

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 519.6
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-4-59-71>



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Моделирование пространственного распространения волн пандемии COVID-19 в России на основе кинетико-переносного описания

В.В. Аристов^{1, 2, @},
А.В. Строганов¹,
А.Д. Ястребов¹

¹ МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

² Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, Москва, 119333 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: aristowl@yandex.ru

Резюме

Цели. Пандемия COVID-19 обладает рядом важных особенностей по сравнению с прошлыми эпидемиями. Помимо высокой степени заражения, она имеет высокую скорость распространения за счет мобильности населения, связанной, в частности, с возросшей скоростью средств передвижения. Целью данной работы является построение математической модели распространения пандемии и выявление закономерностей в предположении, что основным источником вирусной инфекции в России является г. Москва. Для этого строится двухпараметрическая кинетическая модель, описывающая пространственное распространение эпидемии. Параметры находятся с помощью теоретических построений, оценок известных данных о статистике передвижения транспортных средств и плотности населения в различных странах, а также с учетом развития первой волны на примере России, Италии и Чили с проверкой значений для последующих эпидемических волн. Исследуется возможность предсказывать скорость пространственного распространения вируса по временному интервалу запаздывания достижения пика заражений в России по сравнению с Москвой. Это связано с географическими особенностями: в России, как и в некоторых других странах, можно выделить основной источник распространения инфекции. Таким источником в России выступает г. Москва – крупнейший в стране транспортный узел. Для реализации цели в настоящей работе изучается развитие эпидемических событий в России, начиная с 3-й, и вплоть до последних 5-й и 6-й волн.

Методы. Используются методы математического моделирования и методы обработки статистических данных.

Результаты. Подтверждено, что величина запаздывания достижения пика заражений составляет в среднем 2.5 недели. Выявлена сохраняемость параметров для различных волн, поэтому модель обладает предсказательными возможностями. Проверки проводились для последовательности волн, для которых делались соответствующие предсказания о развитии заражения для России в целом и о том, когда произойдет спад. Данные прогнозы подтверждались для всех волн, начиная с 3-й, и вплоть до последней 6-й волны, что подтверждает найденную закономерность, важную для прогнозирования будущих событий.

Выводы. Прогнозы о начале и скорости выздоровления подтвердились, что дало возможность уверенно прогнозировать, в частности, протекание 5-й и 6-й волн пандемии, связанной с новым вирусным штаммом «омикрон». Предсказания, которые делались заранее, были проверены и получили подтверждение.

Ключевые слова: кинетическое уравнение, COVID-19, распространение волн

• Поступила: 15.09.2022 • Доработана: 02.02.2023 • Принята к опубликованию: 15.05.2023

Для цитирования: Аристов В.В., Строганов А.В., Ястребов А.Д. Моделирование пространственного распространения волн пандемии COVID-19 в России на основе кинетико-переносного описания. *Russ. Technol. J.* 2023;11(4):59–71. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-4-59-71>

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Modeling of spatial spread of COVID-19 pandemic waves in Russia using a kinetic-advection model

Vladimir V. Aristov ^{1, 2, @},
Andrey V. Stroganov ¹,
Andrey D. Yastrebov ¹

¹ MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

² Federal Research Center “Computer Science and Control”, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119333 Russia

@ Corresponding author, e-mail: aristowl@yandex.ru

Abstract

Objectives. COVID-19 has a number of specific characteristics that distinguish it from past pandemics. In addition to the high infection rate, the high spread rate is due to the increased mobility of contemporary populations. The aim of the present work is to construct a mathematical model for the spread of the pandemic and identify patterns under the assumption that Moscow comprises the main source of viral infection in Russia. For this purpose, a two-parameter kinetic model describing the spatial spread of the epidemic is developed. The parameters are determined using theoretical constructions alongside statistical vehicle movement and population density data from various countries, additionally taking into account the development of the first wave on the examples of Russia, Italy and Chile with verification of values obtained from subsequent epidemic waves. This paper studies the development of epidemic events in Russia, starting from the third and including the most recent fifth and sixth waves. Our two-parameter model is based on a kinetic equation. The investigated possibility of predicting the spatial spread of the virus according to the time lag of reaching the peak of infections in Russia as a whole as compared to Moscow is connected with geographical features: in Russia, as in some other countries, the main source of infection can be identified. Moscow represents such a source in Russia due to serving as the largest transport hub in the country.

Methods. Mathematical modeling and data analysis methods are used.

Results. A predicted time lag between peaks of daily infections in Russia and Moscow is confirmed. Identified invariant parameters for COVID-19 epidemic waves can be used to predict the spread of the disease. The checks were carried out for the wave sequence for which predictions were made about the development of infection for Russia and when the recession following peak would occur. These forecasts for all waves were confirmed from the third to the last sixth waves to confirm the found pattern, which can be important for predicting future events.

Conclusions. The confirmed forecasts for the timing and rate of the recession can be used to make good predictions about the fifth and sixth waves of infection of the Omicron variant of the COVID-19 virus. Earlier predictions were confirmed by the statistical data.

Keywords: kinetic equation, COVID-19, wave propagation

• Submitted: 15.09.2022 • Revised: 02.02.2023 • Accepted: 15.05.2023

For citation: Aristov V.V., Stroganov A.V., Yastrebov A.D. Modeling of spatial spread of COVID-19 pandemic waves in Russia using a kinetic-advection model. *Russ. Technol. J.* 2023;11(4):59–71. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-4-59-71>

Financial disclosure: The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Пандемия COVID-19 явилась вызовом не только в социальном и медицинском плане, но также потребовала развития известных и выработки новых научных подходов для изучения этого сложного явления. Все это обусловило интенсивные исследования, к которым подключились многочисленные лаборатории по всему миру. Современное развитие информационных технологий позволяет быстро обрабатывать большие объемы данных. Помимо сложных математических моделей с использованием мощных компьютерных ресурсов, для описания распространения вируса свою роль могут играть простые модели, передающие важные черты процесса. Развитие пандемии COVID-19 по сравнению с протеканием предыдущих известных эпидемий отличается рядом особенностей. Это связано, в частности, с тем, что существенно увеличились скорости транспортных средств (ТС). Цель данной работы – моделировать процессы пространственного распространения эпидемии с изучением сценариев быстрого переноса вируса (традиционные методы, как правило, основаны на уравнениях диффузионного типа, применяемых для медленных процессов, связанных с контактами [1–3]).

Отметим ряд работ, где используются методы (в т.ч. статистические) для изучения развития эпидемий [4–14]. По большей части здесь применяются модели SIR¹ (SEIR²), в которых, как правило, изучаются пространственно-локальные процессы, происходящие во времени. Сопряжение с пространственным развитием в таких работах проводится нечасто. Мы исследуем только пространственное распространение эпидемии.

В настоящей работе строится кинетическая модель, аналогичные модельные уравнения применяются для изучения различных физических процессов [15, 16].

Настоящая работа является продолжением, развитием и обобщением наших исследований в работе [17], где были определены общие черты метода с помощью рассмотрения и изучения 1-й и 2-й волн пандемии. Разработанная модель применяется для изучения всех

последующих волн пандемии COVID-19 в России. С помощью предложенного кинетического подхода можно судить о характере распространения современной пандемии для стран, к которым применима одномерная модель. Для 1-й волны пандемии исследовались процессы в Италии, Чили и России. Начиная со 2-й волны – в основном в России. Предполагалось (это подтверждается данными), что в указанных странах были основные центры, откуда происходило затем распространение заражения, и определялась величина запаздывания развития болезни в отдельных регионах и в стране в целом. Это позволяет давать прогнозы и для характера последующих волн пандемии, что демонстрируется на примере распространения таких волн в России.

Важное предположение заключается в следующем. Выделяются два механизма заражения: переносный (изучаемый в настоящей работе) и контактный, реализуемый в регионах. Наложение этих двух факторов и дает сумму количества заражений. Первая фаза, соответствующая переносному заражению, закладывает основы для следующей фазы, а именно, развития заражения, связанного с контактами. Мы изучаем распространение носителей вируса, которое осуществляется при использовании различных ТС. Использовалась осредненная скорость передвижения, в которой учитывались скорости самолета, поезда, автобуса и автомашины. Параметром модели является и величина «сопротивления» продвижению носителей вирусов, имеющая размерность частоты, что задается частотой высаживания пассажиров из ТС при их движении к местам проживания. Этот параметр зависит, главным образом, от плотности населения. Допускается одинаковый характер протекания болезни в дальнейшем в различных местах. Третья фаза связана с «распространением выздоровления», что определяется по достижению максимума новых заражений в день для каждого региона.

Географические особенности России позволяют применять простую одномерную модель также, как для Италии и Чили (для этих стран рассматривалась распространение пандемии для 1-й волны). При этом, с учетом характера заражения для России, основной источник во всех волнах связан с г. Москвой (изучались регионы к востоку от столицы). Это дает возможность судить о сдвиге во времени начала выздоровления.

¹ Susceptible infected recovered.

² Susceptible exposed infected recovered.

РАЗРАБОТАННАЯ ПЕРЕНОСНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЕЕ УТОЧНЕНИЕ

Приведем кратко использовавшуюся одномерную двухпараметрическую модель переноса с учетом кинетического члена:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + U \frac{\partial n}{\partial x} = -\sigma n(t, x), \quad (1)$$

где t – время, x – расстояние, $n(t, x)$ – плотность перемещающихся носителей вируса в ТС, U – средняя скорость ТС, σ – отмеченный выше коэффициент «сопротивления» (имеющий размерность частоты) движению инфицированных элементов в основном за счет высаживания пассажиров из ТС в местах проживания. Начальное условие для задачи Коши принимается в виде:

$$n_0(x) = H(-x),$$

где $H(x)$ – функция Хевисайда. Такая постановка задачи означает, что фактически в исследуемую область $x > 0$ через границу $x = 0$ поступают носители вируса. Линейное уравнение (1) разрешается стандартными методами, аналитическое решение имеет вид:

$$n(t, x) = n_0(x - Ut) e^{-\sigma \frac{x}{U}}. \quad (2)$$

Обозначаем плотность высадившихся из ТС в данной точке носителей вируса через $n_M(t, x)$. Эта плотность растет также, как убывает $n(t, x)$, следовательно, можно записать

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} + \frac{dn_M}{dt} &= 0, \\ \frac{dn}{dt} &= \frac{\partial n}{\partial t} + U \frac{\partial n}{\partial x}, \\ \frac{dn_M}{dt} &= \frac{\partial n_M}{\partial t}. \end{aligned}$$

Отметим, что полная и частная производная от n отличаются друг от друга, поскольку есть продвижение «элементов» (носителей вируса) со скоростью U . Для n_M эти производные совпадают, поскольку «элементы» с такой плотностью неподвижны.

С учетом (1) уравнение для $n_M(t, x)$ принимает следующий вид:

$$\frac{\partial n_M}{\partial t} = \sigma n. \quad (3)$$

С появлением штамма вируса «дельта», проникшего преимущественно из Индии через аэропорты г. Москвы, связана 3-я волна. Четвертая волна, в определенном смысле аналогичная второй, порождается в основном возвращавшимися из летних отпусков, но и здесь также главным источником развития новой волны был г. Москва. Другие города также вносили свой вклад, поэтому развитие процессов имело несколько «размытый» характер по сравнению с развитием процессов в 1-й и 3-й волнах. Пятая волна имеет свои особенности, поскольку «взрывной» характер заражения вирусом штамма «омикрон» допустимо может приводить к некоторым коррективам пространственного распространения, в чем-то ускоряя этот процесс.

Важно подчеркнуть, что общие закономерности, определенные по 1-й волне и подтвержденные во 2-й, остаются неизменными, поскольку принятый учет инфицирования, связанный с перемещением транспортом зараженных пассажиров, приводит к повторению характера распространения пандемических волн. Средняя скорость распространения зависит не от интенсивности заражения новыми вирусами, но от средней скорости ТС. Поэтому модель применяется для описания и последующих пандемических волн. Это относится и к 6-й волне, последней по времени.

В настоящей работе используется одномерная кинетическая модель для предсказания и затем – проверки характера распространения 3-й, 4-й и 5-й (и фактически 6-й) волн пандемии. Существенный общий вывод заключается в следующем: выявлено запаздывание максимума заражения в России по сравнению с максимумом заражения в г. Москве примерно на 2.5 недели (с учетом неизбежной статистической погрешности максимум находится в пределах от 2 до 3 недель). Таким образом, по развитию заболевания в г. Москве можно судить о сроках прохождения волны пандемии по России в целом. Количество заражений в день меняется от волны к волне, но можно выявить некоторые инварианты формы волн. Поэтому предпринимается попытка найти функции, описывающие повторяющиеся формы волн заражения, учитывая, конечно, различную интенсивность инфекции для разных штаммов и, соответственно, различную «амплитуду» колебаний количества заразившихся за день (основной изучаемый показатель).

Влияет ли величина инкубационного периода заражения на представленные результаты? Для 1-й волны период составлял 7–10 дней, для последующих волн он был таким же или меньшим. Но данная величина для г. Москвы и регионов России одна и та же, поэтому влияния этого параметра на величину запаздывания заражения практически не отмечено.

Решение данного уравнения записывается так

$$n_M(t, x) = n_{M_0}(x) + \int_0^t \sigma n(\tau, x) d\tau.$$

Подстановка выражения (2) и начальных условий $n_{M_0}(x) = 0$ и $n_0(x) = H(-x)$ позволяет получить выражение для $n_M(t, x)$

$$n_M(t, x) = \frac{\sigma}{U} (Ut - x) \cdot H(Ut - x) e^{-\sigma \frac{x}{U}}. \quad (4)$$

Вместо аналитического выражения в большой серии расчетов часто удобнее было использовать численный подход (применяется простая схема Куранта – Изааксона – Риса).

Вопрос уточнения параметров U и σ важен. Мы будем обсуждать оценку первого параметра, принимая значение второго равным полученному в наших предыдущих работах. С помощью значений первого из указанных параметров, полученных при изучении 1-й и 2-й волн, делаются предсказания о скорости распространения пандемии, а также соответственно о скорости волны выздоровления. Можно попытаться теоретически оценить это среднее значение скорости передвижения обобщенного ТС и сравнить с реальными данными распространения заболевания, причем допустимо вносить некоторые поправки в получающийся параметр скорости для последующих волн. Мы рассматриваем 4 основных вида ТС: автомобиль, автобус, поезд, самолет. Свою роль вносят и велосипеды, мотоциклы, самокаты, а также и пеший способ передвижения. Но для перемещения на достаточно ощутимые расстояния с большим количеством пассажиров именно указанные виды транспорта являются основными. Надо вводить некоторое весовое осреднение, учитывая относительную долю пассажиров, пользующихся тем или иным средством передвижения.

Были найдены также более точные количественные оценки для средневесовой скорости поездов. Согласно имеющимся данным³ в 2021 г. на поездах по России было перевезено поездами ближнего следования $9.614 \cdot 10^8$ пассажиров, которые в сумме преодолели $2.9 \cdot 10^{10}$ км. Поездами дальнего следования было перевезено $9.2 \cdot 10^7$ пассажиров, которые в сумме преодолели $7.44 \cdot 10^{10}$ км. Таким образом, в среднем поездами ближнего следования каждый пассажир проезжал 30.16 км, а поездами дальнего

следования – 808.7 км. По данным Министерства транспорта Российской Федерации⁴ средняя скорость поездов в России в 2021 г. находится на интервале от 57 до 65 км/ч, т.е. пассажиры поездов и ближнего, и дальнего следования в среднем доезжали до пункта назначения менее, чем за сутки. Можно считать, что найденные ранее средние расстояния преодолеваются за сутки, значит, средняя скорость поездов ближнего следования полагается 30.16 км/день, а поездов дальнего следования – 808.7 км/день. В итоге средняя скорость поездов в 2021 г. в России равна

$$U = \frac{9.614}{9.614 + 0.92} \cdot 30.16 + \frac{0.92}{9.614 + 0.92} \cdot 808.7 = 98.15 \text{ км/день}.$$

Можно ожидать, что реальные данные будут близки к этой величине. Так и оказалось для всех изучаемых волн пандемии. Значит средневзвешенная скорость ТС и скорость распространения эпидемии в первые несколько дней близки, что относится ко всем волнам. Отличия в 10–15% лежат в пределах статистической ошибки. Это подтверждает предположение о возможности использования параметра U в модели.

Заметим, что некоторые полумпирические выкладки, основанные на анализе величин пассажирооборота за год по другим ТС, подтверждают вышеприведенные оценки, но мы их не приводим, поскольку они требуют более тщательного рассмотрения, что не является целью настоящей статьи.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ 3-Й ВОЛНЫ ПАНДЕМИИ COVID-19 В РОССИИ

Результаты, полученные в [17], используются для анализа развития последующих волн. Прежде всего рассмотрим характер распространения 3-й волны. Вначале в [17] приводятся данные развития пандемии по г. Москве. По достижении максимума заражений за день судят о начале выздоровления, т.е. по календарному числу, соответствующему максимуму. Делается прогноз о возможном дне достижения такого максимума и начале выздоровления по России в целом. Затем эта гипотеза проверяется.

Согласно обработке данных в [17], было получено значение параметра осредненной скорости ТС. Эта скорость оценивалась как $U = 75\text{--}90$ км/день.

³ В 2021 году на сети ОАО «РЖД» перевезено свыше 1 млрд пассажиров | Пресс-релизы | Компания (rzd.ru). [More than 1 bn passengers carried on the Russian Railways network in 2021 | Press releases | Company (rzd.ru)]. <https://company.rzd.ru/ru/9397/page/104069?id=269758>. Дата обращения 21.12.2022. / Accessed December 21, 2022 (in Russ.).

⁴ Средняя скорость движения пассажирских поездов в России может вырасти до 65 км/ч к 2031 году. Министерство транспорта Российской Федерации. [Average speed of passenger trains in Russia may grow to 65 km/h by 2031. Ministry of Transport of the Russian Federation.] <https://mintrans.gov.ru/press-center/branch-news/595>. Дата обращения 21.12.2022. / Accessed December 21, 2022 (in Russ.).

Это фактически близко к вышеприведенным оценкам средней скорости с точностью 10% для величины 90–100 км/день.

Можно подсчитать время продвижения волны от г. Москвы до «центра масс» населения России. По графику распределения плотности, приведенному в [11], эта точка примерно соответствует расстоянию 1000–1200 км от г. Москвы, так что ожидается, что существенное проявление заражения в г. Москве скажется в целом по России примерно через 2 или более недель. Оценка достаточно грубая, поэтому можно ожидать, что это запаздывание составит и до 3 недель. Тогда, например, максимум заражений в день в г. Москве появляется примерно на 2 недели ранее, чем максимум заражения в целом по России. Эта характерная точка трактуется как начало выздоровления, так что волна выздоровления имеет соответствующее запаздывание.

На основе данных о количестве заражений в г. Москве и России в целом построены графики (рис. 1), относящиеся к июню 2021 г. (данные

по 29 июня). Видно, что максимум заражения для г. Москвы пройден (согласно применявшемуся среднеквадратичному приближению) в конце месяца при том, что для России в целом происходило только нарастание числа заражений в день. Поэтому можно было ожидать, что максимум заражения по России в целом будет достигнут к середине июля.

На рис. 2 показаны данные по заражению для г. Москвы и России на 11 июля, что на 12 дней позже по сравнению с предыдущими графиками на рис. 1. Виден отчетливо сформировавшийся «горб» заражений по г. Москве, при том что по России максимум только начинает обозначаться.

На рис. 3 представлена ожидаемая парабола развития событий (числа заражений по России) на основе полученных данных вплоть до 15 июля 2021 г. В принципе замечен намечающийся максимум по реальным данным к середине июля. Так что, по-видимому, линию параболы надо было бы уточнить, поскольку дается только экстраполяция.

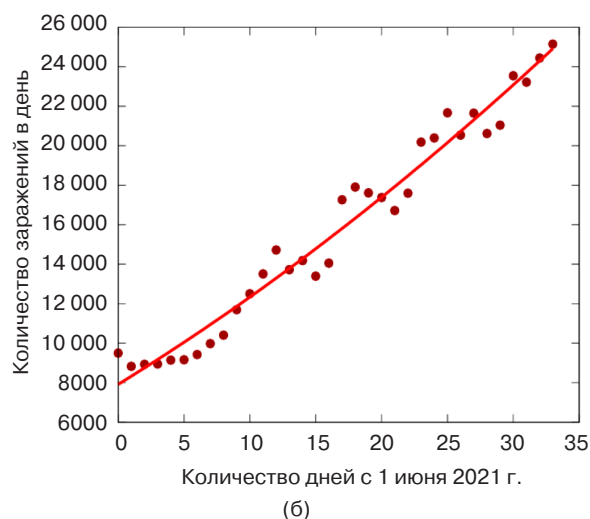
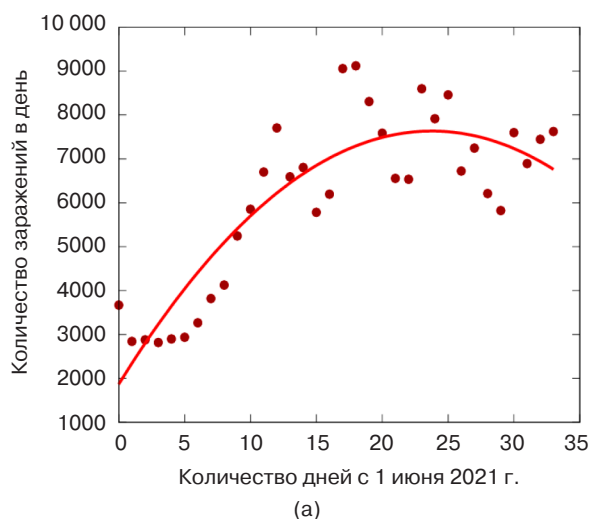


Рис. 1. Число заражений в день для г. Москвы (а) и для России в целом (б) в июне 2021 г.

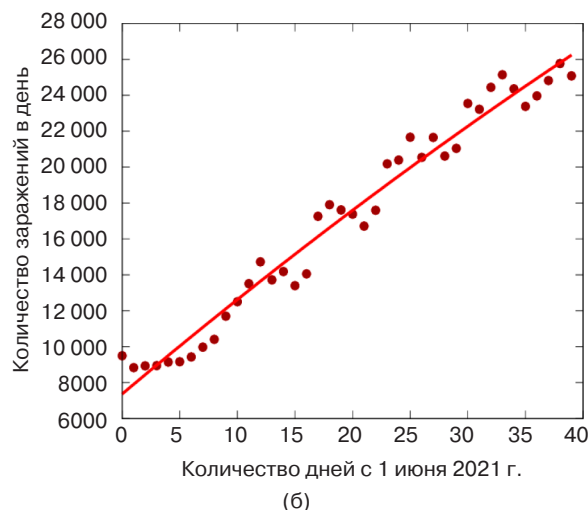
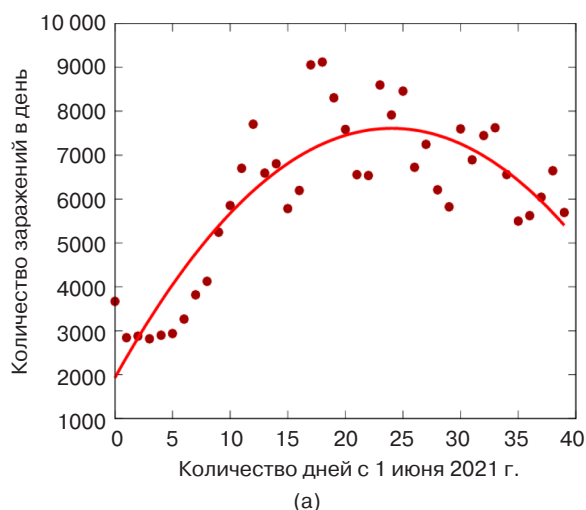


Рис. 2. Число заражений в день для г. Москвы (а) и для России в целом (б) в июне – июле 2021 г.

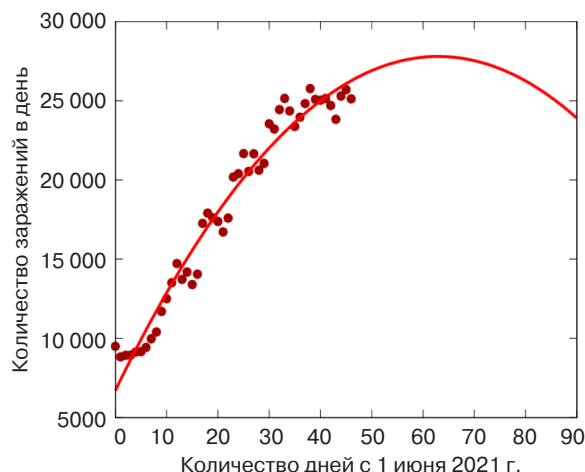
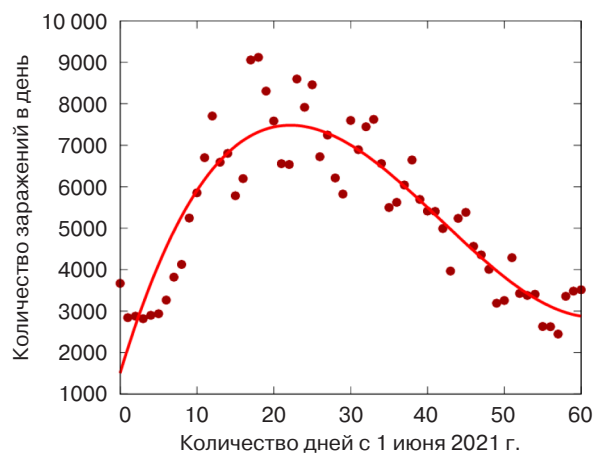


Рис. 3. Ожидаемое число заражений для 3-й волны для России в целом на основе полученных данных до середины июля 2021 г.

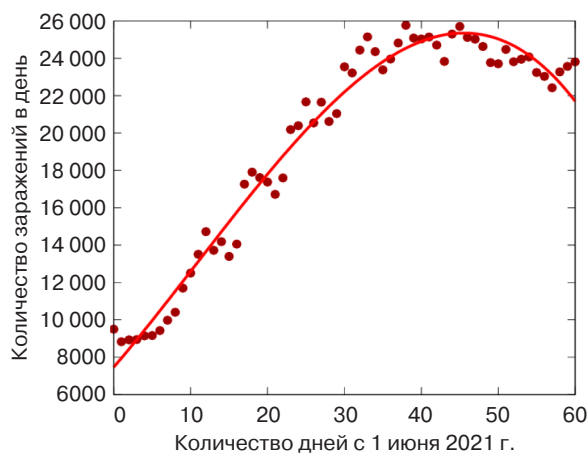
Можно заключить, что предсказания оказались оправданными. Максимум по г. Москве был достигнут к 25 июня. Поэтому мы предположили, что максимум по России должен быть достигнут (с учетом параметров, полученных на основе изучения предыдущих волн пандемии) примерно через 2–3 недели,

т.е. к середине июля. Кривые, построенные по методу наименьших квадратов (МНК), соответствовали прогнозу. Но интересно, что и «пики», т.е. абсолютные максимумы заражений по г. Москве и России смещены именно на такую величину: они приходятся примерно на 25 июня и 15 июля соответственно (вообще говоря, такие величины недостаточно показательны из-за не очень представительной статистики и случайных выбросов). С течением времени и появляющихся с каждым днем новых данных параболы по МНК смещаются несколько «вправо», такая тенденция отмечалась и ранее. Но величина запаздывания остается той же: максимумы соответственно теперь 5 июля и 25 июля.

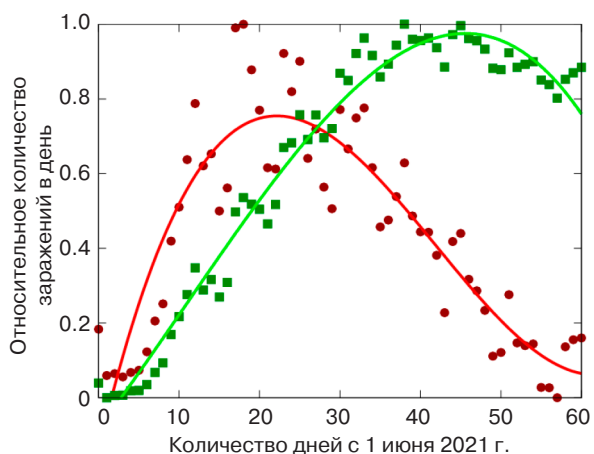
Для 3-й волны сдвиг по времени начала выздоровления – максимума заражения для г. Москвы и России в целом составляет три недели. Максимум для г. Москвы на рис. 4 соответствует примерно началу – середине третьей декады июня. Максимум по России отвечает примерно середине июля. На графиках рис. 4в представлены относительные величины заражений, эти величины находились по формуле $A_{\text{отн}} = (A - A_{\text{min}})/(A_{\text{max}} - A_{\text{min}})$, где A_{max} и A_{min} означают соответственно максимум и минимум этой величины (рис. 4а и 4б).



(а)

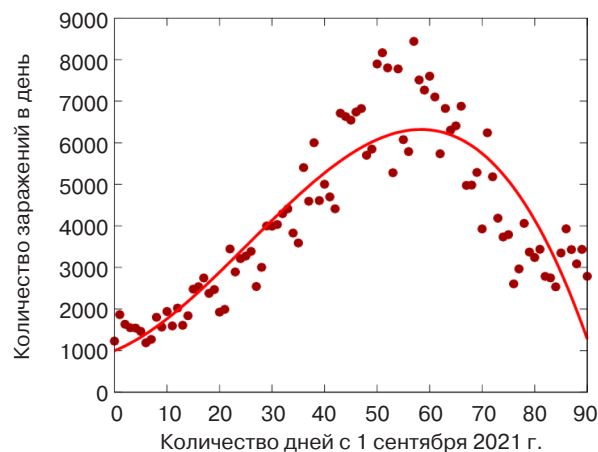


(б)

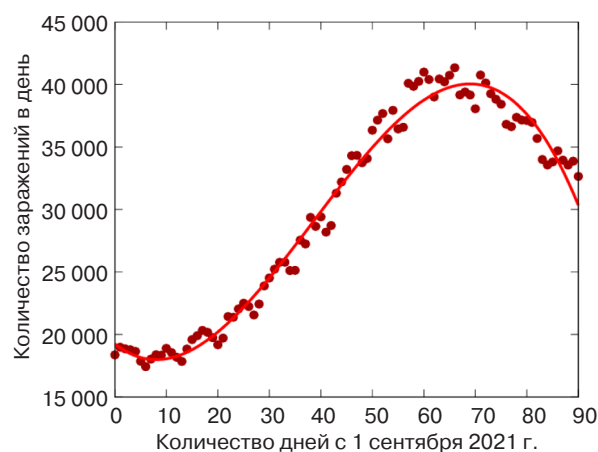


(в)

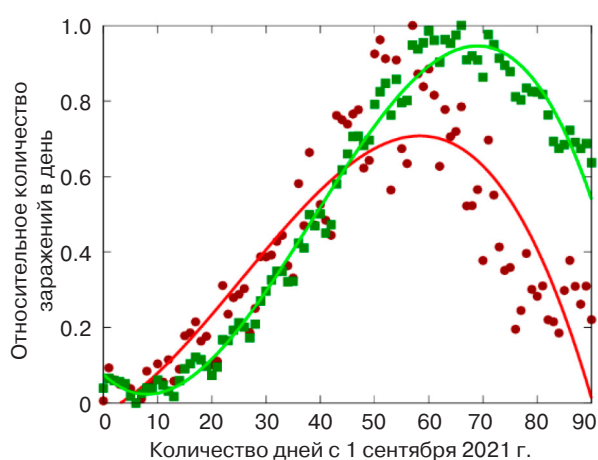
Рис. 4. Реальные данные и линии осреднения по МНК, общее количество инфицированных для г. Москвы (а) и для России в целом (б), относительное количество заражений для г. Москвы и для России в целом (в)



(а)



(б)



(в)

Рис. 5. Реальные данные и линии осреднения по МНК, общее количество инфицированных для г. Москвы (а) и для России в целом (б), относительное количество заражений для г. Москвы и для России в целом (в)

РАЗВИТИЕ 4-Й ВОЛНЫ ПАНДЕМИИ

Закономерности, выявленные для предыдущих волн, были использованы для предсказания поведения 4-й волны. В целом прогнозы подтвердились, это касается и характера кривых заражения, и сдвигов России относительно г. Москвы.

Для 4-й волны датами максимумов заражений для г. Москвы и России в целом оказались конец октября и середина ноября, разделенные 2–3 неделями (рис. 5). Причем для 4-й волны этот сдвиг несколько меньше, чем для 3-й, что допустимо объяснить возвращением заболевших из отпусков не только через г. Москву, но и через другие города.

ПРОВЕРКА МОДЕЛИ ДЛЯ 5-Й ВОЛНЫ ПАНДЕМИИ

Рассматриваются аналогичные процессы для 5-й волны. Заметим, что 10 февраля 2022 г. изменился метод подсчета заболевших, увеличивший показания, поэтому в расчеты вносился поправочный коэффициент. В связи с новым штаммом «омикрон» заражение происходило интенсивнее, но ожидалось, что на пространственное распространение это не должно было

сильно повлиять. Предполагалось, что поскольку максимум по г. Москве соответствует примерно 1 февраля, максимум по России будет около 14 февраля.

Развитие этой волны характеризуется своими особенностями. Здесь возможны резкие («взрывные») всплески заражения на местах, в частности в г. Москве, что соответствует большей способности к заражению данным штаммом. Так на рис. 6, где показано количество заражений в первые 3 недели развития новой волны, видно, что, начиная с 18 января, число заболевших за день резко возросло. Можно было ожидать, что такое течение болезни проявится для России в целом примерно с 2–3-недельным запаздыванием. Это действительно отмечается примерно с 3 февраля.

На графике рис. 6 приведено количество заболевших в день для России без учета московских показателей, что кажется более адекватным, чем с учетом г. Москвы.

Прогноз по результатам января заключался в том, что можно было ожидать спад заражения (начало выздоровления) для России в целом к середине февраля. Такой прогноз, оправдался, поскольку к 7 февраля (вплоть до этого числа показано распространение заболевания на рис. 7) обозначилось уменьшение заражения. Возможно, характер вируса влияет, хотя и в слабой степени, и на скорость распространения

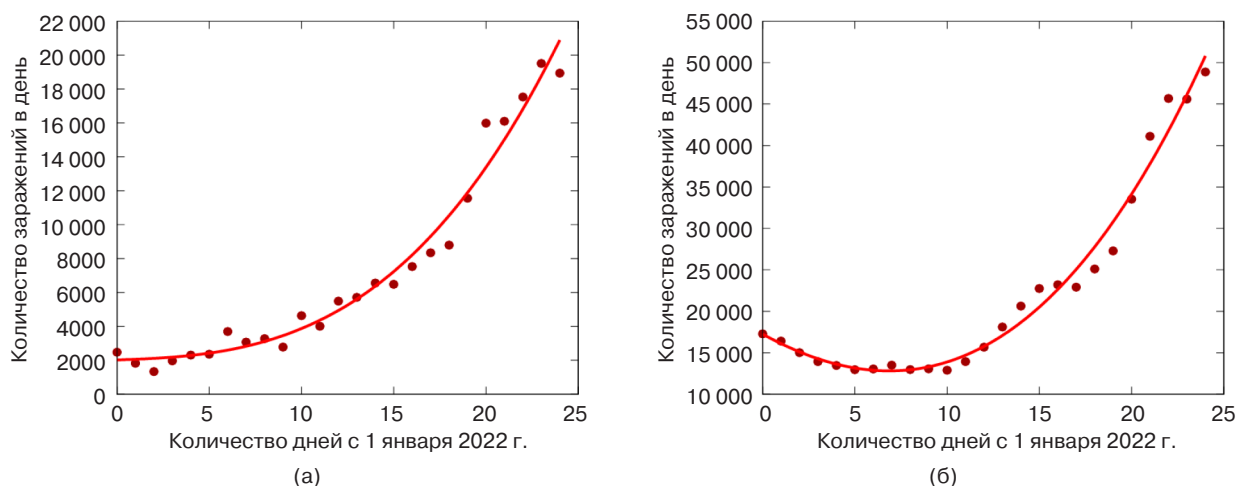


Рис. 6. Число заболеваний (абсолютная величина) в день по г. Москве (а) и по России в целом (б)

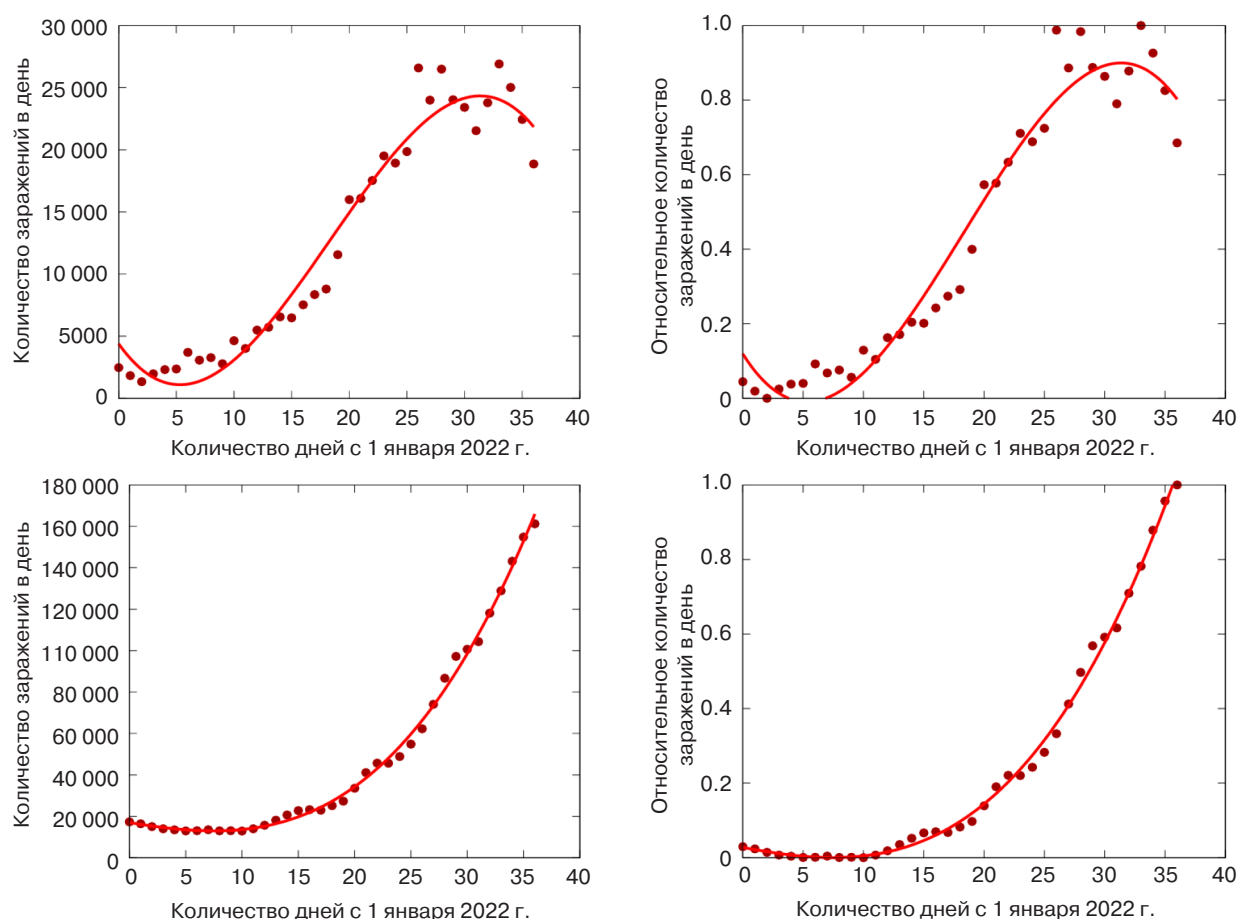


Рис. 7. Число заражений в день с 1 января по 7 февраля 2022 г., верхние рисунки относятся к г. Москве, нижние – к России без учета московских показателей

пространственной волны, несколько ускоряя ее (этот вопрос остается открытым). На рис. 7 приведены графики абсолютных приращений заражений в день, а также более показательные относительные величины заражений.

Построение относительных величин может способствовать выявлению универсальных свойств модели.

На рис. 8 представлены результаты числа заражений в день по фактическим данным на середину февраля. Видно, что, как и ожидалось, к середине февраля формируется максимум заражений по всей России. Отметим некий выброс данных, связанный с официальным пересчетом статистики. Прогноз по сдвигу в 12–14 дней подтвердился.

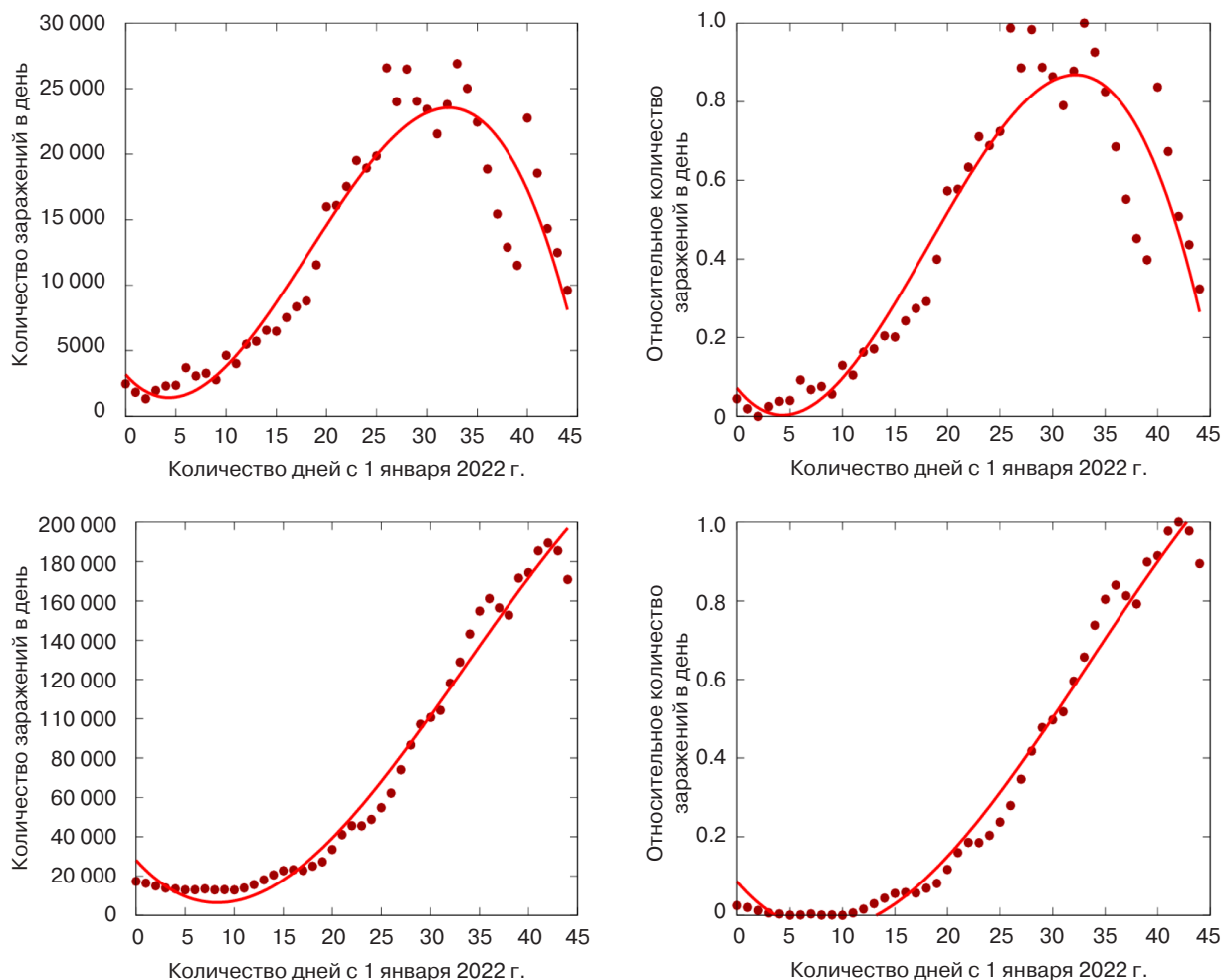


Рис. 8. Развитие пандемии в г. Москве (вверху) и России в целом без учета московских показателей (внизу) от 1 января до 15 февраля 2022 г.

Построены также распределения для г. Москвы и России в целом на конец февраля (рис. 9). Данные свидетельствуют о том, что кривые 5-й волны сформировались. Линии почти не отличаются от предыдущих, представленных на рис. 7, 8.

Таким образом, предсказания, сделанные для 5-й волны еще в конце января, подтверждаются реальными данными.

Полезно провести сравнение кривых для относительных величин в 4-й и 5-й волнах пандемии (рис. 10).

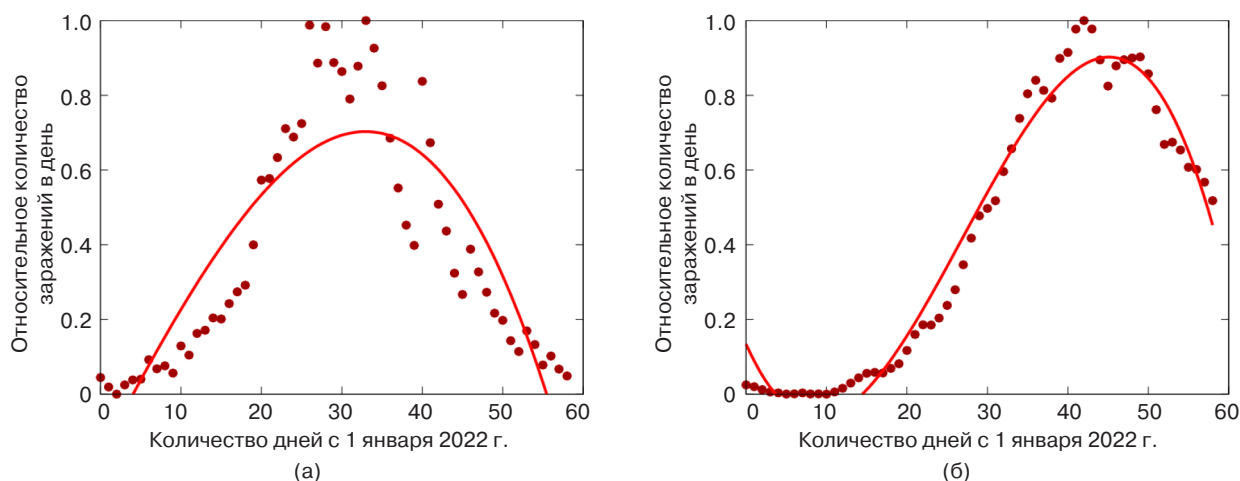


Рис. 9. Развитие пандемии в г. Москве (а) и России в целом без учета московских показателей (б) вплоть до начала марта

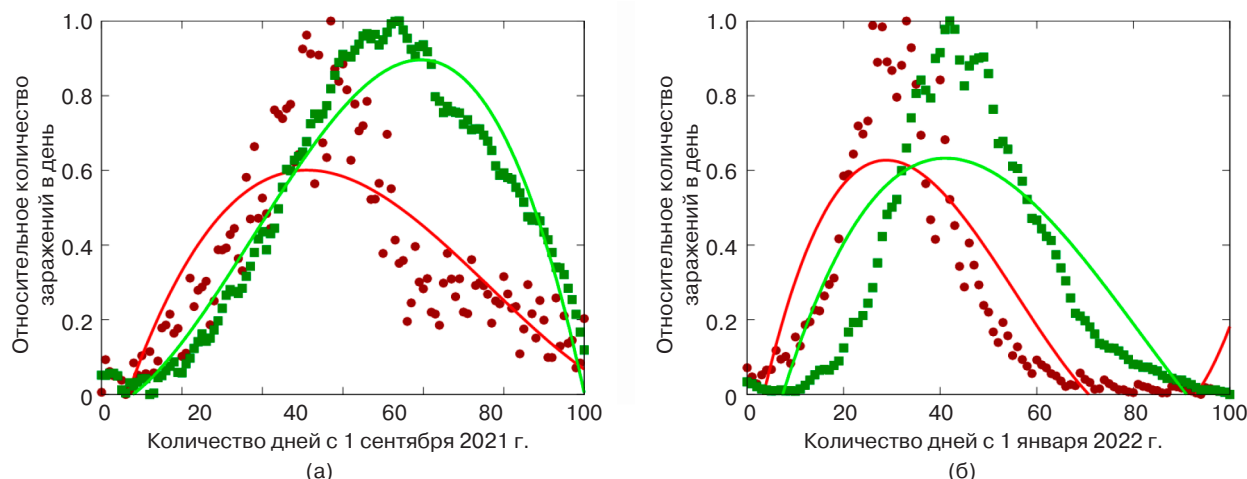


Рис. 10. Распределения количества заражений для 4-й (а) и 5-й (б) пандемических волн в г. Москве (красные линии) и России в целом без учета московских показателей (зеленые линии)

Отметим некоторые отличия в характере линий, что связано и со свойствами применяемого при осреднении МНК. Для 4-й волны гладкий график для России имеет заметно более высокий максимум, чем график для г. Москвы, что связано с относительно более медленным спадом количества заражений в России по сравнению с г. Москвой после достижения пика заражений 4-й волны. Для 5-й волны графики, построенные с помощью МНК, имеют сходную между собой амплитуду. Однако смещения по времени локальных максимумов для этих разных волн примерно одинаковы.

ПОИСК ОБЩНОСТИ ФОРМ ПАНДЕМИЧЕСКИХ ВОЛН И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

Наряду с величинами, определяющими смещение максимумов волн в разных пространственных точках страны, можно стараться выявить закономерности и в форме различных пандемических волн в отдельных точках, например, в г. Москве, учитывая, конечно, изменение характера заражения в новых эпидемических волнах.

Построение неких форм, реализующихся в последовательных волнах пандемии – важная задача. Отчасти она пересекается с тематикой работ [1–3].

Для этого используем полученные ранее закономерности. На рис. 11 показаны ожидаемые кривые заражения в 3-й волне с учетом данных по 2-й и 1-й волне. По ним можно судить, насколько верным будет прогноз. Согласно реальным данным для 2-й пандемической волны построена кривая на основе метода наименьших квадратов. Затем эта линия перенесена в правую часть рисунка и наложена на начало точек заражения в 3-й волне. Таким образом задается предсказание максимума заражения, которое ожидалось примерно к 15 июля 2021 г. Здесь же построена кривая МНК по полученным новым данным для 3-й волны пандемии. Согласно данному графику,

ожидаемый максимум тоже должен быть достигнут около 15 июля. На рис. 11 приведены соответствующие линии, но нанесены точки вплоть до 15 июля. Можно заключить, что такие полученные кривые примерно соответствуют прогнозам. Причем форма кривых отличается, но все же есть определенное сходство.

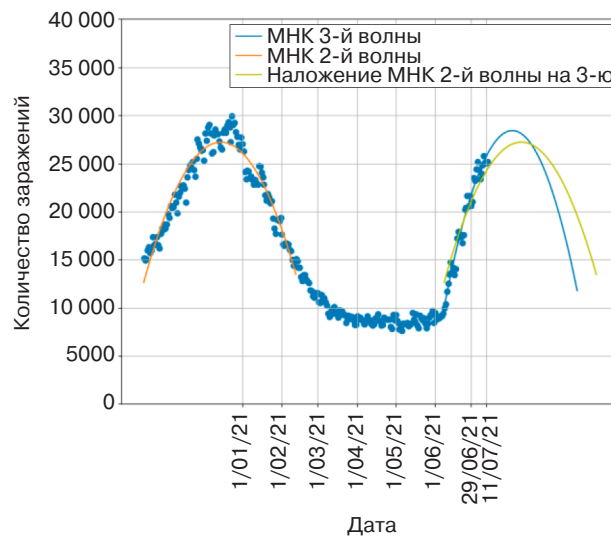


Рис. 11. Наложение кривой, полученной по 2-й волне, на ожидаемую кривую 3-ю волны вплоть до 15 июня

На рис. 12 показаны кривые для относительно-го количества заражений в зависимости от времени. Приведены реальные данные с характерными статистическими выбросами (а) и линии, осредненные по методу МНК (б). Они сдвинуты так, чтобы максимумы соответствовали нулю по времени. Для каждой волны взят день с максимальным количеством заражений и по 60 дней до и после (кроме 5-й волны). В масштабировании для каждого отрезка времени минимум оказался в 0, а максимум в 1. Можно

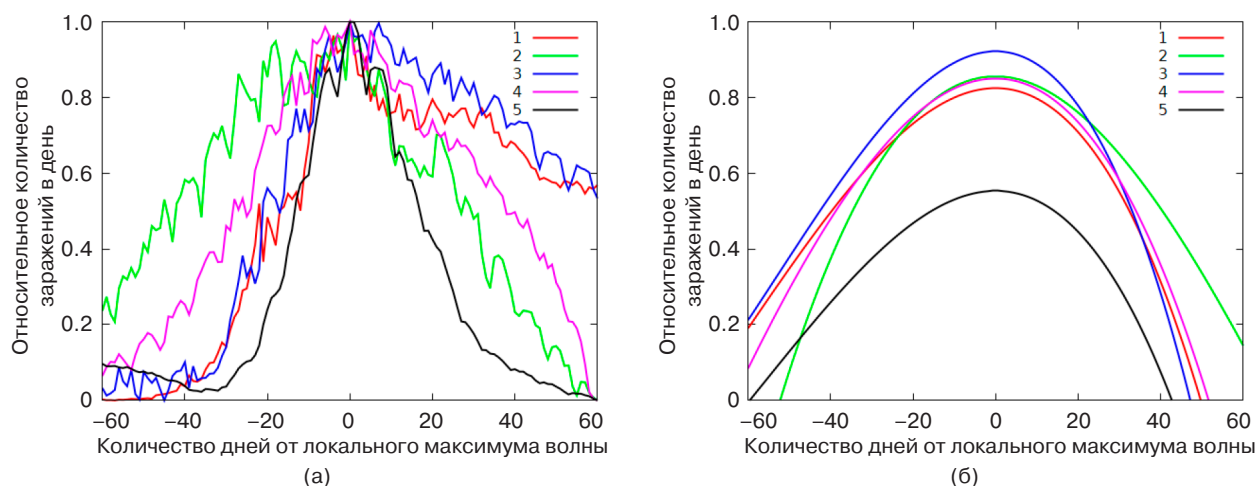


Рис. 12. Реальные данные для всех пяти волн (а) и сглаживающие кривые для них 3-й степени МНК (б)

отметить, что профили волн достаточно близко соответствуют друг другу за исключением 5-й волны, что, вероятно, связано с сильной интенсивностью распространения инфекции.

Можно отметить, что выявленное подобие волновых форм свидетельствует об определенном универсализме развития данной инфекции в России, отражающем и ситуацию в г. Москве, что позволяет с осторожностью делать прогнозы для последующих волн с учетом различной интенсивности штаммов и проведения вакцинации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продемонстрирована пригодность предложенной ранее модели для описания распространения волн современной пандемии по территории России. Несмотря на различия в особенностях

новых волн, закономерности выполняются. Модель дает возможность предсказывать параметры будущих возможных волн. Сделанные в августе 2022 г. предположения для новой 6-й волны полностью подтвердились: 6-я волна развивалась аналогично предыдущим, запаздывание, равное примерно 2.5 неделям, реализовалось и здесь. Максимум заражения в день был достигнут к середине третьей декады августа, максимум заражения по России отчетливо фиксировался к середине сентября.

В настоящее время авторами изучается двумерная задача и соответствующая численная схема, что позволит учесть и другие основные центры заражения, прежде всего г. Санкт-Петербург.

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли вклад в настоящую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the present work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Acioli P.H. Diffusion as a first model of spread of viral infection. *Am. J. Phys.* 2020;88(8):600–604. <https://doi.org/10.1119/10.0001464>
2. Bärwolff G. A Local and Time Resolution of the COVID-19 Propagation—A Two-Dimensional Approach for Germany Including Diffusion Phenomena to Describe the Spatial Spread of the COVID-19 Pandemic. *Physics*. 2021;3(3):536–548. <https://doi.org/10.3390/physics3030033>
3. Duffey R.B. Infection Waves in Pandemics and Risk Prediction: Physical Diffusion Theory and Data Comparisons. *Journal of Risk Analysis and Crisis Response*. 2021;11(2):67–74. <https://doi.org/10.2991/jracr.k.210609.001>
4. Kermack W.O., McKendrick A.G. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1927;115(772):700–721. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>
5. Anderson R.M., May R.M. *Infectious Diseases of Humans*. Oxford, UK: Oxford University Press; 1992. 768 p.
6. Van Kampen N.G. *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier North-Holland; 1981. 478 p.
7. Ivorra B., Ferrández M.R., Vela-Pérez M., Ramos A.M. Mathematical modeling of the spread of the coronavirus disease 2019 (COVID-19) taking into account the undetected infections. The case of China. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 2020;88:105303. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105303>
8. Gross B., Zheng Z., Liu S., Chen X., Sela A., Li J., Li D., Havlin S. Spatio-temporal propagation of COVID-19 pandemics. *EPL (Europhysics Letters)*. 2020;131(5):58003. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/131/58003>

9. Ramaswamy H., Oberai A.A., Yortsos Y.C. A comprehensive spatial-temporal infection model. *Chem. Eng. Sci.* 2021;233(100):116347. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2020.116347>
10. Maier B., Brockmann D. Effective containment explains subexponential growth in recent confirmed COVID-19 cases in China. *Science*. 2020;368(6492):742–746. <https://doi.org/10.1126/science.abb4557>
11. Bontempi E., Vergalli S., Squazzoni F. Understanding COVID-19 diffusion requires an interdisciplinary, multi-dimensional approach. *Environ. Res.* 2020;188:109814. <https://doi.org/10.1016/j.envres.2020.109814>
12. Neipel J., Bauermann J., Bo S., Harmon T., Jülicher F. Power-law population heterogeneity governs epidemic waves. *PLoS ONE* 2020;15(10):e0239678. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0239678>
13. Saffary T., Adegbeye O.A., Gayawan E., Elfaki F., Kuddus M.A., Saffary R. Analysis of COVID-19 Cases' Spatial Dependence in US Counties Reveals Health Inequalities. *Front Public Health*. 2020;12(8):579190. <https://doi.org/10.3389/fpubh.2020.579190>
14. Ascani A., Faggian A., Montresor S. The geography of COVID-19 and the structure of local economies: The case of Italy. *J. Regional Sci.* 2021;61(2):407–441. <https://doi.org/10.1111/jors.12510>
15. Prigogine I., Herman R. *Kinetic Theory of Vehicular Traffic*. New York, USA: Elsevier; 1971. 100 p.
16. Aristov V.V., Ilyin O.V. Kinetic Models for Historical Processes of Fast Invasion and Aggression. *Phys. Rev. E*. 2015;91(4):04286. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.91.042806>
17. Аристов В.В., Строганов А.В., Ястребов А.Д. Применение модели кинетического типа для изучения пространственного распространения COVID-19. *Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки*. 2021;498(1):27–32. <https://doi.org/10.31857/S2686740021030020>
[Aristov V.V., Stroganov A.V., Yastrebov A.D. Application of a Kinetic Model for Studying the Spatial Spread of COVID-19. *Dokl. Phys.* 2021;66(5):129–133. <https://doi.org/10.1134/S1028335821050013>]
[Original Russian Text: Aristov V.V., Stroganov A.V., Yastrebov A. D. Application of a Kinetic Model for Studying the Spatial Spread of COVID-19. *Doklady Rossiiskoi Akademii Nauk. Fizika, Tekhnicheskie nauki*. 2021;498(1):27–32 (in Russ.). <https://doi.org/10.31857/S2686740021030020>]

Об авторах

Аристов Владимир Владимирович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра высшей математики Института искусственного интеллекта ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78); главный научный сотрудник, ФГУ Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (119333, Россия, Москва, ул. Вавилова, д. 44/2). E-mail: aristovvl@yandex.ru. Scopus Author ID 35517535600, SPIN-код РИНЦ 1481-8088, <https://orcid.org/0000-0003-2568-3453>

Строганов Андрей Валентинович, к.ф.-м.н., доцент, кафедра высшей математики Института искусственного интеллекта ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78), E-mail: savthe@gmail.com. Scopus Author ID 36667697700, <https://orcid.org/0000-0001-6487-6093>

Ястребов Андрей Дмитриевич, аспирант, кафедра высшей математики Института искусственного интеллекта ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78), E-mail: andr.yast711@gmail.com. Scopus Author ID 57314418000, <https://orcid.org/0000-0003-0072-6226>

About the authors

Vladimir V. Aristov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Higher Mathematics, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia); Chief Researcher, Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences (44/2, Vavilova ul., Moscow, 119333 Russia). E-mail: aristovvl@yandex.ru. Scopus Author ID 35517535600, RSCI SPIN-code 1481-8088, <https://orcid.org/0000-0003-2568-3453>

Andrey V. Stroganov, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assistant Professor, Department of Higher Mathematics, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: savthe@gmail.com. Scopus Author ID 36667697700. <https://orcid.org/0000-0001-6487-6093>

Andrey D. Yastrebov, Postgraduate Student, Department of Higher Mathematics, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: andr.yast711@gmail.com. Scopus Author ID 57314418000, <https://orcid.org/0000-0003-0072-6226>