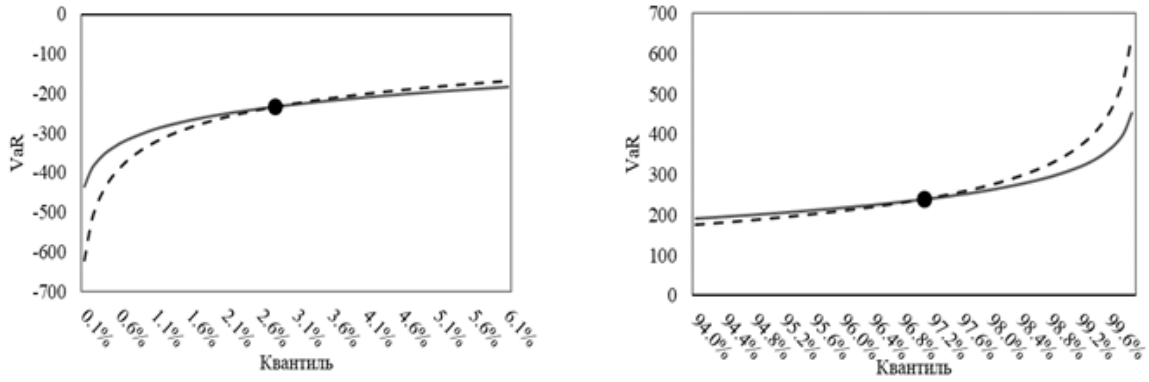


Рис. 4. Истинное значение VaR (сплошная линия) и его аппроксимация (пунктирная линия). Параметры распределения оценены на абсолютных доходностях.

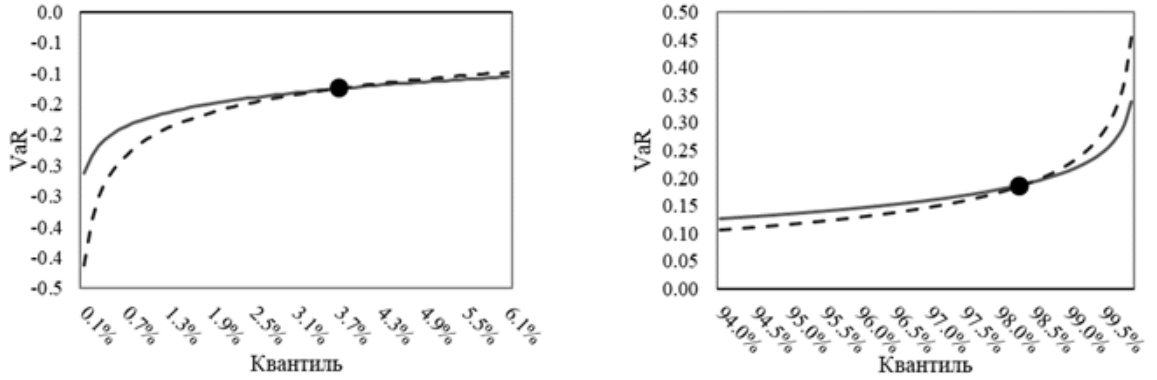


Рис. 5. Истинное значение VaR (сплошная линия) и его аппроксимация (пунктирная линия). Параметры распределения оценены на относительных доходностях.

Заключение

В настоящей статье показано, как нарушение предположения о нормальности распределения активов, широко используемое для прогнозирования финансовых временных рядов, влияет на точность оценки параметров модели авторегрессии, а также на оценку риска инвестиционного портфеля. Для данного исследования в качестве альтернативного распределения было рассмотрено семейство распределений Джонсона, которое согласуется с эмпирическим распределением доходностей акций российских компаний. Для анализа

в работе были использованы данные о стоимости акций компаний Сбербанк, Газпром, Норильский Никель и Роснефть за период с 20/07/2006 по 19/01/2019.

Согласно результатам тестов, представленных в статье, нарушение предположения о нормальности распределения активов приводит к потере в точности оценки параметра модели авторегрессии в интервале [22%; 26%] для абсолютных доходностей и [33%; 38%] для относительных доходностей при изменении параметра авторегрессии в интервале [–0.9; 0.9]. Более того, показано, что на уровне значимости 5% (95%) метрика VaR, полученная в предположении о нормальности распределения доходностей активов, недооценивает истинный риск портфеля на 7% (6%) для абсолютных доходностей и 4% (13%) для относительных доходностей.

Полученные результаты подтверждают важность правильного выбора распределения доходностей активов во избежание как недооценки, так и переоценки риска инвестиционного портфеля.

Литература:

1. Указание Банка России от 15 апреля 2015 г. 3624-У «О требованиях к системе управления рисками и капиталом кредитной организации и банковской группы» (с изменениями и дополнениями).

2. Газетова М.А. Понятие и методы портфельного инвестирования. *Научно-методический электронный журнал «Концепт».* 2016;6:31-35. URL: http://e-koncept.ru/2016/56042.htm.

3. Казаков В. А., Тарасов А.В., Зубицкий А.Б. Теоретические аспекты осуществления портфельных инвестиций. *Финансы и кредит.* 2016;7(211):27-32.

4. Markowitz H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance.* 1952;7(1):77-91. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x

5. Merton R. Continuous-time Finance. Oxford, U.K.: Basil Blackwell; 1990. 535 p.

6. Бронштейн Е.М., Тулупова Е.В. О формировании портфелей российских ценных бумаг на основе комбинированных квантильных мер риска. *Аудит и финансовый анализ.* 2014;3:115-120.

7. Bronshtein E.M., Kachkaeva M.M., Tulupova E.V. Control of investment portfolio based on complex quantile risk measures. *J. Comput. Syst. Sci. Int.* 2011;50(l):174-180. https://doi.org/10.1134/S1064230711010084

8. Basel Committee on Banking Supervision. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. Basel, Switzerland. June, 2004. 285 p.

9. Тимиркаев Д.А. Использование моделей волатильности для оценки рыночного риска. *Экономический анализ: Теория и практика.* 2010;24(189):44-53.

10. Дробыш И. Современные методы расчета величины Value at Risk при оценке рыночных рисков. *Труды ИСА РАН.* 2018;68(3):51-62. https://doi.org/10.14357/20790279180305

11. McNeil A., Frey R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *J. Empirical Finance.* 2000;7(3-4):271-300. https://doi.org/10.1016/S0927-5398(00)00012-8

12. Ma J., Kim H.M. Predictive Model Selection for Forecasting Product Returns. *J. Mech. Des.* 2016;138(5): 054501. https://doi.org/10.1115/1.4033086

13. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: Изд-во "ЮНИТИ", 1998. 656 с.

14. Барышева А.Е., Марков А.С. Проблема изменчивости волатильности активов в задаче динамического управления портфелем Марковица. Труды Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные технологии принятия решений в цифровой экономике». Юрга, 2018. С. 255-257.

15. Markov A.S. Evaluation of the autoregression parameter with infinite noise dispersion. *Autom. Remote Control.* 2009;1:92-106. https://doi.org/10.1134/S000511790901007X

16. Basel Committee on Banking Supervision. Standards. Minimum capital requirements for market risk. January 2016. 92 p. URL: https://www.bis.org/bcbs/publ/d457.pdf

17. Arltová M., Fedorová, D. Selection of Unit Root Test on the Basis of Length of the Time Series and Value of AR(1) Parameter. *STATISTIKA.* 2016;96(3):47-64.

18. Abad P., Benito S., López C. Evaluating the performance of the skewed distributions to forecast Value at Risk in the Global Financial Crisis. *J. Risk.* 2016;18(5):1-28. https://doi.org/10.21314/J0R.2016.332

19. Simonato J.-G. The Performance of Johnson Distributions for Computing Value at Risk and Expected Shortfall. *J. Deriv.* 2011;19(1):7-24. https://doi.org/10.3905/jod.2011.19.1.007

20. Borak S., Härdle W.K., Weron R. Working Paper. Stable distributions. SFB 649 Discussion Paper № 2005-008. Economic Risk, Berlin. URL: http://hdl.handle.net/10419/25027

21. Johnson N.L. Bivariate distributions based on simple translation systems. *Biometrika.* 1949;36(3-4):297-304. https://doi.org/10.1093/biomet/36.3-4.297

22. Burkatovskaya Yu.B., Markov N.G., Morozov A.S., Serykh A.P. Application of Johnson Distributions to the Problem of Aerospace Images Classification. *Bulletin of Tomsk Polytechnic University.* 2007;311(5):69-73.

23. Приходько С.Б., Макарова Л.Н., Приходько А.С. Аналитическая зависимость для выбора семейства распределений Джонсона. *ПРОБЛЕМИ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ.* 2016;20:105-110.

24. Телегин А.В., Сальников В.Г., Денчик Ю.М. Применение распределения Джонсона для определения стохастических параметров дуговых замыканий. Эффективное и качественное снабжение и использование электроэнергии: сб. докл. 5-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках специализир. форума «Expo Build Russia» (Екатеринбург. 14 апреля 2016 г.). Екатеринбург: Издательство УМЦ УП. 2016. С. 243-246.

25. Anderson T.W. On asymptotic distribution of estimates of parameters of stochastic difference equations. *Ann. Math. Statist.* 1959;30(3):676-687.

References:

1. Bank of Russia, Guideline 3624-U "On the requirements for the risk management and capital management system of a credit institution and a banking group" (with amendments and additions). 2015.

2. Gazetova M.A. The concept and methods of portfolio investment. *Nauchno-metodicheskii elektronnyi zhurnal «Kontsept» = Scientific and methodological electronic journal "Concept".* 2016;6:31-35. URL: http://e-koncept.ru/2016/56042.htm. (in Russ.).

3. Kazakov V.A., Tarasov A.V., Zubitsky A.B. Theoretical Aspects of Portfolio Investment Implementation. *Finansy i kredit = Finance and Credit.* 2016;7(211):27-32 (in Russ.).

4. Markowitz H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance.* 1952;7(1):77-91. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x

5. Merton R. Continuous-time Finance. Oxford, U.K.: Basil Blackwell; 1990. 535 p.

6. Bronstein E.M., Tulupova E.V. On the forming of portfolios of the russian securities based on the complex quantile risk measures. *Audit i finansovyi analiz = Audit and financial analysis.* 2014;3:115-120 (in Russ.).

7. Bronshtein E.M., Kachkaeva M.M., Tulupova E.V. Control of investment portfolio based on complex quantile risk measures. *J. Comput. Syst. Sci. Int.* 2011;50(l):174-180. https://doi.org/10.1134/S1064230711010084

8. Basel Committee on Banking Supervision. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. Basel, Switzerland. June, 2004. 285 p.

9. Timirkaev D.A. Using Volatility Models to Assess Market Risk. *Ekonomicheskii analiz: Teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice.* 2010;24(189):44-53 (in Russ.).

10. Drobysh I.I. Advanced methods of calculating Value at Risk in market risk estimation. *Trudy Instituta sistemnogo analiza rossiyskoy akademii nauk = Proceeding of the Institute for Systems Analysis of RAS.* 2018;68(3):51-62. https://doi.org/10.14357/20790279180305 (in Russ.).

11. McNeil A., Frey R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *J. Empirical Finance.* 2000;7(3-4):271-300. https://doi.org/10.1016/S0927-5398(00)00012-8

12. Ma J., Kim H.M. Predictive Model Selection for Forecasting Product Returns. *J. Mech. Des.* 2016;138(5): 054501. https://doi.org/10.1115/1.4033086

13. Aivazyan S.A., Mkhitaryan V.S. *Prikladnaya statistika i osnovy ekonometriki* (Applied Statistics and Econometrics Foundations). Moscow: UNITY Publishing House; 1998. 656 p. (in Russ.).

14. Barysheva A.E., Markov A.S. The asset volatility problem in the dynamic Markowitz portfolio management. In: Trudy Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konfentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh «Sovremennye tekhnologii prinyatiya reshenii v tsifrovoi ekonomike» (Proc. All-Russian Scientific and Practical Conference of Students, Postgraduates and Young Scientists "Modern Decision-Making Technologies in the Digital Economy"). Yurga; 2018. P. 255-257(in Russ.).

15. Markov A.S. Evaluation of the autoregression parameter with infinite noise dispersion. *Autom. Remote Control.* 2009;1:92-106. https://doi.org/10.1134/S000511790901007X

16. Basel Committee on Banking Supervision. Standards. Minimum capital requirements for market risk. January 2016. 92 p. URL: https://www.bis.org/bcbs/publ/d457.pdf

17. Arltová M., Fedorová, D. Selection of Unit Root Test on the Basis of Length of the Time Series and Value of AR(1) Parameter. *STATISTIKA.* 2016;96(3):47-64.

18. Abad P., Benito S., López C. Evaluating the performance of the skewed distributions to forecast Value at Risk in the Global Financial Crisis. *J. Risk.* 2016;18(5):1-28. https://doi.org/10.21314/J0R.2016.332

19. Simonato J.-G. The Performance of Johnson Distributions for Computing Value at Risk and Expected Shortfall. *J. Deriv.* 2011;19(1):7-24. https://doi.org/10.3905/jod.2011.19.1.007

20. Borak S., Härdle W.K., Weron R. Working Paper. Stable distributions. SFB 649 Discussion Paper № 2005-008. Economic Risk, Berlin. URL: http://hdl.handle.net/10419/25027

21. Johnson N.L. Bivariate distributions based on simple translation systems. *Biometrika.* 1949;36(3-4):297-304. https://doi.org/10.1093/biomet/36.3-4.297

22. Burkatovskaya Yu.B., Markov N.G., Morozov A.S., Serykh A.P. Application of Johnson Distributions to the Problem of Aerospace Images Classification. *Bulletin of Tomsk Polytechnic University.* 2007;311(5):69-73.

23. Prikhod'ko S.B., Makarova L.N., Prikhod'ko A.S. The Analytical Dependence for Choosing the Johnson Distribution Family. *PROBLEMI INFORMATsIINIKh TEKhNOLOGII = PROBLEMS OF INFORMATION TECHNOLOGIES.* 2016;20:105-110 (in Russ.).

24. Telegin A.V., Salnikov V.G., Denchik Yu.M. Application of the Johnson distribution to determine the stochastic parameters of arc closures. In: Effective and high-quality supply and use of electricity: Proc. 5th Intern. scientific-practical conf. within the specialty. Forum "Expo Build Russia" (Ekaterinburg, April 14, 2016). Ekaterinburg: UMTs UP Publishing house; 2016. P. 243-246.

25. Anderson T.W. On asymptotic distribution of estimates of parameters of stochastic difference equations. *Ann. Math. Statist.* 1959;30(3):676-687.

Об авторах:

Барышева Александра Евгеньевна, аспирант Инженерной школы ядерных технологий Национального исследовательского Томского политехнического университета (634050, Россия, Томск, пр. Ленина, д. 2); программист-аналитик компании ООО «ЭКО – ТОМСК» (634034, Россия, Томск, пр. Ленина, д. 60/1, оф. 401).

Марков Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук, руководитель направления валидации математических моделей ООО «ЭКО – ТОМСК» (634034, Россия, Томск, пр. Ленина, д. 60/1, оф. 401).

Мицель Артур Александрович, доктор технических наук, профессор Инженерной школы ядерных технологий Национального исследовательского Томского политехнического университета (634050, Россия, Томск, пр. Ленина, д. 2)

About the authors:

Alexandra E. Barysheva, Postgraduate Student, School of Nuclear Science & Engineering, National Research Tomsk Polytechnic University (2, Lenina pr., 634050 Tomsk, Russia); lead of model validation department in «Econophysica» Ltd. (Agency Court, Ferry Works, Summer Road, Thames Ditton, Surrey KT7 0QJ, United Kingdom).

Alexander S. Markov, Cand. Sci. (Physico-Mathematical), lead of model validation department in «Econophysica» Ltd. (Agency Court, Ferry Works, Summer Road, Thames Ditton, Surrey KT7 0QJ, United Kingdom).

Artur A. Mitcel, Dr. Sci. (Engineering), Professor, School of Nuclear Science & Engineering, National Research Tomsk Polytechnic University (2, Lenina pr., 634050 Tomsk, Russia).

ISSN 2500-316X (Online)

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-85-108

CC BY

УДК 539.3.

Модельные представления теплового удара в динамической термоупругости

Э.М. Карташов

МИРЭА – Российский технологический университет (Институт тонких химических технологий имени М.В. Ломоносова), Москва 119571, Россия
@Автор для переписки, e-mail: kartashov@mitht.ru

Статья посвящена математическим моделям теплового удара в терминах динамической термоупругости и их приложению к конкретным условиям интенсивного нагрева и охлаждения твердых тел. Предложена схема вывода уравнения совместности в напряжениях для динамических задач, обобщающего известное соотношение Бельтрами-Митчелла для квазистатических случаев. Предложенное соотношение может быть использовано для рассмотрения многочисленных частных случаев в теории теплового удара в декартовых координатах как для ограниченных тел канонической формы, так и для частично ограниченных. В качестве подробного исследования рассмотрен последний случай в условиях резкого температурного нагрева и охлаждения, теплового нагрева и охлаждения, нагрева и охлаждения средой. Проведены численные эксперименты и описан волновой характер распространения термоупругих волн. Описан малоизученный в термомеханике эффект релаксации границы твердого тела на внезапный нагрев и внезапное охлаждение. Установлено влияние указанного эффекта на максимум внутренних температурных напряжений, зависящих от параметров, характеризующих упругие и теплофизические свойства материалов, а также время нагрева и время охлаждения. Предложено «уравнение совместности» в перемещениях для исследования проблемы теплового удара в цилиндрической и сферической системах координат в телах при радиальном потоке теплоты и центральной симметрии. Сформулирована постановка обобщенной задачи в теории теплового удара, что представляет практический и теоретический интересы для многих направлений науки и техники.

Ключевые слова: тепловой удар, математические модели, динамическая термоупругость, эффект релаксации.

Для цитирования: Карташов Э.М. Модельные представления теплового удара в динамической термоупругости. *Российский технологический журнал.* 2020;8(2):85-108 https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-85-108

Model representations of heat shock in terms of dynamic thermal elasticity

Eduard M. Kartashov

MIREA – Russian Technological University (M.V. Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies), Moscow 119571, Russia
@Corresponding author, e-mail: kartashov@mitht.ru

This article is devoted to mathematical models of thermal shock in terms of dynamic thermoelasticity and their application to the specific conditions of intensive heating and cooling of solids. A scheme is proposed for deriving the compatibility equation in voltages for dynamic problems, which generalizes the well-known Beltrami-Mitchell relation for quasistatic cases. The proposed relation can be used to consider numerous special cases in the theory of thermal shock in Cartesian coordinates for both bounded canonical bodies and partially bounded ones. As a detailed study, the latter case was considered under conditions of abrupt temperature heating and cooling, thermal heating and cooling, and medium heating and cooling. Numerical experiments were carried out, and the wave nature of the propagation of thermoelastic waves was described. The effect of relaxation of the solid boundary on sudden heating and sudden cooling, which has been little studied in thermomechanics, is described. It is established that this effect influences the maximum of internal temperature stresses, which depend on the parameters characterizing the elastic and thermal properties of materials, as well as the heating time and cooling time. A "compatibility equation" in displacements was proposed to study the problem of thermal shock in cylindrical and spherical coordinate systems in bodies with a radial heat flow and central symmetry. The formulation of a generalized problem in the theory of thermal shock is formulated, which is of practical and theoretical interests for many areas of science and technology.

Keywords: thermal shock, mathematical models, dynamic thermoelasticity, relaxation effect.

For citation: Kartashov E.M. Model representations of heat shock in dynamic thermal elasticity. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2):85-108 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-85-108

Введение

Проблема термического удара – одна из центральных в термомеханике в связи с созданием мощных излучателей энергии и их использованием в различных технологических операциях. Ее исследования на основе моделей динамической и квазистатической термоупругости получили широкое развитие: изучены физические закономерности термонапряженного состояния в изотропных и анизотропных упругих телах на основе классических феноменологий Фурье [1–4] и Максвелла-Каттанео-Лыкова о конечной скорости распространения теплоты в твердых телах [5–7]; развита обобщенная теория сопряжения термомеханических полей с полями различной физической природы (электрических, магнитных) [8, 9]; сформулированы определяющие соотношения линеаризованной теории с учетом тепловой памяти [10]; установлена связь макроскопического поведения сплошной среды с внутренними параметрами состояния среды и скоростью их изменения во времени [11]. Интенсификация тепловых воздействий на элементы конструкций, создание новых технологических процессов, основанных на использовании высокоинтенсивных импульсных потоков энергии, стимулирует разработку соответству-

ющих модельных представлений для описания термической реакции конструкционных материалов, применяемых на практике. Систематизация результатов, накопленных в этой области термомеханики, дана в обзорах [12–15] и книге [1].

Определяющие соотношения динамической термоупругости

Пусть D – конечная или частично ограниченная выпуклая область пространства $M(x, y, z)$, описывающая реальное твердое тело и находящаяся в условиях термонапряженного состояния; S – кусочно-гладкая поверхность, ограничивающая область D, $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ – внешняя нормаль к S, вектор, непрерывный на S, $T(M,t)$ – распределение температуры в области D при $t > 0$; T_0 – начальная температура, при которой область находится в недеформированном и ненапряженном состоянии. Пусть $\sigma_{ij}(M,t)$, $\varepsilon_{ij}(M,t)$, $U_i(M,t)$ – соответственно, компоненты тензоров напряжения, деформации и вектора перемещения, удовлетворяющие основным уравнениям (несвязанной) термоупругости (в индексных обозначениях):

$$\sigma_{ij,j}(M,t) + F_i(M,t) = \rho \ddot{U}_i(M,t); \tag{1}$$

$$\varepsilon_{ij}(M,t) = (1/2)\left[U_{i,j}(M,t) + U_{j,i}(M,t)\right]; \tag{2}$$

$$\sigma_{ij}(M,t) = 2\mu\varepsilon_{ij}(M,t) + \left[\lambda\varepsilon_{ii}(M,t) - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T\left(T(M,t) - T_0\right)\right]\delta_{ij}, \quad M > D,\ t > 0, \tag{3}$$

где ρ – плотность; $\mu = G$, G – модуль сдвига; $\lambda = 2G\upsilon/(1-2\upsilon)$ – изотермические коэффициенты Ламе; υ – коэффициент Пуассона, при этом $2G(1+\upsilon) = E$; E – модуль Юнга; α_T – коэффициент линейного теплового расширения; δ_{ij} – символ Кронекера; $\bar{e}(M,t) = U_{ii}(M,t) = \varepsilon_{ii}(M,t)$ – объемная деформация, связанная с суммой нормальных напряжений $\bar{\sigma}(M,t) = \sigma_{nn}(M,t)(n = x, y, z)$ соотношением

$$\bar{e}(M,t) = \frac{1-2\upsilon}{E}\bar{\sigma}(M,t) + 3\alpha_T\left[T(M,t) - T_0\right]. \tag{4}$$

Исключая в (2) компоненты вектора перемещения, приходим к известному уравнению совместности деформаций в виде $\gamma_{pmj}\gamma_{qni}\varepsilon_{ij,mn}(M,t) = 0$, где γ_{ijk} – альтернативный (антисимметричный) тензор ($p,q,n,m = x,y,z$). Это уравнение можно расписать подробнее:

$$\varepsilon_{ij,mn} - \varepsilon_{im,jn} - \varepsilon_{nj,mi} + \varepsilon_{mn,ji} = 0. \tag{5}$$

Выразим из (3) деформации через напряжения

$$\varepsilon_{ij}(M,t) = \frac{1+\upsilon}{E}\sigma_{ij}(M,t) - \frac{\upsilon}{E}\sigma_{nn}(M,t)\delta_{ij} + \alpha_T\left[T(M,t) - T_0\right]\delta_{ij}. \tag{6}$$

Свернем в (5) в тензоры по индексам $m=n:\varepsilon_{ij,nn}-\varepsilon_{in,jn}-\varepsilon_{nj,ni}+\varepsilon_{nn,ji}=0$ и подставим правые части соотношения (6). Произведя преобразования с использованием (1), (2) и свойств тензорной алгебры, найдем следующее основное уравнение динамической термоупругости в напряжениях:

$$\begin{aligned}&(1+\upsilon)\sigma_{ij,nn}(M,t)+\sigma_{nn,ji}(M,t)+\frac{\upsilon(1+\upsilon)}{(1-\upsilon)}F_{n,n}(M,t)\delta_{ij}+\\&+(1+\upsilon)\left[F_{i,j}(M,t)+F_{j,i}(M,t)\right]+\\&+E\alpha_T\left[\frac{1+\upsilon}{1-\upsilon}\left(T(M,t)-T_0\right)_{,nn}\sigma_{ij}+\left(T(M,t)-T_0\right)_{,ij}\right]=\\&=\frac{(1+\upsilon)\rho}{2G}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[2\sigma_{ij}(M,t)-\frac{\upsilon}{1-\upsilon^2}\sigma_{nn}(M,t)\delta_{ij}+\frac{2G(2+\upsilon)}{1-\upsilon}\alpha_T\left(T(M,t)-T_0\right)\delta_{ij}\right],\\&M\in D,t>0,\end{aligned}\tag{7}$$

которое можно переписать в следующем виде

$$\begin{aligned}&(1+\upsilon)\Delta\sigma_{ij}(M,t)+\sigma_{,ij}(M,t)+\frac{\upsilon(1+\upsilon)}{1-\upsilon}div\vec{F}(M,t)\delta_{ij}+(1+\upsilon)\left[F_{i,j}(M,t)+F_{j,i}(M,t)\right]+\\&+\alpha_T E\left[\frac{1+\upsilon}{1-\upsilon}\Delta T(M,t)\delta_{ij}+\left(T(M,t)-T_0\right)_{,ij}\right]=\\&=\frac{(1+\upsilon)\rho}{2G}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[2\sigma_{ij}(M,t)-\frac{\upsilon}{1-\upsilon^2}\sigma(M,t)\delta_{ij}+\frac{2G(2+\upsilon)}{1-\upsilon}\alpha_T\left(T(M,t)-T_0\right)\sigma_{ij}\right],\\&\left(M\in D;\ t>0;\ i,j=1,2,3\right),\end{aligned}\tag{8}$$

где $\sigma(M,t)=\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33}$ – объемное напряжение.

Выражение (7) является обобщением уравнений Бельтрами-Митчелла на динамические задачи. Этот случай впервые рассмотрел В. Новацкий, используя уравнения эластокинетики в напряжениях [16], однако конечный результат имеет форму, отличную от (7) и менее удобную для практических приложений. В этом смысле уравнение (7) представляет самостоятельный интерес для термомеханики. Впрочем, для полноты изложения рассмотрим этот вопрос. В [16] предложено уравнение совместности в напряжениях для динамических задач в виде:

$$\begin{aligned}&\Xi_2^2\sigma_{ij}+\frac{2(\lambda+\mu)}{3\lambda+2\mu}\sigma_{nn,ij}+\left(\frac{1}{c_2^2}-\frac{1}{c_1^2}\right)\frac{\lambda\sigma_{ij}}{3\lambda+2\mu}\ddot{\sigma}_{nn}+2\mu\alpha_T\left(\Theta_{,ij}+\frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}\Theta_{,nn}\delta_{ij}\right)-\\&-\frac{5\lambda+4\mu}{\lambda+2\mu}\alpha_T\rho\delta_{ij}\ddot{\Theta}+\zeta_{ij}=0,\end{aligned}\tag{9}$$

где

$$\left.\begin{aligned}&\Xi_2^2=\left(\nabla^2-\frac{1}{c_2^2}\partial_1^2\right)-\text{оператор Даламбера};\ c_1^2=\frac{\lambda+2\mu}{\rho};\ c_2^2=\frac{\mu}{\rho};\Theta=T-T_0;\\&\zeta_{ij}=X_{i,j}+X_{j,i}+\frac{\lambda\delta_{ij}}{\lambda+2\mu}X_{r,r}.\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

Соотношение (9) менее удобно для практического использования и его можно свести к выражению (7). Для этого перепишем уравнение, используя обозначения [1]:

$$\sigma_{ij,mn}+\frac{2(\lambda+\mu)}{3\lambda+2\mu}\sigma_{nn,ij}+\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}F_{n,n}\delta_{ij}+F_{i,j}+F_{j,i}+2\mu\alpha_T\left[\frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}(T-T_0)_{,nn}\,\delta_{ij}+(T-T_0)_{,ij}\right]=$$
$$=\frac{1}{2c_2^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[2\sigma_{ij}-2c_2^2\left(\frac{1}{c_2^2}-\frac{1}{c_1^2}\right)\frac{\lambda}{3\lambda+2\mu}\sigma_{nn}\delta_{ij}+2c_2^2\frac{5\lambda+4\mu}{\lambda+2\mu}\rho\alpha_T(T-T_0)\delta_{ij}\right], \qquad (11)$$

$$\zeta_{ij}=X_{i,j}+X_{j,i}\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}X_{r,r}\delta_{ij}=F_{i,j}+F_{j,i}+\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}F_{n,n}\delta_{ij}\ . \qquad (12)$$

Учтем связь постоянных λ,μ и скоростей c_1, c_2 с техническими постоянными E, G, υ:

$$\frac{2(\lambda+\mu)}{3\lambda+2\mu}=\frac{1}{1+\upsilon};\ \frac{\lambda}{\lambda+2\mu}=\frac{\upsilon}{1-\upsilon};\ 2\mu=\frac{E}{1+\upsilon};\ \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}=\frac{1+\upsilon}{1-\upsilon},$$
$$\frac{1}{c_2^2}=\frac{\rho}{\mu}=\frac{\rho}{G};\ 2c_2^2\left(\frac{1}{c_2^2}-\frac{1}{c_1^2}\right)\frac{\lambda}{3\lambda+2\mu}=\frac{\upsilon}{1-\upsilon^2};\ 2c_2^2\frac{5\lambda+4\mu}{\lambda+2\mu}\rho=2G\frac{2+\upsilon}{1-\upsilon}.$$

Используя эти соотношения в (11), приходим к предложенному нами выражению (7):

$$\sigma_{ij,nn}+\frac{1}{1+\upsilon}\sigma_{nn,ij}+\frac{\upsilon}{1-\upsilon}F_{n,n}\delta_{ij}+F_{i,j}+F_{j,i}+\frac{E}{1+\upsilon}\alpha_T\left[\frac{1+\upsilon}{1-\upsilon}(T-T_0)_{,nn}\,\delta_{ij}+(T-T_0)_{,ij}\right]=$$
$$=\frac{\rho}{2G}\cdot\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[2\sigma_{ij}-\frac{\upsilon}{1-\upsilon^2}\sigma_{nn}\delta_{ij}+2G\frac{2+\upsilon}{1-\upsilon}\alpha_T(T-T_0)\delta_{ij}\right]. \qquad (13)$$

Термонапряженное состояние области D при $t>0$ может возникать при различных режимах теплового воздействия на границу S, создающих термический удар. К ним можно отнести наиболее распространенные на практике случаи [17, 18]: температурный нагрев $T(M,t)=T_c(t)$, $M\in S$, $t>0$, $(T_c(t)>T_0,\ t\geq 0)$; тепловой нагрев $\partial T(M,t)/\partial n=-(1/\lambda_T)q_0(t)$, $M\in S$, $t>0$, (λ_T – теплопроводность материала, $q_0(t)$ – величина теплового потока); нагрев средой $\partial T(M,t)/\partial n=-h[T(M,t)-T_c]$, $M\in S$, $t>0$, (h – относительный коэффициент теплообмена; T_c – температура окружающей среды ($T_c>T_0$)), а также от действия внутренних источников теплоты. В равной мере могут быть рассмотрены и случаи охлаждения твердого тела.

Уравнение (8), в принципе, справедливо в любой ортогональной системе координат, однако наиболее удобное приложение соотношения (8) для частных случаев реализуется в декартовой системе координат для тел канонической формы (бесконечная пластина; пространство, ограниченное изнутри плоской поверхностью и др.).

В качестве применения соотношения (8) рассмотрим случай, имеющий важное значение для многих практических приложений. Можно выделить класс задач, в которых сочетание теплофизических свойств материала, геометрических размеров конструкций и интересующая исследователя термическая реакция тела касается приповерхностных слоев, в которых происходит резкое (или достаточно интенсивное) изменение темпера-

туры и в которых сосредоточено основное количество теплоты, поглощенной во времена близкие к началу нагрева, и так как толщина приповерхностного слоя мала по сравнению с размерами тела, то в этих случаях твердое тело можно моделировать полуограниченной областью – упругим полупространством $z \geq 0$, что позволяет получить более наглядные и удобные с точки зрения практического использования аналитические представления решений задач теории теплового удара. В этих условиях при одномерном движении величины $U_x = U_y = 0$; $U_z = U_z(z,t)$; $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{xy} = 0$, $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}(z,t)$; напряжения $\sigma_{ij} = 0$ для $i \neq j$ и $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(z,t)$ для $i = j$ температурная функция $T = T(z,t)$ и уравнение (8) при отсутствии объемных сил приводится к следующему виду

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial z^2} - \frac{1}{\upsilon_p^2}\frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial t^2} = \frac{(1+\upsilon)}{(1-\upsilon)}\alpha_T \rho \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial t^2}, \; z > 0, \; t > 0, \tag{14}$$

где

$$v_p = \sqrt{\frac{2G(1-\upsilon)}{\rho(1-2\upsilon)}} = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} \tag{15}$$

скорость распространения волны расширения в упругой среде, близкая к скорости звука. Остальные компоненты тензора напряжения, отличные от нуля, согласно (3)–(4) имеют вид:

$$\sigma_{xx}(z,t) = \sigma_{yy}(z,t) = \frac{\upsilon}{1-\upsilon}\sigma_{zz}(z,t) - \frac{E\alpha_T\left[T(z,t) - T_0\right]}{1-\upsilon}, \tag{16}$$

при этом

$$\varepsilon_{zz}(z,t) = \frac{1-2\upsilon}{2G(1-\upsilon)}\sigma_{zz}(z,t) + \frac{(1+\upsilon)}{(1-\upsilon)}\alpha_T\left[T(z,t) - T_0\right]. \tag{17}$$

Уравнение (14) впервые получила В.И. Даниловская [19] непосредственно из соотношений (1)–(3) и независимо от нее Т. Мура [20], который, по-видимому, не знал о ранней и более общей работе В.И. Даниловской.

Как отмечалось, уравнение (8) на практике реализуется в декартовых координатах. Что касается цилиндрической и сферической системы координат, то рассмотрим далее базовое уравнение в теории теплового удара в этих системах координат. Здесь более удобной математической моделью динамической термоупругости является «уравнение совместности» в перемещениях. Подставляя правые части (3) в (1) (в отсутствии объемных сил $F_i(M,t)$) и используя далее (2), (4), после ряда длительных преобразований приходим к трем уравнениям

$$\Delta U_i(M,t) + \frac{1}{(1-2\upsilon)}\frac{\partial e}{\partial i} - (\rho/G)\frac{\partial^2 U_i(M,t)}{\partial t^2} =$$
$$= \frac{2(1+\upsilon)}{(1-2\upsilon)}\alpha_T \frac{\partial}{\partial i}\left[T(M,t) - T_0\right], M \in D, \; t > 0, \; (i = x, y, z),$$

которые формально можно записать в виде векторного равенства

$$\Delta\vec{U}(M,t)+\frac{1}{(1-2\nu)}grad\left[div\overline{U}(M,t)\right]-(\rho/G)\frac{\partial^2\overline{U}(M,t)}{\partial t^2}= \\ =\frac{2(1+\nu)}{(1-2\nu)}\alpha_T grad\left[T(M,t)-T_0\right],\ M\in D,\ t>0. \tag{18}$$

Заметим, что при обратном переходе необходимо приравнять соответствующие компоненты в векторной записи левой и правой частей в (18).

На основе соотношения (18) рассматриваются математические модели динамической термоупругости в случае радиального потока теплоты в телах цилиндрической формы и центральной симметрии в телах сферической формы. Впрочем, это соотношение может быть использовано и в декартовых координатах при одномерном движении. Рассмотрим практические случаи динамической термоупругости на основе соотношения (18). В первом случае в декартовых координатах (*x, y, z)* рассматривается область $R > 0$, $t > 0$, температурное состояние которой описывается функцией $T_1 = T_1(z,t)$ при этом $U_x = U_y = 0$, $U_z = U_z(z,t)$ и соотношение (18) будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial^2 U_z(z,t)}{\partial z^2}-\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 U_z(z,t)}{\partial t^2}=\frac{1+\upsilon}{1-\upsilon}\alpha_T\frac{\partial T_1(z,t)}{\partial z},\ z>R,\ t>0. \tag{19}$$

Во втором случае в сферических координатах (ρ, φ, θ) рассматривается область $\rho > R$, $t > 0$ при нагреве в условиях центральной симметрии $T_2 = T_2(\rho, t)$, так что $U_\varphi = U_\theta = 0$, $U_\rho = U_\rho(\rho,t)$ и (18) записывается в виде

$$\frac{\partial^2 U_\rho(\rho,t)}{\partial\rho^2}+\frac{2}{\rho}\frac{\partial U_\rho(\rho,t)}{\partial\rho}-\frac{2}{\rho^2}U_\rho(\rho,t)-\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 U_\rho(\rho,t)}{\partial t^2}=\frac{1+\upsilon}{1-\upsilon}\alpha_T\frac{\partial T_2(\rho,t)}{\partial\rho},\ \rho>R,\ t>0. \tag{20}$$

В третьем случае в цилиндрических координатах (r, φ, z) рассматривается область $r > R$, $t > 0$ в условии нагрева радиальным потоком теплоты $T_3 = T_3(r,t)$, так что $U_\varphi = U_z = 0$, $U_r = U_r(r,t)$ и соотношение (18) будет выглядеть так:

$$\frac{\partial^2 U_r(r,t)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_r(r,t)}{\partial r}-\frac{1}{r^2}U_r(r,t)-\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 U_r(r,t)}{\partial t^2}=\frac{1+\upsilon}{1-\upsilon}\alpha_T\frac{\partial T_3(r,t)}{\partial r},\ r>R,\ t>0. \tag{21}$$

Будем считать, что во всех трех случаях тепловой удар создаётся внезапным нагревом граничной поверхности до температуры $T_c > T_0$ (T_c = const) что приводит к условию симметрии и необходимости учитывать инерционные члены в (1). Последнее означает рассмотрение как раз динамической задачи (и именно) в перемещениях.

Представляет интерес охватить одновременно все три случая (19)–(21) в рамках обобщенной модели. Во избежание излишней громоздкости введем следующие безразмерные переменные:

В области $z > R$, $t > 0$

$$\xi = \frac{\upsilon_p z}{a};\ \tau = \frac{\upsilon_p^2 t}{a};\ W_1(\xi,\tau) = \frac{T_1(z,t) - T_0}{T_c - T_0},\ \gamma = \frac{\upsilon_p R}{a},\ \sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \frac{\sigma_{zz}(z,t)}{S_T(T_c - T_0)},$$
$$U_1(\xi,\tau) = \frac{(1-\upsilon)U_z(z,t)}{(1+\upsilon)\alpha_T(T_c - T_0)(a/\upsilon_p)},\ S_T = \frac{E\alpha_T}{1-2\upsilon} = \frac{2G(1+\upsilon)\alpha_T}{1-2\upsilon}. \tag{22}$$

В области $\rho > R$, $t > 0$

$$\xi = \frac{\upsilon_p R}{a};\ \tau = \frac{\upsilon_p^2 t}{a};\ W_2(\xi,\tau) = \frac{T_2(\rho,t) - T_0}{T_c - T_0},$$
$$U_2(\xi,\tau) = \frac{(1-\upsilon)U_\rho(\rho,t)}{(1+\upsilon)\alpha_T(T_c - T_0)(a/\upsilon_p)},\ \sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \frac{\sigma_{\rho\rho}(\rho,t)}{S_T(T_c - T_0)}. \tag{23}$$

В области $r > R$, $t > 0$

$$\xi = \frac{\upsilon_p r}{a};\ \tau = \frac{\upsilon_p^2 t}{a};\ W_3(\xi,\tau) = \frac{T_3(r,t) - T_0}{T_c - T_0},$$
$$U_3(\xi,\tau) = \frac{(1-\upsilon)U_r(r,t)}{(1+\upsilon)\alpha_T(T_c - T_0)(a/\upsilon_p)},\ \sigma^{(3)}_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \frac{\sigma_{rr}(r,t)}{S_T(T_c - T_0)}. \tag{24}$$

Теперь можно записать обобщенную модель задачи, предполагая границы областей свободными от напряжений.

$$\frac{\partial^2 U_i(\xi,\tau)}{\partial\xi^2} + \frac{2m+1}{\xi}\left[\frac{\partial U_i(\xi,\tau)}{\partial\xi} - \frac{U_i(\xi,\tau)}{\xi}\right] - \frac{\partial^2 U_i(\xi,\tau)}{\partial\tau^2} = \frac{\partial W_i(\xi,\tau)}{\partial\xi},\ \xi > \gamma,\ \tau > 0, \tag{25}$$

$$U_i(\xi,\tau)\big|_{\tau=0} = \frac{\partial U_i(\xi,\tau)}{\partial\tau}\bigg|_{\tau=0} = 0,\ \xi \geq \gamma, \tag{26}$$

$$\left[\frac{\partial U_i(\xi,\tau)}{\partial\xi} + \frac{(2m+1)\upsilon}{1-\upsilon}\cdot\frac{1}{\xi}U_i(\xi,\tau)\right]_{\xi=\gamma} = W_i(\xi,\tau)\big|_{\xi=\gamma}, \tag{27}$$

$$\left|U_i(\xi,\tau)\right| < \infty,\ \xi \geq \gamma,\ \tau \geq 0, \tag{28}$$

$$\frac{\partial W_i(\xi,\tau)}{\partial\tau} = \frac{\partial^2 W_i(\xi,\tau)}{\partial\xi^2} + \frac{2m+1}{\xi}\cdot\frac{\partial W_i(\xi,\tau)}{\partial\xi},\ \xi > \gamma, \tau > 0, \tag{29}$$

$$W_i(\xi,\tau)\big|_{\tau=0} = 0,\ \xi \geq \gamma,\ W_i(\xi,\tau)\big|_{\xi=\gamma} = 1,\ \tau > 0, \tag{30}$$

$$\left|W_i(\xi,\tau)\right| < \infty,\ \xi \geq \gamma,\ \tau \geq 0. \tag{31}$$

Здесь: $i = 1$ при $m = -1/2$; $i = 2$ при $m = 1/2$; $i = 3$ при $m = 0$. Решение обобщенной задачи (25)–(31) с целью изучения влияния геометрии области на кинетику соответствующих

термоупругих напряжений – пока открытая проблема динамической термоупругости. Её решение автор предполагает опубликовать впоследствии.

Модельные представления тепловых воздействий

Рассмотрим последовательно несколько моделей термической реакции области ($z \geq 0$, $t \geq 0$) на нагрев и охлаждение, представляющих значительный практический интерес для многих приложений, отмеченных в [14, 15]. В первом случае рассматривается интенсивный нагрев (охлаждение) поверхности области: например, поверхностный диэлектрический нагрев; расчет термических напряжений в стенках цилиндров паровых машин и двигателей внутреннего сгорания; в теории автоматических систем регулировки температуры; при исследовании области звуковых частот металлов при высоких или очень низких температурах поверхности; многочисленные случаи резкой смены температуры поверхности космических, авиационных объектов, в машиностроительной отрасли и др.

Во втором случае рассматривается нагрев (охлаждение) границы области постоянным тепловым потоком. Последнее встречается при генерировании теплоты в результате пропускания электрического тока через плоский нагревательный элемент; при выделении теплоты вследствие трения; в условиях высокочастотного индукционного нагрева; в ранних фазах нагрева печи или помещения; при нагреве поверхности земли в ясный безветренный день (знание термонапряженного состояния внутри земли существенно для понимания многих геофизических явлений, например, для понимания магнитного поля земли, пластических свойств вещества земли, а также для выяснения происхождения и причин вулканизма и тектонических движений); при изучении нагрева тела сантиметровыми волнами и др.

В третьем случае тепловой поток с поверхности области является линейной функцией разности температуры между этой поверхностью и окружающей её средой. Последнее имеет место при излучении черного тела; при теплопередаче через тонкую пленку на поверхности тела; при исследовании утечки теплоты в подводных кабелях; при индукционном нагреве поверхности металлов; при определении потерь теплоты через газовую оболочку (или жидкую среду), окружающую твердое тело; в многочисленных технологических процессах, требующих предварительной тепловой обработки изделия в тепловой камере и др.

Соответствующая модель динамической термоупругости для свободной от напряжений границы области $z \geq 0$, $t \geq 0$ имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial z^2} - \frac{1}{\upsilon_p^2}\frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial t^2} = \frac{(1+\upsilon)}{(1-\upsilon)}\alpha_T \rho \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \; z > 0, \; t > 0, \tag{32}$$

$$\sigma_{zz}(z,t)\big|_{t=0} = 0, \frac{\partial \sigma_{zz}(z,t)}{\partial t}\bigg|_{t=0} = 0, \; z \geq 0, \tag{33}$$

$$\sigma_{zz}(z,t)\big|_{z=0} = \sigma_{zz}(z,t)\big|_{z=\infty} = 0, \; t \geq 0. \tag{34}$$

При постановке краевой задачи для температурной функции $T(z,t)$, входящей в (32), объединим режимы нагревания и охлаждения и все три вида граничных условий. Следует отметить, что режимы резкого охлаждения в литературе практически не исследованы.

Имеем для $T(z,t)$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial z^2},\ z>0,\ t>0, \tag{35}$$

$$T(z,t)\big|_{t=0} = T_0,\ z\geq 0, \tag{36}$$

$$T(z,t)\big|_{z=0} = T_c,\ t>0\ \ (T_c > T_0 - \text{нагрев},\ T_c < T_0 - \text{охлаждение}), \tag{37}$$

$$\left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial z}\right|_{z=0} = \begin{cases} -\dfrac{1}{\lambda_T}q_0 - \text{нагрев}, \\ \dfrac{1}{\lambda_T}q_0 - \text{охлаждение}, \end{cases} \tag{38}$$

$$\left.\frac{\partial T(z,t)}{\partial z}\right|_{z=0} = h\left[T(z,t)\big|_{z=0} - T_c\right],\ t>0\ \ (T_c > T_0 - \text{нагрев},\ T_c < T_0 - \text{охлаждение}), \tag{39}$$

$$\left|T(z,t)\right| < \infty,\ z\geq 0,\ t\geq 0. \tag{40}$$

В (32)–(40) перейдем к безразмерным переменным:

$$\xi = \frac{\upsilon_p z}{a},\ \tau = \frac{\upsilon_p^2 t}{a},\ Bi^* = \frac{ha}{\upsilon_p},\ S_T = \frac{\alpha_T E}{1-2v} = \alpha_T\left(3\lambda + 2\mu\right),$$

$$W(\xi,\tau) = \begin{cases} \dfrac{T(z,t) - \left[T_0 - (T_0 + T_c)\gamma_1\right]}{(T_0 + T_c)\gamma_2} - \text{1-я и 3-я краевые задачи}, \\ \dfrac{T(z,t) - T_0}{(q_0/\lambda_T)(a/\upsilon_p)} - \text{2-я краевая задача}, \end{cases}$$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \begin{cases} \dfrac{\sigma_{zz}(z,t)}{S_T(T_0 - T_c)\gamma_2} - \text{1-я и 3-я краевые задачи}, \\ \dfrac{\sigma_{zz}(z,t)}{S_T(q_0/\lambda_T)(a/\upsilon_p)} - \text{2-я краевая задача}, \end{cases}$$

$\gamma_1 = 0$ – нагрев, $\gamma_1 = 1$ – охлаждение,
$\gamma_2 = -1$ – нагрев, $\gamma_2 = 1$ – охлаждение.
Соотношения (32)–(40) теперь будут выглядеть так:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2},\ \xi>0,\ \tau>0, \tag{41}$$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)\big|_{\tau=0} = \left.\frac{\partial \sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)}{\partial \tau}\right|_{\tau=0} = 0,\ \xi\geq 0, \tag{42}$$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)\big|_{\xi=0} = \sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)\big|_{\xi=\infty} = 0,\ \tau \geq 0, \tag{43}$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2},\ \xi > 0,\ \tau > 0, \tag{44}$$

$$W(\xi,\tau)\big|_{\tau=0} = \gamma_1,\ \xi \geq 0, \tag{45}$$

$$W(\xi,\tau)\big|_{\xi=0} = (1-\gamma_1),\ \tau > 0, \tag{46}$$

$$\left.\frac{\partial W(\xi,\tau)}{\partial \xi}\right|_{\xi=0} = \gamma_2, \tau > 0, \tag{47}$$

$$\left.\frac{\partial W(\xi,\tau)}{\partial \xi}\right|_{\xi=0} = Bi^*\left[W(\xi,\tau)\big|_{\xi=0} - (1-\gamma_1)\right],\ \tau > 0, \tag{48}$$

$$|W(\xi,\tau)| < \infty,\ \xi \geq 0,\ \tau \geq 0. \tag{49}$$

В пространстве изображений по Лапласу

$$\left.\begin{aligned} \overline{W}(\xi,p) &= \int_0^\infty \exp(-p\tau) W(\xi,\tau) d\tau \\ \overline{\sigma}_{\xi\xi}(\xi,p) &= \int_0^\infty \exp(-p\tau)\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) d\tau \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

операционное решение преобразованной задачи имеет вид:

$$\overline{W}(\xi,p) = -\gamma_2 \frac{\overline{\varphi}(p)}{p}\exp\left(-\xi\sqrt{p}\right) + \gamma_1/p, \tag{51}$$

$$\overline{\varphi}(p) = \begin{cases} 1 \ - \ 1\text{-я краевая задача}, \\ 1/\sqrt{p} \ - \ 1\text{-я краевая задача}, \\ Bi^*/\left(Bi^* + \sqrt{p}\right) \ - \ 3\text{-я краевая задача}, \end{cases} \tag{52}$$

$$\overline{\sigma}_{\xi\xi}(\xi,p) = \frac{\gamma_2\overline{\varphi}(p)}{p-1}\left[\exp(-\xi\sqrt{p}) - \exp(-\xi p)\right]. \tag{53}$$

Переходя к оригиналам в (53), находим искомое решение задачи о тепловом ударе одновременно для режимов интенсивного нагрева и охлаждения:

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau) + \begin{cases} 0, & \tau < \xi\left(t < \dfrac{z}{\upsilon_p}\right), \\ \sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau), & \tau > \xi\left(t > \dfrac{z}{\upsilon_p}\right). \end{cases} \tag{54}$$

Здесь функции $\sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ и $\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ имеют следующие значения:

— в случае температурного нагрева или охлаждения (46)

$$\sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=\frac{\gamma_2}{2}\left[\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}-\sqrt{\tau}\right)+\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}+\sqrt{\tau}\right)\right],$$
$$\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=-\gamma_2\exp(\tau-\xi); \qquad (55)$$

— в случае теплового нагрева или охлаждения (47)

$$\sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=\frac{\gamma_2}{2}\left[\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}-\sqrt{\tau}\right)-\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}+\sqrt{\tau}\right)\right],$$
$$\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=-\gamma_2\exp(\tau-\xi)\Phi\left(\sqrt{\tau-\xi}\right); \qquad (56)$$

— в случае нагрева или охлаждения средой (48)

$$\sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=\frac{\gamma_2}{2}\left\{\begin{array}{l}\left[\frac{Bi^*}{Bi^*+1}\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}-\sqrt{\tau}\right)+\frac{Bi^*}{Bi^*-1}\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}+\sqrt{\tau}\right)\right]+\\ +\frac{Bi^{*2}}{1-Bi^{*2}}\exp\left[Bi^*\left(\xi+Bi^*\tau\right)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}+Bi^*\sqrt{\tau}\right)\right]\end{array}\right\},$$
$$\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=-\gamma_2\frac{Bi^{*2}}{Bi^{*2}-1}\left\{\exp(\tau-\xi)\left[1-\frac{1}{Bi^*}\Phi\left(\sqrt{\tau-\xi}\right)\right]-\exp\left[Bi^{*2}(\tau-\xi)\right]\Phi^*\left(Bi^*\sqrt{\tau-\xi}\right)\right\}. \qquad (57)$$

Здесь $\Phi^*(z)=1-\Phi(z)$, $\Phi(z)=2\Big/\sqrt{\pi}\int_0^z\exp(-y^2)dy$ – функция Лапласа.

Следует отметить, что значение $Bi^*=1$, входящее в $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$, не является особым. При помощи предельного перехода можно показать, что

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)\big|_{Bi^*\to1}=\frac{\gamma_2}{2}\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{\sqrt{\tau/\pi}}\exp\left(-\frac{\xi^2}{4\tau}\right)+\frac{1}{2}\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}-\sqrt{\tau}\right)-\frac{1}{2}(\xi+2\tau)\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}+\sqrt{\tau}\right)+\\ +1-2\sqrt{(\tau-\xi)/\pi}-\exp(\tau-\xi)\left[2-\Phi\left(\sqrt{\tau-\xi}\right)-2(\tau-\xi)\Phi^*\left(\sqrt{\tau-\xi}\right)\right]\end{array}\right\}.$$

Вычисление остальных компонент тензора термоупругих напряжений производится по формуле (16), предварительно записанной в системе координат (ξ, τ).

Физический анализ решения

Если в (32) отбросить инерционное слагаемое, т. е. положить ρ = 0 и учесть при этом граничные условия (34), то напряжение $\sigma_{zz}(z,t)$ вообще будет равно нулю и из (16) находим квазистатическое решение задачи (32)–(40) (в исходной системе координат):

$$\sigma_{zz}(z,t)=0;\ \sigma_{xx}(z,t)=\sigma_{yy}(z,t)=-\frac{E\alpha_T\left[T(z,t)-T_0\right]}{1-\nu}.$$

Весьма поучительно сравнить оба полученных решения. Прежде всего, на поверхности $z = 0$ ($\xi = 0$) оба решения дают одинаковый результат, заключающийся в том, что на этой поверхности по всем направлениям действуют равные между собой сжимающиеся напряжения

$$\sigma = -\frac{E\alpha_T\left[T_i(0,t) - T_0\right]}{1-\nu}, \tag{58}$$

а в системе координат (ξ,τ)

$$\frac{\sigma}{(1-2\nu)/(1-\nu)} = -W_i(0,\tau) = \begin{cases} -1 \ - \text{ температурный нагрев}, \\ -\left(2/\sqrt{\pi}\right)\sqrt{\tau} \ - \text{ тепловой нагрев}, \\ -\left(1/Bi^*\right)\left[1 - \exp\left(Bi^{*2}\tau\right)\Phi^*\left(Bi^*\sqrt{\tau}\right)\right] \ - \text{ нагрев средой}. \end{cases}$$

Аналогичные сравнения динамических и соответствующих им квазистатических решений, приведенные в [1] для сплошного цилиндра, шара, бесконечной среды с внутренней шаровой или цилиндрической полостью, показывают, что соотношение (58) будет справедливо также и в этих случаях, но только для моментов времени микросекундной длительности, то есть непосредственно после воздействия теплового удара. В последующие моменты времени напряжение на поверхности в динамическом случае может превзойти квазистатическое значение. Иным будет положение внутри области $\xi > 0$ занятой телом. На рис. 1, 2 представлены кривые зависимости напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ от времени в фиксированном сечении $\xi = 1$ рассчитанные по (55)–(57). Вначале рассмотрим данные на рис. 1. Как следует из (54), вначале в фиксированном сечении возникает только составляющая напряжения $\sigma^{(1)}_{\xi\xi}$ – продольная упругая волна, фронт которой движется со скоростью υ_p от поверхности внутрь тела; напряжение растет от нуля до некоторого отрицательного значения, оставаясь сжимающим (материал, занимающий область $0 < \xi < 1$ нагревается сильнее, чем материал, расположенный в области $\xi > 1$ и поэтому при $\xi \le 1$ возникают сжимающие напряжения). В момент времени $\tau = 1$ $\left(t = z/\upsilon_p\right)$ к этому сечению ($\xi = 1$) приходит волна напряжения, соответствующая функции $\sigma^{(2)}_{\xi\xi}$, и напряжение скачкообразно возрастает, при температурном нагреве переходит в область положительных (растягивающих) значений и затем убывает, достигая квазистатических значений. Таким образом, процесс распространения термоупругих напряжений на основе динамической модели не является чисто диффузионным, а связан с распространением термоупругих волн.

Представляет интерес рассчитать величину скачка напряжений на фронте термоупругой волны, используя теорему запаздывания:

$$\overline{f}(p)\exp(-pt_0) \Leftarrow \begin{cases} 0, (t < t_0), \\ f(t - t_0), (t > t_0), \end{cases}$$

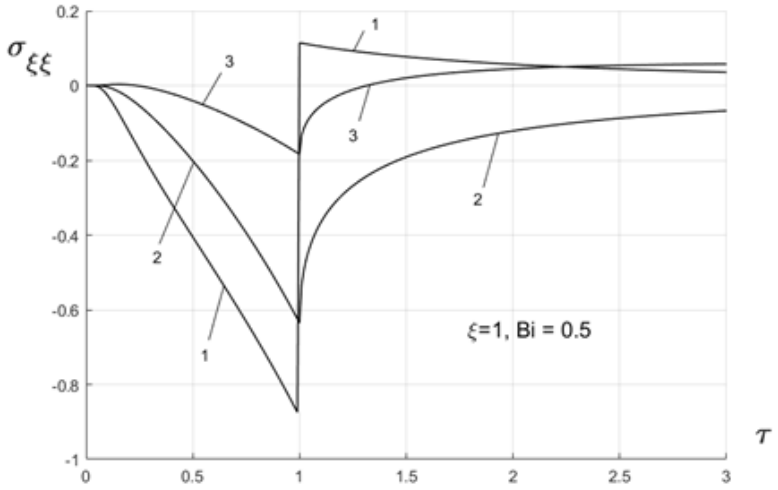


Рис. 1. Изменение напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ со временем в сечении $\xi = 1$:
1 – температурный нагрев; 2 – тепловой нагрев; 3 – нагрев средой $(Bi^* = 0.5)$.

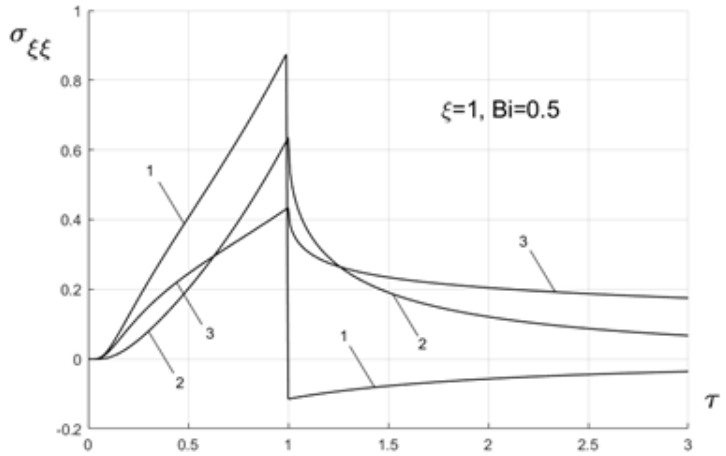


Рис. 2. Изменение напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ от τ в сечении $\xi = 1$ для температурного охлаждения (1), теплового охлаждения (2), охлаждения средой (3) при $(Bi^* = 0.5)$.

откуда видно, что в точке t_0 происходит скачок функции $f(t)$. Величина этого скачка рассчитывается по формуле

$$|\Delta| = \lim_{t\to t_0+0} f(t-t_0) = \lim_{t\to 0+} f(t) = \lim_{p\to\infty} p\overline{f}(p).$$

Для вычисления величины $|\Delta|$ в операционном решении (53) выделим слагаемое $\exp(-\xi p)$ и при $\overline{\varphi}(p)$, имеющей вид (52), находим:

$$|\Delta| = \lim_{p\to\infty}\begin{cases} p/(p-1) = 1 \ - \ \text{температурный нагрев;} \\ p/\sqrt{p}\,(p-1) = 0 \ - \ \text{тепловой нагрев;} \\ pBi^*/(p-1)\left(Bi^* + \sqrt{p}\right) = 0 \ - \ \text{нагрев средой.} \end{cases}$$

Таким образом, в случае температурного нагрева в момент времени $\tau = 1$ напряжение имеет скачок на величину $\Delta = 1$; в случае теплового нагрева и нагрева средой напряжение плавно, без скачка изменяется непрерывно, возрастает при прохождении волны расширения, оставаясь практически сжимающими при всех $\tau > 0$. Из кривых на рис. 1 также следует, что режим (внезапного) температурного нагрева является наиболее опасным при тепловом ударе по сравнению с другими, исследованными выше.

На рис. 3 приведена зависимость напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ по текущей толщине ξ при различных τ. Видно, что в поверхностных слоях напряжения существует в течение незначительного времени и быстро убывают до нуля.

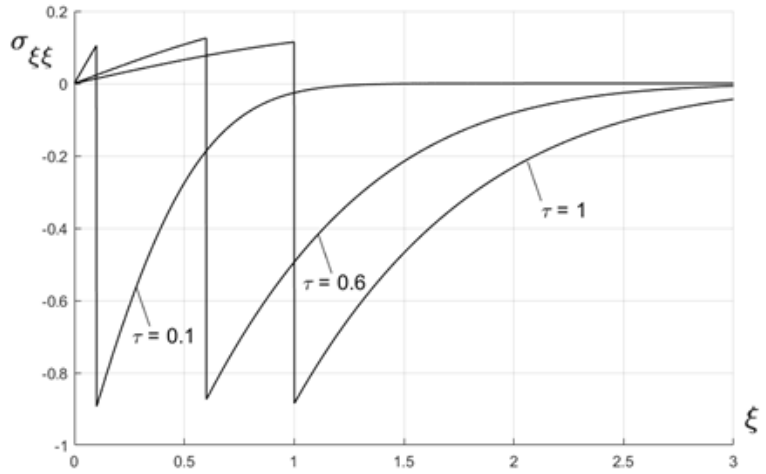


Рис. 3. Зависимости напряжения от текущей толщины ξ при $\tau = 0.1; 0.6; 1$ для первой краевой задачи (нагрев).

На рис. 2 приведены зависимости напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ от времени τ в сечении $\xi = 1$ при различных режимах охлаждения, рассчитанные по соотношениям (54)–(56). Здесь также справедливы все закономерности процесса, описанные выше, с той лишь разницей, что вместо волны расширения в указное сечение приходит волна сжатия. В то же время эти кривые наглядно показывают, что режим охлаждения, создавая напряжения растяжения, является более опасным для материала среды, чем режим нагревания, и температурное охлаждение, как и при нагреве, является более разрушительным.

В практических случаях термического нагружения определяющими являются именно начальные (малые) времена микросекундной длительности, когда возникающие в твердых телах кратковременные динамические напряжения приводят к трещинообразованию, растрескиванию поверхностного и приповерхностных слоев. Последнее можно установить, сравнивая максимальные значения напряжения сжатия и растяжения (пересчитанные на величину $\sigma_{zz}(z,t)$ при нагревании и охлаждении с пределом прочности при растяжении и при сжатии (величина последнего приводится в справочниках по физике). Важным моментом в этих исследованиях – прежде всего в условиях температурного нагружения – является скорость тепловой реакции поверхности тела при его нагреве. Рассмотрим этот вопрос, учитывая его практическую значимость.

Эффект тепловой релаксации поверхности области

К числу малоисследованных вопросов в теории теплового удара относится эффект релаксации материала на внезапный нагрев. В основном это касается случаев внезапного нагрева границы области до температуры $T_c > T_0$ ($T(0,t) = T_c$, t > 0 или внезапного нагрева средой температуры $T_c > T_0$ $\left[\left(\partial T/\partial z\right)_{z=0} = h\left(T\big|_{z=0} - T_c\right), t > 0\right]$. В первом случае скачкообразное изменение температуры поверхности тела от T_0 до T_c представляет собой математическую идеализацию, которая практически может осуществиться с некоторым приближением при очень больших значениях Био ($Bi = (\alpha/\lambda_T)l$, l – масштабная единица длины, α – коэффициент теплообмена, λ_T – теплопроводность). Однако подобное ограничение не исключает из рассмотрения большое количество исследований по тепловому удару при внезапном нагреве границы тела канонической формы (бесконечная пластина, цилиндр, шар, упругое полупространство сплошное и с полостью), отраженных в [1]. Тем не менее, для полноты изучения данной проблемы рассмотрим случай, когда температура поверхности $T(0,t) = \varphi(t)$ области $z > 0$ возрастает от начальной T_0 по линейному закону и достигает значения T_c ($T_c > T_0$) за малый, но отличный от нуля интервал времени t_0: $\varphi(t) = \left[(T_c - T_0)/t_0\right] \times \left[t - \eta(t - t_0)(t - t_0)\right] + T_0$, $\eta(t)$ – функция Хевисайда: $\eta(t) = 1$, $t > 0$, $\eta(t) = 0$, $t < 0$. В системе координат (ξ,τ) граничная функция (при ξ = 0 имеет вид:

$$\begin{cases} \varphi(\tau) = \dfrac{\varphi(t) - T_0}{T_c - T_0} = \dfrac{\tau}{\tau_0} - \eta(\tau - \tau_0)(\tau/\tau_0 - 1), \\ \tau_0 = \upsilon_p^2 t_0 / a; \end{cases} \tag{59}$$

температурная функция $W(\xi,\tau) = \left[T(z,t) - T_0\right]/(T_c - T_0)$ находится из решения краевой задачи для уравнения (44), напряжение $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \sigma_{zz}(z,t)/\left[S_T(T_c - T_0)\right]$ находится из (41)–(43).

В пространстве изображений (по Лапласу) находим искомые функции:

$$\left.\begin{aligned} \overline{W}(\xi,p) &= \frac{1}{\tau_0}\frac{1}{p^2}\left(e^{-\xi\sqrt{p}} - e^{-\xi\sqrt{p}-\tau_0 p}\right), \\ \overline{\sigma}_{\xi\xi}(\xi,p) &= -\frac{1}{\tau_0 p(p-1)}\left(e^{-\xi\sqrt{p}} - e^{-\xi\sqrt{p}-\tau_0 p}\right) + \frac{1}{\tau_0 p(p-1)}\left[e^{-\xi p} - e^{-(\tau_0+\xi)p}\right]. \end{aligned}\right\} \tag{60}$$

Переходя к оригиналам, находим

$$\left.\begin{aligned} W(\xi,\tau) = \Psi(\xi,\tau) &= \frac{1}{\tau_0}\left[\left(\tau + \frac{\xi^2}{2}\right)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right) - \xi\sqrt{\tau/\pi}\exp\left(\frac{-\xi^2}{4\tau}\right)\right], \left(0 \le \tau \le \tau_0\right); \\ W(\xi,\tau) &= \Psi(\xi,\tau) - \Psi\left(\xi,\tau-\tau_0\right), \left(\tau \ge \tau_0\right); \end{aligned}\right\} \tag{61}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)=F(\xi,\tau)=\frac{1}{\tau_0}\left\{\eta(\tau-\xi)\left(\exp(\tau-\xi)-1\right)+\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right\}-\\
&-\frac{1}{2}\left[\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}-\sqrt{\tau}\right)+\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}+\sqrt{\tau}\right),\ (0\le\tau\le\tau_0)\right];\\
&\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)=F(\xi,\tau)-F(\xi,\tau-\tau_0).
\end{aligned}\right\} \qquad (62)$$

На рис. 4. показаны графики зависимости напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ от времени τ в точке $\xi = 1$ при различных значениях $\tau_0 = \upsilon_p^2 t_0 / a$.

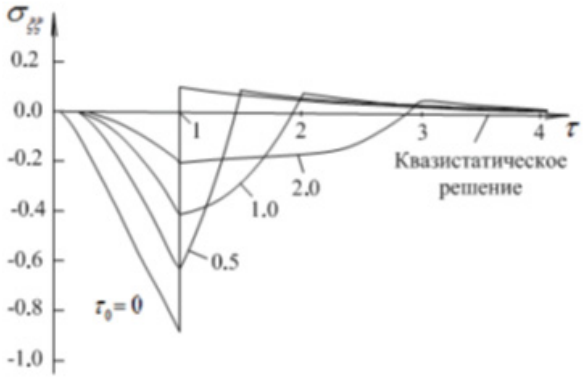


Рис. 4. Изменение напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ со временем в сечении $\xi = 1$ при различных временах релаксации (нагрев).

Как можно видеть из графиков, максимум напряжений быстро уменьшается с увеличением τ_0. При $\tau_0 = 3$ этот максимум составляет лишь около 14% от его значения при $\tau = 0$ (мгновенный нагрев). Например, для углеродистой стали ($\nu = 0.3$; $G = 8\times10^9$ Н/м^2; $\rho = 7.85\times10^3$ кг/м^3; $a = 13\times10^{-6}$ Н/м^2) из формулы (15) получаем скорость волны расширения $\upsilon_p = 6\times10^3$ м/с, а зависимость между временем t и безразмерной переменной τ будет иметь вид $t = 3.7\times10^{-3}\,\tau$ сек. При значении $\tau_0 = 3$ время нагрева будет $t_0 = 10^{-12}$ сек.

Для органического стекла ПММА ($\lambda = 2.26\times10^9$ Н/м^2; $\mu = 3.8\times10^8$ Н/м^2; $\rho = 1.2\times10^3$ Н/м ; $a = 1.13\times10^{-7}$ м^2/с) скорость волны расширения $\upsilon_p = 1.6\times10^3$ м/с, а зависимость $t(\tau)$ есть $t = 0.44\times10^{-13}\tau$ сек. При $\tau_0 = 3$ время нагрева составляет $t_0 = 10^{-13}$ сек. Эти результаты показывают, что даже при столь малой продолжительности нагрева максимум динамических напряжений снижается по сравнению с его значениями при скачкообразном изменении температуры поверхности тела.

В тоже время для достаточно малых значений величины τ_0, что связано с целым комплексом параметров, входящих в τ_0 идеализация внезапного нагрева границы становится приближенно оправданной. Ещё больший интерес представляет режим охлаждения с учетом эффекта релаксации, когда температура поверхности области $z > 0$ убывает от начального значения T_0 по линейному закону и достигает конечного значения T_c за время релаксации t_0, то есть когда

$$T(0,t)=\varphi(t)=T_0-\frac{T_0-T_c}{t_0}\left[t-\eta(t-t_0)(t-t_0)\right].$$

В системе координат (ξ,τ) граничная функция (при ξ = 0) имеет вид:

$$\begin{cases} \varphi(\tau) = \dfrac{\varphi(t) - T_c}{T_0 - T_c} = 1 - \left[\dfrac{\tau}{\tau_0} - \eta(\tau - \tau_0)\left(\dfrac{\tau}{\tau_0} - 1 \right) \right], \\ \tau_0 = \upsilon_p^2 t_0 / a, \end{cases} \tag{63}$$

температурная функция – $W(\xi,\tau) = [T(z,t) - T_c]/(T_0 - T_c)$, напряжение – $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \sigma_{\xi\xi}(z,t) \big/ [S_T(T_0 - T_c)]$. Если ввести новую функцию $W^*(\xi,\tau) = W(\xi,\tau) - 1$, то в пространстве изображений (по Лапласу) искомые величины будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} &\overline{W}^*(\xi,p) = \frac{1}{\tau_0}\frac{1}{p^2}\left(\exp\left(-\xi\sqrt{p} - \tau_0 p \right) - \exp\left(-\xi\sqrt{p} \right) \right), \\ &\overline{\sigma}_{\xi\xi}(\xi,p) = -\frac{1}{\tau_0 p(p-1)}\left(\exp\left(-\xi\sqrt{p} - \tau_0 p \right) - \exp\left(-\xi\sqrt{p} \right) \right) + \\ &+ \frac{1}{\tau_0 p(p-1)}\left[\exp\left(-(\tau_0 + \xi)p \right) - \exp(-\xi p) \right]. \end{aligned}\right\} \tag{64}$$

Переходя к оригиналам, находим:

$$\begin{aligned} &-W^*(\xi,\tau) = \Psi(\xi,\tau) = \frac{1}{\tau_0}\left[\left(\tau + \frac{\xi^2}{2} \right)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}} \right) - \xi\sqrt{\tau/\pi}\exp\left(-\frac{\xi^2}{4\tau} \right) \right], \ 0 \le \tau \le \tau_0; \\ &-W^*(\xi,\tau) = \Psi(\xi,\tau) - \Psi(\xi,\tau - \tau_0), \ \tau \ge \tau_0; \end{aligned} \tag{65}$$

$$\begin{aligned} -\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = F^*(\xi,\tau) = \frac{1}{\tau_0}\Bigg\{ &\eta(\tau - \xi)\left[\exp(\tau - \xi) - 1 \right] + \Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}} \right) - \\ -\frac{1}{2}\Bigg[&\exp(\tau - \xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}} - \sqrt{\tau} \right) + \exp(\tau + \xi)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}} + \sqrt{\tau} \right) \Bigg] \Bigg\}, \ 0 \ge \tau \ge \tau_0; \end{aligned}$$

$$-\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = F^*(\xi,\tau) - F^*(\xi,\tau - \tau_0), \ \tau \ge \tau_0. \tag{66}$$

На рис. 5. показаны графики зависимости напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ от времени в сечении ξ = 1 при различных значениях времени релаксации τ_0 характеризующие влияние скорости охлаждения граничной поверхности тела на его термическую реакцию. Чем больше время охлаждения, тем меньше максимум напряжений растяжения.

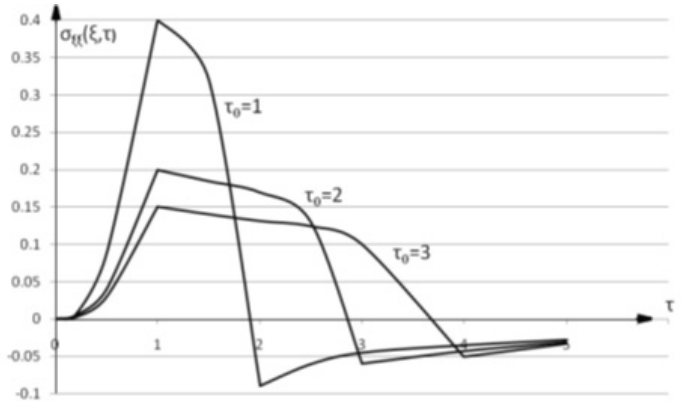


Рис. 5. Изменение напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ со временем в сечении $\xi = 1$ при различных временах релаксации (охлаждение).

Бесконечная пластина и упругое полупространство

Переход от бесконечной пластины к упругому полупространству, как более удобному объекту исследования с точки зрения модельных представлений в динамической термоупругости практически не рассматривался, если не считать ранней публикации [21], где были высказаны первые соображения по этому вопросу. Изучим эту проблему, представляющую большой практический и теоретический интерес. Рассмотрим упругую однородную изотропную бесконечную пластину с параметрами $0 \le z \le l$, $-\infty < x, y < +\infty$ конечной толщины l достаточной для реализации плоского деформированного состояния при свободных от напряжения границах. Напряженное состояние в пластине описывается уравнением (32) с однородными начальными и граничными условиями, температурная функция удовлетворяет уравнению (35). Для уменьшения громоздкости в вычислениях будем считать, что начальное и граничное условия на верхней плоскости симметрии пластины однородные, нижняя плоскость симметрии поддерживается при температуре T_0. В безразмерных переменных $\xi = \frac{\upsilon_p z}{a}$, $\tau = \frac{\upsilon_p^2 t}{a}$, $\xi_0 = \frac{\upsilon_p l}{a}$, $W(\xi,\tau) = \frac{T(z,t)}{T_0}$, $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \frac{\sigma_{zz}(z,t)}{S_T T_0}$ функция $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ удовлетворяет уравнению (41) в области $0 < \xi < \xi_0$, $\tau > 0$ с однородными краевыми условиями, функция $W(\xi,\tau)$ удовлетворяет уравнению (44) в области $0 < \xi < \xi_0$, $\tau > 0$ с однородными начальным и граничным условиями, соответственно, при $\tau = 0$ и $\xi = \xi_0$ и граничному условию $W(0,\tau) = 1$, $\tau > 0$. Операционное (по Лапласу) решение задачи для $\overline{\sigma}_{\xi\xi}(\xi,p)$ имеет вид:

$$\overline{\sigma}_{\xi\xi}(\xi,p) = -\frac{sh(\xi_0-\xi)\sqrt{p}}{(p-1)sh\xi_0\sqrt{p}} + \frac{sh(\xi_0-\xi)p}{(p-1)sh\xi_0\sqrt{p}} = \overline{\sigma}^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,p) + \overline{\sigma}^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,p). \qquad (67)$$

Первое слагаемое в (67) имеет оригинал:

$$\sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \int_0^\tau \exp(\tau-\tau')\left[\frac{\partial}{\partial\xi}\theta_3\left(\frac{\xi}{2\xi_0},\frac{\tau'}{\xi_0^2}\right)\right]d\tau', \qquad (68)$$

где $\theta_3(U,V) = 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\exp(-\pi^2 n^2 V)\cos(2\pi n U)$ – тэта-функция Якоби.

Построение оригинала второго слагаемого в (67) требует специального подхода. Изображение $\overline{\sigma}^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,p)$ запишем в виде:

$$\overline{\sigma}^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,p)=\frac{1}{p-1}\left\{\left[e^{-\xi p}+e^{-(2\xi_0+\xi)p}+e^{-(4\xi_0+\xi)p}+e^{-(6\xi_0+\xi)p}+\ldots\right]-\left[e^{(2\xi_0-\xi)p}+e^{-(4\xi_0-\xi)p}+e^{-(6\xi_0-\xi)p}+\ldots\right]\right\},$$

последовательно переходим к оригиналам:

$$\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=0,\ \tau<\xi,$$

$$\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=e^{(\tau-\xi)},\ \xi<\tau<2\xi_0-\xi,$$

$$\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=\left[e^{(\tau-\xi)}-e^{\tau-(2\xi_0-\xi)}\right],\ 2\xi_0-\xi<\tau<2\xi_0+\xi,$$

$$\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=\left[e^{(\tau-\xi)}-e^{\tau-(2\xi_0-\xi)}+e^{\tau-(2\xi_0+\xi)}\right],\ 2\xi_0+\xi<\tau<4\xi_0-\xi,$$

$$\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=\left[e^{(\tau-\xi)}-e^{\tau-(2\xi_0-\xi)}+e^{\tau-(2\xi_0+\xi)}-e^{\tau-(4\xi_0-\xi)}\right],\ 4\xi_0-\xi<\tau<4\xi_0+\xi\quad\text{и т. д.}$$

Для последующих моментов τ величина $\sigma^{(2)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ строится подобным образом. Для практического использования соотношения (68) обратимся к данным на рис. 1 и рис. 3 для упругого полупространства. Максимальные напряжения возникают в момент времени $\tau=\xi$ причем напряжения в тонком поверхностном слое практически затухают в очень короткий промежуток времени. Последнее объясняется действием инерционных эффектов в динамической постановке исходной задачи в течении времен микросекундной длительности [1]. Так как малым значениям τ соответствуют в изображениях большие *p* то оригинал (68) можно существенно упростить, приведя его к малым временам, что как раз и представляет главный интерес. Разлагая $\overline{\sigma}^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,p)$ в ряд по $\exp(-\xi\sqrt{p})$ и переходя к оригиналам, получаем последовательно:

$$\sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=-\frac{1}{2}\left[\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2-\tau}{\sqrt{\tau}}\right)+\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2+\tau}{\sqrt{\tau}}\right)\right],\ 0<\tau<\frac{\xi}{2},$$

$$\sigma^{(1)}_{\xi\xi}(\xi,\tau)=-\frac{1}{2}\left\{\exp(\tau-\xi)\left[1+\Phi\left(\frac{\tau-\xi/2}{\sqrt{\tau}}\right)\right]+\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\tau+\xi/2}{\sqrt{\tau}}\right)\right\},\ \frac{\xi}{2}<\tau<\xi.$$

Таким образом, для малых времен можно записать:

для $0<\tau<\xi/2$:

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)=-\frac{1}{2}\left[\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2-\tau}{\sqrt{\tau}}\right)+\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2+\tau}{\sqrt{\tau}}\right)\right];$$

для $\xi/2<\tau<\xi$:

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)=-\frac{1}{2}\left\{\exp(\tau-\xi)\left[1+\Phi\left(\frac{\tau-\xi/2}{\sqrt{\tau}}\right)+\exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\tau+\xi/2}{\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\};$$

для $\xi < \tau < 2\xi_0 - \xi$:

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \exp(\tau-\xi) - \frac{1}{2}\left[\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2-\tau}{\sqrt{\tau}}\right) + \exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2+\tau}{\sqrt{\tau}}\right)\right];$$

для $(2\xi_0 - \xi) < \tau < (2\xi_0 + \xi)$:

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \left\{\exp(\tau-\xi) - \exp\left[\tau-(2\xi_0-\xi)\right]\right\} - \left[\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2-\tau}{\sqrt{\tau}}\right) + \exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2+\tau}{\sqrt{\tau}}\right)\right];$$

для $(2\xi_0 + \xi) < \tau < (4\xi_0 - \xi)$:

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau) = \left\{\exp(\tau-\xi) - \exp\left[\xi-(2\xi_0-\xi)\right] + \exp\left[\tau-(2\xi_0+\xi)\right]\right\} - \\ -\frac{1}{2}\left[\exp(\tau-\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2-\tau}{\sqrt{\tau}}\right) + \exp(\tau+\xi)\Phi^*\left(\frac{\xi/2+\tau}{\sqrt{\tau}}\right)\right] \quad \text{и т. д.} \quad (69)$$

Анализ формулы (69) показывает, что напряжение $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ в некотором фиксированном сечении ξ = const в промежутке времени $0 < \tau < \xi$ изменяется от нуля до некоторого отрицательного значения, которое всегда меньше величины равной 1. В момент времени $\tau = \xi$ напряжение $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ делает скачок на величину равную 1 и переходит в область положительных значений. В момент времени $\tau = 2\xi_0 - \xi$ (это то время, которое требуется пройти упругой волне, начавшей двигаться в момент времени $\tau = 0$ от границы $\xi = 0$ до границы $\xi = \xi_0$ отразиться от правой границы и вернуться в фиксированное сечение ξ = const) произойдет разгрузка, напряжение $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ скачком уменьшается на величину $\exp[\tau-(2\xi_0-\xi)]$. В момент времени $\tau = 2\xi_0 + \xi$ напряжение $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ скачком увеличится на величину $\exp[\tau-(2\xi_0+\xi)]$ и т.д. Причем процесс чрезвычайно быстро затухает. Во времена $\tau = 2\xi_0 + \xi$ динамическое напряжение $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ практически равно нулю. В пластине это затухание протекает значительно быстрее, чем в полупространстве.

Разберем теперь более реальный случай нагрева, а именно, когда нагрев пластины происходит вследствие теплообмена границы $z = 0$ со средой, температура которой равна T_0; граница $z = l$ поддерживается при нулевой температуре, начальная температура равна нулю. В системе координат (ξ,τ) функция $W(\xi,\tau)$ удовлетворяет уравнению (44) в области $0 < \xi < \xi_0$, $\tau > 0$ с однородными начальными и граничными условиями при $\tau = 0$ и $\xi = \xi_0$ и граничному условию $\left[\partial W(\xi,\tau)/\partial\xi\right]_{\xi=0} = Bi^*\left[W(\xi,\tau)\big|_{\xi=0} - 1\right]$, $\tau > 0$, где $Bi^* = ha/\upsilon_p$. Операционное (по Лапласу) решение задачи для $\overline{\sigma}_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ имеет вид:

$$\overline{\sigma}_{\xi\xi}(\xi,p) = \frac{Bi^*}{p-1}\left\{\frac{sh\left(\xi_0\sqrt{p}\right)sh\left(\xi_0-\xi\right)p}{\left[Bi^*sh\left(\xi_0\sqrt{p}\right)+\sqrt{p}ch\left(\xi_0\sqrt{p}\right)\right]sh\left(\xi_0 p\right)} - \frac{sh\left(\xi_0-\xi\right)\sqrt{p}}{\left[Bi^*sh\left(\xi_0\sqrt{p}\right)+\sqrt{p}ch\left(\xi_0\sqrt{p}\right)\right]}\right\}. \quad (70)$$

Поскольку главный интерес составляют времена действия инерционных эффектов (в динамической постановке задачи), т.е. малые времена τ что соответствует в (70) большим *p*, то выделим в (70) основное (главное) слагаемое

$$\overline{\sigma}_{\xi\xi}\left(\xi,p\right)=-\frac{Bi^*}{\left(Bi^*+\sqrt{p}\right)\left(p-1\right)}\left[\exp\left(-\xi\sqrt{p}\right)-\exp\left(-\xi p\right)\right]. \tag{71}$$

В пространстве оригиналов

$$\sigma_{\xi\xi}\left(\xi,\tau\right)=\sigma_{\xi\xi}^{(1)}\left(\xi,\tau\right)+\begin{cases}0, & \tau<\xi,\\ \sigma_{\xi\xi}^{(2)}\left(\xi,\tau\right), & \tau>\xi.\end{cases} \tag{72}$$

Здесь:

$$\sigma_{\xi\xi}^{(1)}\left(\xi,\tau\right)=-\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}\left[\frac{Bi^*}{Bi^*+1}\exp\left(\tau-\xi\right)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}-\sqrt{\tau}\right)+\frac{Bi^*}{Bi^*-1}\exp\left(\tau+\xi\right)\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}+\sqrt{\tau}\right)\right]+\\ +\frac{Bi^{*2}}{1-Bi^{*2}}\exp\left[Bi^*\left(\xi+Bi^*\tau\right)\right]\Phi^*\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}+Bi^*\sqrt{\tau}\right)\end{array}\right\}, \tag{73}$$

$$\sigma_{\xi\xi}^{(2)}\left(\xi,\tau\right)=\frac{Bi^{*2}}{Bi^{*2}-1}\left\{\exp\left(\tau-\xi\right)\left[1-\frac{1}{Bi^*}\Phi\left(\sqrt{\tau-\xi}\right)\right]-\exp\left[Bi^{*2}\left(\tau-\xi\right)\right]\Phi^*\left(Bi^*\sqrt{\tau-\xi}\right)\right\}. \tag{74}$$

Из (73)–(74) следует, что характер изменения напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi,\tau)$ с течением времени в каком-либо фиксированном сечении будет зависеть от параметра Bi^*. Напряжение для больших значений параметра $Bi^*\,(Bi^*>>1)$ растет от нуля до некоторого отрицательного значения, затем убывает, переходит в область положительных значений и затем довольно быстро убывает до нуля. Для малых значений параметра $Bi^*\,(Bi^*<<1)$ напряжение растет в области отрицательных значений, достигает некоторого максимума и затем быстро убывает до нуля (выше показано, что значение Bi^* не является особым). Следует обратить внимание, что все явления возникновения динамических температурных напряжений протекают в тонком поверхностном слое, и сами напряжения существуют в течении очень незначительных времен. Поэтому с точки зрения динамических температурных напряжений бесконечная пластина при плоско-деформированном состоянии и упругое полупространство ведут себя одинаково.

Дальнейшее обобщение математических моделей теории теплового удара – переход от уравнений параболического типа (35) к уравнениям гиперболического типа с учетом конечной скорости распространения теплоты [22, 23].

Заключение

Выделен класс задач, в которых учет геометрических размеров конструкции, исследуемой на термомеханическую реакцию в условиях интенсивного нагрева или охлаждения, касается главным образом приповерхностных слоев. Установлено, что именно эти слои ответственны за тепловую реакцию твердого тела в течение времени, близкого к

началу нагрева или охлаждения, соответствующего временам микросекундной длительности, в течение которых действуют инерционные эффекты. Исследована термическая реакция массивного тела (упругое полупространство) при различных режимах интенсивного теплового воздействия на его границу. Показано, что процесс распространения термоупругих напряжений на основе динамической модели не является чисто диффузионным, а связан с распространением термоупругих волн. Описан эффект релаксации материала на внезапный нагрев и охлаждение границы области; установлено, что максимум динамических напряжений снижается по сравнению с его значениями при скачкообразном изменении температуры. При этом величина снижения определяется упругими и теплофизическими свойствами материала, а также скоростью нагрева или охлаждения поверхности тела. Показано также, что режим внезапного охлаждения создает напряжения растяжения, более разрушительные по сравнению с режимом нагревания. При этом с увеличением времени охлаждения, максимум напряжений растяжения уменьшается.

Литература:

1. Карташов Э.М., Кудинов В.А. Аналитическая теория теплопроводности и прикладной термоупругости. М.: Изд-во URSS, 2012. 651 с. ISBN 978-5-397-02750-2 .
2. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М.: Физматлит, 1963. 251 с.
3. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория термоупругих напряжений. М.: Мир, 1964. 517 с.
4. Карташов Э.М. Теория теплового удара на основе обобщенной модели динамической термоупругости. *Тонкие химические технологии.* 2012;7(1):69-72.
5. Лыков А.В. Применение методов термодинамики необратимых процессов к исследованию тепло- и массообмена. *Инженерно-физический журнал.* 1965;9(3):287-304.
6. Шашков А.Г., Бубнов В.А., Яновский С.Ю. Волновые явления теплопроводности. Минск: Наука и техника, 1993. 279 с.
7. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Динамическая термоупругость в проблеме теплового удара на основе обобщенного уравнения энергии. *Тепловые процессы в технике.* 2018;10(7–8):334-344.
8. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. М.: Наука, 1984. 368 с.
9. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. Киев: Наукова думка, 1992. 280 с.
10. Колпащиков В.Л., Яновский С.Ю. Уравнения динамической термоупругости для сред с тепловой памятью. *Инженерно-физический журнал.* 1984;47(4):670-675.
11. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели термомеханики. М.: Физматлит, 2002. 168 с. ISBN 5-9221-0321-0
12. Новацкий В. Обзор работ по динамическим проблемам термоупругости. *Механика (Сборник переводов иностранных статей. Раздел 3: Механика деформируемых твердых тел).* 1966;6:101-142.
13. Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика (обзор). *Математические методы и физико-механические поля.* 1975;2.:37-42.
14. Карташов Э.М., Бартенев Г.М. Динамические эффекты в твердых телах в условиях взаимодействия с интенсивными потоками энергии. *Итоги науки и техники, серия Химия и технология ВМС.* 1988;25:3-88.
15. Карташов Э.М., Партон В.З. Динамическая термоупругость и проблемы термического удара. *Итоги науки и техники, серия Механика деформируемого твердого тела.* 1991;22:55-127.
16. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
17. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
18. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 540 с. ISBN 5-06-004091-7
19. Даниловская В.И. Температурные напряжения в упругом полупространстве, возникающие вследствие внезапного нагрева его границы. *Прикладная математика и механика.* 1950;14(3):317-318.
20. Mura T. Dynamical thermal stresses due to thermal shocks. *Research Report. Faculty of Eng. Meiji University.* 1956;8:63-73.
21. Даниловская В.И. Динамические температурные напряжения в бесконечной пластине. *Инженерный журнал.* 1961;1(4):86-94.

22. Карташов Э.М., Кудинов В.А. Математические модели теплопроводности и термоупругости. М.: Изд-во МИРЭА, 2018. 1200 с.

23. Карташов Э.М. Аналитические решения гиперболических моделей нестационарной теплопроводности. *Тонкие химические технологии.* 2018;13(2):71-80. https://doi.org/10.32362/2410-6593-2018-13-2-81-90

References:

1. Kartashov E.M., Kudinov V.A. Analytical theory of heat conduction and applied thermoelasticity. Moscow: URSS; 2012. 651 p. (in Russ.). ISBN 978-5-397-02750-2

2. Parkus G. *Neustanovivshiesja temperaturnye naprjazhenija* (Unsteady thermal stresses). Moscow: Fizmatlit; 1963. 251 p. (in Russ.).

3. Boley B., Weiner J. Theory of thermal stresses. New York: John Wiley & Sons; 1960. 580 p.

4. Kartashov E.M. Theory of thermal shock based on a generalized dynamic thermoelasticity model. *Tonk. Khim. Tehnol. = Fine Chem. Technol.* 2012;7(1):69-72 (in Russ.).

5. Lykov A.V. Application of methods of thermodynamics of irreversible processes to the study of heat and mass transfer. *Inzhenerno-fizicheskij zhurnal = J. Eng. Phys. Thermophys.* 1965;9(3):287-304 (in Russ.).

6. Shashkov A.G., Bubnov V.A., Janovskij S.Ju. *Volnovye javlenija teploprovodnosti* (Wave phenomena of thermal conductivity). Minsk: Nauka i tehnika; 1993. 279 p. (in Russ.).

7. Kartashov E.M., Nenakhov E.V. Dynamic thermoelasticity in the problem of heat shock based on the general energy equation. *Teplovye processy v tehnike = Thermal processes in technology.* 2018;10(7–8):334-344. (in Russ.).

8. Podstrigach Ya.S., Lomakin V.A., Kolyano Yu.M. *Termouprugost' tel neodnorodnoi struktury* (Thermoelasticity of bodies of non-uniform structure). Moscow: Nauka; 1984. 368 p. (in Russ.).

9. Kolyano Yu.M. *Metody teploprovodnosti i termouprugosti neodnorodnogo tela* (Methods of thermal conductivity and thermoelasticity of an inhomogeneous body). Kiev: Naukova Dumka; 1992. 280 p. (in Russ.).

10. Kolpashchikov V.L., Yanovskii S.Yu. Dynamic thermoelasticity equations for environments with thermal memory. *Inzhenerno-fizicheskij zhurnal = J. Eng. Phys. Thermophys.* 1984;47(4):670–675 (in Russ.).

11. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskie modeli termomekhaniki* (Mathematical models of thermomechanics). Moscow: Fizmatlit; 2002. 168 p. (in Russ.). ISBN 5-9221-0321-0

12. Novatskii V. Review of works on dynamic problems of thermoelasticity. *Mekhanika (Sbornik perevodov inostrannykh statei. Razdel 3: Mekhanika deformiruemykh tverdykh tel) = Mechanics (Coll. Transl. foreign articles. Sec. 3: Mechanics of deformable solids).* 1966;6:101142 (in Russ.).

13. Kolyano Yu.M. Generalized thermomechanics (review). Mathematical methods and physico-mechanical fields. Kiev: Naukova Dumka; 1975. V. 2. P. 37-42.

14. Kartashov E.M., Bartenev G.M. Dynamic effects in solids under conditions of interaction with intense energy flows. In: Results of science and technology, series Chemistry and technology of high-molecular compounds. Moscow: VINITI; 1988. V. 25. P. 3–88.

15. Kartashov E.M., Parton V.Z. Dynamic thermoelasticity and thermal shock problems. In: Results of science and technology, a series of mechanics of a deformable solid body. Moscow: VINITI; 1991. V. 22. P. 55–127.

16. Novatsky V. *Teoriya uprugosti* (Theory of elasticity). Moscow: Mir; 1975. 872 p. (in Russ.).

17. Carslaw H.S., Jaeger J.C. *Teploprovodnost' tverdykh tel* (Conduction of heat in solids). Moscow: Science; 1964. 487 p. (in Russ.).

18. Kartashov E.M. *Analiticheskie metody v teorii teploprovodnosti tverdykh tel* (Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids). Moscow: Vysshaya shkola; 2001. 540 p. (in Russ.).

19. Danilovskaya V.I. Temperature stresses in the elastic half-space resulting from the sudden heating of its boundary. *Prikladnaja matematika i mehanika = Journal of Applied Mathematics and Mechanics.* 1950;14(3):317-318.

20. Mura T. Dynamical thermal stresses due to thermal shocks. *Research Report. Faculty of Eng. Meiji University.* 1956;8:63-73.

21. Danilovskaya V.I. Dynamic temperature stresses in an infinite plate. *Inzhenernyj zhurnal = Engineering log.* 1961;1(4):86-94.

22. Kartashov E.M., Kudinov V.A. *Matematicheskie modeli teploprovodnosti i termouprugosti* (Mathematical models of thermal conductivity and thermoelasticity). Moscow: MIREA Publisning House; 2018. 1200 p. (in Russ.).

23. Kartashov E.M. Analytical solutions of hyperbolic models of unsteady thermal conductivity. *Tonk. Khim. Tehnol. = Fine Chem. Technol.* 2018;13(2):71-80. https://doi.org/10.32362/2410-6593-2018-13-2-81-90

Об авторе:

Карташов Эдуард Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей и прикладной математики Института тонких химических технологий имени М.В. Ломоносова ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119571, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 86).

About the author:

Eduard M. Kartashov, Dr. Sci. (Physics and Mathematics), Professor of the Department of Higher and Applied Mathematics, Institute of Fine Chemical Technologies named after Lomonosov, MIREA – Russian Technological University (86, Vernadskogo pr., Moscow 119571, Russia).

ISSN 2500-316X (Online)

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-109-121

CC BY

УДК 7.05

Концепция ответственности как современное мировоззрение дизайнера

М.Л. Соколова@,
Н.Е. Мильчакова,
А.И. Жигунова

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия
@Автор для переписки, e-mail: dssml@rambler.ru

В статье проанализирована современная концепция ответственного дизайна, ее составные части и основные положения. В качестве основных составных частей ответственного дизайна рассмотрены системы универсального и дисциплинарного дизайна, изложена история возникновения и развития этих составляющих, а также их современное расширенное понимание. Приведены основные принципы и области применения универсального и дисциплинарного дизайна. Показаны особенности формирования ответственного подхода к проектированию как основы мировоззрения будущих дизайнеров на примере обучения студентов направлений «Дизайн» и «Технология художественной обработки материалов», как на уровне бакалавров, так и на уровне магистров. Определен комплекс знаний, умений и навыков, необходимых дизайнеру для понимания концепции ответственного проектирования и обеспечения реализации ответственного подхода к проектированию. Рассмотрены возникающие при этом проблемы и предложены подходы к их решению на основании современного компетентностного подхода. Сформулированы задачи и упражнения, помогающие преподавателю в формировании компетенции ответственности

проектанта, а также темы заданий, вплоть до итоговой государственной аттестации, позволяющие проверить и закрепить формирующееся мировоззрение на основе ответственного отношения. Приведены примеры разработок, выполненных студентами с применением концепции ответственного дизайна.

Ключевые слова: дизайн, ответственный дизайн, универсальный дизайн, дисциплинарный дизайн, компетенция.

Для цитирования: Соколова М.Л., Мильчакова Н.Е., Жигунова А.И. Концепция ответственности как современное мировоззрение дизайнера. *Российский технологический журнал.* 2020;8(2):109-121. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-109-121

The concept of responsibility as the modern outlook of the designer

Marina L. Sokolova[@],
Natalia E. Milchakova,
Alissia I. Zhigunova

MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia
[@]Corresponding author, e-mail: dssml@rambler.ru

The article analyzes the modern concept of responsible design, its components and main provisions. The main components of responsible design are the systems of universal and unpleasant design, the history of the origin and development of these components, as well as their modern extended understanding. The basic principles and areas of application of universal and unpleasant design are given. Features of formation of responsible approach to design as a basis of world view of future designers as exemplified by training students specializing in "Design" and "Technology for the decorative processing of materials", both at the level of bachelors and at the level of masters are shown. A set of knowledge, skills and abilities necessary for the designer to understand the concept of responsible design and ensure such a design process is determined. The arising problems are considered, and the approaches to their solution on the basis of modern competence approach are offered. The authors formulated tasks and exercises that help the teacher to form the responsibility of the designer, as well as test questions and topics of tasks, up to the final state certification, allowing to check and consolidate the understanding and application of the concept of responsible design. Examples of developments made by students using the concept of responsible design are given.

Keywords: design, responsible design, universal design, unpleasant design, competence.

For citation: Sokolova M.L., Milchakova N.E., Zhigunova A.I. The concept of responsibility as the modern outlook of the designer. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal.* 2020;8(2):109-121 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-109-121

Введение

Современное общество возлагает на дизайнера ответственность за формирование искусственного мира, окружающего человека, так называемой предметно-пространственной среды. Если поставить в центр этой среды человека, то можно представить вокруг него концентрические окружности, обозначающие совокупности объектов, соответствующих определенным группам, отличающимся уровнем и сроком взаимодействия с человеком (рис. 1) [1].

Рис. 1. Уровни предметно-пространственной среды.

Задачей дизайнерской деятельности является поиск оптимального взаимодействия трех основных аспектов, определяющих формирование предметно-пространственной среды: ее функциональности, комфортности и эстетичности. Задачу дизайна можно свести к поиску компромисса между указанными аспектами. Ответственность за наполнение самих аспектов лежит на специалистах других отраслей – инженерах, врачах, архитекторах, художниках, но за совокупный результат отвечают именно дизайнеры. Поэтому мировоззрение именно дизайнеров играет основную роль при формировании предметно-пространственной среды, соответствующей человеку.

Вместе с тем, следует отметить, что современный мир заинтересован не только в получении прорывных технологий, но и в их упорядочивании, анализе их последействий, встраивании их результатов в окружающую человека предметно-пространственную среду. Эта задача также ложится на дизайнера. Поэтому современный дизайнер анализирует и контролирует элементы предметно-пространственной среды на всех этапах жизнедеятельности объекта дизайна: при постановке задачи, проектировании, производстве, сбыте, эксплуатации и утилизации [2, 3]. В связи с этим, все чаще именно дизайнеры становятся руководителями направлений в современных проектах.

Для выполнения таких базовых задач дизайнеры должны обладать мировоззрением, обеспечивающим понимание уровня ответственности за правильное решение стоящих перед ними задач – мировоззрением на основе ответственного отношения.

Направление дизайна, соответствующее этой мировоззренческой концепции, получило название «ответственный дизайн». «Ответственный дизайн» соединяет два современных подхода [4] к дизайн-проектированию – универсальный дизайн (УД) [5] и дисциплинарный дизайн (ДД) [6]. Рассмотрим эти концепции подробнее.

Концепция универсального дизайна

Универсальный дизайн – система формирования предметно-пространственной среды (включая предметы, услуги, пространства), которой смогут воспользоваться в возможно большой степени самые разные люди без необходимости ее (среды) адаптации и/или добавления специализированного дизайна ее элементов.

Универсальный дизайн подразумевает соответствие объекта дизайна комплексу эргономических, эстетических и прочих требований, благодаря которым объект будет удобным и доступным в своем функционировании всем, или, по крайней мере, большинству людей. Таким образом, универсальный дизайн можно рассматривать как широкий спектр идей и решений, предполагающих изменение существующих объектов предметно-пространственной среды, а также создание новых, которые будут доступны и понятны всем группам населения, независимо от их особенностей.

Предпосылки возникновения универсального дизайна можно проследить в истории развития такого направления деятельности, как эргономика. Эргономика изучает особенности и возможности функционирования организма человека в различных условиях. Развитие эргономики пришлось на 60-е годы XX века, когда проектированию средств транспорта и оборудования производственной среды стало уделяться большое внимание. На 70-е годы пришелся расцвет эргономики потребительских товаров и услуг: дизайнеры начали активно решать вопросы удобного и безопасного пользования бытовыми изделиями, предотвращения бытового травматизма. Начиная со второй половины прошлого века, развитие дизайна идет в направлении создания наиболее безопасных условий для большинства людей и постепенно смещается в сторону охвата большего количества задач, включая различные аспекты обеспечения комфортного взаимодействия элементов систем сначала «оператор – машина», а затем и «человек – объект дизайна – окружающая среда».

Эргономику и универсальный дизайн объединяет стремление к повышению эффективности функционирования человека, т.е. оба эти направления деятельности нацелены на совершенствование существующих условий, только универсальный дизайн нацелен на поиск оптимального решения для блага большинства людей, а эргономика – на оптимизацию производства и минимизацию усилий оператора.

Для ответственного выполнения своих задач дизайнер должен знать основные принципы универсального дизайна, которые определяют, какой должна быть предметно-пространственная среда, чтобы удовлетворять потребностям самых разных социальных групп, включая людей с временными или постоянными ограниченными возможностями здоровья. Таким образом, принципы универсальности – это перечень требований, которые необходимо учитывать дизайнеру при проектировании предметов, сред и услуг, чтобы они были доступны максимально большому кругу лиц.

В табл. 1 приведены основные принципы универсального дизайна [7] и дано их расширенное понимание в соответствии с современным представлением о мировоззрении дизайнера на основе ответственного отношения.

Таблица 1. Принципы универсального дизайна

№	Принцип	Определение
1	Равное использование	Продукт дизайна полезен и доступен для людей различных возрастов, гендерной принадлежности, с разными возможностями здоровья, с различным уровнем образования и т.д.
2	Легкое восприятие информации	Вся необходимая информация по использованию продукта дизайна эффективно доносится до пользователя вне зависимости от окружающей обстановки (например, погодных условий) и коммуникационных возможностей пользователя (владение иностранным языком, уровень зрения, эмоциональное состояние и т.д.).
3	Интуитивность использования	Удобство и комфортность использования продукта дизайна не зависят от того обладает ли пользователь соответствующим опытом, знаниями, способен ли на концентрацию внимания и др.
4	Лояльность к ошибке	Дизайн объекта, среды или услуги должен минимизировать риски и неблагоприятные последствия случайного или непреднамеренного действия пользователя.
5	Эргономичные размеры	Размерные параметры продукта дизайна (объекта или среды) должны быть эргономически обоснованы для широкого диапазона пользователей.
6	Эргономичное пространство для доступа и использования	Доступ к объекту или среде и удобство пользования не зависит от мобильности пользователя и его позиции относительно объекта.
7	Низкое физическое усилие	Эффективность и удобство использования продукта дизайна не должны зависеть от физических возможностей пользователя, связанных с различием возрастов, гендерной принадлежностью, с разными возможностями здоровья и др.
8	Экологичность	Продукт дизайна не должен наносить вред окружающей среде, более того должен улучшать экологические условия среды.
9	Гибкость в использовании	Продукт дизайна должен быть многофункционален, т.е. обеспечивать широкий спектр возможностей его использования и удовлетворение индивидуальных предпочтений.
10	Эмоциональность	Продукт дизайна не должен вызывать негативные эмоции. Восприятие дизайна пользователем должно быть позитивным или нейтральным.

Представленные принципы универсального дизайна должны быть положены в основу формирования ответственного отношения дизайнера к предметно-пространственной среде, над созданием которой он работает.

Концепция дисциплинарного дизайна

Расширение доступных областей, формирование доступной среды не может не столкнуться с проблемой безопасности. Формирование защитных объектов – это тоже задача дизайнера. Ответственный дизайн предполагает не только расширение границ для проникновения пользователя, но и создание защитных пределов, наложение ограничений на доступ в опасные зоны или запрет на использование объектов, которые могут нанести вред пользователю, другим людям, живым и неживым объектам, привести к непоправимым последствиям для окружающей природной и искусственной средам. За эту сферу деятельности дизайнера отвечает дисциплинарный или в англоязычной версии «неудобный или неприятный» дизайн.

Дисциплинарный дизайн – это система формирования предметно-пространственной среды (включая предметы, услуги, пространства), которая задает условия и возможности ее безопасного использования разными людьми без необходимости ее адаптации и добавления специализированного дизайна ее элементов. Дисциплинарный дизайн – это система принципов, используя которые дизайнер корректирует поведение людей в направлении безопасности и комфорта.

Предметы, дизайн которых не расширяет область доступности, а наоборот, сужает допустимую зону, формировались на разных исторических этапах, но историю дисциплинарного дизайна часто отсчитывают от скамеек, специально спроектированных для района Кемден в Лондоне, так называемых кемденских лавочек. Эти лавочки собственно представляют собой бетонные блоки с довольно острыми краями. В силу этих конструктивных и материальных особенностей их нельзя украсть (защита от воров), на них неудобно спать (защита от бездомных), на них неудобно долго сидеть (требовательное приглашение больше двигаться) и т.д.

В табл. 2 приведены основные принципы, лежащие в основе дисциплинарного дизайна, и дано их расширенное понимание в соответствии с современным преставлением о мировоззрении дизайнера на основе ответственного отношения.

Таблица 2. Принципы дисциплинарного дизайна

№	Принцип	Определение
1	Дифференцированный подход	Продукт дизайна делает предметно-пространственную среду доступной для заданной категории людей с различными, но определенными возможностями. Принципиальным отличием от универсального являются понятия «заданная категория» и «определенные возможности», например, допуск на платформу вокзала людей с проездными билетами и провожающих.
2	Интегральная составляющая	Продукт дизайна создает максимально широкий спектр предметно-пространственных сред для разных социальных групп. Учитывая предыдущий пункт, этот принцип не предусматривает сегрегации по возрастному, гендерному принципу или, например, по уровню зрения или слуха.
3	Интуитивность использования	Продукт дизайна обеспечивает простоту понимания безотносительно к опыту, знаниям, языковым навыкам или уровню сосредоточенности пользователей (совпадает с принципами универсальности).
4	Легкое восприятие информации	Продукт дизайна эффективно сообщает информацию пользователю, вне зависимости от окружающих условий или сенсорных возможностей пользователя (совпадает с принципами универсальности).
5	Устойчивость к ошибкам	Продукт дизайна минимизирует опасности и неблагоприятные последствия не только от случайных или непреднамеренных действий, но и особенно от преднамеренных нарушений правил.
6	Наличие порога нагрузок	Продукт дизайна обеспечивает эффективное использование объектов по их основному функциональному применению за счет наличия порога доступа (физического, психологического и др.).
7	Доступное пространство	Продукт дизайна задает размеры и пространства, обеспечивающие доступ, досягаемость, манипуляции и использование вне зависимости от размеров тела, состояния и мобильности пользователя, но с учетом заданной категории людей.

Следует отметить, что ряд аспектов у этих систем (универсальный и дисциплинарный дизайн) похожи, но принципиальным отличием является допуск к предмету, услуге, среде заданной категории пользователей, которые могут отличаться по возрасту, снаряжению, подготовленности и т.д.

Дисциплинарный дизайн является второй (после универсального) большой системой, формирующей мировоззрение дизайнера, позволяющей принимать ответственные решения. Речь идет об объектах, дизайн которых направлен на стимулирование или запрещение какого-то действия, типа поведения для защиты пользователей, других участников событий, окружающей среды. Примером дисциплинарного дизайна являются ограждения тротуаров, мешающие выходить на проезжую часть, таблички, запрещающие ходить по газонам, крышки на баночках с таблетками и химикатами, затрудняющие к ним доступ детям и т.д. Часто дисциплинарный дизайн используется в социальной рекламе, в предложениях маркетологов, он проникает в сферы образования, спорта, может служить здоровому образу жизни и т.д. Таким образом, обе эти системы направлены на формирование ответственного подхода к проектированию среды дизайнерами и инженерами.

Формирование мировоззрения на основе ответственного отношения у студентов, занимающихся дизайнерским проектированием

В практике кафедры компьютерного дизайна Физико-технологического института ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» уже есть успешные примеры студенческих работ, выполненных с учетом принципов универсального и дисциплинарного дизайна; переход от рутинных заданий к таким работам может считаться началом соединения процесса дизайнерского проектирования с концепцией мировоззрения на основе ответственного отношения.

Современный компетентностный подход является основой формирования комплекса знаний, умений и навыков, необходимых дизайнеру для успешной реализации в профессии, поэтому видится возможным формирование у дизайнеров мировоззрения на основе ответственного отношения для обеспечения ведения такого процесса проектирования, который будет направлен на формирование комфортной среды, удобных объектов дизайна, качественных услуг. Представляется актуальным введение положений дисциплинарного дизайна (наряду с положениями универсального дизайна) в стандарты (в качестве общепрофессиональных компетенций) и в образовательные программы подготовки дизайнеров различных уровней (бакалавров, магистров).

Одним из методов ответственного проектирования является использование состояния эмпатии (сопереживания), благодаря которому проектант получает возможность понять, как ощущает себя человек, имеющий временные или постоянные ограничения в сенсорном восприятии (в том числе, человек с ограниченными возможностями здоровья).

Костюмы эмпатии («костюмы-имитаторы старости», «костюмы-симуляторы возраста») необходимы для моделирования инвалидности для проведения тестирования проекта (пространства, среды, комплекса объектов) на предмет доступности, в том числе людям с ограниченными возможностями здоровья; кроме того, костюмы мо-

гут быть полезны и на различных этапах разработки, а также на этапе формулирования технического задания. Такие костюмы представляют собой набор предметов одежды и аксессуаров, и разработаны таким образом, чтобы любой человек, надевший костюм, мог почувствовать ограничения возможностей здоровья. Ограничения, заданные костюмом, способны помочь избежать ошибок в проектировании, а также помочь учесть неочевидные потребности пользователей с ограниченными возможностями здоровья.

Представленные в продаже костюмы эмпатии состоят из нескольких элементов и позволяют имитировать различные ограничения возможностей зрения, слуха, подвижности. Например, в Великобритании для подготовки медицинского персонала был изобретен костюм эмпатии Gert, состоящий из жилета, нарукавников и наколенников, перчаток, спецобуви, особых очков и наушников. Комплексно эти элементы создают эффект снижения сенсомоторной активности, а также демонстрируют помутнение хрусталика глаза и сужение поля зрения. Костюм имитирует потерю слуха, ограничивает подвижность головы, уменьшает способности сжатия и захвата предметов руками, снижает координацию. Костюм может быть оснащен дополнительными аксессуарами, которые имитируют отдельные заболевания: тремор (непроизвольное дрожание рук); визуальные расстройства, например, глаукому; заболевания опорно-двигательного аппарата и др.

Берлинским Центром евангелической гериатрии (EGZB) разработан костюм «Age Man Suit», который позволяет почувствовать, как ощущает себя человек в возрасте 75 лет и выше, и способен отражать различные ограничения сенсомоторной активности [8, 9].

В качестве недостатка подобных костюмов можно отметить тот факт, что для их создания приходится прибегать к производству новых предметов, например, специфических утяжелителей, что существенно влияет на стоимость таких костюмов (она довольно высока). Это накладывает ограничения на возможность покупки и использования костюмов учебными заведениями, подготавливающими дизайнеров. Более того, применяемые в настоящее время материалы для создания новых костюмов эмпатии – это в основном пластики, а их получение и использование плохо влияет на экологическое состояние окружающей среды. Поэтому при создании костюмов эмпатии целесообразно использовать систему расходования вторичных ресурсов – «апсайклинг» (от англ. «upcycling»: буквальный перевод – «более широкое применение»). Подход «апсайклинг» заключается в придании предметам новых функций с целью вторичного использования – такой подход более приемлем в условиях ответственного проектирования [10].

Учитывая систему «апсайклинг», были найдены возможности для создания альтернативных костюмов эмпатии, менее дорогих, имеющих близкие функциональные возможности. Снижение себестоимости может обеспечиваться благодаря использованию вторичного сырья и подручных материалов (что, возможно, затруднит возможности серийного изготовления таких костюмов, однако, учитывая тот факт, что костюмы изготавливаются для использования в учебных целях, это не является недостатком).

Одним из заданий, направленных на обеспечение понимания концепции ответственного проектирования, является задание по разработке и созданию костюмов эмпатии (рис. 2). В процессе выполнения этого задания студенты следовали подходу

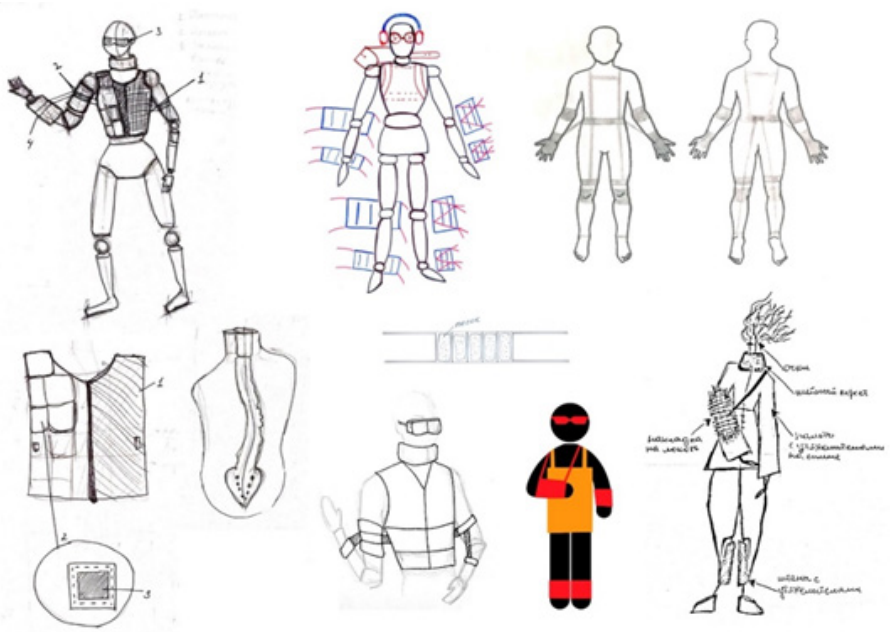


Рис. 2. Эскизы костюмов эмпатии выполнили студенты кафедры компьютерного дизайна РТУ МИРЭА Братищева Ю., Денисюк Т., Еремеева Е., Жигунова А., Кулишова Е, Куц Т., Несговорова А., Павлюченкова Т., Яковлева В.

«апсайклинг»: изготовление костюмов предполагало использование вторичного сырья и подлежащих уничтожению предметов, которые в рамках подхода «апсайклинг» приобретут новые функции и войдут в состав элементов костюмов эмпатии.

В 2018/2019 учебном году при изучении дисциплины «Современный дизайн» студентами магистратуры были изготовлены такие костюмы из подручных материалов (в том числе, отходов производства). Фотографии нескольких изготовленных студентами костюмов эмпатии представлены на рис. 3.

Каждый костюм, изготовленный из подручных материалов, уникален, следовательно, несколько подобных костюмов смогут имитировать различные заболевания и особенности

Рис. 3. Студенческая коллекция костюмов эмпатии, выполнили студенты кафедры компьютерного дизайна РТУ МИРЭА Братищева Ю., Денисюк Т., Еремеева Е., Жигунова А., Кулишова Е, Куц Т., Несговорова А., Павлюченкова Т., Яковлева В.

организма в различных степенях проявления, что позволит проводить разноплановые «проверки на доступность» в рамках учебных заданий, практических работ. Элементов, из которых состоят изготовленные костюмы эмпатии, вполне достаточно, чтобы прочувствовать различные типы ограничений возможностей здоровья и провести практическое занятие или тестирование пространства, объекта дизайна с учетом потребностей пользователей с ограниченными возможностями.

Работа в области ответственного дизайна ведется не только в рамках отдельных дисциплин, но и является основой для выполнения выпускных квалификационных работ. В 2018/2019 учебном году была защищена диссертация на соискание степени магистра, подготовленная с применением концепции ответственного дизайна (акцент был сделан на универсальном дизайне). Работа на тему «Формирование предметно-световой среды на основе принципов универсального дизайна» была направлена на решение проблем взаимодействия пассажиров и метрополитена. Внимание было уделено вопросу дискомфорта при использовании эскалаторов. Поиск решения этой проблемы привел к доработке существующей схемы метрополитена – она приобрела дополнительную информацию – указатели глубин заложения станций, а также для размещения схемы были предложены стенды, спроектированные с учетом фирменного стиля московского метрополитена и современных тенденций светового дизайна (рис. 4).

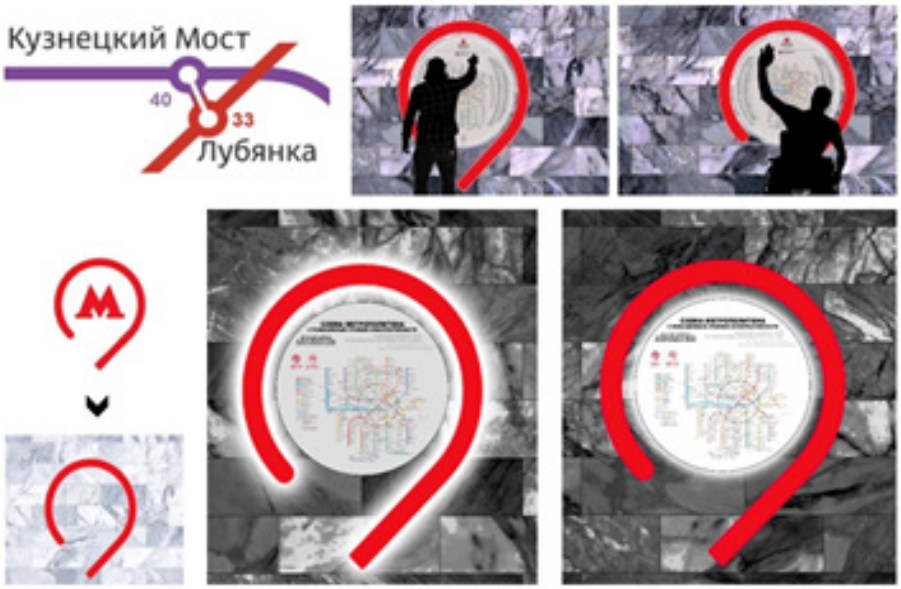


Рис. 4. Элементы предметно-световой среды.

Еще одним направлением работы по формированию мировоззрения на основе ответственного отношения можно считать социальную рекламу. В 2018–2019 учебном году студенты кафедры компьютерного дизайна под руководством доцента Мильчаковой Н.Е. подготовили для участия во Всероссийской олимпиаде студентов «Я – профессионал» по направлению «Дизайн» серии социальных плакатов, направленных на формирование общественного сознания, призывающих обратить внимание на определенные социальные проблемы.

Рис. 5 демонстрирует серию плакатов «В твоих руках больше, чем ты думаешь», направленных на привлечение внимания к угрозе уничтожения популяций диких животных.

Рис. 5. Серия социальных плакатов «В твоих руках больше, чем ты думаешь» (автор – Несговорова А.).

На рис. 6 представлена серия плакатов «Подари любовь – главное чувство». Работы акцентируют внимание на проблемах социализации детей с нарушениями сенсорных восприятий (слуха, зрения, обоняния, осязания, вкуса, а также с сочетанием нескольких видов нарушений сенсорного восприятия). На каждом плакате представлен определенный вид нарушения сенсорного восприятия с указанием проблем, возникающих в связи с сенсорными расстройствами. Девиз плакатов «Подари любовь – главное чувство» заставляет задуматься о необходимости помощи таким детям.

Рис. 6. Серия социальных плакатов «Подари любовь – главное чувство» (автор – Яковлева В.).

На рис. 7 представлена серия плакатов «Современный город». Работы акцентируют внимание на проблемах современного города, а также на нормативных документах, связанных с такими городскими явлениями, как загрязнение воздуха и воды, повышенный уровень шума, раздельный сбор мусора, автомобильные пробки, городское освещение, электрификация. Плакаты представляют собой 6 шрифтовых композиций. Каждый плакат имеет свою доминанту – слово, кратко описывающее городское явление или проблему. Вокруг доминанты строится композиция плаката: иллюстративное наполнение (городская среда) и текст, посвященный тому или иному явлению, а также названия соответствующих нормативных документов и выдержки из них.

Рис. 7. Серия социальных плакатов «Современный город» (автор – Жигунова А.).

Серии социальных плакатов, представленные на рис. 5–7 набрали большое количество баллов, и студенты-участники олимпиады заняли призовые места во Всероссийской олимпиаде студентов «Я – профессионал» сезона 2018–2019 гг. по направлению «Дизайн».

Заключение

Ответственное проектирование в настоящее время в основном опирается на такие принципы формирования предметно-пространственной среды, как универсальный и дисциплинарный дизайн. Универсальный дизайн защищает и помогает индивидуальному пользователю, а дисциплинарный дизайн защищает и отражает интересы целых социальных групп и даже всего общества. Результатом применения ответственного дизайна для формирования предметно-пространственной среды является создание современной комфортной, безопасной и рациональной среды обитания людей различных социальных групп.

Другой составляющей ответственного дизайна является бережное отношение к ресурсам, которое проявляется в учете экологических требований при работе над проектом, в частности, система «апсайклинг» является успешным примером проявления такого отношения.

Подводя итоги, можно подчеркнуть необходимость формирования мировоззрения на основе ответственного отношения у будущих дизайнеров, используя для этого все время обучения в вузе и различные уровни заданий: домашние работы, олимпиады и, наконец, выпускные квалификационные работы. Именно такой комплексный подход, постепенный переход от простых задач к решению комплексных проблем в области формирования предметно-пространственной среды, позволит выработать и закрепить ответственный подход к проектированию у будущих дизайнеров.

Литература:

1. Захаров А.И., Безменов А.И., Голдобина В.Ю. Дизайн керамических изделий: энергосбережение как общий тренд. *GAUDEAMUS IGITUR.* 2015;1(1):17-21.

2. Куманин В.И., Куманин А.В. Диалог о дизайне. Томск: STT, 2012. 120 с.

3. Куманин В.И. Антидизайн. *Труды Академии технической эстетики и дизайна.* 2015;3(2):5-6.

4. Соколова М.Л., Шечкин В.В. Сравнительный анализ систем формирования предметно-пространственной среды. *Труды Академии технической эстетики и дизайна.* 2018;1:13–15.

5. Албагачиев А.Ю., Мамедова И.Ю., Мильчакова Н.Е., Соколова М.Л. Промышленный дизайн и применение принципов универсальности при проектировании технических изделий. *Вестник машиностроения.* 2017;11:84-86.

6. Албагачиев А.Ю., Мамедова И.Ю., Мильчакова Н.Е., Соколова М.Л. Дисциплинарные функции промышленного дизайна. *Вестник машиностроения.* 2018;8:87-88.

7. Korsunskaya K., Zhigunova A., Sokolova M. The Problem of Universal Design in Russia. In: Proc. of Fifth Forum of Young Researchers. February 22, 2017. Izhevsk, Russia. P. 123–127.

8. Костюм эмпатии GERT [Электронный ресурс]. URL: https://lab-w.com/methods/gert (дата обращения: 14.06.2019).

9. Age Man Suit simulates the body of a 75 year-old [Электронный ресурс]. URL: https://www.slashgear.com/age-man-suit-simulates-the-body-of-a-75-year-old-11238133/ (дата об-ращения 26.06.2019).

10. Коваленко Д.М. Апсайклинг: концепция «общества сознательного потребления». *Наука через призму времени.* 2017;5(5):124-128.

References:

1. Zakharov A.I., Bezmenov A.I., Goldobina V.Yu. Design of ceramic products: energy saving as a general trend. *GAUDEAMUS IGITUR.* 2015;1(1):17-21 (in Russ.).

2. Kumanin V.I., Kumanin A.V. *Dialog o dizaine* (Dialogue about design). Tomsk: STT; 2012. 120 p. (in Russ.).

3. Kumanin V.I. Anti-design. *Trudy Akademii tekhnicheskoi estetiki i dizaina = Proceedings of the Academy of Technical Aesthetics and Design.* 2015;3(2):5-6 (in Russ.).

4. Sokolova M.L., Chechkin V.V. Comparative analysis of the systems forming the object-spatial environment. *Trudy Akademii tekhnicheskoi estetiki i dizaina = Proceedings of the Academy of Technical Aesthetics and Design.* 2018;1:13-15 (in Russ.).

5. Albagachiev A.Yu., Mamedova I.Yu., Milchakova N.E., Sokolova M.L. Industrial design and universality principles application in the process of technical products engineering. *Vestnik mashinostroeniya = Russian Engineering Research.* 2017;11:84-86 (in Russ.).

6. Albagachiev A.Yu., Mamedova I.Yu., Milchakova N.E., Sokolova M.L. Disciplinary functions of industrial design. *Vestnik mashinostroeniya = Russian Engineering Research.* 2018;8:87-88 (in Russ.).

7. Korsunskaya K., Zhigunova A., Sokolova M. The Problem of Universal Design in Russia. In Proceedings of Fifth Forum of Young Researchers. February 22, 2017. Izhevsk, Russia. P. 123-127.

8. Costume empathy GERT [Electronic resource]. URL: https://lab-w.com/methods/gert (in Russ.).

9. Age Man Suit simulates the body of a 75 year-old [Electronic resource]. URL: https://www.slashgear.com/age-man-suit-simulates-the-body-of-a-75-year-old-11238133/

10. Kovalenko D.M. Upcycling: the concept of "society of conscious consumption". *Nauka cherez prizmu vremeni = Science through the prism of time.* 2017;5(5):124-128 (in Russ.).

Об авторах:

Соколова Марина Леонидовна, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры компьютерного дизайна Физико-технологического института ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (105275, Россия, Москва, 5-я ул. Соколиной горы, д. 22).

Мильчакова Наталья Егоровна, кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерного дизайна Физико-технологического института ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (105275, Россия, Москва, 5-я ул. Соколиной горы, д. 22).

Жигунова Алиссия Игоревна, магистр кафедры компьютерного дизайна Физико-технологического института ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (105275, Россия, Москва, 5-я ул. Соколиной горы, д. 22).

About the authors:

Marina L. Sokolova, Dr. Sci. (Engineering), Professor, Professor of the Department of Computer Design, Institute of Physics and Technology, MIREA – Russian Technological University (22, 5th St. Sokolinaya Gora, Moscow, 105275, Russia).

Natalia E. Milchakova, Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor of the Department of Computer Design, Institute of Physics and Technology, MIREA – Russian Technological University (22, 5th St. Sokolinaya Gora, Moscow, 105275, Russia).

Alissia I. Zhigunova, master in the direction of the Department of Computer Design, Institute of Physics and Technology, MIREA – Russian Technological University (22, 5th St. Sokolinaya Gora, Moscow, 105275, Russia).

Свидетельство о регистрации СМИ *Эл № ФС 77-74578 от 14 декабря 2018 г.*

Дата опубликования *31 марта 2020 г.*

МИРЭА – Российский технологический университет
119454, Москва, пр. Вернадского, 78.

https://www.rtj-mirea.ru

МИРЭА
Российский
технологический
университет