

Математическое моделирование  
Mathematical modeling

УДК 330.4  
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-4-106-116>  
EDN WDYUFJ



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Анализ нейросетевых моделей для прогнозирования временных рядов

Б. Пашшоев,  
Д.А. Петрусевич @

МИРЭА — Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия  
@ Автор для переписки, e-mail: [petrusevich@mirea.ru](mailto:petrusevich@mirea.ru), [petrdenis@mail.ru](mailto:petrdenis@mail.ru)

### Резюме

**Цели.** Основная цель работы – построить нейросетевые модели временных рядов (LSTM, GRU, RNN) и сравнить результаты прогнозирования с их помощью между собой и с результатами стандартных моделей (ARIMA, ETS), чтобы выяснить, в каких случаях следует пользоваться определенной группой моделей.

**Методы.** Проведен обзор нейросетевых моделей, рассмотрена структура моделей RNN, LSTM, GRU. Они используются для моделирования временных рядов российской макроэкономической статистики. Качество подстройки моделей под данные и качество прогнозов сравниваются в эксперименте. Нейросетевые и стандартные модели могут применяться как для всего ряда целиком, так и для его частей (тренд и сезонность). При построении прогноза на несколько временных промежутков вперед рассматриваются два подхода: построение прогноза сразу на весь промежуток и пошаговый прогноз. Так появляется несколько комбинаций моделей, которые могут использоваться для прогнозирования. Эти подходы проанализированы в вычислительном эксперименте.

**Результаты.** Проведено несколько экспериментов, в которых построены и сравниваются по близости прогноза к данным ряда в тестовом периоде стандартные (ARIMA, ETS, LOESS) и нейросетевые модели (LSTM, GRU, RNN).

**Выводы.** Для сезонных временных рядов модели на основе нейронных сетей превосходили по точности прогноза на тестовый период времени стандартные модели ARIMA, ETS. Одношаговый прогноз вычислительно менее эффективен, чем интегральный прогноз на весь целевой период, но точно указать, для каких рядов какой именно подход оказывается лучшим по качеству, не удается. Комбинированные модели (нейронные сети для тренда, ARIMA – для сезонности) почти всегда дают хороший результат. При прогнозировании не-сезонного гетероскедастичного ряда курса акций лучшие результаты показали стандартные подходы (метод LOESS и модель ETS).

**Ключевые слова:** динамические ряды, макроэкономическая статистика, GRU, LSTM, RNN, DNN, временные ряды

• Поступила: 21.06.2023 • Доработана: 15.02.2024 • Принята к опубликованию: 26.05.2024

**Для цитирования:** Пашшоев Б., Петрусевич Д.А. Анализ нейросетевых моделей для прогнозирования временных рядов. *Russ. Technol. J.* 2024;12(4):106–116. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-4-106-116>

**Прозрачность финансовой деятельности:** Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

# Neural network analysis in time series forecasting

**Bakhtierzhon Pashshoev,**  
**Denis A. Petrusevich** @

MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia  
@ Corresponding author, e-mail: petrusevich@mirea.ru, petrdenis@mail.ru

## Abstract

**Objectives.** To build neural network models of time series (LSTM, GRU, RNN) and compare the results of forecasting with their mutual help and the results of standard models (ARIMA, ETS), in order to ascertain in which cases a certain group of models should be used.

**Methods.** The paper provides a review of neural network models and considers the structure of RNN, LSTM, and GRU models. They are used for modeling time series in Russian macroeconomic statistics. The quality of model adjustment to the data and the quality of forecasts are compared experimentally. Neural network and standard models can be used both for the entire series and for its parts (trend and seasonality). When building a forecast for several time intervals in the future, two approaches are considered: building a forecast for the entire interval at once, and step-by-step forecasting. In this way there are several combinations of models that can be used for forecasting. These approaches are analyzed in the computational experiment.

**Results.** Several experiments have been conducted in which standard (ARIMA, ETS, LOESS) and neural network models (LSTM, GRU, RNN) are built and compared in terms of proximity of the forecast to the series data in the test period.

**Conclusions.** In the case of seasonal time series, models based on neural networks surpassed the standard ARIMA and ETS models in terms of forecast accuracy for the test period. The single-step forecast is computationally less efficient than the integral forecast for the entire target period. However, it is not possible to accurately indicate which approach is the best in terms of quality for a given series. Combined models (neural networks for trend, ARIMA for seasonality) almost always give good results. When forecasting a non-seasonal heteroskedastic series of share price, the standard approaches (LOESS method and ETS model) showed the best results.

**Keywords:** dynamic series, macroeconomic statistics, GRU, LSTM, RNN, DNN, time series

• Submitted: 21.06.2023 • Revised: 15.02.2024 • Accepted: 26.05.2024

**For citation:** Pashshoev B., Petrusevich D.A. Neural network analysis in time series forecasting. *Russ. Technol. J.* 2024;12(4):106–116. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-4-106-116>

**Financial disclosure:** The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

## ВВЕДЕНИЕ

В рамках представленной работы анализируются применение распространенных нейросетевых моделей для прогнозирования временных рядов. Теме прогнозирования временных рядов посвящено много исследований. Фактически на практике используются несколько готовых подходов, например: модели ARIMA (autoregressive integrated moving average), модели ETS (exponential smoothing) [1, 2], построение регрессий, отражающих зависимости между параметрами, изменяющимися во времени, которые можно отнести к статистическим моделям [3]; модели GARCH (generalized autoregressive

conditional heteroscedasticity) используются при фиксировании явления гетероскедастичности [1, 2]; возможна тренировка готовых нейросетевых моделей LSTM (long short-term memory), GRU (gated recurrent unit) по имеющимся данным временных рядов. Можно отметить множество публикаций, где для описания некоторого временного процесса строится сразу несколько моделей разных типов, их прогнозы используются совместно (они указаны далее при описании моделей). Оценке точности прогноза при применении комбинации моделей ARIMA посвящены работы [4, 5]. В связи с наличием множества моделей существенную роль приобретает вопрос о том, какие из них следует использовать для

моделирования временного процесса в зависимости от его свойств [6]. В рамках экспериментальной части работы рассматривается представление сезонных ежемесячных временных рядов денежных доходов населения (НИИ) и индекса реального объема сельскохозяйственного производства (AGR)<sup>1</sup> и несезонных временных рядов, представленных курсами акций и биржевыми индексами (в частности, курс акций Сбербанка России)<sup>2</sup>. Основной целью работы является определение, какими моделями следует пользоваться для моделирования временных процессов.

В экспериментальной части рассмотрено построение моделей временных рядов ARIMA, нейросетевых моделей LSTM, GRU, RNN<sup>3</sup>, полносвязных нейронных сетей. Выполнено сравнение их прогнозов на тестовый период. Качество нейросетевых моделей, построенных по таким данным, сравнивается с качеством статистических моделей ARIMA/ETS по информационным критериям и качеству прогноза на тестовый промежуток времени.

### РАССМАТРИВАЕМЫЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

При прогнозировании временного ряда модель можно построить множеством способов. В частности, обучать нейронную сеть или строить статистическую модель можно на основе исходных значений временного ряда, но, с другой стороны, можно использовать разделение ряда на сезонную составляющую и тренд.

Обычно тренд  $T_t$  – это детерминированная часть временного ряда  $y_t$  с сезонной составляющей  $S_t$  (ее может не быть), а также шумом  $R_t$ , где  $t$  – время. Ряд можно представить в аддитивной (1) или мультипликативной (2) форме:

$$y_t = S_t + T_t + R_t, \quad (1)$$

$$y_t = S_t \times T_t \times R_t. \quad (2)$$

<sup>1</sup> Единый архив экономических и социологических данных. Динамические ряды макроэкономической статистики РФ. Индексы заработной платы, денежных доходов населения; реального объема сельскохозяйственного производства. <https://web.archive.org/web/20230317111717/http://sophist.hse.ru/hse/nindex.shtml>. Дата обращения 01.06.2024. [Unified archive of economic and sociological data. Dynamic series of macroeconomic statistics of the Russian Federation. Indices of wages, monetary incomes of the population; real volume of agricultural production. <https://web.archive.org/web/20230317111717/http://sophist.hse.ru/hse/nindex.shtml> (in Russ.). Accessed June 01, 2024.]

<sup>2</sup> Курс акций ПАО Сбербанк (SBER). <https://www.moex.com/ru/issue.aspx?board=TQBR&code=SBER>. Дата обращения 01.06.2024. [SberBank share price (SBER). <https://www.moex.com/ru/issue.aspx?board=TQBR&code=SBER> (in Russ.). Accessed June 01, 2024.]

<sup>3</sup> Recurrent neural networks.

Эти подходы эквивалентны.

При этом, одна из самых распространенных моделей для описания временного ряда, не опирающаяся на нейронные сети, – ARIMA( $p, d, q$ ), состоящая из авторегрессионной части (autoregressive model) (для модели порядка  $p$  значения ряда  $X$  ставятся в зависимость от  $p$  своих предыдущих значений):

$$X_t = c + \varphi_1 X_{t-1} + \dots + \varphi_p X_{t-p},$$

где  $\varphi_i, i = \overline{1, p}$  – коэффициенты функции; и из части скользящего среднего (moving average) порядка  $q$  [1]:

$$X_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}.$$

где  $\theta_i, i = \overline{1, q}$  – коэффициенты функции. Порядок  $d$  обозначает число дифференцирований ряда.

Фактически при построении модели от тренда избавляются, переходя к стационарной временной разности (многократным дифференцированием ряда до того момента, пока статистический тест не подтвердит стационарность) [1, 6]. Работа ведется с преобразованным стационарным временным рядом. В рамках вычислительной части исследования мы сравниваем результаты ее работы с прогнозами других моделей.

Так как, согласно разложению (1), (2), при моделировании можно отделить части, отвечающие за сезонные колебания и шум, обучение нейронной сети можно проводить как на исходных данных, так и отдельно на тренде. Из-за возможности подобного разделения в вычислительном эксперименте представлено несколько подходов к подготовке данных для обучения нейронной сети. Нейросетевые модели позволяют прогнозировать как тренд, так и сезонность, поэтому есть способ, в котором тренд и сезонность отдельно прогнозируются с помощью своих моделей, а результаты затем объединяются; во втором подходе данные не разделяются (используется, например в моделях ARIMA, ETS). При «моделировании» тренда предварительно временной ряд разделяется на тренд, сезонную составляющую и шум. На данных тренда обучается нейросетевая модель, только тренд прогнозируется с ее помощью после обучения. Затем из прогноза по тренду, а также моделей сезонной составляющей и шума собирается окончательный прогноз. Разделение на тренд, шум и сезонность проводится при помощи метода LOESS (STL)<sup>4</sup> [1].

Кроме этого, само по себе прогнозирование тоже можно проводить двумя способами. Дело в том, что

<sup>4</sup> LOESS, locally estimated scatterplot smoothing – метод локального сглаживания диаграммы рассеивания; STL, seasonal and trend decomposition using LOESS – метод разложения временных рядов на тренд, сезонность и остаток.

обычно исследователя интересует прогноз не на один шаг вперед, а на несколько или на целый сезон (если ряд сезонный). Таким образом можно оценить, насколько хорошо модель описывает данные ряда. Но прогноз на несколько шагов вперед можно провести как сразу (интегральный прогноз), так и по одному шагу (одношаговый). Во втором случае каждое спрогнозированное значение становится новой частью обучающей выборки, по которой постоянно корректируется модель, а само прогнозирование на каждой итерации делается только на один шаг вперед. Оба подхода сравниваются в вычислительном эксперименте в виде одношагового и многошагового прогнозов.

В вычислительном эксперименте участвуют несколько моделей: полносвязные нейронные сети (dense neural networks, DNN), рекуррентные нейронные сети (RNN), сети долгой краткосрочной памяти (LSTM), управляемый рекуррентный блок (GRU).

Полносвязные нейронные сети – широко известная архитектура нейронных сетей [7]. Каждый нейрон получает сигнал от всех нейронов предыдущего слоя (за исключением входов сети), применяет к их взвешенной комбинации функцию активации и передает результат нейронам следующего слоя. При обучении полносвязных нейронных сетей используются различные методы оптимизации, например: градиентный спуск и его модификации. Однако из-за большого количества параметров полносвязные сети могут быть подвержены переобучению. Для борьбы с переобучением используются методы регуляризации, такие как L1 и L2, а также методы дропаута (dropout). Структура сети представлена на рис. 1.

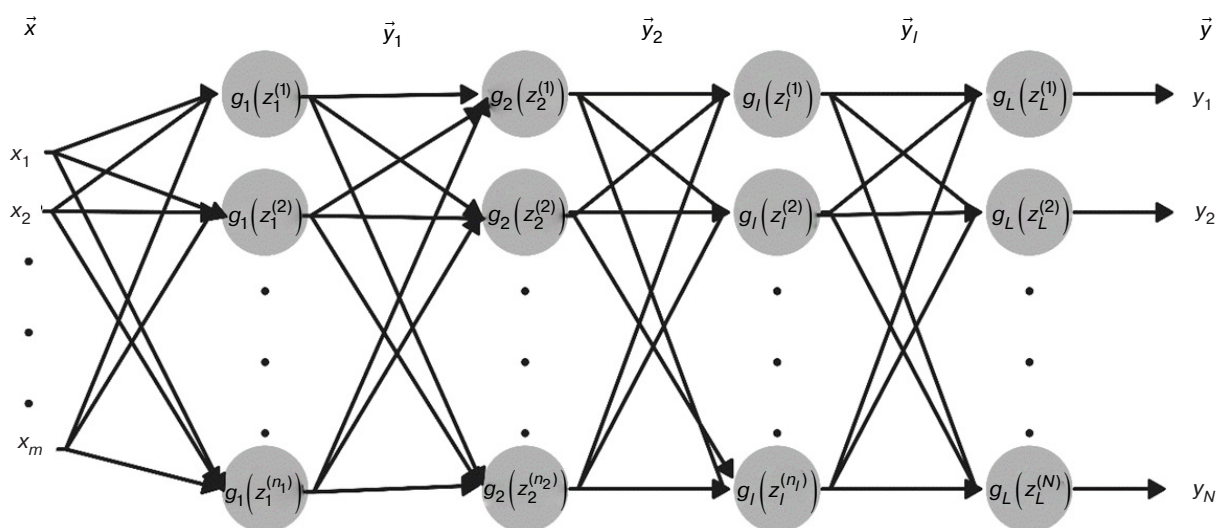
Рекуррентные нейронные сети RNN [9, 10] используются для моделирования функциональных отношений между входными признаками в недавнем прошлом и целевой переменной в будущем. Как показано на рис. 2, RNN периодически обучается на наборе исторических данных, фокусируясь на переходах внутреннего (скрытого) состояния от временного состояния  $t - 1$  к отсечке  $t$ . Полученная модель определяется двумя матрицами весов  $\mathbf{W}_{xs}$  и  $\mathbf{W}_y$ , а также двумя векторами смещения  $\mathbf{b}_s$  и  $\mathbf{b}_y$ . Выход  $\mathbf{y}_t$  зависит от внутреннего состояния  $\mathbf{S}_t$ , которое зависит как от текущего входа  $\mathbf{x}_t$ , так и от предыдущего состояния  $\mathbf{S}_{t-1}$ :

$$\mathbf{S}_t = \text{th}[\mathbf{W}_{xs}(\mathbf{x}_t \oplus \mathbf{S}_{t-1}) + \mathbf{b}_s],$$

$$\mathbf{y}_t = \sigma(\mathbf{W}_y \mathbf{S}_t + \mathbf{b}_y).$$

Здесь  $\mathbf{x}_t$  – входной вектор в момент времени  $t$ ,  $\sigma(\mathbf{x})$  – сигмоидная функция, операция  $\oplus$  – конкатенация. Основным недостатком RNN – проблема затухания градиента, из-за которой со временем он становится малым. Это выражается в том, что RNN запоминает информацию только на короткие промежутки времени.

Сети долгой краткосрочной памяти (LSTM) [11–26] представляют собой вариант RNN, который частично решает проблему затухающего градиента и обучает более долгосрочным зависимостям во временных рядах. Они описываются на момент времени  $t$  в терминах внутреннего (скрытого) состояния  $\mathbf{S}_t$  и состояния ячейки  $\mathbf{C}_t$ . Состояние  $\mathbf{C}_t$  зависит от трех параметров: предыдущего состояния ячейки  $\mathbf{C}_{t-1}$ ,



**Рис. 1.** Структура полносвязной нейронной сети DNN [8].  $\vec{x}$  – входной вектор,  $\vec{y}_i$  – вектор на выходе  $i$ -го слоя сети,  $\vec{y}$  – выходной вектор всей сети (результат).  $g(\cdot)$  – функция активации,  $z_j^i$  – вход  $j$ -го нейрона в  $i$ -м слое – взвешенная линейная комбинация результатов предыдущего слоя (веса настраиваются при обучении)



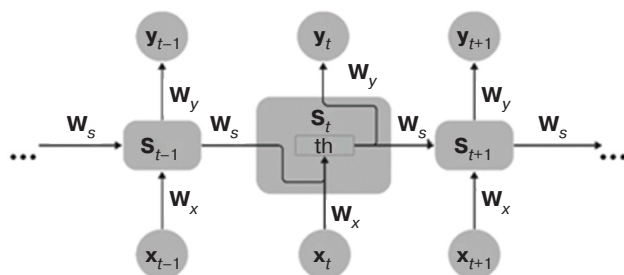


Рис. 2. Структура рекуррентной нейронной сети RNN [8]

предыдущего внутреннего состояния  $S_{t-1}$  и входа на текущий момент времени  $x_t$ . Процесс, изображенный на рис. 3, позволяет удалять/фильтровать, умножать/объединять и добавлять информацию с использованием забывающего (forget), входного (input), добавочного (addition) и выходного (output) вентилей (gates), реализованных функциями  $x_f$ ,  $i_f$ ,  $\tilde{C}_t$  и  $O_t$  соответственно, что позволяет более точно контролировать обучение долгосрочным зависимостям.

Эти функции связаны следующим образом:

$$f_t = \sigma(W_f(x_t \oplus S_{t-1}) + b_f),$$

$$i_t = \sigma(W_i(x_t \oplus S_{t-1}) + b_i),$$

$$\tilde{C}_t = \text{th}(W_c(x_t \oplus S_{t-1}) + b_c),$$

$$C_t = f_t C_{t-1} + i_t \tilde{C}_t,$$

$$O_t = \sigma(W_o(x_t \oplus S_{t-1}) + b_o),$$

$$S_t = O_t \text{th}(C_t),$$

$$y_t = \sigma(W_y S_t + b_y),$$

где  $W_f$ ,  $W_i$ ,  $W_c$ ,  $W_o$ ,  $W_y$  – различные весовые матрицы, участвующие в обучении. Функции используются для прогнозирования как самостоятельно (например, распространение коронавируса в работах [12, 19, 26] моделируется на основе LSTM), так и в комбинации с другими моделями [14, 15], или применяется комбинация прогноза этой модели с результатами других моделей. В работах [12, 16, 24, 26] используется

глубокое обучение для настройки моделей на основе LSTM. В [11, 13, 19, 20] модели на основе LSTM сравниваются с другими часто используемыми моделями при прогнозировании определенного временного процесса.

Управляемые рекуррентные блоки (GRU) [13, 25, 27–29] представляют собой вариант LSTM, который еще лучше решает проблему затухающего градиента. Как следует из рис. 4, новизна этого метода заключается в использовании вентилей обновления, сброса и третьего вентиля, реализованных функциями  $z_f$ ,  $r_f$ ,  $\tilde{S}_t$  соответственно. Каждый элемент выполняет свою роль в контроле фильтрации, использования и объединения предыдущей информации. Первый член в выражении для следующего состояния  $(1 - z_t)S_{t-1}$  позволяет настроить, что сохранить из прошлого, а элемент  $z_t \tilde{S}_t$  определяет, что необходимо использовать из текущего содержимого памяти.

Указанные функции связаны следующим образом:

$$r_t = \sigma(W_r(x_t \oplus S_{t-1}) + b_r),$$

$$z_t = \sigma(W_z(x_t \oplus S_{t-1}) + b_z),$$

$$\tilde{S}_t = \text{th}(W_s(x_t \oplus S_{t-1} r_t) + b_s),$$

$$S_t = (1 - z_t)S_{t-1} + z_t \tilde{S}_t,$$

$$y_t = \sigma(W_y S_t + b_y).$$

В литературе встречаются как применение ансамблей элементов GRU с другими нейронными сетями (в [27, 28] с сетями CNN [7]), так и каскадное построение элементов [29].

## ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В рамках данной работы приведем результаты трех экспериментов по представлению ежемесячных временных рядов: денежных доходов населения (ННД), индекса реального объема

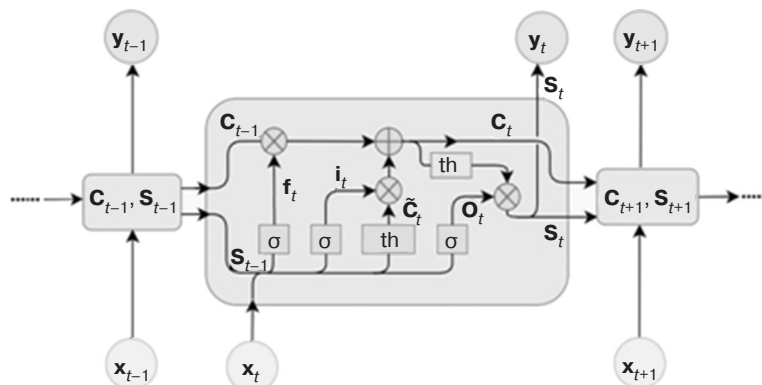


Рис. 3. Структура долгой краткосрочной памяти LSTM [8]

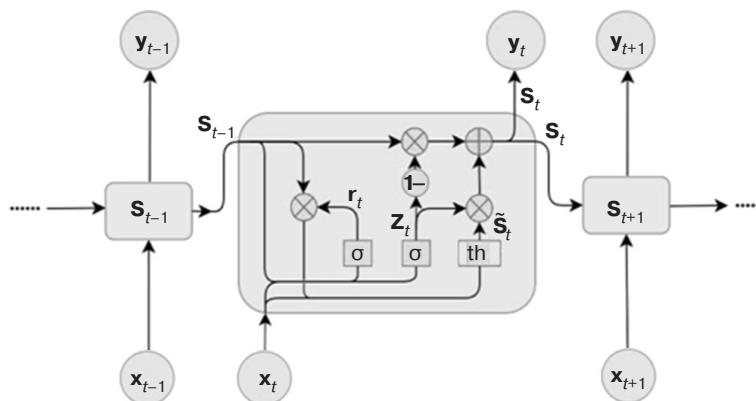


Рис. 4. Структура управляемого рекуррентного блока GRU [8]

сельскохозяйственного производства (AGR) (индексы имеют безразмерные единицы измерения) и ежедневного временного ряда курса акций Сбербанка России, измеряемого в рублях.

Полносвязная нейронная сеть имеет структуру, представленную в табл. 1.

Таблица 1. Структура полносвязной нейронной сети DNN

| Тип прогноза                                                    | Номер слоя       | Число нейронов |
|-----------------------------------------------------------------|------------------|----------------|
| Одношаговый                                                     | Входной слой, 0  | 6              |
|                                                                 | Слой 1, 5        | 64             |
|                                                                 | Слой 2–4         | 128            |
|                                                                 | Выходной слой, 6 | 1              |
| Интегральный<br>(прогноз<br>на 12 временных<br>отрезков вперед) | Входной слой, 0  | 24             |
|                                                                 | Слой 1, 5        | 64             |
|                                                                 | Слой 2–4         | 128            |
|                                                                 | Выходной слой, 6 | 12             |

При одношаговом прогнозе сеть делает прогноз на 1 шаг вперед, эти данные становятся частью обучающих, затем делается следующий шаг (в выходном слое один нейрон). При интегральном подходе прогноз делается сразу на 12 шагов вперед (на год, т.к. рассматривается ряд с годичной сезонностью; в выходном слое 12 нейронов).

Для оценки прогнозов моделей рассматриваются меры близости вектора прогноза и вектор реальных значений величины [1, 2]:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (\tau(t) - ts(t))^2}{N}}, \quad (3)$$

$$\text{MAE} = \frac{\sum_{t=1}^N |\tau(t) - ts(t)|}{N}.$$

Здесь RMSE (root mean square error) – среднеквадратичная ошибка; MAE (mean absolute error) – средняя абсолютная ошибка;  $\tau(t)$  – реальные значения временного ряда;  $ts(t)$  – прогноз математической модели;  $N$  – длина отрезка прогнозирования (чаще всего совпадает с сезонностью; в основном речь идет о временных рядах с годичной сезонностью, поэтому  $N = 12$ ).

Архитектура сети RNN, выбранная для интегрального прогнозирования тренда с шагом 12, состоит из трех слоев RNN (каждый содержит по 64 нейрона), а также из единственного слоя полносвязных нейронов (по количеству прогнозируемых значений – 12). На вход модели подается временное окно размера  $w$ . В результате экспериментов было установлено, что единственный слой не способен выявить сезонность, а добавление более трех слоев не приводит к существенному улучшению качества прогнозирования. По этой причине выбрано три слоя. Общее количество обучаемых параметров в модели составляет 21516.

Для одношагового прогнозирования тренда была выбрана более простая модель, содержащая только один слой RNN с 64 нейронами и входной слой с единственным нейроном, что привело к существенному уменьшению количества обучаемых параметров до 4289, поскольку добавление дополнительных слоев не привело к заметному улучшению качества прогнозирования.

Архитектуры LSTM и GRU были выбраны идентичными по структуре модели сети RNN, описанной выше. Однако количество обучаемых параметров LSTM для двух различных архитектур составляет 83724 и 16961 соответственно, а для GRU – 63564 и 12929.

В экспериментах участвуют классические модели ARIMA и ETS [1, 2]. В методе LOESS на основе разложения STL выделяется тренд, который прогнозируется на тестовый период с помощью модели ARIMA. На прогноз на тестовый период

**Таблица 2.** Модели индекса денежных доходов по данным макроэкономической статистики РФ и их прогнозы на тестовый период

| Модель временного ряда                                                                   | MAE         | RMSE        |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------------|
| Многочлен 4 степени + сезонность ARIMA(1, 1, 2)                                          | 3.42        | 4.52        |
| Метод LOESS                                                                              | 3.49        | 4.57        |
| ARIMA(6, 1, 5) с сезонностью (0, 1, 1) <sub>12</sub>                                     | 5.86        | 7.01        |
| ETS                                                                                      | 6.57        | 8.47        |
| Модель DNN для тренда, одношаговый прогноз                                               | 4.21        | 5.58        |
| Модель DNN для тренда, интегральный прогноз                                              | 3.88        | 4.58        |
| Модель DNN для тренда и сезонности, одношаговый прогноз                                  | 2.44        | 3.06        |
| <b>Модель DNN для тренда, ARIMA(1, 1, 2) для сезонности, одношаговый прогноз</b>         | <b>1.73</b> | <b>1.97</b> |
| Модель DNN для тренда и сезонности, интегральный прогноз                                 | 2.48        | 3.36        |
| <b>Модель DNN для тренда, модель ARIMA(1, 1, 2) для сезонности, интегральный прогноз</b> | <b>2.29</b> | <b>2.62</b> |
| Модель RNN для тренда, одношаговый прогноз                                               | 6.25        | 7.68        |
| Модель RNN для тренда, интегральный прогноз                                              | 4.65        | 5.86        |
| Модель RNN для тренда и сезонности, одношаговый прогноз                                  | 4.32        | 4.72        |
| Модель RNN для тренда, модель ARIMA(1, 1, 2) для сезонности, одношаговый прогноз         | 2.82        | 3.3         |
| Модель RNN для тренда и сезонности, интегральный прогноз                                 | 3.88        | 4.45        |
| <b>Модель RNN для тренда, модель ARIMA(1, 1, 2) для сезонности, интегральный прогноз</b> | <b>2.35</b> | <b>2.95</b> |
| Модель LSTM для тренда, одношаговый прогноз                                              | 23.43       | 30.68       |
| Модель LSTM для тренда, интегральный прогноз                                             | 18.97       | 30.09       |
| Модель LSTM для тренда и сезонности, одношаговый прогноз                                 | 3.83        | 4.25        |
| <b>Модель LSTM для тренда, модель ARIMA(1, 1, 2) для сезонности, одношаговый прогноз</b> | <b>2.42</b> | <b>2.79</b> |
| Модель LSTM для тренда и сезонности, интегральный прогноз                                | 5.91        | 6.63        |
| Модель LSTM для тренда, модель ARIMA для сезонности, интегральный прогноз                | 5.03        | 5.40        |
| Модель GRU для тренда, одношаговый прогноз                                               | 19.00       | 29.28       |
| Модель GRU для тренда, интегральный прогноз                                              | 20.05       | 27.30       |
| Модель GRU для тренда и сезонности, одношаговый прогноз                                  | 3.81        | 4.24        |
| <b>Модель GRU для тренда, модель ARIMA(1, 1, 2) для сезонности, одношаговый прогноз</b>  | <b>2.40</b> | <b>2.76</b> |
| Модель GRU для тренда и сезонности, интегральный прогноз                                 | 3.94        | 4.36        |
| <b>Модель GRU для тренда, модель ARIMA(1, 1, 2) для сезонности, интегральный прогноз</b> | <b>2.41</b> | <b>2.89</b> |

накладывается модель сезонности. Кроме этого, тренд оценивался с помощью многочлена, сезонность оценивалась с помощью ARIMA, и результаты совмещались.

В эксперименте 1 рассматривается индекс денежных доходов населения России за период 2000–2020 гг. Все рассматриваемые модели настраивались на периоде обучения 2000–2020 гг. (из него удалены кризисные годы 2008 и 2014, данные склеены), результаты их прогнозов на тестовый период (2021 г.) сопоставлены в табл. 2.

По анализу функций ACF/PACF<sup>5</sup> сделан вывод о наличии сезонности в 12 месяцев (что подтверждается статистическими тестами) и выделены математические модели ARIMA( $p, d, q$ ). Их подбор и анализ подробно изложен в работах [3, 30].

Отметим, что наилучшие прогнозы получены для комбинации моделей (нейросетевая модель для

<sup>5</sup> ACF, autocorrelation function – автокорреляционная функция; PCF, partial autocorrelation function – частичная автокорреляционная функция.

тренда, ARIMA для сезонности). При этом практически любая модель для тренда дает хорошие результаты (лучшие у полносвязной сети). Модель LSTM лучше провела одношаговый прогноз, модели RNN, DNN – интегральные, а модель GRU сработала хорошо при обоих подходах. В этом эксперименте нейросетевые модели превзошли стандартные модели временных рядов.

В эксперименте 2 рассматривается индекс реального объема сельскохозяйственного производства России за период 2000–2020 гг. (подробный анализ ряда представлен в [30]). Все рассматриваемые модели настраивались на данном периоде обучения, кризисные 2008 и 2014 гг. из него удалены, данные склеены. Результаты прогнозов на тестовый период (2021 г.) сопоставлены в табл. 3.

**Таблица 3.** Модели индекса реального объема сельскохозяйственного производства по данным макроэкономической статистики РФ и их прогнозы на тестовый период

| Модель временного ряда                                                                                                              | MAE         | RMSE         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--------------|
| Многочлен 1 степени + ARIMA(2, 0, 1) с сезонностью (2, 1, 1) <sub>12</sub>                                                          | 67.04       | 77.76        |
| Логарифмическая функция $y = a_0 + a_1 \ln x$                                                                                       | 55.04       | 80.92        |
| Экспоненциальная функция $y = \exp(a_0 + a_1 x)$                                                                                    | 53.00       | 90.48        |
| ARIMA(3, 0, 1) с сезонностью (2, 1, 2) <sub>12</sub>                                                                                | 13.24       | 18.51        |
| ETS                                                                                                                                 | 17.22       | 25.40        |
| Модель DNN для тренда, одношаговый прогноз                                                                                          | 15.97       | 29.70        |
| Модель DNN для тренда, интегральный прогноз                                                                                         | 14.63       | 26.61        |
| Модель DNN для тренда и сезонности, одношаговый прогноз                                                                             | 9.75        | 16.18        |
| Модель DNN для тренда, модель ARIMA(2, 0, 1) $\times$ (2, 1, 1) <sub>12</sub> для сезонности, одношаговый прогноз                   | 8.71        | 11.94        |
| Модель DNN для тренда и сезонности, интегральный прогноз                                                                            | 9.09        | 15.31        |
| <b>Модель DNN для тренда, ARIMA(2, 0, 1) <math>\times</math> (2, 1, 1)<sub>12</sub> для сезонности, интегральный прогноз</b>        | <b>6.81</b> | <b>10.90</b> |
| Модель RNN для тренда, одношаговый прогноз                                                                                          | 17.02       | 23.72        |
| Модель RNN для тренда, интегральный прогноз                                                                                         | 13.94       | 16.66        |
| Модель RNN для тренда и сезонности, одношаговый прогноз                                                                             | 8.37        | 14.67        |
| <b>Модель RNN для тренда, модель ARIMA для сезонности, одношаговый прогноз</b>                                                      | <b>6.72</b> | <b>10.53</b> |
| Модель RNN для тренда и сезонности, интегральный прогноз                                                                            | 10.51       | 16.17        |
| Модель RNN для тренда, модель ARIMA(2, 0, 1) $\times$ (2, 1, 1) <sub>12</sub> для сезонности, интегральный прогноз                  | 8.95        | 11.81        |
| Модель LSTM для тренда, одношаговый прогноз                                                                                         | 26.56       | 38.00        |
| Модель LSTM для тренда, интегральный прогноз                                                                                        | 23.35       | 31.07        |
| Модель LSTM для тренда и сезонности, одношаговый прогноз                                                                            | 8.39        | 14.76        |
| <b>Модель LSTM для тренда, модель ARIMA(2, 0, 1) <math>\times</math> (2, 1, 1)<sub>12</sub> для сезонности, одношаговый прогноз</b> | <b>6.87</b> | <b>10.58</b> |
| Модель LSTM для тренда и сезонности, интегральный прогноз                                                                           | 8.78        | 15.41        |
| Модель LSTM для тренда, модель ARIMA(2, 0, 1) $\times$ (2, 1, 1) <sub>12</sub> для сезонности, интегральный прогноз                 | 7.30        | 11.13        |
| Модель GRU для тренда, одношаговый прогноз                                                                                          | 24.82       | 34.09        |
| Модель GRU для тренда, интегральный прогноз                                                                                         | 21.47       | 26.67        |
| Модель GRU для тренда и сезонности, одношаговый прогноз                                                                             | 8.90        | 15.48        |
| Модель GRU для тренда, модель ARIMA(2, 0, 1) $\times$ (2, 1, 1) <sub>12</sub> для сезонности, одношаговый прогноз                   | 7.88        | 11.24        |
| Модель GRU для тренда и сезонности, интегральный прогноз                                                                            | 10.11       | 16.34        |
| Модель GRU для тренда, модель ARIMA(2, 0, 1) $\times$ (2, 1, 1) <sub>12</sub> для сезонности, интегральный прогноз                  | 8.87        | 12,09        |



По функциям ACF/PACF можно сделать вывод о наличии сезонности в 12 месяцев (что подтверждается статистическими тестами). Также из-за наличия всплеска на графике PACF были проверены все модели  $ARIMA(p, d, q)$  с порядками  $p, q$  от 1 до 6. Для комбинации моделей, в которой стандартная модель ARIMA используется для описания сезонности, а тренд задается с помощью нейросетевой модели или многочлена, используется модель  $ARIMA(2, 0, 1)$  с годичной сезонностью вида  $(2, 1, 1)_{12}$ .

Отметим, что наилучшие прогнозы получены для комбинации моделей (нейросетевая модель для тренда, ARIMA для сезонности). При этом для тренда хорошие результаты дают не все модели (лучшие у RNN, DNN и LSTM). Модели RNN и LSTM лучше провели одношаговый прогноз, DNN – интегральный. В этом эксперименте нейросетевые модели превзошли стандартные модели временных рядов.

Отдельно рассмотрим ряд курса биржевых акций – акций Сбербанка России. Он обладает гетероскедастичностью: у него меняется математическое ожидание и дисперсия со временем. Это подтверждается тестом Маклеода – Ли (все компоненты результирующего вектора – нулевые с точностью до 0.01) [31]. В связи с тем, что он несезонный, для каждой нейросетевой системы возможными остаются только два подхода: сделать прогноз сразу на весь тестовый период (интегральный) или делать пошаговые прогнозы, объявляя каждый новый шаг частью обучающей выборки для перехода к следующему моменту времени. Они явно указывают на отсутствие сезонности и необходимость проверить модели второго порядка. Для ряда выбрана модель  $ARIMA(2, 1, 3)$  (анализ ряда приведен в [30]).

Результаты прогнозирования представлены в табл. 4.

Лучшие результаты показывают «классические» методы моделирования рядов: LOESS, модели ETS и ARIMA. Из нейросетевых методов лучший результат показала модель GRU. Во всех случаях прогнозы, сделанные на один шаг вперед несколько раз, лучше одного прогноза на некоторый период.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для сезонных временных рядов модели на основе нейронных сетей превосходят стандартные модели по точности прогноза на тестовый период времени. Точность прогноза нейросетевых моделей во всех экспериментах оказалась лучше, чем при использовании моделей ARIMA/ETS. Одношаговый прогноз представляется вычислительно менее эффективным, чем интегральный прогноз сразу на весь целевой период, но точно указать, для каких рядов лучшим по качеству оказывается одношаговый прогноз или интегральный, не удастся.

Комбинированные модели, в которых нейросетевые модели используются для моделирования тренда, а модель ARIMA используется для моделирования сезонности (при разложении на тренд, шум и сезонность, например, с помощью STL), почти всегда дают хороший результат. Чаще всего результат именно такой модели и становится лучшим. При этом, т.к. результаты оказываются примерно равными, в силу меньшей сложности построения и обучения, модели RNN и полносвязной сети DNN выглядят предпочтительнее.

При прогнозировании несезонных рядов рекомендуется использовать одношаговый прогноз (каждое спрогнозированное значение объявляется частью обучающей выборки для предсказания следующего значения). При прогнозировании курса

**Таблица 4.** Модели временного ряда курса акций Сбербанка России

| Модель временного ряда                            | MAE          | RMSE         |
|---------------------------------------------------|--------------|--------------|
| <b>Метод LOESS</b>                                | <b>0.004</b> | <b>0.006</b> |
| <b>ARIMA (2, 1, 3)</b>                            | <b>11.23</b> | <b>42.11</b> |
| <b>ETS</b>                                        | <b>4.95</b>  | <b>20.68</b> |
| Модель DNN для тренда, одношаговый прогноз        | 23.49        | 27.22        |
| Модель DNN для тренда, интегральный прогноз       | 51.00        | 62.80        |
| Модель RNN для тренда, одношаговый прогноз        | 16.42        | 21.69        |
| Модель RNN для тренда, интегральный прогноз       | 80.53        | 86.39        |
| Модель LSTM для тренда, одношаговый прогноз       | 49.74        | 59.32        |
| Модель LSTM для тренда, интегральный прогноз      | 76.95        | 81.40        |
| <b>Модель GRU для тренда, одношаговый прогноз</b> | <b>7.14</b>  | <b>29.28</b> |
| Модель GRU для тренда, интегральный прогноз       | 24.66        | 85.05        |

акций Сбербанка России лучшие результаты показали стандартные модели и RNN.

При построении нейронных сетей, моделирующих поведение временных рядов, следует использовать несколько слоев (в работе использовалось 5–6 слоев). Сети с 1–2 слоями не извлекают

полезные для прогнозирования признаки даже при повышении числа нейронов в слое.

**Вклад авторов.** Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

**Authors' contribution.** All authors equally contributed to the research work.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Hyndman R.J., Athanasopoulos G. *Forecasting: principles and practice*. 3rd ed. OTexts; 2021. 442 p. ISBN-13 978-0987507136
2. Stock J.H., Watson M.W. *Introduction to Econometrics*. 3rd ed. Pearson; 2019. ISBN-13 978-9352863501
3. Калугин Т.Р., Ким А.К., Петрусеви Д.А. Анализ моделей  $ADL(p, q)$ , используемых для описания связей между временными рядами. *Russ. Technol. J.* 2020;8(2):7–22. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-7-22> [Kalugin T.R., Kim A.K., Petrusevich D.A. Analysis of the high order  $ADL(p, q)$  models used to describe connections between time series. *Russ. Technol. J.* 2020;8(2):7–22 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-2-7-22>]
4. Petrusevich D. Improvement of time series forecasting quality by means of multiple models prediction averaging. In: *Proceedings of the Third International Workshop on Modeling, Information Processing and Computing (MIP: Computing-2021)*. 2021;2899:109–117. <https://doi.org/10.47813/dnit-mip3/2021-2899-109-117>
5. Beletskaya N., Petrusevich D. Linear combinations of time series models with minimal forecast variance. *J. Commun. Technol. Electron.* 2023;67(1):144–158. <https://doi.org/10.1134/S1064226922130022>
6. Box G., Jenkins G. *Time Series Analysis: Forecast and Management*. John Wiley & Sons; 2015. 712 p. ISBN 978-11185674918
7. Haykin S. *Neural Networks and Learning Machines*. Pearson Education; 2011. 936 p. ISBN 978-0133002553
8. Shi J., Jain M., Narasimhan G. *Time Series Forecasting (TSF) Using Various Deep Learning Models*. 2022. URL: <https://arxiv.org/abs/2204.11115v1>, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.11115>
9. Amalou I., Mouhni N., Abdali A. Multivariate time series prediction by RNN architectures for energy consumption forecasting. *Energy Rep.* 2022;8:1084–1091. <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.07.139>
10. Aseeri A. Effective RNN-Based forecasting methodology design for improving short-term power load forecasts: application to large-scale power-grid time series. *J. Computational Sci.* 2023;68(4):101984. <https://doi.org/10.1016/j.jocs.2023.101984>
11. Ning Y., Kazemi H., Tahmasebi P. A comparative machine learning study for time series oil production forecasting: ARIMA, LSTM, and Prophet. *Comput. Geosci.* 2022;164(1):105126. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2022.105126>
12. Wang P., Zheng X., Ai G., Liu D., Zhu B. Time series prediction for the epidemic trends of COVID-19 using the improved LSTM deep learning method: Case studies in Russia, Peru and Iran. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2020;140:110214. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110214>
13. Arunkumar K.E., Kalaga D.V., Kumar M.S., Kawaji M., Brenza T.M. Comparative analysis of Gated Recurrent Units (GRU), long Short-Term memory (LSTM) cells, autoregressive Integrated moving average (ARIMA), seasonal autoregressive Integrated moving average (SARIMA) for forecasting COVID-19 trends. *Alexandria Eng. J.* 2022;61(10):7585–7603. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2022.01.011>
14. Kumar B., Sunil, Yadav N. A novel hybrid model combining  $\beta SARMA$  and LSTM for time series forecasting. *Appl. Soft Comput.* 2023;134:110019. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.110019>
15. Abebe M., Noh Y., Kang Y.-J., Seo C., Kim D., Seo J. Ship trajectory planning for collision avoidance using hybrid ARIMA-LSTM models. *Ocean Eng.* 2022;256:111527. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.111527>
16. Cascone L., Sadiq S., Ullah S., Mirjalili S., Ur H., Siddiqui R., Umer M. Predicting household electric power consumption using multi-step time series with convolutional LSTM. *Big Data Res.* 2023;31:100360. <https://doi.org/10.1016/j.bdr.2022.100360>
17. Wang H., Zhang Y., Liang J., Liu L. DAFA-BiLSTM: Deep Autoregression Feature Augmented Bidirectional LSTM network for time series prediction. *Neural Netw.* 2023;157:240–256. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2022.10.009>
18. Zhao L., Mo C., Ma J., Chen Z., Yao C. LSTM-MFCN: A time series classifier based on multi-scale spatial-temporal features. *Computer Commun.* 2022;182(3):52–59. <https://doi.org/10.1016/j.comcom.2021.10.036>
19. Rasjid Z.E., Setiawan R., Effendi A. A Comparison: Prediction of Death and Infected COVID-19 Cases in Indonesia Using Time Series Smoothing and LSTM Neural Network. *Procedia Comput. Sci.* 2021;179(5):982–988. <http://doi.org/10.1016/j.procs.2021.01.102>
20. Dubey A.K., Kumar A., García-Díaz V., Sharma A.K., Kanhaiya K. Study and analysis of SARIMA and LSTM in forecasting time series data. *Sustain. Energy Technol. Assess.* 2021;47:101474. <https://doi.org/10.1016/j.seta.2021.101474>
21. Wu Z., Yin H., He H., Li Y. Dynamic-LSTM hybrid models to improve seasonal drought predictions over China. *J. Hydrol.* 2022;615:128706. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.128706>
22. Yan Y., Wang X., Ren F., Shao Z., Tian C. Wind speed prediction using a hybrid model of EEMD and LSTM considering seasonal features. *Energy Rep.* 2022;8:8965–8980. <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.07.007>

23. Bian S., Wang Z., Song W., Zhou X. Feature extraction and classification of time-varying power load characteristics based on PCANet and CNN+Bi-LSTM algorithms. *Electric Power Systems Research*. 2023;217(6):109149. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2023.109149>
24. Sangiorgio M., Dercole F. Robustness of LSTM neural networks for multi-step forecasting of chaotic time series. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2020;139(8):10045. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110045>
25. Liu X., Lin Z., Feng Z. Short-term offshore wind speed forecast by seasonal ARIMA – A comparison against GRU and LSTM. *Energy*. 2021;227:120492. <http://doi.org/10.1016/j.energy.2021.120492>
26. Shahid F., Zameer A., Muneeb M. Predictions for COVID-19 with deep learning models of LSTM, GRU and Bi-LSTM. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2020;140:110212. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110212>
27. Wang J., Wang P., Tian H., Tansey K., Liu J., Quan W. A deep learning framework combining CNN and GRU for improving wheat yield estimates using time series remotely sensed multi-variables. *Comput. Electron. Agric.* 2023;206(4):107705. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2023.107705>
28. Hua H., Liu M., Li Y., Deng S., Wang Q. An ensemble framework for short-term load forecasting based on parallel CNN and GRU with improved ResNet. *Electric Power Syst. Res.* 2023;216(3):109057. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2022.109057>
29. Zhang D., Sun W., Dai Y., Liu K., Li W., Wang C. A hierarchical early kick detection method using a cascaded GRU network. *Geoenergy Sci. Eng.* 2023;222(3):211390. <https://doi.org/10.1016/j.geoen.2022.211390>
30. Грамович Я.В., Мусатов Д.Ю., Петрусеви́ч Д.А. Применение беггинга в прогнозировании временных рядов. *Russ. Technol. J.* 2024;12(1):101–110. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-1-101-110>  
[Gramovich I.V., Musatov D.Yu., Petrusevich D.A. Implementation of bagging in time series forecasting. *Russ. Technol. J.* 2024;12(1):101–110 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-1-101-110>]
31. McLeod A., Li W. Diagnostic checking ARMA time series models using squared residual autocorrelations. *J. Time Ser. Anal.* 1983;4(4):269–273. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.1983.tb00373.x>

#### Об авторах

**Пашшоев Бахтиёржон**, студент, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: [bahtiyorposhshoev@gmail.com](mailto:bahtiyorposhshoev@gmail.com). <https://orcid.org/0009-0000-2019-2642>

**Петрусеви́ч Денис Андреевич**, к.ф.-м.н., доцент, кафедра высшей математики, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: [petrusevich@mirea.ru](mailto:petrusevich@mirea.ru), [petrdenis@mail.ru](mailto:petrdenis@mail.ru). Scopus Author ID 55900513600, ResearcherID AAA-6661-2020, SPIN-код РИНЦ 7999-6345, <https://orcid.org/0000-0001-5325-6198>

#### About the authors

**Bakhtierzhon Pashshoev**, Student, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: [bahtiyorposhshoev@gmail.com](mailto:bahtiyorposhshoev@gmail.com). <https://orcid.org/0009-0000-2019-2642>

**Denis A. Petrusevich**, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Higher Mathematics Department, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: [petrusevich@mirea.ru](mailto:petrusevich@mirea.ru), [petrdenis@mail.ru](mailto:petrdenis@mail.ru). Scopus Author ID 55900513600, ResearcherID AAA-6661-2020, RSCI SPIN-code 7999-6345, <https://orcid.org/0000-0001-5325-6198>

---

Отпечатано в «МИРЭА – Российский технологический университет».

119454, РФ, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78.

Подписано в печать 30.07.2024 г.

Формат 60 × 90/8. Печать цифровая.

Уч.-изд. листов 14.5.

Тираж 100 экз. Заказ № 1407.

Подписку на печатную версию

*Russian Technological Journal* можно оформить  
через ООО «Агентство «Книга-Сервис», [www.akc.ru](http://www.akc.ru).

Подписной индекс: **79641**.

---

Printed in MIREA – Russian Technological University.  
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russian  
Federation.

Signed to print July 30, 2024.

Format 60 × 90/8. Digital print.

C.p.l. 14.5.

100 copies. Order No. 1407.

Subscription to the *Russian Technological  
Journal* printed version can be made through  
the *Kniga-Servis* Agency, [www.akc.ru](http://www.akc.ru).

Subscription index: **79641**.