

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 681.5.015

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-5-63-76>

EDN OIBKMA



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Об идентификации взаимосвязанных систем

Н.Н. Карабутов[®]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[®] Автор для переписки, e-mail: karabutov@mirea.ru

Резюме

Цели. Проблеме идентификации взаимосвязанных систем до настоящего времени уделялось недостаточно внимания. Взаимосвязанные системы управления широко применяются в различных технических системах. Как правило, применяются многоканальные системы. Из-за сложности их описания применяют упрощенные модели, которые не всегда отражают специфику объекта. Поэтому задача синтеза математических моделей является актуальной. Целью настоящей работы является разработка подхода к получению моделей в условиях неполной априорной информации. Для решения задачи применяется адаптивный подход. На примере двухканальных систем (ДС) с перекрестными связями и идентичными каналами разрабатывается метод получения математической модели. Рассматривается случай асимметричных перекрестных связей, и получены оценки их влияния на качество работы адаптивной системы идентификации. В рамках предлагаемой постановки ставится задача оценки идентифицируемости параметров двухканальной системы на основе имеющейся экспериментальной информации и последующем синтезе адаптивной системы. Дается обобщение предлагаемого подхода на случай многосвязной системы.

Методы. Применяются метод адаптивной идентификации системы, неявное идентификационное представление для модели, метод векторных функций Ляпунова.

Результаты. Предложен подход к оценке идентифицируемости двухканальных систем с перекрестными связями. Показано влияние постоянства возбуждения на оценки параметров двухканальной системы. Предложен метод синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров для двухканальных систем с перекрестными связями по данным «вход-выход». Дано обобщение подхода на случай взаимосвязанных систем. Результаты применены для построения моделей системы слежения и двухканального корректора для систем автоматического регулирования.

Выводы. Рассмотрены особенности адаптивной идентификации двухканальных систем с идентичными каналами, перекрестными и обратными связями. Получены условия идентифицируемости ДС. Синтезированы адаптивные алгоритмы оценивания параметров ДС. Дано обобщение предлагаемого подхода на случай неидентичных каналов и многосвязных систем. Доказана экспоненциальная диссипативность адаптивной системы идентификации. Предлагаемые методы могут использоваться при разработке систем идентификации и управления сложными динамическими системами.

Ключевые слова: адаптивная идентификация, идентифицируемость, устойчивость, двухканальная система, векторная функция Ляпунова, многосвязная система, постоянство возбуждения

• Поступила: 25.01.2024 • Доработана: 29.03.2024 • Принята к опубликованию: 15.07.2024

Для цитирования: Карабутов Н.Н. Об идентификации взаимосвязанных систем. *Russ. Technol. J.* 2024;12(5):63–76. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-5-63-76>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

On identification of interconnected systems

Nikolay N. Karabutov [@]

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] *Corresponding author, e-mail: karabutov@mirea.ru*

Abstract

Objectives. Interconnected control systems are widely used in various technical contexts, generally involving multichannel systems. However, due to the complexity of their description, the problem of identifying interconnected systems has received insufficient attention. As a result, simplified models are commonly used, which do not always reflect the specifics of the object. Thus, the synthesis of mathematical models for the description of interconnected control systems becomes a relevant endeavor. The paper sets out to develop an approach to obtaining models under conditions of incomplete a priori information. A mathematical model is developed on the example of two-channel systems (TCSs) having cross-connections and identical channels. The case of asymmetric cross-connections is considered, along with estimates of their influence on the quality of the adaptive identification system. The problem of estimating the identifiability of the parameters of a TCS is formulated on the basis of available experimental information and subsequent synthesis of the adaptive system. The proposed approach is then generalized to the case of an interconnected system.

Methods. The adaptive system identification and Lyapunov vector function methods are used along with implicit identification representation for the model.

Results. The influence of excitation constancy on estimates of the TCS parameters is demonstrated on the basis of the proposed approach for estimating the identifiability of TCS with cross-connections. The synthesis of adaptive algorithms of parameter estimation for TCSs with cross-connections based on input-output data is generalized to the case of interconnected systems. The results are applied to building models of tracking system and two-channel corrector for automatic control systems.

Conclusions. The features of adaptive identification of TCSs with identical channels, cross-connections and feedbacks are considered. The conditions for the TCS identifiability are obtained. Adaptive algorithms for estimating TCS parameters are synthesized. The proposed approach is generalized to the case of nonidentical channels and multi-connected systems. The exponential dissipativity of the adaptive identification system is verified. The proposed methods can be used in the development of systems for identification and control of complex dynamic systems.

Keywords: adaptive identification, identifiability, stability, two-channel system, Lyapunov vector function, multiconnected system, excitation constant

• Submitted: 25.01.2024 • Revised: 29.03.2024 • Accepted: 15.07.2024

For citation: Karabutov N.N. On identification of interconnected systems. *Russ. Technol. J.* 2024;12(5):63–76. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-5-63-76>

Financial disclosure: The author has no financial or property interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Многосвязные системы (МС) широко применяются в системах управления [1–5]. Наиболее часто их используют для управления приводами роботов и манипуляторов [6, 7], а также различными техническими системами [8, 9].

В [10] рассматривается возможность применения адаптивной идентификации для МС. Предлагается применение итеративно-вероятностного метода. В [11] предложен метод идентификации модели «черного ящика» для многосвязных нестационарных динамических объектов с неопределенностью. Разработка адаптивных алгоритмов децентрализованного робастного управления с эталонной моделью для взаимосвязанных систем с временной задержкой рассматривается в [12]. Обоснована асимптотическая устойчивость системы. Вопросы идентифицируемости замкнутой многосвязной стохастической системы рассмотрены в [13]. Предложена декомпозиция системы на подсистемы. Рассмотрена идентифицируемость как отдельных элементов системы, так и отдельных замкнутых контуров без одновременной идентификации остальных элементов и контуров системы. Получены достаточные условия сходимости почти наверное оценок параметров правдоподобия. Высокомодульный нормализованный адаптивный решеточный алгоритм для многоканальной фильтрации на основе метода наименьших квадратов предложен в [14].

В [15] представлен алгоритм идентификации моделей в виде передаточных функций для двумерных пространственно взаимосвязанных систем, которые являются причинными как для разомкнутого, так и замкнутого контура, с использованием нейронной сети. В [16] рассмотрена децентрализованная робастная адаптивная стабилизация с обратной связью по выходу. Синтез законов управления основан на адаптивном нелинейном демпфировании и применении робастного адаптивного наблюдателя состояния и функций Ляпунова (ФЛ). Близкие результаты получены в [17, 18]. В [19] представлен метод идентификации взаимосвязанной системы в рациональной форме с использованием данных ввода-вывода. Изучается модель в форме Рассера.

Адаптивное управление классом крупномасштабных систем, состоящих из произвольного числа

взаимодействующих подсистем с неизвестными параметрами, нелинейностями и ограниченными возмущениями рассмотрено в [20]. Применен метод эталонной модели. В [21] рассматривается топологическая структурная идентификация крупномасштабных подсистем, но с редкими потоками взаимосвязанных динамических систем на основе небольшого объема данных. В [22] описывается подход к слепой идентификации двухканальной системы (ДС) с конечным импульсным откликом по ограниченному числу выходных измерений при наличии аддитивного белого шума. Предложенный подход основан на данных в частотной области и позволяет проводить оценку по частоте. В [23] рассмотрены некоторые фундаментальные проблемы слепой многоканальной идентификации и дан анализ некоторых современных адаптивных алгоритмов.

Обзор [24] охватывает некоторые современные подходы, основанные на декомпозиции задачи идентификации систем с несколькими входами / одним выходом. Предлагаются процедуры идентификации в виде комбинаций малоразмерных решений, а также итеративной версии фильтра Винера. Вопросы идентификации стационарных линейных систем такого класса рассматривались в [13, 25, 26]. В [25] предложен способ идентификации многомерных систем в частотной области с помощью корреляционного подхода. Получена параметрическая модель в виде векторно-разностного уравнения и выполнено преобразование этой модели в соответствующую модель в частотной области. Вопросы идентифицируемости многомерных дискретных динамических систем рассмотрены в [26], где предложены априорные оценки идентифицируемости коэффициентов на основе числовых характеристик нижней границы асимптотической дисперсии оценок коэффициентов.

Итак, для исследования процессов в МС применяются модели как в виде передаточных функций, так и в пространстве состояний. Для синтеза алгоритмов управления используются адаптивные процедуры. Разработаны адаптивные алгоритмы управления при наличии немодулируемой динамики и действия возмущений. Такое состояние можно объяснить недостаточной информацией о состоянии и параметрах системы или объекта, а также сложностью учета взаимосвязей в системе. Идентификация параметров многомерных систем основана на применении статистических

процедур, частотных методов и нейросетевых технологий. Ряд работ посвящен применению адаптивных методов. В основном они применяются для настройки (идентификации) параметров устройства управления. Возникающие при этом параметрические неопределенности компенсируются за счет выбора соответствующих алгоритмов управления. Идентификации ДС посвящено немного публикаций.

В работе предлагается подход к адаптивной идентификации МС, основанный на использовании результатов измерений. Сначала рассматриваются ДС с перекрестными связями. Предлагается подход к их идентифицируемости при различных предположениях относительно параметров перекрестных связей. Получены оценки идентифицируемости. Доказывается устойчивость адаптивной системы. Далее рассматривается подход к идентификации МС.

1. ДВУХКАНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

1.1. Постановка задачи

Рассмотрим ДС с перекрестными связями. Звенья в каналах считаем идентичными. Для анализа ДС применяют передаточные функции [27]. Для задач идентификации ДС удобнее описывать в пространстве состояний. Пусть система содержит n последовательно взаимосвязанных вертикальных слоев:

1) первый слой

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_{11} = \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_{11} + \mathbf{B}_1 v_{11}, \\ y_{11} = \mathbf{C}_1^T \mathbf{X}_{11}, \\ \dot{\mathbf{X}}_{21} = \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_{21} + \mathbf{B}_1 v_{21}, \\ y_{21} = \mathbf{C}_1^T \mathbf{X}_{21}, \end{cases} \quad (1)$$

2) k -й слой ($1 < k \leq n$)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_{1,k} = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_{1,k} + \mathbf{B}_k u_{1,k}, \\ y_{1,k} = \mathbf{C}_k^T \mathbf{X}_{1,k}, \\ u_{1,k} = y_{1,k-1} + v_{1,k-1}, \\ v_{1,k-1} = d_{k-1}(y_{2,k-1} + d_{k-2}v_{2,k-1}), \\ \dot{\mathbf{X}}_{2,k} = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_{2,k} + \mathbf{B}_k u_{2,k}, \\ y_{2,k} = \mathbf{C}_k^T \mathbf{X}_{2,k}, \\ u_{2,k} = y_{2,k-1} + v_{2,k-1}, \\ v_{2,k-1} = d_{k-1}(y_{1,k-1} + d_{k-2}v_{1,k-1}), \end{cases} \quad (2)$$

где $v_{11} = g_1 - y_{1,n}$, $v_{21} = g_2 - y_{2,n}$, $v_{i,k-1}$ – выход перекрестной связи i -го канала, $i = 1, 2$; $\mathbf{X}_{i,k} \in \mathbb{R}^q$ –

вектор состояния k -го слоя i -го канала ДС; $\mathbf{A}_k \in \mathbb{R}^{q_k \times q_k}$, $\mathbf{C}_k \in \mathbb{R}^{q_k}$, $\mathbf{B}_k \in \mathbb{R}^{q_k}$, $y_{i,k} \in \mathbb{R}$ – выход k -го слоя i -го канала; $v_{i,k-1}$ – выход перекрестной связи, $g_i(t) \in \mathbb{R}$ – вход (задающее воздействие) системы. Матрица $\mathbf{A}_k$ является гурвицевой.

Параметр d_{k-1} представляет собой оператор. В зависимости от задач, решаемых ДС, d_{k-1} может быть постоянным, нелинейной функцией или дифференциальным оператором.

Информационное множество для системы (1), (2) имеет вид

$$\mathbb{I}_0 = \{g_i(t), y_{i,k}(t) \forall (i=1,2) \& (k=\overline{1,n}), t \in J = [t_0, t_e]\}, \quad (3)$$

где J – интервал съема данных; t – время; t_0, t_e – начало и конец временного интервала.

Для идентификации системы применяется модель со структурой, аналогичной (1), (2) и выходами $\hat{y}_{i,k} \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2$; $k = \overline{1,n}$.

Задача сводится к выбору алгоритмов настройки параметров модели таким образом, чтобы

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{y}_{i,k} - y_{i,k}| \leq \delta_{i,k}, \quad (4)$$

где $\delta_{i,k} \geq 0$ – заданная величина.

1.2. О структурных аспектах системы

Идентификация системы (1), (2) существенно зависит от возможности оценки ее параметров.

Введем модель для ДС (1):

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{X}}}_{1,1} = \mathbf{K}_1(\hat{\mathbf{X}}_{1,1} - \mathbf{X}_{1,1}) + \hat{\mathbf{A}}_1 \mathbf{X}_{1,1} + \hat{\mathbf{B}}_1 v_{1,1}, \\ \hat{y}_{1,1} = \mathbf{C}_1^T \hat{\mathbf{X}}_{1,1}, \\ \dot{\hat{\mathbf{X}}}_{2,1} = \mathbf{K}_1(\hat{\mathbf{X}}_{2,1} - \mathbf{X}_{2,1}) + \hat{\mathbf{A}}_1 \mathbf{X}_{2,1} + \hat{\mathbf{B}}_1 v_{2,1}, \\ \hat{y}_{2,1} = \mathbf{C}_1^T \mathbf{X}_{2,1}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\mathbf{K}_1 \in \mathbb{R}^{q_1 \times q_1}$ – известная устойчивая матрица (эталонная модель); $\hat{\mathbf{A}}_1 \in \mathbb{R}^{q_1 \times q_1}$, $\hat{\mathbf{B}}_1 \in \mathbb{R}^{q_1}$ – матрица модели (5), $\hat{\mathbf{X}}_{i,1}$ – вектор состояния.

Обозначим $\mathbf{E}_{1,1} \triangleq \hat{\mathbf{X}}_{1,1} - \mathbf{X}_{1,1}$, $\mathbf{E}_{2,1} \triangleq \hat{\mathbf{X}}_{2,1} - \mathbf{X}_{2,1}$. Тогда для первого слоя

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{E}}_{1,1} = \mathbf{K}_1 \mathbf{E}_{1,1} + \Delta \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_{1,1} + \Delta \mathbf{B}_1 v_{1,1}, \\ \dot{\mathbf{E}}_{2,1} = \mathbf{K}_1 \mathbf{E}_{2,1} + \Delta \hat{\mathbf{A}}_1 \mathbf{X}_{2,1} + \Delta \mathbf{B}_1 v_{2,1}, \end{cases} \quad (6)$$

где $\Delta \mathbf{A}_1 \triangleq \hat{\mathbf{A}}_1 - \mathbf{A}_1$, $\Delta \mathbf{B}_1 \triangleq \hat{\mathbf{B}}_1 - \mathbf{B}_1$ – матрицы параметрических невязок.

Аналогично получаем уравнения ошибок для остальных слоев ДС:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{E}}_{1,k} &= \mathbf{K}_k \mathbf{E}_{1,k} + \Delta \mathbf{A}_k \mathbf{X}_{1,k} + \Delta \mathbf{B}_k u_{1,k}, \\ \dot{\mathbf{E}}_{2,k} &= \mathbf{K}_k \mathbf{E}_{2,k} + \Delta \mathbf{A}_k \mathbf{X}_{2,k} + \Delta \mathbf{B}_k u_{2,k}.\end{aligned}\quad (7)$$

Пусть вход $g_i(t)$, $i = 1, 2$ удовлетворяет условию постоянства возбуждения (ПВ):

$$\mathcal{E}_{\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i} : \underline{\alpha}_i \leq g_i^2(t) \leq \bar{\alpha}_i \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T], \quad (8)$$

где $\underline{\alpha}_i$, $\bar{\alpha}_i$ – положительные числа, $T > 0$. Далее условие (8) будем записывать в виде $g_i(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i}$. Если $g_i(t)$ не имеет свойства ПВ, то будем писать $g_i(t) \notin \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i}$.

Теорема 1. Пусть выполняются условия: 1) $g_i(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i}$, где $(\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i) > 0$; 2) система (5) является устойчивой и обнаруживаемой; 3) матрица $\mathbf{K}_1 \in \mathbb{R}^{q_1 \times q_1}$ является гурвицевой; 4) входы $v_{i1}(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\sigma}_{i1}, \bar{\sigma}_{i1}}$, где $\underline{\sigma}_{i1} > 0$, $\bar{\sigma}_{i1} > 0$, $i = 1, 2$; 5) $\mathbf{X}_{i,1}(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{\mathbf{X}_{i,1}}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{i,1}}}$, где $(\underline{\alpha}_{\mathbf{X}_{i,1}}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{i,1}}) > 0$. Тогда система (5) является идентифицируемой, если

$$\pi_{12} \|\Delta \mathbf{A}_1\|^2 + 0.5 v_{12} \|\Delta \mathbf{B}_1\|^2 \leq (\lambda - 0.5) V_1, \quad (9)$$

где $\lambda_1 > 0.5$, $\pi_{12} = 2 \max(\bar{\alpha}_{X_{11}}, \bar{\alpha}_{X_{12}})$, $v_{12} = \bar{\sigma}_{11} + \bar{\sigma}_{21}$, $\|\Delta \mathbf{A}_1\|^2 = \text{tr}(\Delta \mathbf{A}_1^T \Delta \mathbf{A}_1)$, tr – след матрицы, $V_1(t) = 0.5 \mathbf{E}_{11}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{E}_{11}(t) + 0.5 \mathbf{E}_{21}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{E}_{21}(t)$, $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_1^T > 0$ – симметричная матрица.

Если выполняется условие (9), то систему (5) будем называть параметрически $\mathcal{E}_{1,X}$ -идентифицируемой на множестве переменных состояния. Идентифицируемость слоя подсистемы (1) зависит от свойств выхода ДС.

Рассмотрим систему (7). Введем ФЛ:

$$\begin{aligned}V_k(t) &= 0.5 \mathbf{E}_{1,k}^T(t) \mathbf{R}_k \mathbf{E}_{1,k}(t) + \\ &+ 0.5 \mathbf{E}_{2,k}^T(t) \mathbf{R}_k \mathbf{E}_{2,k}(t).\end{aligned}\quad (10)$$

Теорема 2. Пусть выполняются условия: 1) матрица $\mathbf{K}_k \in \mathbb{R}^{q_k \times q_k}$ является гурвицевой; 2) $\|\mathbf{X}_{1,k}\|^2 \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{\mathbf{X}_{1,k}}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{1,k}}}$, $\|\mathbf{X}_{2,k}\|^2 \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{\mathbf{X}_{2,k}}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{2,k}}}$; $\pi_k = \max(\bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{1,k}}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{2,k}})$, $y_{2,k-1} \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{y_{2,k-1}}, \bar{\alpha}_{y_{2,k-1}}}$; 3) система (5) является $\mathcal{E}_{1,X}$ -идентифицируемой; 4) система (7) является устойчивой и обнаруживаемой; 5) $v_{2,k-1}^2 \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{v_{2,k-1}}, \bar{\alpha}_{v_{2,k-1}}}$; 6) оператор d_{k-1} является постоянным: $d_k \leq \omega_k \leq \omega$, где ω – некоторое число; 7) $\lambda_k \geq 0.5$. Тогда система (7) является $\mathcal{E}_{k,X}$ -идентифицируемой, если

$$\begin{aligned}&0.5 \pi_{k,i} \|\Delta \mathbf{A}_k\|^2 + 0.5 \|\Delta \mathbf{B}_k\|^2 \times \\ &\times (\tilde{\alpha}_k + 2\omega^2(\tilde{\alpha}_k + 2\omega^2 \beta_k)) \leq (\lambda_k - 0.5) V_k,\end{aligned}\quad (11)$$

где $\pi_{k,i} = 2 \max(\bar{\alpha}_{X_{1,k}}, \bar{\alpha}_{X_{2,k}})$,

$\tilde{\alpha}_k = 2 \max(\bar{\alpha}_{y_{2,k-1}}, \bar{\alpha}_{y_{1,k-1}})$,

$\beta_k = \max_i(\bar{\alpha}_{y_{i,k-1}} + \omega^2 \bar{\alpha}_{v_{i,k-1}})$.

Замечание 1. Условия $\|\mathbf{X}_{i,k}\|^2 \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{\mathbf{X}_{i,k}}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{i,k}}}$, $i = 1, 2$ следуют из $v_{i1}(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{v_{i1}}, \bar{\alpha}_{v_{i1}}}$.

Замечание 2. Идентифицируемость k -го слоя (7) зависит от свойств предыдущих слоев системы (1), (2) и перекрестных связей. Параметры перекрестных связей должны выбираться таким образом, чтобы выполнялось условие (11).

Рассмотрим случай, когда оператор d_k является дифференцирующим.

Теорема 3. Пусть выполняются условия теоремы 2 и: 1) оператор d_{k-1} является дифференцирующим, т. е. $v_{1,k-1} = d(y_{2,k-1} + d_{k-2} v_{2,k-1})/dt$; 2) система (1), (2) является устойчивой, обнаруживаемой и восстанавливаемой. Тогда система (7) является $\mathcal{E}_{k,X}$ -идентифицируемой, если

$$\begin{aligned}&0.5 \pi_{k,i} \|\Delta \mathbf{A}_k\|^2 + 0.5 \|\Delta \mathbf{B}_k\|^2 \times \\ &\times (\tilde{\alpha}_{k,y} + 2(\bar{\alpha}_{\dot{y}} + \tilde{\alpha}_{\ddot{y}})) \leq (\lambda_k - 0.5) V_k,\end{aligned}\quad (12)$$

где $\tilde{\alpha}_{k,y} = 2 \max_i \bar{\alpha}_{\dot{y}_{2,k-1}}$, $\tilde{\alpha}_{k,\ddot{y}} = 2 \max_i \bar{\alpha}_{\ddot{y}_{i,k-1}}$, $\pi_{k,i} = 2 \max(\bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{1,k}}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_{2,k}})$, $V_k(t)$ имеет вид (10).

Итак, полученные результаты позволяют оценить идентифицируемость системы (1), (2) при измеримости вектора состояния элементов всех слоев ДС. Чаще всего для наблюдения доступно только множество (3). В этом случае необходимо оперировать доступной информацией для оценки идентифицируемости ДС.

Преобразуем ДС к виду, удобному для использования множества $\mathbb{I}_0$ [28, 29]. Рассмотрим систему (1). Пусть $\mathbf{A}_1$ является матрицей Фробениуса с вектором параметров $\mathbf{A}_{1,s} \in \mathbb{R}^{q_1}$, $\mathbf{A}_{1,s} = [a_{1,s,1}, a_{1,s,2}, \dots, a_{1,s,q_1}]^T$, $\mathbf{C}_1 = [1, 0, \dots, 0]^T$, $\mathbf{B}_1 = [0, \dots, 0, b_{1,s}]^T$. В пространстве (v_{11}, y_{11}) системе (1) соответствует представление

$$\dot{y}_{1,1} = \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{1,1}, \quad (13)$$

где $\bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T = [-a_{1,1,1}, a_{1,1,2}, \dots, a_{1,1,q_1}; b_{1,s}, b_{1,2}, \dots, b_{1,q_1}]$, $\bar{\mathbf{A}}_{1,1} \in \mathbb{R}^{2q_1}$, $\mathbf{P}_{1,1} \in \mathbb{R}^{2q_1}$.

Учитывая (13), систему (1) в пространстве «вход-выход» преобразуем к виду

$$\begin{cases} \dot{y}_{1,1} = \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{1,1}, \\ \dot{y}_{2,1} = \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{2,1}. \end{cases} \quad (14)$$

Оценим идентифицируемость системы (14) по выходу ($\mathcal{E}_{1,y}$ -идентифицируемость). Рассмотрим модель

$$\begin{cases} \dot{\hat{y}}_{1,1} = -\chi e_{1,1} + \hat{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{1,1}, \\ \dot{\hat{y}}_{2,1} = -\chi e_{2,1} + \hat{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{2,1}, \end{cases} \quad (15)$$

где $\chi_1 > 0$, $e_{i,1} = \hat{y}_{i,1} - y_{i,1}$ – ошибка прогнозирования $y_{i,1}$ -го выхода, $i = 1, 2$. Для $e_{i,1}$ получаем уравнение

$$\dot{e}_{i,1} = -\chi_1 e_{i,1} + \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{i,1}, \quad \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1} = \hat{\mathbf{A}}_{1,1} - \bar{\mathbf{A}}_{1,1}. \quad (16)$$

Рассмотрим ФЛ $V_{1,2}(e_{1,1}, e_{2,1}) = 0.5(e_{1,1}^2 + e_{2,1}^2)$. Для $\dot{V}_{1,2}$ получим

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1,2} &= -2\chi_1 V_{1,2} + \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T (\mathbf{P}_{1,1} e_{1,1} + \mathbf{P}_{2,1} e_{2,1}) \leq \\ &\leq -\frac{\chi_1}{2} V_{1,2} + \frac{1}{2\chi_1} \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_1^T \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_1^T = \mathbf{P}_{1,1} \mathbf{P}_{1,1}^T + \mathbf{P}_{2,1} \mathbf{P}_{2,1}^T$.

Из (16) следует, что $\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1} = 0$, если вектор $\mathbf{P}_i(t)$ является предельно невырожденным, т. е. $\mathbf{P}_i(t) \in \mathcal{E}_{\mathbf{P}_i, \bar{\mathbf{A}}_{1,1}} (i = 1, 2)$ и подсистема (1) является параметрически $\mathcal{E}_{1,y}$ -идентифицируемой по выходу. $\mathcal{E}_{1,y}$ -идентифицируемость подсистем (2) обосновывается аналогично.

Для k -го слоя (система (2)) можно получить представление, аналогичное (13):

$$\begin{cases} \dot{y}_{1,k} = \bar{\mathbf{A}}_{1,k}^T \mathbf{P}_{1,k}, \\ \dot{y}_{2,k} = \bar{\mathbf{A}}_{1,k}^T \mathbf{P}_{2,k} \end{cases} \quad (17)$$

где $\mathbf{P}_{i,k} \in \mathbb{R}^{2q_k}$ – обобщенный вход. Для удобства представления (13)–(15), (17) будем называть неканоническим идентификационным представлением.

При идентификации ДС и неполной априорной информации может возникнуть задача определения типа перекрестных связей. В этом случае можно воспользоваться следующим подходом. Рассмотрим k -й слой системы (2) с идентичными перекрестными связями и $d_{k-1} = \text{const}$. Построим структуру $\mathbf{S}_{u_{i,k}, y_{i,k}}$,

описываемую функцией $f_{u_{i,k}, y_{i,k}} : u_{i,k} \rightarrow y_{i,k}$, $i = 1, 2$ для обоих каналов k -го слоя. $\mathbf{S}_{u_{i,k}, y_{i,k}}$ отражает состояние «вход-выход» ДС. Определим секущие для $\mathbf{S}_{u_{i,k}, y_{i,k}}$:

$$\xi_{u_{i,k}, y_{i,k}} = a_{\xi_{0,i,k}} + a_{\xi_{1,i,k}} u_{i,k}, \quad (18)$$

где $a_{\xi_{0,i,k}}, a_{\xi_{1,i,k}}$ – параметры, определяемые с помощью метода наименьших квадратов.

Так как перекрестная связь является жесткой, то угол между секущими $\xi_{u_{i,k}, y_{i,k}}$ не будет превышать некоторую величину: $|a_{\xi_{1,1,k}} - a_{\xi_{1,2,k}}| \leq \delta_{\xi_{i,k}}$. Следовательно, перекрестные связи являются положительными. Если перекрестные связи являются асимметричными, то $|a_{\xi_{1,1,k}} - a_{\xi_{1,2,k}}| > \delta_{\xi_{i,k}}$. В этом случае сигнал $v_{1,k-1}$ будет действовать в противофазе с выходом $y_{1,k-1}$ предыдущего слоя первого канала.

Замечание 3. Если каналы каждого слоя являются неидентичными, то идентифицируемость слоев системы нетрудно получить из приведенных теорем.

1.3. Адаптивная идентификация ДС

Рассмотрим представление (13)–(15), (17) для ДС. Для подсистемы (17) введем модель:

$$\begin{cases} \dot{\hat{y}}_{1,k} = -\chi_k e_{1,k} + \hat{\mathbf{A}}_{1,k}^T \mathbf{P}_{1,k}, \\ \dot{\hat{y}}_{2,k} = -\chi_k e_{2,k} + \hat{\mathbf{A}}_{1,k}^T \mathbf{P}_{2,k}, \end{cases} \quad (19)$$

где $\chi_k > 0$, $e_{i,k} = \hat{y}_{i,k} - y_{i,k}$ – ошибка прогнозирования выхода $y_{i,k}$ ($k = 1, 2$, i – i -й элемент в k -м слое). Для $e_{i,k}$ получаем уравнение:

$$\dot{e}_{i,k} = -\chi_k e_{i,k} + \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}^T \mathbf{P}_{i,k}, \quad \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k} = \hat{\mathbf{A}}_{1,k} - \bar{\mathbf{A}}_{1,k}. \quad (20)$$

Адаптивный алгоритм настройки параметров модели (19) имеет вид:

$$\dot{\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}} = \dot{\hat{\mathbf{A}}_{1,k}} = -\mathbf{\Gamma}_k e_{i,k} \mathbf{P}_{1,k}, \quad (21)$$

где $\mathbf{\Gamma}_k \in \mathbb{R}^{q_k \times q_k}$ – диагональная матрица с $\gamma_{k,j} > 0$.

Рассмотрим подсистему (14)–(16) и ФЛ $\tilde{V}_1(e_{1,1}) = 0.5e_{1,1}^2$. Из условия $\dot{\tilde{V}}_1 \leq 0$ получаем адаптивный алгоритм настройки вектора $\hat{\mathbf{A}}_{1,1}$:

$$\dot{\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}} = \dot{\hat{\mathbf{A}}_{1,1}} = -\mathbf{\Gamma}_1 e_{1,1} \mathbf{P}_{1,1}, \quad (22)$$

где $\mathbf{\Gamma}_1 \in \mathbb{R}^{q_1 \times q_1}$ – диагональная матрица с $\gamma_{1,j} > 0$, j – номер диагонального элемента.

Замечание 4. Так как ДС имеет идентичные каналы, то настройку выполняем только для одного из них.

Из-за обратной связи некоторые параметры системы (14)–(16), (22) могут быть неидентифицируемыми. Учитывая это, уравнение (16) запишем в виде:

$$\dot{e}_{1,1} = -\chi_1 e_{1,1} + \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{1,1} + f(\bar{\mathbf{A}}_{1,1}, p_{v_{11}}), \quad (23)$$

где $f(\cdot)$ – неопределенность, возникающая из-за невыполнения условия ПВ.

Рассмотрим ФЛ $\tilde{V}_{1,e}(e_{1,1}) = 0.5e_{1,1}^2$, $\tilde{V}_{1,\Delta}(\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}) = 0.5\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \Gamma_1^{-1} \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}$.

Теорема 4. Пусть выполняются условия: 1) $g_i(t) \in \mathcal{C}_{\bar{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i}$, $\mathbf{P}_{1,1} \notin \mathcal{C}_{\bar{\alpha}_{\mathbf{P}_{1,1}}, \bar{\alpha}_{\mathbf{P}_{1,1}}}$; 2) $y_{i,1} \notin \mathcal{C}_{\bar{\alpha}_{y_{i,1}}, \bar{\alpha}_{y_{i,1}}}$, $i = 1, 2$; 3) $|f| \leq \alpha_f$ где $\alpha_f \geq 0$; 4) существует такое $\upsilon > 0$, что при $t \gg t_0$ справедливо $e_{1,1} \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{1,1} = \upsilon(e_{1,1}^2 + \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}^T \mathbf{P}_{1,1} \mathbf{P}_{1,1}^T \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1})$; 5) $\lambda_{\max}^{-1}(\Gamma_1) \|\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}\|^2 \leq \tilde{V}_{1,\Delta} \leq \lambda_{\min}^{-1}(\Gamma_1) \|\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,1}\|^2$; 6) для системы (16), (23) справедлива система дифференциальных неравенств

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{V}}_{1,e} \\ \dot{\tilde{V}}_{1,\Delta} \end{bmatrix} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{\chi_1}{2} & 2\frac{\pi_{P_{1,1}}}{\chi_1} \\ 4\upsilon & -\frac{\upsilon\eta}{2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{S_1}} \begin{bmatrix} \tilde{V}_{1,e} \\ \tilde{V}_{1,\Delta} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\alpha_f}{\chi_1} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{S_1}} \quad (24)$$

и система сравнения $\dot{\mathbf{S}}_1(t) = \mathbf{A}_{S_1} \mathbf{S}_1(t) + \mathbf{B}_{S_1}$ для (24), где $\mathbf{S}_1(t) = [s_{1,e}(t), s_{1,\Delta}(t)]^T$, $s_{1,w}(t)$ ($w = e, \Delta$) является мажорантой для $\tilde{V}_{1,w}(t)$ и $s_{1,w}(t_0) \geq \tilde{V}_{1,w}(t_0)$. Тогда система (14)–(16), (23) является экспоненциально диссипативной с оценкой

$$[\tilde{V}_{1,e}(t) \tilde{V}_{1,\Delta}(t)]^T \leq e^{\mathbf{A}_{S_1}(t-t_0)} \mathbf{S}_1(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_{S_1}(t-\tau)} \mathbf{B}_{S_1} d\tau,$$

если $\chi_1^2 \eta > 8\vartheta_{P_{1,1}}$, где $\eta = \pi_{P_{1,1}} \lambda_{\min}^2(\Gamma_1)$, $\pi_{P_{1,1}} \geq 0$, $\|\mathbf{P}_{1,1} \mathbf{P}_{1,1}^T\| \leq \vartheta_{P_{1,1}}(\bar{\alpha}_{P_{1,1}})$, $\lambda_{\min}(\Gamma_1)$ – минимальное собственное число матрицы Γ_1 .

Из теоремы 4 следует, что адаптивная система идентификации позволяет получить смещенные оценки параметров системы (14)–(16).

Рассмотрим систему (17), (19), (21). Пусть d_{k-1} в (2) является постоянным.

Представим $\mathbf{P}_{1,k}$ и $\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}$ в виде: $\mathbf{P}_{1,k} = [\tilde{\mathbf{P}}_{1,k}^T, p_{j,v_{1,2,k-1}}]^T$, $\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k} = [\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}^T, \Delta d_{j,k}]^T$, где $p_{j,v_{1,2,k-1}}$ – преобразование $v_{1,2,k-1}$, j – элемент $\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}$, являющийся преобразованием параметра d_{k-1} . Тогда (20) имеет вид:

$$\dot{e}_{1,k} = -\chi_k e_{1,k} + \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}^T \mathbf{P}_{1,k} + f_{1,k}(\bar{\mathbf{A}}_{1,k} \mathbf{P}_{1,k}), \quad (25)$$

где $f_{1,k}(\cdot) \in \mathbb{R}$ – неопределенность, возникающая из-за невыполнения условия ПВ.

Рассмотрим систему (19), (20), (25) и ФЛ $\tilde{V}_{k,e}(e_{1,k}) = 0.5e_{1,k}^2$, $\tilde{V}_{k,\Delta}(\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}) = 0.5\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}^T \Gamma_k^{-1} \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}$.

Теорема 5. Пусть выполняются условия теоремы 4 и: 1) $y_{1,k}(t) \notin \mathcal{C}_{\bar{\alpha}_{y_{1,k}}, \bar{\alpha}_{y_{1,k}}}$, $\mathbf{P}_{1,k} \notin \mathcal{C}_{\bar{\alpha}_{P_{1,k}}, \bar{\alpha}_{P_{1,k}}}$; 2) $u_{1,k} = v_{u_{1,k}}(y_{1,k-1}, v_{1,k-1})$, $u_{1,k} \notin \mathcal{C}$; 3) $f_{1,k}^2 \leq \alpha_{f_{1,k}}$, где $\alpha_{f_{1,k}} \geq 0$; 4) справедлива оценка $\lambda_{\max}^{-1}(\Gamma_k) \|\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}\|^2 \leq \tilde{V}_{k,\Delta} \leq \lambda_{\min}^{-1}(\Gamma_k) \|\Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}\|^2$, где $\lambda_k(\Gamma_k)$ – минимальное собственное число матрицы Γ_k ; 5) $\|\mathbf{P}_{1,k} \mathbf{P}_{1,k}^T\| \leq \pi_{P_{1,k}} < \bar{\alpha}_{P_{1,k}}$; 6) существует такое $\upsilon > 0$, что при $t \gg t_0$ справедливо

$$e_{1,k} \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}^T \mathbf{P}_{1,k} = \upsilon(e_{1,k}^2 + \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}^T \mathbf{P}_{1,k} \mathbf{P}_{1,k}^T \Delta \bar{\mathbf{A}}_{1,k}); \quad (26)$$

7) для системы (21), (25) справедлива система дифференциальных неравенств

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{V}}_{k,e} \\ \dot{\tilde{V}}_{k,\Delta} \end{bmatrix} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{\chi_k}{2} & 2\frac{\vartheta_{P_{1,k}}}{\chi_k} \\ 4\upsilon & -\frac{\delta\varphi}{2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{S_k}} \begin{bmatrix} \tilde{V}_{k,e} \\ \tilde{V}_{k,\Delta} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\alpha_{f_{1,k}}}{\chi_k} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{S_k}}, \quad (27)$$

и система сравнения $\dot{\mathbf{S}}_k(t) = \mathbf{A}_{S_k} \mathbf{S}_k(t) + \mathbf{B}_{S_k}$ для (27), где $\mathbf{S}_k(t) = [s_{k,e}(t), s_{k,\Delta}(t)]^T$, $s_{k,w}(t)$ ($w = e, \Delta$) является мажорантой для $\tilde{V}_{k,w}(t)$ и $s_{k,w}(t_0) \geq \tilde{V}_{k,w}(t_0)$. Тогда система (19), (20), (25) является экспоненциально диссипативной с оценкой

$$\tilde{\mathbf{V}}_k(t) \leq e^{\mathbf{A}_{S_k}(t-t_0)} \mathbf{S}_k(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_{S_k}(t-\tau)} \mathbf{B}_{S_k} d\tau,$$

если выполняется условие $\chi_k^2 \eta > 32\vartheta_{P_{1,k}}$, где $\pi_{P_{1,k}} \geq 0$, $\eta = \pi_{P_{1,k}} \lambda_{\min}(\Gamma_k)$.

Из (25) следует, что свойства адаптивной системы идентификации k -го слоя зависят от перекрестных связей.

Итак, доказана идентифицируемость ДС по состоянию и выходу k -слоя ДС. Получены результаты, подтверждающие сходимость получаемых оценок параметров системы. Свойства адаптивной системы идентификации зависят от параметров перекрестных связей системы и информационных свойств сигналов в ДС.

Замечание 5. Если ДС содержит неидентичные каналы, то необходимо применять модели (17) для каждого k -слоя. Это же касается и перекрестных связей.

2. ВЗАИМОСВЯЗАННЫЕ СИСТЕМЫ

Рассмотрим систему S_{MC} :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{D}\mathbf{F}_1(\mathbf{X}, t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t), \\ \mathbf{L}\mathbf{Y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{X}(t) + \mathbf{F}_2(\mathbf{X}, t),\end{aligned}\quad (28)$$

где $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^m$ – вектор состояния; $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – матрица состояния; $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{m \times q}$; $\mathbf{F}_1(\mathbf{X}, t): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^q$ – нелинейная вектор-функция; $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^k$ – вектор входа (управления); $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times k}$; $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^n$ – вектор выхода; $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times m}$; $\mathbf{F}_2(\mathbf{X}, t): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ – вектор возмущений (ошибок измерения), $\mathbf{L}$ – оператор, определяющий способ формирования вектор $\mathbf{Y}$. В некоторых случаях $\mathbf{L}$ может быть дифференциальным оператором, отражающим динамические свойства системы измерений или способ взаимовлияния между подсистемами. Матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ являются блочными, отражающими состояние отдельных подсистем. Вектор $\mathbf{F}_2(\mathbf{X}, t)$ может быть как возмущением (ошибкой измерения), так и переменной, отражающей влияние отдельных подсистем.

Множество данных

$$\mathbb{I}_0 = \{\mathbf{Y}(t), \mathbf{U}(t), t \in [t_0, t_N]\}, t_N < \infty. \quad (29)$$

Предположение 1. Элементы $\varphi_{1,i}(x_j) \in \mathbf{F}_1$, $\varphi_{2,i}(x_j) \in \mathbf{F}_2$ являются гладкими однозначными функциями.

Для оценки параметров матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ применим модель

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{X}}}(t) = \hat{\mathbf{A}}(t)\hat{\mathbf{X}}(t) + \hat{\mathbf{D}}(t)\mathbf{F}_1(\hat{\mathbf{X}}, t) + \hat{\mathbf{B}}(t)\mathbf{U}(t), \\ \mathbf{L}\hat{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{F}_2(\hat{\mathbf{X}}, t), \end{cases} \quad (30)$$

где $\hat{\mathbf{A}}(t)$, $\hat{\mathbf{D}}(t)$, $\hat{\mathbf{B}}(t)$ – матрицы с настраиваемыми параметрами.

Задача: для системы (27), удовлетворяющей предположению 1, на основе анализа $\mathbb{I}_0$ построить модель (30) и найти такие законы настройки параметров матриц $\hat{\mathbf{A}}(t)$, $\hat{\mathbf{D}}(t)$ и $\hat{\mathbf{B}}(t)$, чтобы

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\mathbf{Y}}(t) - \mathbf{Y}(t)\| \leq \delta_y, \quad \delta_y \geq 0,$$

где $\|\cdot\|$ – евклидова норма.

Замечание 6. Для некоторого класса систем выражение (28) можно рассматривать как уравнение,

описывающее связи между подсистемами. В этом случае необходимо оценивать вид вектора $\mathbf{F}_2(\mathbf{X}, t)$.

Для синтеза алгоритмов адаптивной идентификации можно применить подход, изложенный в предыдущем разделе 1.3.

Замечание 7. Если система S_{MC} содержит нелинейные подсистемы, то для принятия решения о классе нелинейности в условиях неопределенности необходимо построить граф взаимосвязи [30], по которому можно принимать решение о типе нелинейности. Это же справедливо, если система содержит несколько нелинейностей в одной подсистеме.

Модели и алгоритмы адаптации совпадают с уравнениями, полученными в предыдущем разделе. Для оценки качества работы адаптивной подсистемы идентификации можно применить теоремы п. 1.2.

3. ПРИМЕРЫ

Пример 1. Рассматривается двухканальная следящая система углового сопровождения цели с идентичными каналами азимута и угла места и асимметричными перекрестными связями [31]:

$$\dot{x} = -a_x x + b_x (g - y), \quad (31)$$

$$\ddot{y} = -a_y \ddot{y} + b_y (x - (g_1 - y_1) - k(g_1 - y_1)'), \quad (32)$$

$$\dot{x}_1 = -a_x x_1 + b_x (g_1 - y_1), \quad (33)$$

$$\ddot{y}_1 = -a_y \ddot{y}_1 + b_y (x_1 + (g - y) + k(g - y)'), \quad (34)$$

где $a_x = T_x^{-1}$, $b_x = T_x^{-1}k_x$; T_x , k_x – постоянная времени и коэффициент усиления усилителя; k – параметр перекрестной связи; $a_y = T_y^{-1}$, $b_y = T_y^{-1}k_y$ – параметры сервомотора; g , g_1 – входные воздействия. Перекрестная связь представлена в скобках как дифференцирующее звено с параметром k , $(g_1 - y_1)' = d(g_1 - y_1)/dt$.

Для измерения доступна информация о выходах звеньев $x_i(t)$, $y_i(t)$ и входах $g_i(t)$ на некотором временном интервале. Необходимо оценить параметры системы (31), (32).

Воспользуемся преобразованием [28], чтобы получить модель для $y(t)$. Рассмотрим систему фильтров (преобразований):

$$\begin{aligned}\dot{p}_y &= -\mu_1 p_y + y, \\ \dot{p}_g &= -\mu_1 p_g + g, \\ \dot{p}_v &= -\mu_1 p_v + v,\end{aligned}\quad (35)$$

где $\vartheta \triangleq x - g_1 + y_1$, $v \triangleq d(g_1 - y_1)/dt$, $p_i(0) = 0$, $i = y, g, v$, $\mu_1 > 0$ – число, не совпадающее с корнями

характеристического уравнения для второго уравнения в (31). Тогда модель для (31) имеет вид:

$$\dot{\hat{x}} = -\chi_x e_x + \hat{a}_x x + \hat{b}_x (g - y), \quad (36.1)$$

$$\dot{\hat{y}} = -\chi_y e_y + \hat{a}_y y + \hat{a}_{p_y} p_y + \hat{a}_9 p_9 + \hat{a}_v p_v, \quad (36.2)$$

где $e_x = \hat{x} - x$, $e_y = \hat{y} - y$, χ_x, χ_y – положительные числа (эталонная модель). Алгоритмы настройки параметров системы (36)

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}}_x &= -\gamma_{a_x} e_x x, & \dot{\hat{b}}_x &= -\gamma_{b_x} e_x (g - y), \\ \dot{\hat{a}}_y &= -\gamma_{a_y} e_y y, & \dot{\hat{a}}_{p_y} &= -\gamma_{a_{p_y}} e_y p_y, \\ \dot{\hat{a}}_9 &= -\gamma_{a_9} e_y p_9, & \dot{\hat{a}}_v &= -\gamma_{a_v} e_y p_v, \end{aligned} \quad (37)$$

где $\gamma_{a_i}, \gamma_{b_i}$ ($i = x, y, a_y, p_y, 9, v$) – положительные числа, гарантирующие сходимость (36).

Система (31), (32) моделировалась с параметрами: $a_x = 1.2$, $b_x = 2$, $a_y = 5.95$, $b_y = 1$, $k = 5$. Входы $g(t) = 1.5 \sin(0.1\pi t)$, $g_1(t) = 1.5 \sin(0.1\pi t)$.

На рис. 1 представлены структуры, подтверждающие наличие асимметричных связей в системе. Рис. 1 отражает влияние перекрестных связей на выход каналов. Анализ параметров $a_{\xi_{0,\varepsilon_1},y} = 0.53$, $a_{\xi_{0,\varepsilon,y_1}} = -0.45$ секущих $\xi_{\varepsilon_1,y}$, ξ_{ε,y_1} показывает, что для них выполняется условие $|a_{\xi_{0,\varepsilon_1},y} - a_{\xi_{0,\varepsilon,y_1}}| > \delta_{\xi_0}$, где $\delta_{\xi_0} = 0.2$. Следовательно, перекрестные связи являются антисимметричными.

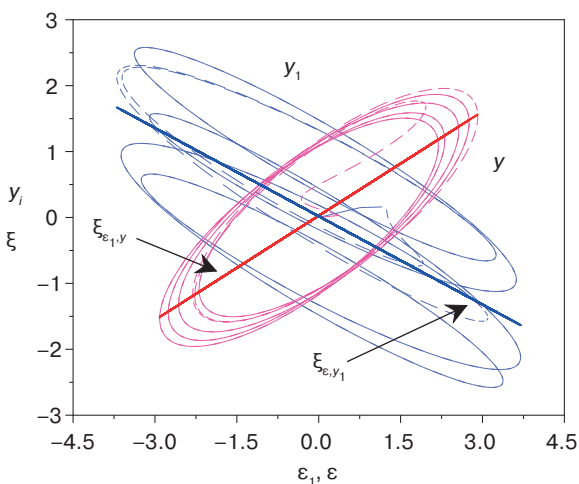


Рис. 1. Оценка структуры перекрестных связей

При оценке параметров системы (31), (32) учитывалось замечание 4. Параметры системы идентификации: $\mu_1 = 1.5$, $\chi_x = 1.5$, $\chi_y = 2$.

Результаты адаптивной идентификации представлены на рис. 2–6. Процесс адаптивной идентификации параметров модели (36) показан на рис. 2 и 3, где t – здесь и далее текущее время в относительных единицах.

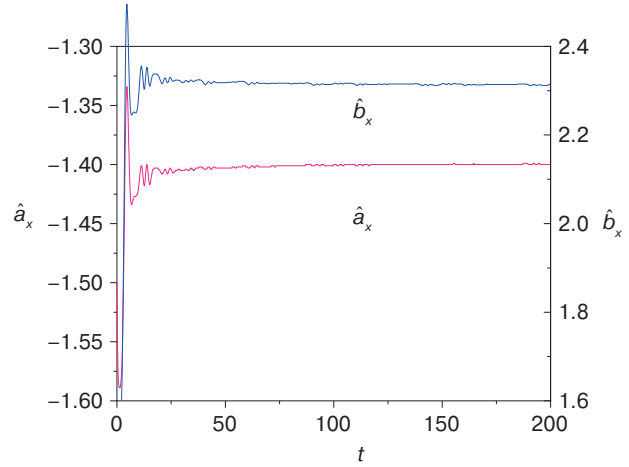


Рис. 2. Настройка параметров модели (36.1)

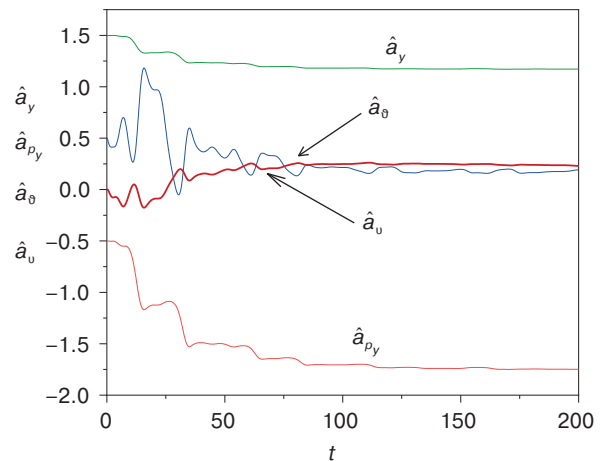


Рис. 3. Настройка параметров модели (36.2)

Ошибки идентификации, получаемые с помощью моделей (36), показаны на рис. 4.

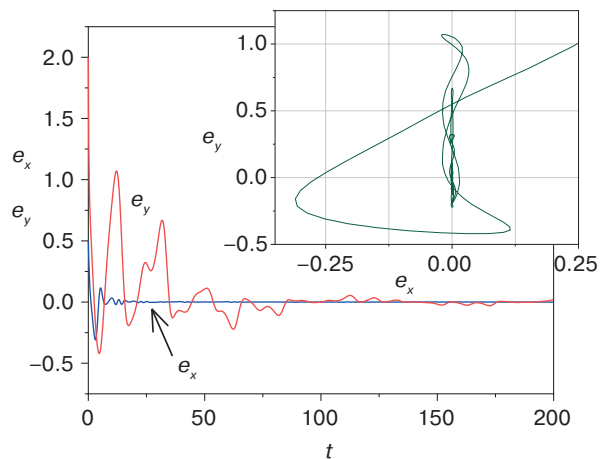


Рис. 4. Изменение ошибки прогнозирования

Из рис. 3 и 4 следует, что настройка параметров слоя 2 зависит как от выхода слоя 1 (модель (36.1)), так и свойств перекрестных связей. Кроме этого, на качество настройки параметров (36.2) также влияет корреляция между выходами элементов (31), (33). Эта связь передается через перекрестные связи. Сделанный вывод подтверждают структуры, показанные на рис. 5, а также утверждения теоремы 5. Процесс настройки параметров модели (36.1) имеет плавный характер (рис. 6).

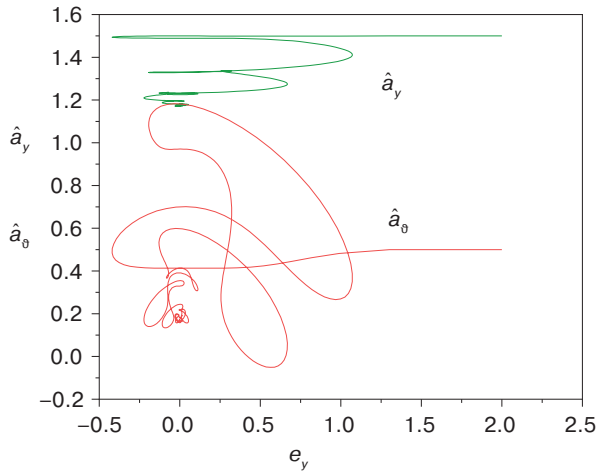


Рис. 5. Настройка параметров модели (36.2)

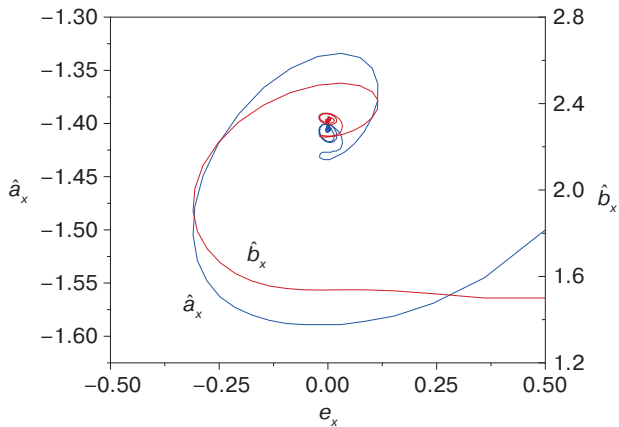


Рис. 6. Настройка параметров модели (36.1)

Пример 2. Псевдолинейный двухканальный корректор описывается системой уравнений [32]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha_1 x_1 + \beta_1 (g - x_6), \\ \dot{x}_2 = -\alpha_2 x_2 + \mu_2 (g - x_6)' + \beta_2 (g - x_6), \\ \dot{x}_6 = x_7, \\ \dot{x}_7 = -\alpha_{01} x_7 - \alpha_{02} x_6 + \beta_0 (x_1 \text{sign}(x_1))(\text{sign}(x_2)), \end{cases} \quad (38)$$

где g – задающее воздействие, x_6 – выход объекта, $g - x_6$ – ошибка рассогласования, x_1 – выход амплитудного канала, x_2 – выход фазового канала,

$u = x_1 \text{sign}(x_1) \cdot \text{sign}(x_2)$ – выход регулятора, $(g - x_6)' = d(g - x_6)/dt$, $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \mu_2, \beta_2, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \beta_0$ – параметры системы.

Замечание 8. В [32] осуществлялся предварительный подбор параметров системы.

Предполагаем, что измеряются элементы множества $\mathbb{I}_0 = \{x_1(t), x_2(t), x_6(t), t \in [0, t_k]\}$, где t_k – известное число. Для идентификации параметров системы (38) применялась модель:

$$\dot{\hat{x}}_1 = -k_1 e_1 + \hat{\alpha}_1 x_1 + \hat{\beta}_1 (g - x_6), \quad (39)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = -k_2 e_2 + \hat{\alpha}_2 x_2 + \hat{\mu}_2 d(g - x_6)/dt + \hat{\beta}_2 (g - x_6), \quad (40)$$

$$\dot{\hat{x}}_6 = -k_6 e_6 + \hat{\alpha}_{01} x_6 + \hat{\alpha}_{p_{x_6}} p_{x_6} + \hat{\alpha}_{p_u} p_u, \quad (41)$$

где k_1, k_2, k_6 – известные числа (параметр эталонной модели); $e_i = \hat{x}_i - x_i$, $i = 1, 2, 6$; $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i$ ($i = 1, 2$), $\hat{\alpha}_{p_{x_5}}$, $\hat{\alpha}_{p_{x_5}}$ – настраиваемые параметры; $\hat{x}_i$ ($i = 1, 2, 6$) – выходы модели; p_{x_6}, p_u получаются по аналогии с (33).

Алгоритмы адаптации:

$$\dot{\hat{\alpha}}_1 = -\gamma_{\alpha_1} e_1 x_1, \quad \dot{\hat{\beta}}_1 = -\gamma_{\beta_1} e_1 (g - x_6),$$

$$\dot{\hat{\alpha}}_2 = -\gamma_{\alpha_2} e_2 x_2, \quad \dot{\hat{\beta}}_2 = -\gamma_{\beta_2} e_2 (g - x_6), \quad \dot{\hat{\mu}}_2 = -\gamma_{\mu_2} e_2 (g - x_6)', \quad (42)$$

$$\dot{\hat{\alpha}}_{01} = -\gamma_{\alpha_{01}} e_6 x_6, \quad \dot{\hat{\alpha}}_{p_{x_6}} = -\gamma_{p_{x_6}} e_6 p_{x_6}, \quad \dot{\hat{\alpha}}_{p_u} = -\gamma_{p_u} e_6 p_u,$$

где $\gamma_i > 0$ – коэффициент усиления в контуре настройки соответствующего параметра.

Система (38) моделировалась со следующими параметрами: $\alpha_1 = 1.05$, $\beta_1 = 3.5$, $\alpha_2 = 2.2$, $\beta_2 = 2.2$, $\alpha_{01} = 3$, $\alpha_{02} = 5.03$, $\beta_0 = 5.2$, $g(t) = \sin(0.05\pi t)$. Результаты представлены на рис. 7–12.

На рис. 7 показаны структуры (переходной процесс исключен), отражающие фазовые процессы в системе (38). Видно, что система является нелинейной. Применение результатов [30] показывает, что система является структурно идентифицируемой. Следовательно, вход является S-синхронизирующим и позволяет учесть нелинейные свойства ДС.

Анализ показывает, что между переменными x_1 и x_2 существует взаимосвязь (коэффициент корреляции равен 0.94). Их влияние на выход системы ДС отражает диаграмма плотности (рис. 8). Диаграмма плотности характеризует влияние x_1, x_2 на изменение переменной x_6 . Четко видны интервалы влияния переменных на x_6 . Взаимовлияние сказывается на сходимости адаптивных алгоритмов.

Рис. 9 представляет настройку модели амплитудного канала, а рис. 10 – фазового канала.

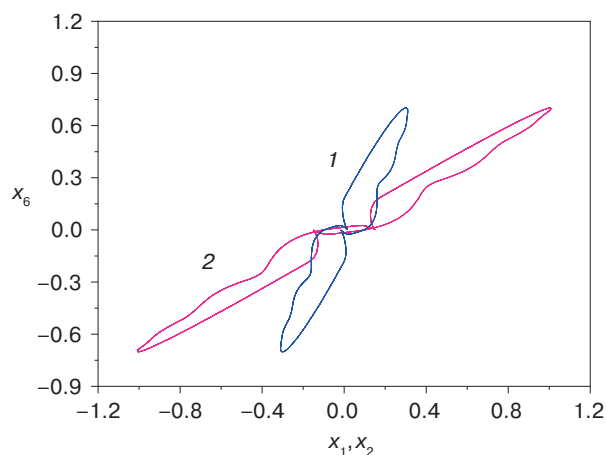


Рис. 7. Фазовые портреты системы:
1 – $x_6(x_2)$, 2 – $x_6(x_1)$

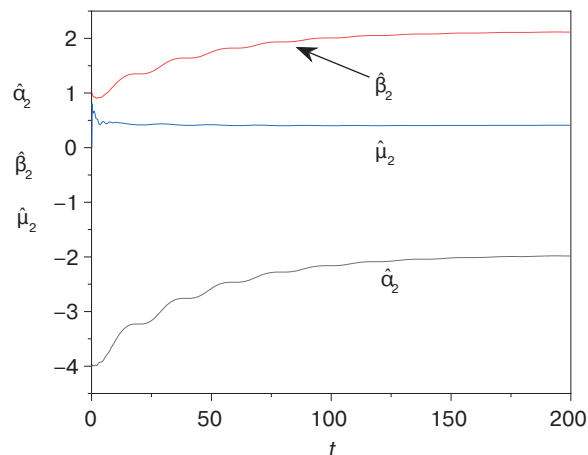


Рис. 10. Настройка параметров модели (40)

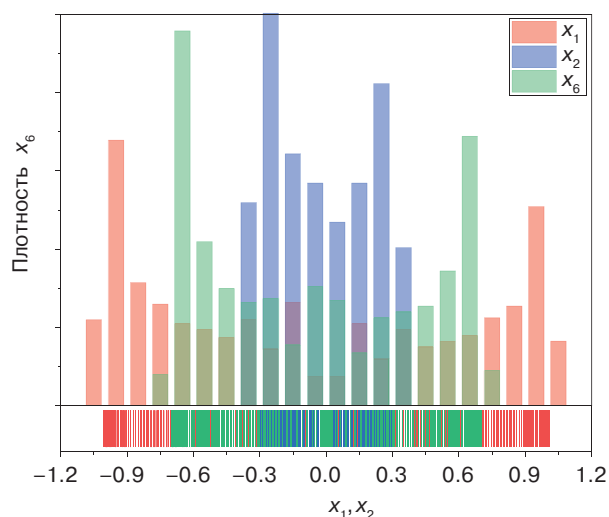


Рис. 8. Оценка взаимовлияния переменных x_1, x_2 на x_6

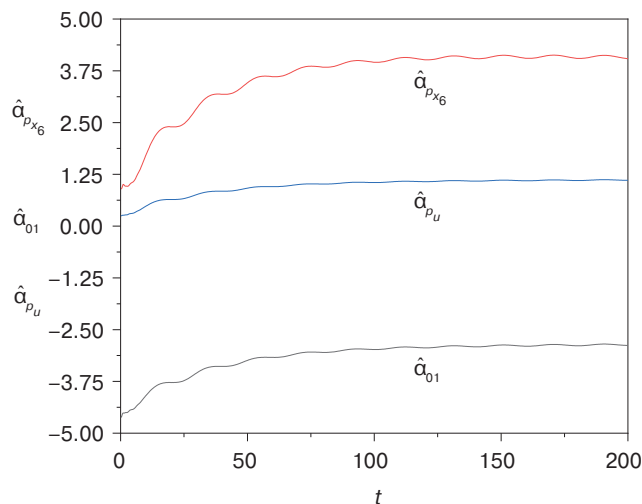


Рис. 11. Настройка параметров модели (41)

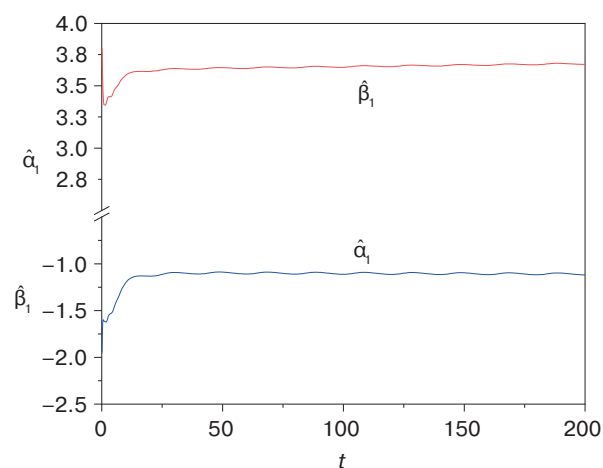


Рис. 9. Настройка параметров модели (39)

Настройка параметров модели объекта показана на рис. 11. На настройку влияет управляющее воздействие.

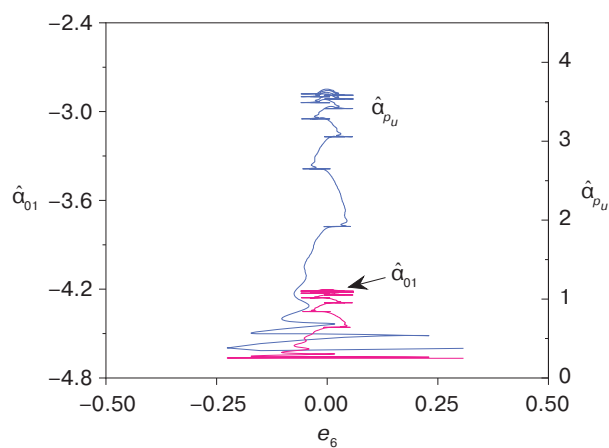


Рис. 12. Динамика работы контура настройки модели (41)

Более сложной является динамика процессов при настройке модели (40). Здесь сказывается влияние входа. Для системы ДС справедливо утверждение теоремы 5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен подход к идентификации МС. Сначала рассматриваются особенности адаптивной идентификации ДС с перекрестными связями. Получены условия идентифицируемости системы в пространстве состояний и выходном пространстве. Рассмотрены структурные аспекты идентификации ДС, показано влияние свойств входа на возможность оценки параметров системы. Получены адаптивные алгоритмы идентификации ДС с идентичными каналами. Доказана идентифицируемость ДС по состоянию и выходу. Получены результаты, подтверждающие сходимость получаемых оценок параметров системы. Свойства адаптивной системы идентификации зависят

от параметров перекрестных связей системы и информационных свойств сигналов в ДС. Рассмотрен случай взаимосвязанных систем. Отмечена роль априорной информации при учете существующих взаимосвязей. Отмечено, что при соответствующем расщеплении МС можно применять подходы, предложенные для ДС. Приведены примеры адаптивной идентификации реальных систем. Рассмотрен случай ДС с нелинейным управлением и сложными взаимосвязями.

В работе рассмотрены только отдельные аспекты этой многогранной предметной области. Предложен подход, который позволяет оценивать динамику процессов в адаптивной системе. Он позволяет учитывать влияние элементов системы на качество процесса настройки параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морозовский В.Т. *Многосвязные системы автоматического регулирования*. М.: Энергия; 1970. 288 с.
2. Зырянов Г.В. *Системы управления многосвязными объектами*: учебное пособие. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ; 2010. 112 с.
3. Мееров М.В., Литвак Б.Л. *Оптимизация систем многосвязного управления*. М.: Наука; 1972. 344 с.
4. Буков В.Н., Максименко И.М., Рябченко В.Н. Регулирование многосвязных систем. *Автоматика и телемеханика*. 1998;6:97–110.
5. Воронов А.А. *Введение в динамику сложных управляемых систем*. М.: Наука; 1985. 352 с.
6. Егоров И.Н., Умнов В.П. *Системы управления электроприводов технологических роботов и манипуляторов*: учебное пособие. Владимир: Изд-во ВлГУ; 2022. 314 с.
7. Егоров И.Н. *Позиционно-силовое управление робототехническими и мехатронными устройствами*. Владимир: Изд-во ВлГУ; 2010. 192 с.
8. Gupta N., Chopra N. Stability analysis of a two-channel feedback networked control system. In: *2016 Indian Control Conference (ICC)*. 2016. <https://doi.org/10.1109/INDIANCC.2016.7441129>
9. Pawlak A., Hasiewicz Z. Non-parametric identification of multi-channel systems by multiscale expansions. In: *2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 2011. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2002.5744953>
10. Kholmatov U. The possibility of applying the theory of adaptive identification to automate multi-connected objects. *Am. J. Eng. Technol.* 2022;4(03):31–38. URL: <https://inlibrary.uz/index.php/tajet/article/view/5789>
11. Aliyeva A.S. Identification of multiconnected dynamic objects with uncertainty based on neural technology and reference converters. *Informatics and Control Problems*. 2019;39(2):93–102. URL: <https://icp.az/2019/2-11.pdf>
12. Hua C., Guan X., Shi P. Decentralized robust model reference adaptive control for interconnected time-delay systems. In: *Proceeding of the 2004 American Control Conference*. Boston, Massachusetts June 30 – July 2, 2004. 2004. P. 4285–4289. <https://doi.org/10.23919/ACC.2004.1383981>
13. Ворчик Б.Г. Идентифицируемость многосвязной замкнутой стохастической системы. Декомпозиция замкнутой системы при идентификации. *Автоматика и телемеханика*. 1977;2:14–28.
14. Glentis G.-O., Slump C.H. A highly modular normalized adaptive lattice algorithm for multichannel least squares filtering. In: *1995 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1995;2:1420–1423. <https://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/ICASSP.1995.480508>
15. Ali M., Abbas H., Chughtai S.S., Werner H. Identification of spatially interconnected systems using neural network. In: *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. 2011. <https://doi.org/10.1109/CDC.2010.5717080>
16. Yang Q., Zhu M., Jiang T., He J., Yuan J., Han J. Decentralized Robust Adaptive output feedback stabilization for interconnected nonlinear systems with uncertainties. *J. Control Sci. Eng.* 2016;2016:article ID 3656578. <https://doi.org/10.1155/2016/3656578>
17. Wu H. Decentralized adaptive robust control of uncertain large-scale non-linear dynamical systems with time-varying delays. *IET Control Theory & Applications*. 2012;6(5):629–640. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2011.0015>
18. Fan H., Han L., Wen C., Xu L. Decentralized adaptive output-feedback controller design for stochastic nonlinear interconnected systems. *Automatica*. 2012;48(11):2866–2873. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2012.08.022>
19. Ali M., Chughtai S.S., Werner H. Identification of spatially interconnected systems. In: *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*. 2010. <https://doi.org/10.1109/CDC.2009.5399748>

20. Ioannou P.A. Decentralized adaptive control of interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 1986;31(4):291–298. <https://doi.org/10.1109/TAC.1986.1104282>
21. Sanandaji B.M., Vincent T.L., Wakin M.B. A review of sufficient conditions for structure identification in interconnected systems. *IFAC Proceedings Volumes*. 2012;45(16):1623–1628. <https://doi.org/10.3182/20120711-3-BE-2027.00254>
22. Soverini U., Söderström T. Blind identification of two-channel FIR systems: a frequency domain approach. *IFAC-PapersOnLine*. 2020;53(2):914–920. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.855>
23. Huang Y., Benesty J., Chen J. Adaptive blind multichannel identification. In: Benesty J., Sondhi M.M., Huang Y.A. (Eds.). *Springer Handbook of Speech Processing*. Berlin, Heidelberg: Springer Handbooks; 2008. P. 259–280. https://doi.org/10.1007/978-3-540-49127-9_13
24. Benesty J., Paleologu C., Dogariu L.-M., Ciochină S. Identification of linear and bilinear systems: a unified study. *Electronics*. 2021;10(15):1790. <https://doi.org/10.3390/electronics10151790>
25. Bretthauer G., Gamaleja T., Wilfert H.-H. Identification of parametric and nonparametric models for MIMO closed loop systems by the correlation method. *IFAC Proceedings Volumes*. 1984;17(2):753–758. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)61062-0](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)61062-0)
26. Lomov A.A. On quantitative a priori measures of identifiability of coefficients of linear dynamic systems. *J. Comput. Syst. Sci. Int.* 2011;50:1–13. <https://doi.org/10.1134/S106423071101014X>
27. Красовский А.А. О двухканальных системах автоматического регулирования с антисимметричными связями. *Автоматика и телемеханика*. 1957;18(2):126–136.
28. Карабутов Н.Н. Об адаптивной идентификации систем с несколькими нелинейностями. *Russ. Technol. J.* 2023;11(5):94–105. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-5-94-10>
29. Карабутов Н.Н. *Адаптивная идентификация систем*. М.: УПСС; 2007. 384 с.
30. Karabutov N. Structural identifiability of systems with multiple nonlinearities. *Contemp. Math.* 2021;2(2):140–161. <https://doi.org/10.37256/cm.222021763>
31. Барский А.Г. *К теории двумерных и трехмерных систем автоматического регулирования*. М.: Логос; 2015. 192 с.
32. Скороспешкин М.В. Адаптивное двухканальное корректирующее устройство для систем автоматического регулирования. *Известия Томского политехнического университета*. 2008;312(5):52–57.

REFERENCES

1. Morozovskii V.T. *Mnogosvyaznye sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya (Multi-Connected Automatic Control Systems)*. Moscow: Energiya; 1970. 288 p. (in Russ.).
2. Zyryanov G.V. *Sistemy upravleniya mnogosvyaznymi ob'ektami (Control Systems for Multi-Connected Objects)*: textbook. Chelyabinsk: South Ural State University Publishing Center; 2010. 112 p. (in Russ.).
3. Meerov M.V., Litvak B.L. *Optimizatsiya sistem mnogosvyaznogo upravleniya (Optimization of Multi-Connection Control Systems)*. Moscow: Nauka; 1972. 344 p. (in Russ.).
4. Bukov V.N., Maksimenko I.M., Ryabchenko V.N. Control of multivariable systems. *Autom. Remote Control*. 1998;59(6): 832–842.
[Original Russian Text: Bukov V.N., Maksimenko I.M., Ryabchenko V.N. Control of multivariable systems. *Avtomatika i Telemekhanika*. 1998;6:97–110 (in Russ.).]
5. Voronov A.A. *Vvedenie v dinamiku slozhnykh upravlyaemykh system (Introduction in Dynamics of Complex Controlled Systems)*. Moscow: Nauka; 1985. 352 p. (in Russ.).
6. Egorov I.N., Umnov V.P. *Sistemy upravleniya elektroprivodov tekhnologicheskikh robotov i manipulyatorov (Control Systems for Electric Drives of Technological Robots and Manipulators)*: textbook. Vladimir: Vladimir State University Publ.; 2022. 314 p. (in Russ.).
7. Egorov I.N. *Pozitsionno-silovoe upravlenie robototekhnicheskimi i mekhatronnymi ustroystvami (Positional Force Control of Robotic and Mechatronic Devices)*. Vladimir: Vladimir State University Publ.; 2010. 192 p. (in Russ.).
8. Gupta N., Chopra N. Stability analysis of a two-channel feedback networked control system. In: *2016 Indian Control Conference (ICC)*. 2016. <https://doi.org/10.1109/INDIANCC.2016.7441129>
9. Pawlak A., Hasiewicz Z. Non-parametric identification of multi-channel systems by multiscale expansions. In: *2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 2011. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2002.5744953>
10. Kholmatov U. The possibility of applying the theory of adaptive identification to automate multi-connected objects. *Am. J. Eng. Technol.* 2022;4(03):31–38. Available from URL: <https://inlibrary.uz/index.php/tajet/article/view/5789>
11. Aliyeva A.S. Identification of multiconnected dynamic objects with uncertainty based on neural technology and reference converters. *Informatics and Control Problems*. 2019;39(2):93–102. Available from URL: <https://icp.az/2019/2-11.pdf>
12. Hua C., Guan X., Shi P. Decentralized robust model reference adaptive control for interconnected time-delay systems. In: *Proceeding of the 2004 American Control Conference*. Boston, Massachusetts: June 30 – July 2, 2004. P. 4285–4289. <https://doi.org/10.23919/ACC.2004.1383981>
13. Vorchik B.G. Identifiability of a multivariable closed-loop stochastic system. Decomposition of a closed-loop system in identification. *Autom. Remote Control*. 1977;38(2):172–183.
[Original Russian Text: Vorchik B.G. Identifiability of a multivariable closed-loop stochastic system. Decomposition of a closed-loop system in identification. *Avtomatika i Telemekhanika*. 1977;2:14–28 (in Russ.).]

14. Glentis G.-O., Slump C.H. A highly modular normalized adaptive lattice algorithm for multichannel least squares filtering. In: *1995 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1995;2:1420–1423. <https://doi.ieeeecomputersociety.org/10.1109/ICASSP.1995.480508>
15. Ali M., Abbas H., Chughtai S.S., Werner H. Identification of spatially interconnected systems using neural network. In: *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. 2011. <https://doi.org/10.1109/CDC.2010.5717080>
16. Yang Q., Zhu M., Jiang T., He J., Yuan J., Han J. Decentralized Robust Adaptive output feedback stabilization for interconnected nonlinear systems with uncertainties. *J. Control Sci. Eng.* 2016;2016:article ID 3656578. <https://doi.org/10.1155/2016/3656578>
17. Wu H. Decentralized adaptive robust control of uncertain large-scale non-linear dynamical systems with time-varying delays. *IET Control Theory & Applications*. 2012;6(5):629–640. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2011.0015>
18. Fan H., Han L., Wen C., Xu L. Decentralized adaptive output-feedback controller design for stochastic nonlinear interconnected systems. *Automatica*. 2012;48(11):2866–2873. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2012.08.022>
19. Ali M., Chughtai S.S., Werner H. Identification of spatially interconnected systems. In: *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*. 2010. <https://doi.org/10.1109/CDC.2009.5399748>
20. Ioannou P.A. Decentralized adaptive control of interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 1986;31(4):291–298. <https://doi.org/10.1109/TAC.1986.1104282>
21. Sanandaji B.M., Vincent T.L., Wakin M.B. A review of sufficient conditions for structure identification in interconnected systems. *IFAC Proceedings Volumes*. 2012;45(16):1623–1628. <https://doi.org/10.3182/20120711-3-BE-2027.00254>
22. Soverini U., Söderström T. Blind identification of two-channel FIR systems: a frequency domain approach. *IFAC-PapersOnLine*. 2020;53(2):914–920. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.855>
23. Huang Y., Benesty J., Chen J. Adaptive blind multichannel identification. In: Benesty J., Sondhi M.M., Huang Y.A. (Eds.). *Springer Handbook of Speech Processing*. Berlin, Heidelberg: Springer Handbooks; 2008. P. 259–280. https://doi.org/10.1007/978-3-540-49127-9_13
24. Benesty J., Paleologu C., Dogariu L.-M., Ciochină S. Identification of linear and bilinear systems: a unified study. *Electronics*. 2021;10(15):1790. <https://doi.org/10.3390/electronics10151790>
25. Brethauer G., Gamaleja T., Wilfert H.-H. Identification of parametric and nonparametric models for MIMO closed loop systems by the correlation method. *IFAC Proceedings Volumes*. 1984;17(2):753–758. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)61062-0](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)61062-0)
26. Lomov A.A. On quantitative a priori measures of identifiability of coefficients of linear dynamic systems. *J. Comput. Syst. Sci. Int.* 2011;50:1–13. <https://doi.org/10.1134/S106423071101014X>
27. Krasovskii A.A. Two-channel automatic regulation systems with antisymmetric cross connections. *Autom. Remote Control*. 1957;18(2):139–150.
[Original Russian Text: Krasovskii A.A. Two-channel automatic regulation systems with antisymmetric cross connections. *Avtomatika i Telemekhanika*. 1957;18(2):126–136 (in Russ.).]
28. Karabutov N.N. On adaptive identification of systems having multiple nonlinearities. *Russ. Technol. J.* 2023;11(5):94–105 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-5-94-10>
29. Karabutov N.N. *Adaptivnaya identifikatsiya sistem (Adaptive Systems Identification)*. Moscow: URSS; 2007. 384 p. (in Russ.).
30. Karabutov N. Structural identifiability of systems with multiple nonlinearities. *Contemp. Math.* 2021;2(2):140–161. <https://doi.org/10.37256/cm.222021763>
31. Barskii A.G. *K teorii dvumernykh i trekhmernykh sistem avtomaticheskoyu regulirovaniya (On the Theory of Two-Dimensional and Three-Dimensional Automatic Control Systems)*. Moscow: Logos; 2015. 192 p. (in Russ.).
32. Skorospeshkin M.V. Adaptive two-channel correction device for automatic control systems. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*. 2008;312(5):52–57 (in Russ.).

Об авторе

Карабутов Николай Николаевич, д.т.н., профессор, кафедра проблем управления, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО МИРЭА – Российский технологический университет (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: karabutov@mirea.ru. Scopus Author ID 6603372930, ResearcherID P-5683-2015, SPIN-код РИНЦ 9646-9721, <https://orcid.org/0000-0002-3706-7431>

About the author

Nikolay N. Karabutov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Problems Control, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: karabutov@mirea.ru. Scopus Author ID 6603372930, ResearcherID P-5683-2015, RSCI SPIN-code 9646-9721, <https://orcid.org/0000-0002-3706-7431>