

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 681.5.015
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-5-94-105>



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Об адаптивной идентификации систем с несколькими нелинейностями

Н.Н. Карабутов[@]

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: karabutov@mirea.ru

Резюме

Цели. Задача идентификации систем с несколькими нелинейностями является актуальной. Решение этой задачи зависит от наличия обратных связей, способов соединения нелинейных звеньев, свойств сигналов. Специфика нелинейных систем накладывает отпечаток на методы синтеза систем управления. В условиях полной априорной определенности обычно применяют линеаризацию систем. Если существует априорная неопределенность, то задача синтеза системы идентификации обеспечения усложняется. Целью настоящей работы является разработка подхода к идентификации нелинейных динамических систем с несколькими нелинейностями. Для решения проблемы применяется подход, основанный на декомпозиции системы на ряд подсистем и разработке метода адаптивной идентификации, использующего только доступную информацию о системе и измерениях. Необходимо оценить частотные свойства сигналов, которые должны гарантировать оценку параметров системы и обеспечивать структурную идентифицируемость нелинейностей в системе; оценить работоспособность синтезированной адаптивной системы.

Методы. Применяются метод адаптивной идентификации системы, неявное идентификационное представление, S-синхронизация нелинейной системы, метод векторных функций Ляпунова.

Результаты. Введено условие постоянства возбуждения переменных состояния с учетом S-синхронизируемости нелинейной части системы. Дано обобщение условия постоянства возбуждения. Предложен способ декомпозиции системы в выходном пространстве. Получены адаптивные алгоритмы на основе второго метода Ляпунова. Доказана ограниченность траекторий адаптивной системы в параметрическом и координатном пространствах на основе векторных функций Ляпунова. Получены условия, гарантирующие экспоненциальную устойчивость траекторий системы. Рассмотрены системы генерации автоколебаний и нелинейной коррекции нелинейной системы.

Выводы. Результаты моделирования подтвердили возможность применения предлагаемого подхода для решения задач адаптивной идентификации с учетом оценки структурной идентифицируемости (S-синхронизируемости) нелинейной части системы. Исследовано влияние структуры и связей системы на качество получаемых параметрических оценок. Предлагаемые методы могут использоваться при разработке систем идентификации и управления сложными динамическими системами.

Ключевые слова: адаптивная идентификация, идентифицируемость, устойчивость, постоянство возбуждения, векторная функция Ляпунова, автоколебания

• Поступила: 06.02.2023 • Доработана: 03.05.2023 • Принята к опубликованию: 21.07.2023

Для цитирования: Карабутов Н.Н. Об адаптивной идентификации систем с несколькими нелинейностями. *Russ. Technol. J.* 2023;11(5):94–105. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-5-94-105>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

On adaptive identification of systems having multiple nonlinearities

Nikolay N. Karabutov [@]

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: karabutov@mirea.ru

Abstract

Objectives. The solution to the relevant problem of identifying systems with multiple nonlinearities depends on such factors as feedback, ways of connecting nonlinear links, and signal properties. The specifics of nonlinear systems affect control systems design methods. As a rule, the basis for the development of a mathematical model involves the linearization of a system. Under conditions of uncertainty, the identification problem becomes even more relevant. Therefore, the present work sets out to develop an approach to the identification of nonlinear dynamical systems under conditions of uncertainty. In order to obtain a solution to the problem, an adaptive identification method is developed by decomposing the system into subsystems.

Methods. Methods applied include the adaptive identification method, implicit identified representation, S-synchronization of a nonlinear system, and the Lyapunov vector function method.

Results. A generalization of the excitation constancy condition based on fulfilling the S-synchronizability for a nonlinear system is proposed along with a method for decomposing the system in the output space. Adaptive algorithms are obtained on the basis of the second Lyapunov method. The boundedness of the adaptive system trajectories in parametric and coordinate spaces is demonstrated. Approaches for self-oscillation generation and nonlinear correction of a nonlinear system are considered along with obtained exponential stability conditions for the adaptive system

Conclusions. Simulation results confirm the possibility of applying the proposed approach to solving the problems of adaptive identification while taking the estimation of the structural identifiability (S-synchronization) of the system nonlinear part into account. The influence of the structure and relations of the system on the quality of the obtained parametric estimates is investigated. The proposed methods can be used in developing identification and control systems for complex dynamic systems.

Keywords: adaptive identification, identifiability, stability, excitation constancy, Lyapunov vector function, self-oscillation

• Submitted: 06.02.2023 • Revised: 03.05.2023 • Accepted: 21.07.2023

For citation: Karabutov N.N. On adaptive identification of systems having multiple nonlinearities. *Russ. Technol. J.* 2023;11(5):94–105. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-5-94-105>

Financial disclosure: The author has no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Идентификации систем с несколькими нелинейностями (СНН) посвящен ряд исследований [1–11]. В [1] рассмотрен случай, когда система содержит несколько последовательно включенных нелинейностей и предложен способ идентификации. Обнаружение нелинейности выполнено с помощью синусоидальных тестов. Аналогичный подход, основанный на методе описания функций, применен в [2] для параметрической идентификации системы с двумя нелинейными элементами в разных местах. В [3] предложен подход к оценке параметров передаточной функции нелинейной системы второго порядка, содержащей две нелинейности. Предварительно выполняется гармоническая линеаризация нелинейностей. В [4] отмечены трудности идентификации СНН. Подход к оценке параметров основан на основе аппроксимации функций. Различные методы, основанные на аппроксимации нелинейности, рассмотрены в [5–7]. В [7, 8] изучаются подходы к идентификации дискретных систем с обратной связью. Применен метод наименьших квадратов и получены условия идентифицируемости [8].

Работа [9] посвящена идентификации системы с нелинейными механическими колебаниями. Модель имеет вид «серого ящика» и основана на применении нелинейных базисных функций с использованием ограниченного числа измеренных выходных переменных. Другие подходы к идентификации рассмотрены в [10–14]. Они основаны на учете физических законов при выборе структуры модели [11], применении частотных методов для системы с обратной связью [12] и теории обучения [13].

Обзор [15] посвящен анализу методов идентификации нелинейных процессов в динамике конструкций. В основном применяются модификации частотного подхода. Отмечены недостатки подходов, основанных на линеаризации, гармоническом балансе, методе поверхности восстанавливающей силы. В [16] применялись регрессионный анализ и преобразование Гилберта. В [17] для идентификации бифуркационных процессов использовались методы теории хаоса.

Различные подходы, основанные на оценивании параметров передаточной функции системы с обратной связью (СОС), представлены в [18–21]. Часто идентификацию СОС сводят к идентификации разомкнутой системы. В [22, 23] отмечаются трудности идентификации СОС.

Итак, из представленного обзора следует, что в большинстве исследований применяются частотные методы идентификации нелинейной системы. В некоторых случаях предлагаются подходы к оценке структуры нелинейности. Обычно применяются различные

процедуры линеаризации нелинейности из заданного класса. Идентификации систем с несколькими нелинейностями уделялось меньше внимания. Это связано со сложностью таких систем. В этих случаях применяются различные подходы и методы идентификации, основанные на локализации нелинейности.

Проблема идентификация СНН является сложной и недостаточно изученной. Она требует решения ряда задач, рассмотрение которых дается ниже.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается система S_F

$$\dot{X}(t) = AX(t) + DF_1(X, t) + BU(t), \quad (1)$$

$$LY(t) = CX(t) + F_2(X, t), \quad (2)$$

где $X \in \mathbb{R}^m$ – вектор состояния; $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – матрица состояния; $D \in \mathbb{R}^{m \times q}$; $F_1(X, t): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^q$ – нелинейная вектор-функция; $U \in \mathbb{R}^k$ – вектор входа (управления); $B \in \mathbb{R}^{m \times k}$; $Y \in \mathbb{R}^n$ – вектор выхода; $C \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $F_2(X, t): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ – вектор возмущений (ошибок измерения); L – оператор, определяющий способ формирования вектора Y ; t – время. В некоторых случаях L может быть дифференциальным оператором, отражающим динамические свойства системы измерений.

Рассмотрим множество данных

$$\mathbb{I}_0 = \{Y(t), U(t), t \in [t_0, t_N]\}, t_N < \infty. \quad (3)$$

Предположение 1. Элементы $\varphi_{1,i}(x_j) \in F_1$, $\varphi_{2,i}(x_j) \in F_2$ (нелинейные функции, принадлежащие F) являются гладкими однозначными функциями.

В некоторых случаях может выполняться условие $\varphi_i^1(x_j) = \varphi_i^1(\varphi_k^1(x_j))$, $i \neq k$. Для оценки параметров матриц A , D , B , C применим модель

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}(t) = \hat{A}(t)\hat{X}(t) + \hat{D}(t)F_1(X, t) + \hat{B}(t)U(t), \\ L\hat{Y}(t) = CX(t) + F_2(X, t), \end{cases} \quad (4)$$

где $\hat{A}(t)$, $\hat{D}(t)$, $\hat{B}(t)$ – матрицы с настраиваемыми параметрами.

Задача: для системы (1), удовлетворяющей предположению 1, на основе анализа $\mathbb{I}_0$ построить модель (4) и найти такие законы настройки параметров матриц $\hat{A}(t)$, $\hat{D}(t)$ и $\hat{B}(t)$, чтобы

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{Y}(t) - Y(t)\| \leq \delta_y,$$

где $\|\cdot\|$ – евклидова норма, $\delta_y \geq 0$ – задает точность работы модели (4).

УСЛОВИЕ ПОСТОЯНСТВА ВОЗБУЖДЕНИЯ

Условие постоянства возбуждения (ПВ) играет важную роль в задачах параметрического оценивания. Если система является нелинейной, то выполнение этого условия может оказаться недостаточным. Как показано в [24, 25], система должна обладать свойством S-синхронизируемости, чтобы можно было учитывать нелинейные свойства системы.

Пусть существуют: 1) ограниченный вектор $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^m$ и соответствующее ему множество частот $\Omega_p(\omega)$; 2) множество допустимых частот входа $\Omega_S(\omega)$, обеспечивающих S-синхронизируемость системы. Тогда условие ПВ для матрицы $\mathbf{B}_p(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{P}^T(t)$ имеет вид

$$\mathcal{PE}_{\alpha, \bar{\alpha}}^S : (\alpha \mathbf{I}_1 \leq \mathbf{B}_p(t) \leq \bar{\alpha} \mathbf{I}_1) \& (\Omega_p(\omega) \subseteq \Omega_S(\omega)) \quad (5)$$

для $\alpha > 0$ и $\forall t \geq t_0$ на некотором интервале $T > 0$, где $\bar{\alpha} > 0$ – некоторое число, $\mathbf{I}_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – единичная матрица. Обычно $\mathbf{P}(t)$ представляет собой вектор изменений и переменных состояния.

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИДЕНТИФИКАЦИИ

Ниже излагается процедура идентификации системы $\mathbf{S}_F$, основанная на структурно-параметрическом подходе (СПП) [26]. В зависимости от имеющейся априорной информации может применяться несколько этапов, реализующих СПП. Система (1), (2) имеет сложный вид, и для синтеза адаптивных алгоритмов необходима априорная информация о ее структуре. Полагаем, что известен состав подсистем, входящих в систему $\mathbf{S}_F$. Следовательно, на основе размерности вектора выхода системы матрицу $\mathbf{A}$ можно разбить на n блоков (подсистем $\mathbf{S}_{F, n} \subseteq \mathbf{S}_F$, $\{\mathbf{s}_{F, i}\} \in \mathbf{S}_{F, n}$, $j < n$). Выполним анализ подсистем (блоков) и выделим те, которые содержат нелинейности, т.е. $\mathbf{S}_{F, \text{nonlin}} \subseteq \mathbf{S}_{F, n}$. Далее к каждому элементу $\mathbf{S}_{F, \text{nonlin}, k} \in \mathbf{S}_{F, \text{nonlin}}$ применим СПП. Если подсистема $\{\mathbf{s}_{F, i}\} \in \mathbf{S}_{F, n} \setminus \mathbf{S}_{F, \text{nonlin}}$ не содержит нелинейностей, то к ней применяем процедуру адаптивной идентификации.

Замечание 1. Структурно-параметрический подход основан на S-синхронизируемости системы и выполнении условия (5).

В условиях неопределенности СПП можно разбить на две процедуры: 1) структурный анализ $\mathbf{S}_F$, 2) параметрическое оценивание (адаптивная идентификация). Эти этапы подробно описаны в [26] и поэтому на них останавливаться не будем.

Замечание 2. На структурную идентифицируемость (S-синхронизируемость) системы большое влияние оказывает способ соединения подсистем

и взаимовлияние переменных. В этом случае для оценки идентифицируемости нелинейных элементов системы необходимо строить диаграмму взаимовлияния в системе [27]. Анализ взаимосвязей позволяет исключить эффект от влияющих переменных и принять решение о структурной идентифицируемости системы (нелинейности). Построение диаграммы взаимовлияния возможно только при выполнении условия $\mathcal{PE}_{\alpha, \bar{\alpha}}^S$.

Замечание 3. Оценка S-синхронизируемости системы основана на анализе специального класса динамических структур $\mathcal{S}_{ey}$, отражающих структуру нелинейностей соответствующей подсистемы $\mathbf{S}_{F, \text{nonlin}, k}$. Метод их построения описан в [24, 25].

Замечание 4. Полученные оценки структуры нелинейностей в (1), (2) являются основой для реализации адаптивной параметрической идентификации системы $\mathbf{S}_F$.

Замечание 5. Если априорная информация о нелинейных свойствах известна, то этап структурного анализа $\mathbf{S}_F$ -системы можно пропустить.

АДАПТИВНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМЫ $\mathbf{S}_F$

Рассмотрим подсистему $\mathbf{s}_{F, i} \in \mathbf{S}_F$, $\dim \mathbf{s}_{F, i} = n_i$, $\mathcal{L}$ – линейный оператор в (2). Пусть для $\mathbf{s}_{F, i}$ известно множество $\mathbb{I}_{o, i} \subset \mathbb{I}_o$. Подсистема $\mathbf{s}_{F, i}$ описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{s}_{F, i}} = \mathbf{A}_{\mathbf{s}_{F, i}} \mathbf{X}_{\mathbf{s}_{F, i}} + \mathbf{D}_{1, \mathbf{s}_{F, i}} \mathbf{F}_{1, \mathbf{s}_{F, i}}(\mathbf{X}) + \mathbf{B}_{\mathbf{s}_{F, i}} \mathbf{U}_{\mathbf{s}_{F, i}}, \\ y_{\mathbf{s}_{F, i}} = x_{\mathbf{s}_{F, i}}^1. \end{cases} \quad (6)$$

Представим (6) в виде дифференциального уравнения n_i -го порядка

$$W_{\mathbf{s}_{F, i}}(v) y_{\mathbf{s}_{F, i}} = \sum_{k=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \left(d_{1, \mathbf{s}_{F, i}}^{k, h} f_{\mathbf{s}_{F, i}}^{h, j} + b_{\mathbf{s}_{F, i}}^{k, j} u_{\mathbf{s}_{F, i}}^j \right), \quad (7)$$

где $\mathbf{X}_{\mathbf{s}_{F, i}} \in \mathbb{R}^{n_i}$ – вектор состояния подсистемы $\mathbf{s}_{F, i}$, $x_{\mathbf{s}_{F, i}}^1$ – первый элемент $\mathbf{X}$; $\mathbf{D}_{1, \mathbf{s}_{F, i}}$, $\mathbf{F}_{1, \mathbf{s}_{F, i}}$ и $\mathbf{B}_{\mathbf{s}_{F, i}}$ – матрицы соответствующих размерностей; $d_{1, \mathbf{s}_{F, i}}^{k, h} \in \mathbf{D}_{1, \mathbf{s}_{F, i}}$, $f_{\mathbf{s}_{F, i}}^j \in \mathbf{F}_{1, \mathbf{s}_{F, i}}$, $b_{\mathbf{s}_{F, i}}^{k, j} \in \mathbf{B}_{\mathbf{s}_{F, i}}$, $u_{\mathbf{s}_{F, i}}^j \in \mathbf{U}_{\mathbf{s}_{F, i}}$; $v = d/dt$, $W_{\mathbf{s}_{F, i}}(v)$ – полином степени n_i . Матрица $\mathbf{A}_{\mathbf{s}_{F, i}} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ является гурвицевой. Разделим левую и правую части (7) на полином степени $n_i - 1$

$$H_{\mathbf{s}_{F, i}}(v) = \prod_{k=1}^{n_i-1} (v + \mu_k), \quad (8)$$

и получим

$$\dot{y}_{s_{F,i}} = -\eta_{s_{F,i}} y_{s_{F,i}} + \sum_{k=1}^{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i-1} \left(\tilde{d}_{s_{F,i}}^{k,h} p_{f_{s_{F,i}}}^{h,j} + \tilde{b}_{s_{F,i}}^{k,j} p_{u_{s_{F,i}}}^j \right), \quad (9)$$

где ν, μ_k – положительные числа, $\eta_{s_{F,i}} > 0$, $\tilde{d}_{s_{F,i}}^{k,h}$ и $\tilde{b}_{s_{F,i}}^{k,j}$ зависят от параметров подсистемы $s_{F,i}$ и μ_k , переменные $p_{z_{s_{F,i}}}^j$ ($z = f, u$) удовлетворяют уравнению

$$\dot{p}_{z_{s_{F,i}}}^j = -\mu_j p_{z_{s_{F,i}}}^j + z_{s_{F,i}}^j. \quad (10)$$

Замечание 6. Структура правой части (9) определяется видом матрицы $A_{s_{F,i}}$ и полиномом $H_{s_{F,i}}(\nu)$.

Адаптивная модель для оценки параметров (9), (10):

$$\dot{\hat{y}}_{s_{F,i}} = -k_{s_{F,i}} (\hat{y}_{s_{F,i}} - y_{s_{F,i}}) + \hat{\kappa}_{s_{F,i}} y_{s_{F,i}} + \sum_{k=1}^{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i-1} \left(\hat{d}_{s_{F,i}}^{k,h} p_{f_{s_{F,i}}}^{h,j} + \hat{b}_{s_{F,i}}^{k,j} p_{u_{s_{F,i}}}^j \right), \quad (11)$$

где $k_{s_{F,i}} > 0$, $\hat{\kappa}_{s_{F,i}}$, $\hat{d}_{s_{F,i}}^{k,h}$, $\hat{b}_{s_{F,i}}^{k,j}$ – настраиваемые параметры.

Уравнение для ошибки идентификации:

$$\dot{e}_{s_{F,i}} = -k_{s_{F,i}} e_{s_{F,i}} + \Delta \kappa_{s_{F,i}} y_{s_{F,i}} + \sum_{k=1}^{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i-1} \left(\Delta \tilde{d}_{s_{F,i}}^{k,h} p_{f_{s_{F,i}}}^{h,j} + \Delta \tilde{b}_{s_{F,i}}^{k,j} p_{u_{s_{F,i}}}^j \right), \quad (12)$$

где $\Delta \tilde{d}_{s_{F,i}}^{k,h} = \hat{d}_{s_{F,i}}^{k,h} - \tilde{d}_{s_{F,i}}^{k,h}$, $\Delta \tilde{b}_{s_{F,i}}^{k,j} = \hat{b}_{s_{F,i}}^{k,j} - \tilde{b}_{s_{F,i}}^{k,j}$, $e_{s_{F,i}} = \hat{y}_{s_{F,i}} - y_{s_{F,i}}$, $\Delta \kappa_{s_{F,i}} = \hat{\kappa}_{s_{F,i}} - \eta_{s_{F,i}}$.

Рассмотрим функцию Ляпунова $V_{e,i}(e_{s_{F,i}}) = 0.5e_{s_{F,i}}^2$. Тогда для $\dot{V}_{e,i}(e_{s_{F,i}})$ получаем

$$\dot{V}_{e,i}(e_{s_{F,i}}) = e_{s_{F,i}} \left[-k_{s_{F,i}} e_{s_{F,i}} + \Delta \kappa_{s_{F,i}} y_{s_{F,i}} + \sum_{k=1}^{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i-1} \left(\Delta \tilde{d}_{s_{F,i}}^{k,h} p_{f_{s_{F,i}}}^{h,j} + \Delta \tilde{b}_{s_{F,i}}^{k,j} p_{u_{s_{F,i}}}^j \right) \right].$$

Если переменные $p_{f_{s_{F,i}}}^{h,j}$, $p_{u_{s_{F,i}}}^j$ обладают свойством $\mathcal{PE}_{\alpha,\bar{\alpha}}^S$, то из условия $\dot{V}_i(e_{s_{F,i}}) < 0$ получаем

$$\begin{aligned} \Delta \kappa_{s_{F,i}} &= -\gamma_{\kappa,s_{F,i}} e_{s_{F,i}} y_{s_{F,i}}, \\ \Delta \tilde{d}_{s_{F,i}}^{k,h} &= -\gamma_{k,h,s_{F,i}} e_{s_{F,i}} p_{f_{s_{F,i}}}^{h,j}, \\ \Delta \tilde{b}_{s_{F,i}}^{k,j} p_{u_{s_{F,i}}}^j &= -\gamma_{k,j,s_{F,i}} e_{s_{F,i}} p_{u_{s_{F,i}}}^j, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\gamma_{k,j,s_{F,i}} > 0$ – коэффициент усиления.

Из (13) нетрудно получить алгоритмы для настройки параметров модели (11).

Итак, адаптивная система идентификации подсистемы $s_{F,i}$ описывается уравнениями (12), (13). Обозначим ее как $AS_{F,i}$.

Рассмотрим функцию Ляпунова

$$\begin{aligned} V_{\Delta,i} &= 0.5\gamma_{\kappa,s_{F,i}}^{-1} \left(\Delta \kappa_{s_{F,i}} \right)^2 + \\ &+ 0.5\text{Sp} \left(\Delta \mathbf{D}_{1,s_{F,i}} \Gamma_{k,h,s_{F,i}}^{-1} \Delta \mathbf{D}_{1,s_{F,i}}^T \right) + \\ &+ 0.5\text{Sp} \left(\Delta \mathbf{B}_{s_{F,i}} \Gamma_{k,j,s_{F,i}}^{-1} \Delta \mathbf{B}_{s_{F,i}}^T \right), \end{aligned} \quad (14)$$

где $\Gamma_{k,h,s_{F,i}} = \text{diag}(\gamma_{k,h,s_{F,i}})$, $\text{Sp}(\cdot)$ – след матрицы, $\Gamma_{k,j,s_{F,i}}^{-1} = \text{diag}(\gamma_{k,j,s_{F,i}}^{-1})$, $\Delta \mathbf{D}_{1,s_{F,i}}$ и $\Delta \mathbf{B}_{s_{F,i}}$ содержат соответственно элементы $\Delta \tilde{d}_{s_{F,i}}^{k,h}$ и $\Delta \tilde{b}_{s_{F,i}}^{k,j}$. Пусть

$\Delta \mathbf{K}_{s_{F,i}} \triangleq \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{D}_{1,s_{F,i}}, \Delta \mathbf{B}_{s_{F,i}} \end{bmatrix}$ и $V_{s_{F,i}}(t) = V_e(t) + V_{\Delta,i}(t)$.

Теорема 1. Пусть: 1) функции $V_{e,i}(t)$, $V_{\Delta,i}(t)$ являются положительно определенными и допускают бесконечно малый высший предел при $|e| \rightarrow \infty$ и $\|\Delta \mathbf{K}_{s_{F,i}}\| \rightarrow \infty$, $|\Delta \kappa_{s_{F,i}}| \rightarrow \infty$; 2) матрица $\mathbf{A}_{s_{F,i}} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ является гурвицевой; 3) $p_{f_{s_{F,i}}}^{h,j}$, $p_{u_{s_{F,i}}}^j$ обладают свойством $\mathcal{PE}_{\alpha,\bar{\alpha}}^S$. Тогда все траектории системы $AS_{F,i}$ ограничены, лежат в области

$$G_t = \left\{ (e_{s_{F,i}}, \Delta \kappa_{s_{F,i}}, \Delta \mathbf{K}_{s_{F,i}}) : V_{s_{F,i}}(t) \leq V_{s_{F,i}}(t_0) \right\}$$

и справедлива оценка

$$2k_{s_{F,i}} \int_{t_0}^t V_{e,i}(\tau) d\tau \leq V_{s_{F,i}}(t_0) - V_{s_{F,i}}(t).$$

Пусть для $V_{\Delta,i}(t)$ справедлива оценка (назовем ее A1):

$$0.5 \underline{\vartheta} \left\{ \text{Sp} \left(\Delta \mathbf{K}_{\mathbf{F},i} (t) \Delta \mathbf{K}_{\mathbf{F},i}^T (t) \right) + \left(\Delta \kappa_{\mathbf{F},i} \right)^2 \right\} \leq V_{\Delta,i} (t) \leq \\ \leq 0.5 \bar{\vartheta} \left\{ \text{Sp} \left(\Delta \mathbf{K}_{\mathbf{F},i} (t) \Delta \mathbf{K}_{\mathbf{F},i}^T (t) \right) + \left(\Delta \kappa_{\mathbf{F},i} \right)^2 \right\},$$

где $\Gamma_{\mathbf{F},i} = \Gamma_{k,h,\mathbf{F},i} + \Gamma_{k,j,\mathbf{F},i}$, $+$ – знак прямой суммы матриц, $\beta_l(\Gamma_{\mathbf{F},i})$, $\beta_l(\Gamma_{\mathbf{F},i})$ – минимальное и максимальное собственные числа матрицы $\Gamma_{\mathbf{F},i}$, $\underline{\vartheta} = \min \left(\beta_l^{-1}(\Gamma_{\mathbf{F},i}), \gamma_{\kappa,\mathbf{F},i}^{-1} \right)$, $\bar{\vartheta} = \max \left(\beta_l^{-1}(\Gamma_{\mathbf{F},i}), \gamma_{\kappa,\mathbf{F},i}^{-1} \right)$.

Теорема 2. Пусть выполняются условия: 1) положительно определенные функции Ляпунова $V_{e,i}(t) = 0.5 e_{\mathbf{F},i}^T(t)$,

$$V_{\Delta,i}(t) = 0.5 \gamma_{\kappa,\mathbf{F},i}^{-1} \left(\Delta \kappa_{\mathbf{F},i} \right)^2 + \\ + 0.5 \text{Sp} \left(\Delta \mathbf{D}_{l,\mathbf{F},i} \Gamma_{k,h,\mathbf{F},i}^{-1} \Delta \mathbf{D}_{l,\mathbf{F},i}^T \right) + \\ + 0.5 \text{Sp} \left(\Delta \mathbf{B}_{\mathbf{F},i} \Gamma_{k,j,\mathbf{F},i}^{-1} \Delta \mathbf{B}_{\mathbf{F},i}^T \right)$$

допускают бесконечно малый высший предел при $|e_{\mathbf{F},i}(t)| \rightarrow 0$, $|\Delta \kappa_{\mathbf{F},i}| \rightarrow 0$, $\|\Delta \mathbf{K}_{\mathbf{F},i}\| \rightarrow 0$; 2) матрица $\mathbf{W}_{\mathbf{F},i}(t) = \mathbf{P}_{f_{\mathbf{F},i}^{h,j}, u_{\mathbf{F},i}^j}^T(t) \mathbf{P}_{f_{\mathbf{F},i}^{h,j}, u_{\mathbf{F},i}^j}(t)$ и $y_{\mathbf{F},i}$ являются кусочно-непрерывными ограниченными и $\mathbf{W}_{\mathbf{F},i}(t) \in \mathcal{PE}_{\alpha,\bar{\alpha}}^S$, $y_{\mathbf{F},i}(t) \in \mathcal{PE}_{\alpha y_i, \bar{\alpha} y_i}^S$; 3) справедливо равенство

$$e_{\mathbf{F},i} \sum_{k=1}^{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i-1} \left(\Delta \tilde{d}_{\mathbf{F},i}^{k,h} p_{f_{\mathbf{F},i}^{h,j}} + \Delta \tilde{b}_{\mathbf{F},i}^{k,j} p_{u_{\mathbf{F},i}^j} \right) = \\ = \pi \left\{ \text{Sp} \left(\Delta \mathbf{K}_{\mathbf{F},i} (t) P_{f_{\mathbf{F},i}^{h,j}, u_{\mathbf{F},i}^j}^T P_{f_{\mathbf{F},i}^{h,j}, u_{\mathbf{F},i}^j} \Delta \mathbf{K}_{\mathbf{F},i}^T (t) \right) + \right. \\ \left. + \left(\Delta \hat{e}_{\mathbf{F},i} y_{\mathbf{F},i} \right)^2 + e_{\mathbf{F},i}^2 \right\}$$

в области $O_v(O)$, где $\pi > 0$, $O = \{0, 0^{n_i \times n_i}\} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^{n_i \times n_i} \times \mathbb{J}_{0,\infty}$, $0^{n_i \times n_i} \in \mathcal{R}^{n_i \times n_i}$ – нулевая матрица, O_v – некоторая окрестность точки O , $t \in [0, \infty] = \mathbb{J}_{0,\infty}$ – интервал времени; 4) справедлива оценка A1 для функции $V_{\Delta,i}(t)$; 5) выполняется система неравенств

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{e,i} \\ \dot{V}_{\Delta,i} \end{bmatrix} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -k_{\mathbf{F},i} & \frac{\bar{\alpha} \bar{\vartheta}}{2k_{\mathbf{F},i}} \\ \frac{8}{3} \pi & -\frac{3}{8} \pi \alpha_i \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_v} \begin{bmatrix} V_{e,i} \\ V_{\Delta,i} \end{bmatrix}$$

для $\dot{V}_{e,i}$, $\dot{V}_{\Delta,i}$; 6) верхнее решение для $\mathbf{V}_{e,i,\Delta_i}(t) = [V_{e,i}(t) V_{\Delta,i}(t)]^T$ удовлетворяет уравнению $\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{A}_v \mathbf{S}$, если справедливо неравенство

$$V_{\rho}(t) \leq s_{\rho}(t) \quad \forall (t \geq t_0) \quad \& \quad (V_{\rho}(t_0) \leq s_{\rho}(t_0)),$$

$\rho = e, i$; Δ, i для элементов $V_{e,i}(t)$, $V_{\Delta,i}(t)$. Тогда адаптивная система $\mathbf{A} \mathbf{S}_{\mathbf{F},i}$ является экспоненциально устойчивой с оценкой

$$\mathbf{V}_{e,i,\Delta_i}(t) \leq e^{\mathbf{A}_v(t-t_0)} \mathbf{S}(t_0),$$

если

$$k_{\mathbf{F},i} > 0, k_{\mathbf{F},i} \geq \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\bar{\alpha}\bar{\vartheta}}{\alpha_i}}. \quad (15)$$

Доказательство теорем основано на подходе, изложенном в [26].

Теорема 2 показывает: если информационная матрица

$$\mathbf{W}_{\mathbf{F},i}(t) = \mathbf{P}_{f_{\mathbf{F},i}^{h,j}, u_{\mathbf{F},i}^j}^T(t) \mathbf{P}_{f_{\mathbf{F},i}^{h,j}, u_{\mathbf{F},i}^j}(t)$$

является постоянно возбуждаемой, то адаптивная система $\mathbf{A} \mathbf{S}_{\mathbf{F},i}$ позволяет получить истинные оценки параметров системы $\mathbf{S}_{\mathbf{F},i}$. При этом параметры системы должны удовлетворять условию (15).

ПРИМЕРЫ

Рассмотрим систему с нелинейной коррекцией системы. Она содержит усилитель с электродвигателем и релейное управление, описываемое функцией $f_1(u)$. В качестве корректирующего устройства используется нелинейная обратная связь (feedback, индекс fb в обозначениях) по скорости с параболической характеристикой $f_2(x_2)$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -a_1 x_2 - a_2 x_3 + b f_1(u), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (16)$$

$$f_1(u) = \begin{cases} c, & \text{если } u \geq d, \\ 0, & \text{если } -d \leq u \leq d, \\ -c, & \text{если } u < -d, \end{cases}$$

где $u = g - x_1 - f_2(x_2)$ – управление; $f_2(x_2) = k_{fb} x_2^2 \text{sign}(x_2)$; g – вход системы; $c > 0$, $d > 0$; $k_{fb} > 0$; x_i – переменная состояния; a_i , b – параметры системы.

Уравнение (13) и полиномы в (7), (8) имеют вид

$$\left(v + \eta - \frac{v_1}{v + \mu_1} - \frac{v_2}{v + \mu_2} \right) y = \left(\frac{b_1}{v + \mu_1} + \frac{b_2}{v + \mu_2} \right) f_1(u). \quad (17)$$

Формула (17) получается следующим образом. Сначала система (16) записывается в пространстве $(y(t), f_1(u))$. Получаем представление (7). Так как система имеет третий порядок, то для нахождения уравнения для $\dot{y}(t)$, согласно результатам раздела «Адаптивная идентификация системы S_F », обе части полученного уравнения (7) делим на полином $H(v) = (v + \mu_1)(v + \mu_2)$. Далее раскладываем левую и правую части (7) на простые дроби и приходим к уравнению (17).

Полагаем $v = d/dt$. Из (17) получаем аналог уравнений (8), (9) для системы (16):

$$\dot{y} = -\eta y + v_1 p_{y,\mu_1} + v_2 p_{y,\mu_2} + b_1 p_{f_1,\mu_1} + b_2 p_{f_1,\mu_2}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}_{y,\mu_1} &= -\mu_1 p_{y,\mu_1} + y, & \dot{p}_{y,\mu_2} &= -\mu_2 p_{y,\mu_2} + y, \\ \dot{p}_{f_1,\mu_1} &= -\mu_1 p_{f_1,\mu_1} + f_1, & \dot{p}_{f_1,\mu_2} &= -\mu_2 p_{f_1,\mu_2} + f_1, \end{aligned} \quad (19)$$

где $b_1 = 1.4$, $b_2 = -0.4$, $\eta = 0.35$, $v_1 = -1$, $v_2 = 1.35$, $\mu_1 = 2.05$, $\mu_2 = 2.25$. Параметры нелинейности f_1 : $c_1 = 2$, $d = 0.5$. Вход $g(t) = \sin(0.2t)$.

Адаптивная модель и алгоритмы:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}} &= -k_y e - \hat{\eta} y + \hat{v}_1 p_{y,\mu_1} + \\ &+ \hat{v}_2 p_{y,\mu_2} + \hat{b}_1 p_{f_1,\mu_1} + \hat{b}_2 p_{f_1,\mu_2}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}} &= -\gamma_\eta e y, & \dot{\hat{v}}_1 &= -\gamma_{v_1} e p_{y,\mu_1}, \\ \dot{\hat{v}}_2 &= -\gamma_{v_2} e p_{y,\mu_2}, & \dot{\hat{b}}_1 &= -\gamma_{b_1} e p_{f_1,\mu_1}, \\ \dot{\hat{b}}_2 &= -\gamma_{b_2} e p_{f_1,\mu_2}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $e = \hat{y} - y$.

Уравнение для ошибки $e(t)$

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -k e - \Delta \eta y + \Delta v_1 p_{y,\mu_1} + \\ &+ \Delta v_2 p_{y,\mu_2} + \Delta b_1 p_{f_1,\mu_1} + \Delta b_2 p_{f_1,\mu_2}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $k > 0$, $\Delta \sigma = \hat{\sigma} - \sigma$, $\sigma = \eta, v_1, v_2, b_2, b_1$. Коэффициенты γ_i в (21) изменялись в диапазоне (0.002; 0.009).

Пусть $\Delta K \triangleq [\Delta \eta, \Delta v_1, \Delta v_2, \Delta b_1, \Delta b_2]^T$. Закон настройки ΔK следует из (21):

$$\Delta \dot{K} = -\Gamma_K e P_y, \quad (23)$$

где $\Gamma_K = \text{diag}(\gamma_\eta, \gamma_{v_1}, \gamma_{v_2}, \gamma_{b_1}, \gamma_{b_2})$,

$$P_y = [y, p_{y,\mu_1}, p_{y,\mu_2}, p_{f_1,\mu_1}, p_{f_1,\mu_2}]^T.$$

Ограниченность траекторий системы (22), (23) следует из теоремы 1. Результаты работы адаптивной системы представлены на рис. 1–4. Настройка параметров модели (20) показана на рис. 1, 2. Рис. 3 отражает изменение ошибки оценивания $e(t)$. Такое изменение ошибки связано с изменением выхода системы.

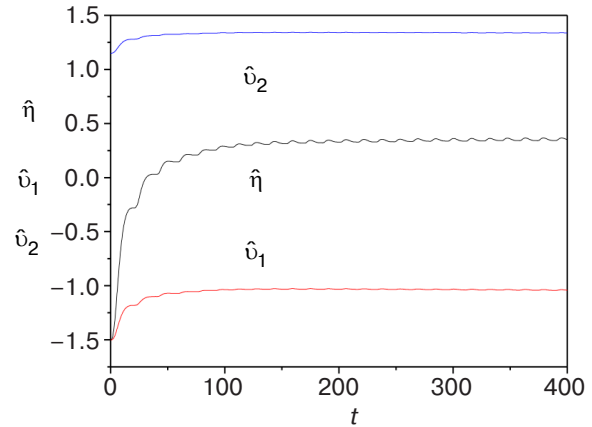


Рис. 1. Настройка параметров модели (20)

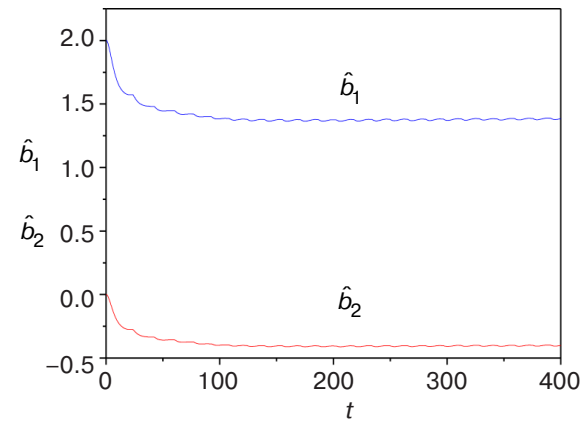


Рис. 2. Настройка параметров $\hat{b}_i$ модели (20)

В [28] отмечено, что по функции $f_2(x_2)$ система является неидентифицируемой на множестве измерений. В этом случае можно воспользоваться косвенной информацией о зависимости $u_1 = \omega - x_1$ от x_2 . Это справедливо, т.к. существует взаимосвязь между u_1 и u .

2. Рассмотрим систему генерации автоколебаний, состоящую из объекта (переменные y_1, y_2), нелинейного (переменная y_3) и линейного (переменная y_4) преобразователей и линейного усилителя-преобразователя с нелинейным исполнительным устройством (переменная y_5). $f_i(x)$ ($i = 1, 3$) является функцией насыщения с зоной нечувствительности

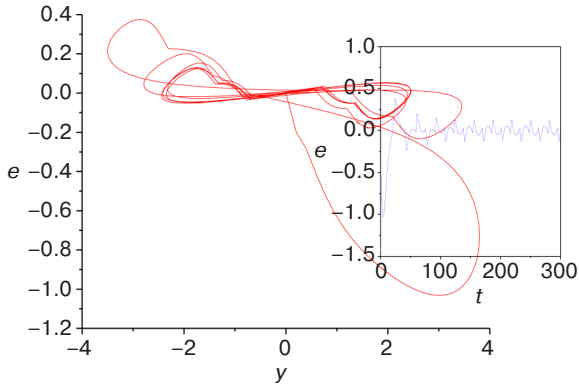


Рис. 3. Изменение ошибки оценивания

$$f_i(x) = \begin{cases} c, & \text{если } x \geq d_{2,i}, \\ 2(x - d_{1,i}), & \text{если } d_{1,i} < x < d_{2,i}, \\ 0, & \text{если } -d_{1,i} \leq x \leq d_{1,i}, \\ 2(x + d_{1,i}), & \text{если } -d_{1,i} < x, \\ -c, & \text{если } x < -d_{2,i}, \end{cases}$$

где $c > 0$, $d_{1,i} > 0$, $d_{2,i} > 0$ – некоторые числа,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Y}} &= \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{D}\mathbf{F}(\mathbf{Y}) \\ \mathbf{Y} &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g & 0 & 0 & k_0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_2}{T_2} & 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{T_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_3} \end{bmatrix}, \mathbf{F}(\mathbf{Y}) = \begin{bmatrix} f_1(y_1) \\ f_3(y_3 + y_4) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (24)$$

где $T_i > 0$ – постоянная времени, $g \geq 0$. В качестве входа используется переменная y_5 .

Фазовый портрет объекта представлен на рис. 4. Он показывает, что в системе возникают автоколебания. Для идентификации параметров системы (24) воспользуемся идеями адаптивного наблюдателя для объекта, изложенными выше. Необходимо преобразовать только два первых уравнения в (24). Для этого представим их в виде (38) и полученное уравнение делим на $v + \mu$. Далее преобразуем переменные y_1, y_5

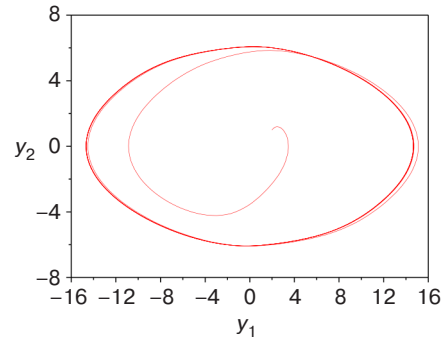


Рис. 4. Фазовый портрет объекта (24)

$$\begin{aligned} \dot{p}_{y_1, \mu} &= -\mu p_{y_1, \mu} + y_1, \\ \dot{p}_{y_5, \mu} &= -\mu p_{y_5, \mu} + y_5, \end{aligned} \quad (25)$$

и получаем идентификационное представление

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= a_{11}y_1 + a_{12}p_{y_1} + a_{15}p_{y_5}, \\ \dot{y}_3 &= -a_3y_3 + a_{31}f_1(y_1), \\ \dot{y}_4 &= -a_4y_4 + a_{42}y_2, \\ \dot{y}_5 &= -a_5y_5 + a_{53}f_3(y_3 + y_4). \end{aligned} \quad (26)$$

Адаптивная система для оценки параметров системы (26) имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_1 &= -k_1e_1 + \hat{a}_{11}y_1 + \hat{a}_{12}p_{y_1} + \hat{a}_{15}p_{y_5}, \\ \dot{\hat{y}}_2 &= +\hat{a}_{11}y_1 + \hat{a}_{12}p_{y_1} + \hat{a}_{15}p_{y_5}, \\ \dot{\hat{y}}_3 &= -k_3e_3 + \hat{a}_{31}(f_1(y_1) - y_3), \\ \dot{\hat{y}}_4 &= -k_4e_4 + \hat{a}_{41}y_4 + \hat{a}_{42}\hat{y}_2, \\ \dot{\hat{y}}_5 &= -k_5e_5 + \hat{a}_{51}(y_5 + f_3(y_3 + y_4)), \end{aligned} \quad (27)$$

где $e_i = \hat{y}_i - y_i$, $i = 1, 3, 4, 5$.

Если ввести функции Ляпунова $V_i(e_i) = 0.5e_i^2$, то из условия $\dot{V}_i \leq 0$ получим адаптивные алгоритмы настройки параметров системы (27):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}}_{11} &= -\gamma_{11}e_1y_1, \quad \dot{\hat{a}}_{12} = -\gamma_{12}e_1p_{y_1}, \\ \dot{\hat{a}}_{15} &= -\gamma_{15}e_1p_{y_5}, \quad \dot{\hat{a}}_{31} = -\gamma_{31}e_3(f_1(y_1) - y_3), \\ \dot{\hat{a}}_{41} &= -\gamma_{41}e_4y_4, \quad \dot{\hat{a}}_{42} = -\gamma_{42}e_4\hat{y}_2, \\ \dot{\hat{a}}_{51} &= -\gamma_{51}e_5(y_5 + f_3(y_3 + y_4)), \end{aligned} \quad (28)$$

где $\gamma_{ij} > 0$.

Системы (26), (27) моделировались с параметрами: $a_{11} = 0.55$, $a_{12} = -0.6$, $a_{15} = -1.15$, $k_1 = 2$, $\mu = 0.5$, $a_{31} = 2.21$, $k_3 = 0.8$, $k_4 = 1.5$, $a_{41} = 1.15$, $a_{42} = 0.56$, $k_5 = 1.25$, $a_{51} = 1.1$. Параметры функций f_1, f_3 : $d_{11} = 0.5$, $d_{21} = 1.5$, $c = 2$, $d_{13} = 0.25$, $d_{23} = 1.25$. Коэффициенты γ_{ij} изменялись в интервале (0.001; 0.05).

Адаптивная система имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= -k_1 e_1 + \Delta a_{11} y_1 + \Delta a_{12} p_{y_1} + \Delta a_{15} p_{y_5}, \\ e_2 &= +\Delta a_{11} y_1 + \Delta a_{12} p_{y_1} + \Delta a_{15} p_{y_5}, \\ \dot{e}_3 &= -k_3 e_3 + \Delta a_{31} (f_1(y_1) - y_3), \\ \dot{e}_4 &= -k_4 e_4 - \Delta a_{41} y_4 + \Delta a_{42} \hat{y}_2, \\ \dot{e}_5 &= -k_5 e_5 - \Delta a_{51} (y_5 + f_3(y_3 + y_4)),\end{aligned}\quad (29)$$

$$\begin{aligned}\Delta \dot{a}_{11} &= -\gamma_{11} e_1 y_1, \quad \Delta \dot{a}_{12} = -\gamma_{12} e_1 p_{y_1}, \\ \Delta \dot{a}_{15} &= -\gamma_{15} e_1 p_{y_5}, \quad \Delta \dot{a}_{31} = -\gamma_{31} e_3 (f_1(y_1) - y_3), \\ \Delta \dot{a}_{41} &= \gamma_{41} e_4 y_4, \quad \Delta \dot{a}_{42} = -\gamma_{42} e_4 \hat{y}_2, \\ \Delta \dot{a}_{51} &= \gamma_{51} e_5 (y_5 + f_3(y_3 + y_4)),\end{aligned}\quad (30)$$

где $\Delta a_{ij}(t) = \hat{a}_{ij}(t) - a_{ij}$.

Результаты работы системы (29), (30) показаны на рис. 5–7. Рис. 5, 6 представляют процесс настройки параметров системы (27), а рис. 7 отражает изменение выходных невязок системы (27). Результаты подтверждают ограниченность траекторий адаптивной системы.

Несмотря на выполнение условия $y_5 \in \mathcal{PE}_{\alpha, \bar{\alpha}}^S$ для входа системы (24) и S-синхронизируемость системы обеспечить условие асимптотической устойчивости не удастся. Связано это с наличием нелинейностей в системе.

Рассмотрим функции Ляпунова

$$\begin{aligned}V_{e,1-5}(t) &= 0.5 \sum_{i=1, i \neq 2}^5 e_i^2(t), \quad \mathbf{V}_{e,\Delta} = \\ &= [V_{e,1}, V_{\Delta,1}, V_{e,3}, V_{\Delta,3}, V_{e,4}, V_{\Delta,4}, V_{e,5}, V_{\Delta,5}]^T, \\ V_{\Delta,1-5}(t) &= 0.5 \underbrace{(\gamma_{11}^{-1} \Delta a_{11}^2(t) + \gamma_{12}^{-1} \Delta a_{12}^2(t) + \gamma_{15}^{-1} \Delta a_{15}^2(t))}_{V_{\Delta,1}} + \\ &+ \underbrace{0.5 \gamma_{31}^{-1} \Delta a_{31}^2(t)}_{V_{\Delta,3}} + \underbrace{0.5 (\gamma_{41}^{-1} \Delta a_{41}^2(t) + \gamma_{42}^{-1} \Delta a_{42}^2(t))}_{V_{\Delta,4}} + \\ &\quad + \underbrace{0.5 \gamma_{51}^{-1} \Delta a_{51}^2(t)}_{V_{\Delta,5}}.\end{aligned}\quad (31)$$

Теорема 3. Пусть выполняются условия:

1) положительно определенные функции Ляпунова $V_{\Delta,i}(t) = 0.5 \gamma_{ij}^{-1} (\Delta a_{ij})^2$, $V_{e,i}(t) = 0.5 e_i(t)$, $V_{\Delta,1}(t) = 0.5 (\gamma_{11}^{-1} \Delta a_{11}^2(t) + \gamma_{12}^{-1} \Delta a_{12}^2(t) + \gamma_{15}^{-1} \Delta a_{15}^2(t))$ допускают бесконечно малый высший предел при $|e_i(t)| \rightarrow 0$, $|\Delta a_{ij}| \rightarrow 0$;

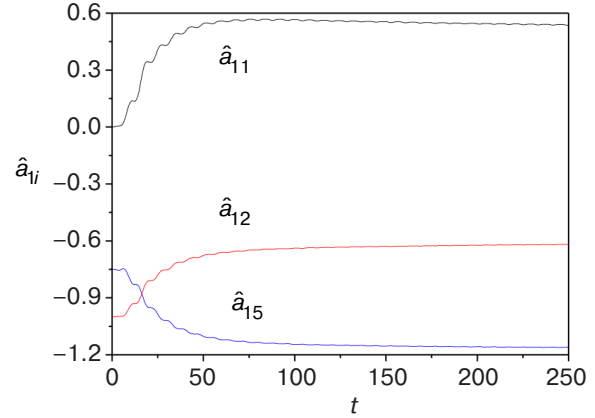


Рис. 5. Настройка параметров моделей для оценки y_1

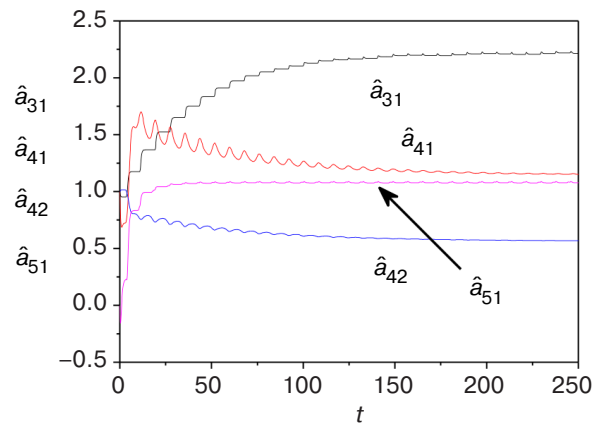


Рис. 6. Настройка параметров моделей для оценки y_3, y_4, y_5

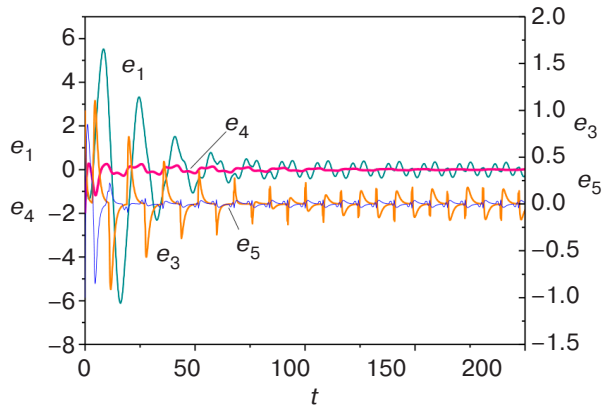


Рис. 7. Изменение невязки выходов моделей (27) (зеленая линия – e_1 , красная линия – e_4 , оранжевая линия – e_3 , синяя линия – e_5)

2) y_i являются кусочно-непрерывными ограниченными и $\alpha = \max \left(\bar{\alpha}_{y_1}, \bar{\alpha}_{p_{y_1}}, \bar{\alpha}_{p_{y_5}} \right)$, $y_i(t) \in \mathcal{PE}_{\alpha, y_i}^S$, $p_{y_1} \in \mathcal{PE}_{\alpha, p_{y_1}}^S$, $p_{y_5} \in \mathcal{PE}_{\alpha, p_{y_5}}^S$, $i = 1, 3, 4, 5$;

3) для $V_{\Delta,1}(t) = 0.5 \Delta \mathbf{G}_1^T(t) \Gamma_1^{-1} \Delta \mathbf{G}_1(t)$ справедливо неравенство

$$0.5 \underline{\gamma}_1 \Delta \mathbf{G}_1^T(t) \Delta \mathbf{G}_1(t) \leq V_{\Delta,1}(t) \leq 0.5 \bar{\gamma}_1 \Delta \mathbf{G}_1^T(t) \Delta \mathbf{G}_1(t),$$

где $\Gamma_1 = \text{diag}(\gamma_{11}, \gamma_{11}, \gamma_{15})$, $\bar{\mathbf{g}}_1 = \beta_1^{-1}(\Gamma_1)$,
 $\Delta \mathbf{G}_1(t) = [\Delta a_{11}(t), \Delta a_{12}(t), \Delta a_{15}(t)]^T$, $\bar{\mathbf{g}}_1 = \beta_1^{-1}(\Gamma_1)$,
 $\beta_1(\Gamma_1)$, $\beta_1(\Gamma_1)$ – минимальное и максимальное собственные числа матрицы Γ_1 ;

$$4) \alpha_{f_1, y_3} - \underline{v}_3 \leq (f_1(y_1) - y_3)^2 \leq \bar{\alpha}_{f_1, y_3} + v_3, \\ \underline{v}_3 \geq 0, v_3 \geq 0;$$

$$5) \gamma_4 = \max(\gamma_{41}, \gamma_{42});$$

6) выполняется равенство

$$e_i \Delta a_{ij} \omega_i = \pi_i \left(e_i^2 + (\Delta a_{ij})^2 \omega_i^2 \right)$$

в области $O_v(O)$, где $\pi_i > 0$, $O = \{0^4, 0^n\} \subset \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{J}_{0, \infty}$, $0^4, 0^n$ – нулевые вектора, n – число настраиваемых параметров, O_v – некоторая окрестность точки O , $t \in [0, \infty] = \mathbb{J}_{0, \infty}$;

7) для $V_{e, \Delta}(t)$ справедлива матричная система неравенств $\dot{V}_{e, \Delta} \leq \mathbf{A}_{e, \Delta} V_{e, \Delta} + \mathbf{B}_{e, \Delta}$, где $\mathbf{A}_{e, \Delta}$ – блочно-диагональная матрица

$$\mathbf{A}_{e, \Delta} = \text{diag}(\mathbf{A}_{e, \Delta, 1}, \mathbf{A}_{e, \Delta, 3}, \mathbf{A}_{e, \Delta, 4}, \mathbf{A}_{e, \Delta, 5}), \\ \mathbf{B}_{e, \Delta} = [0 \ 0 \ \bar{v}_3 \bar{\mathbf{g}}_3 \ \pi_3 \chi \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

подматрицы $\mathbf{A}_{e, \Delta, i}$ имеют вид, аналогичный $\mathbf{A}_v$ из теоремы 2;

8) верхнее решение для $V_{e, \Delta}(t)$ удовлетворяет уравнению $\dot{\mathbf{S}}_{e, \Delta} = \mathbf{A}_{e, \Delta} \mathbf{S}_{e, \Delta} + \mathbf{B}_{e, \Delta}$, если существуют такие функции $s_i(t) \geq 0$, что $V_{e, \Delta, i}(t) \leq s_i(t) \ \forall (t \geq t_0) \ \& \ V_{e, \Delta, i}(t_0) \leq s_i(t_0)$, $i = 1, 3, 4, 5$, где $\mathbf{S}_{e, \Delta} \in \mathbb{R}^6$, s_i – элементы вектора $\mathbf{S}_{e, \Delta}$. Тогда адаптивная система (29), (30) является экспоненциально диссипативной с оценкой

$$\mathbf{V}_{e, \Delta}(t) \leq e^{\mathbf{A}_{e, \Delta}(t-t_0)} \mathbf{S}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_{e, \Delta}(t-\tau)} \mathbf{B}_{e, \Delta} d\tau,$$

$$\text{если} \quad k_1 \geq \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\alpha \beta_1(\bar{\mathbf{A}}_1)}{\alpha_{P_1} k_1 \beta_1(\bar{\mathbf{A}}_1)}}, \quad k_3 \geq \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\bar{\alpha}_{f_1, y_3}}{(\alpha_{f_1, y_3} - \underline{v}_3)}}, \\ k_4 \geq \frac{2}{3} \sqrt{2 \frac{\alpha_{y_1, \hat{y}_2}}{\bar{\alpha}_{y_1, \hat{y}_2}}}, \quad k_5 \geq \frac{2}{3} \sqrt{2 \frac{\bar{\alpha}_{y_5} + c^2}{\alpha_{y_5, f_3}}}.$$

Доказательство теоремы 3 аналогично доказательству теоремы 2.

Из теоремы 3 следует, что предельные свойства системы (29), (30) зависят от нелинейных свойств, обратной связи и соблюдения условия постоянства возбуждения. В частности, это относится к блоку 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен подход к адаптивной идентификации систем с несколькими нелинейностями. Он основан на преобразовании системы с целью исключения неизмеряемых переменных состояния. Выполнен синтез адаптивной системы идентификации. Предложен подход к декомпозиции системы на ряд подсистем для упрощения процесса адаптации. Доказана ограниченность траекторий в адаптивной системе. Рассмотрена проблема S-синхронизируемости системы и предложена модификация условия постоянства возбуждения информационного множества системы, учитывающего специфику структурной идентифицируемости нелинейной части системы. Применен метод векторных функций Ляпунова для доказательства экспоненциальной устойчивости системы идентификации.

Рассмотрена система с нелинейной коррекцией нелинейной системы. Получены адаптивные алгоритмы оценки параметров системы. Показана ограниченность траекторий системы. Рассмотрена нелинейная система генерации автоколебаний с нелинейной обратной связью. Предложена адаптивная система параметрической идентификации. Исследовано влияние обратной связи и нелинейностей на ограниченность траекторий. Результаты моделирования подтверждают полученные теоретические результаты. Предлагаемые методы могут использоваться при разработке систем идентификации и управления сложными динамическими системами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Aykan M., Özgüven H.N. Parametric identification of nonlinearity from incomplete FRF Data using describing function inversion. In: Adam D., Kersch G., Carrella A. (Eds.). *Topics in Nonlinear Dynamics. V. 3. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. New York: Springer; 2012. P. 311–322. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-2416-1_25
2. Zhao Z., Li C., Ahlin K., Du. H. Nonlinear system identification with the use of describing functions – a case study. *Vibroengineering PROCEDIA*. 2016;8:33–38. URL: <https://www.extrica.com/article/17407/pdf>
3. Павлов Ю.Н., Недашковский В.М., Тихомирова Е.А. Идентификация нелинейных динамических систем, имеющих в своем составе несколько нелинейностей. *Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2015;07:217–234. [Pavlov Y.N., Nedashkovskii V.M., Tihomirova E.A. Identification of nonlinear dynamic systems possessing some non-linearities. *Nauka i Obrazovanie. MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*. 2015;07:217–234 (in Russ.).]
4. Prawin J., Rao A.R.M., Sethi A. Parameter identification of systems with multiple disproportional local nonlinearities. *Nonlinear Dyn.* 2020;100(1):289–314. <https://doi.org/10.1007/s11071-020-05538-1>

5. Pai P.F., Palazotto A.N. Detection and identification of nonlinearities by amplitude and frequency modulation analysis. *Mech. Syst. Signal Process.* 2008;22(5): 1107–1132. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2007.11.006>
6. Safari S., Monsalve J.M.L. Direct optimisation based model selection and parameter estimation using time-domain data for identifying localised nonlinearities. *J. Sound Vib.* 2021;501(2051):16056. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116056>
7. Noël J.P., Schoukens J. Grey-box State-space Identification of Nonlinear Mechanical Vibrations. *Int. J. Control.* 2018;91(5):1118–1139. <https://doi.org/10.1080/00207179.2017.1308557>
8. Li C. Closed-loop identification for a class of nonlinearly parameterized discrete-time systems. *Automatica.* 2021;131:109747. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109747>
9. Chen H., Kurt M., Lee Y., McFarland D., Bergman L., Vakakis A. Experimental system identification of the dynamics of a vibro-impact beam with a view towards structural health monitoring and damage detection. *Mech. Syst. Signal Process.* 2014;46(1):91–113. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2013.12.014>
10. Binczak S., Busvelle E., Gauthier J.-P., Jacquir S. Identification of Unknown Functions in Dynamic Systems. URL: <https://pageperso.lis-lab.fr/eric.busvelle/papers/bioid.pdf>
11. Singh A., Moore K.J. Identification of multiple local nonlinear attachments using a single measurement case. *J. Sound Vib.* 2021;513:116410. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116410>
12. Van den Hof P.M.J. Closed-loop issues in system identification. In: Sawaragi Y., Sagara S. (Eds.). *System Identification (SYSID'97): Proc. 11th IFAC Symp. System Identification.* 1997. *IFAC Proceedings Series.* 1997. V. 3. P. 1547–1560. URL: http://publications.pvandenhof.nl/Paperfiles/Vanden%20Hof_SYSID97_Plenary.pdf
13. Andersson C., Ribeiro A.H., Tiels K., Wahlström N., Schön T.B. Deep Convolutional Networks in System Identification. In: *IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC).* 2019. <https://doi.org/10.1109/CDC40024.2019.9030219>
14. Gedon D., Wahlström N., Schön T.B., Ljung L. *Deep State Space Models for Nonlinear System Identification.* arXiv:2003.14162v3 [eess.SY]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2003.14162>
15. Kerschen G., Worden K., Vakakis A., Golinval J.-C. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mech. Syst. Signal Process.* 2006;20(3): 505–592. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.04.008>
16. Holmes P. The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table. *J. Sound Vib.* 1982;84(2): 173–189. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(82\)80002-3](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(82)80002-3)
17. Azeez M.A.F., Vakakis A.F. Numerical and experimental analysis of a continuously overhung rotor undergoing vibro-impacts. *Int. J. Non-Linear Mechanics.* 1999;34(3): 415–435. [https://doi.org/10.1016/s0020-7462\(98\)00022-5](https://doi.org/10.1016/s0020-7462(98)00022-5)
18. Van den Hof P.M.J. Closed-loop issues in system identification. *Annu. Rev. Control.* 1998;22:173–186. [https://doi.org/10.1016/S1367-5788\(98\)00016-9](https://doi.org/10.1016/S1367-5788(98)00016-9)
19. Aljamaan I. *Nonlinear Closed-Loop System identification in the Presence of Non-Stationary Noise Source.* Doctoral Thesis. Calgary, Canada: University of Calgary; 2016. URL: <http://hdl.handle.net/11023/3070>
20. Forsell U., Ljung L. Closed-loop identification revisited. *Automatica.* 1999;35(7):1215–1241. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(99\)00022-9](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(99)00022-9)
21. Mejari M., Piga D., Bemporad A. A bias-correction method for closed-loop identification of Linear Parameter-Varying systems. *Automatica.* 2018;87: 128–141. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2017.09.014>
22. Piga D., Tyth R. A bias-corrected estimator for nonlinear systems with output-error type model structures. *Automatica.* 2014;50(9):2373–2380. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2014.07.021>
23. Gilson M., Van den Hof P.M.J. On the relation between a bias-eliminated least squares (BELS) and an IV estimator in closed-loop identification. *Automatica.* 2001;37(10):1593–1600. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(01\)00119-4](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(01)00119-4)
24. Карабутов Н.Н. *Введение в структурную идентифицируемость нелинейных систем.* М.: URSS/ЛЕНАНД; 2021. 144 с. ISBN 978-5-9710-9022-9 [Karabutov N.N. *Vvedenie v strukturnuyu identifikatsionnost' nelineynykh system (Introduction to Structural Identifiability of Nonlinear Systems).* Moscow: URSS/LENAND; 2021. 144 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9710-9022-9]
25. Карабутов Н.Н. S-синхронизация, структурная идентифицируемость и идентификация нелинейных динамических систем. *Мехатроника, автоматизация, управление.* 2020;21(6):323–336. <https://doi.org/10.17587/mau.21.323-336> [Karabutov N.N. S-synchronization Structural Identifiability and Identification of Nonlinear Dynamic Systems. *Mekhatronika, Avtomatizacija, Upravlenie.* 2020;21(6): 323–336 (in Russ.). <https://doi.org/10.17587/mau.21.323-336>]
26. Karabutov N. Structural-parametrical design method of adaptive observers for nonlinear systems. *International Journal of Intelligent Systems and Applications (IJISA).* 2018;10(2):1–16. <https://doi.org/10.5815/ijisa.2018.02.01>
27. Karabutov N. Geometrical frameworks in identification problem. *Intelligent Control and Automation.* 2018;12(2):17–43. <https://doi.org/10.4236/ica.2021.122002>
28. Karabutov N. Structural Identifiability of Systems with Multiple Nonlinearities. *Contemp. Math.* 2021;2(2): 103–172. <https://doi.org/10.37256/cm.222021763>

Об авторе

Карабутов Николай Николаевич, д.т.н., профессор, кафедры проблем управления Института искусственного интеллекта ФГБОУ ВО МИРЭА – Российский технологический университет (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). Лауреат Государственной премии в области науки и техники. E-mail: karabutov@mirea.ru. Scopus Author ID 6603372930, ResearcherID P-5683-2015, SPIN-код РИНЦ 9646-9721, <https://orcid.org/0000-0002-3706-7431>

About the author

Nikolay N. Karabutov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Problems Control, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). Laureate of the Russian Federation State Prize in Science and Technology. E-mail: karabutov@mirea.ru. Scopus Author ID 6603372930, ResearcherID P-5683-2015, SPIN-код РИНЦ 9646-9721, <https://orcid.org/0000-0002-3706-7431>