УДК 621.296.67

## ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗЕРКАЛЬНЫХ АНТЕНН

В.И. Нефедов, д.т.н., заведующий кафедрой

Д.Н. Трефилов<sup>®</sup>, аспирант

А.Н. Дементьев, к.т.н., профессор

В.В. Ветрова, к.т.н., доцент

С.М. Колесников, аспирант

А.В. Шпак, д.т.н., профессор

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва 119454, Россия @Автор для переписки, e-mail: tna-msk@rambler.ru

В статье рассматривается применение интегральных уравнений напряженности магнитного поля для моделирования излучения многозеркальных антенн с цилиндрическими рефлекторами. Цилиндрическая форма рефлекторов позволяет исключить кроссполяризационное излучение зеркальных антенн. Анализ антенн предлагается выполнять численными методами при использовании четырехугольных ячеек, дающих преимущество при цилиндрической форме зеркал. Получено выражение для вычисления коэффициентов матрицы системы линейных алгебраческих уравнений (СЛАУ), к которой сводится интегральное уравнение. Рассмотрена процедура устранения особенности при численных расчетах.

*Ключевые слова:* зеркальные антенны, разворачиваемые конструкции, рефлекторы в виде параболоида вращения, цилиндрические рефлекторы, численные методы анализа антенн, особенности конструкции, кросс-поляризация.

## INTEGRAL EQUATIONS FOR MODELING CYLINDRICAL MIRROR ANTENNAS

V.I. Nefedov, D.N. Trefilov<sup>@</sup>, A.N. Dementiev, V.V. Vetrova, S.M. Kolesnikov, A.V. Shpak

Moscow Technological University (MIREA), Moscow 119454, Russia @Corresponding author e-mail: tna-msk@rambler.ru The application of integral equations of magnetic field strength for simulating the radiation of multi-mirror antennas with cylindrical reflectors is considered in the article. Preliminary information is given on the aperture and current methods of modeling mirror antennas. The information on the irradiator of the main mirror of the antenna in the form of a cylindrical parabolic segment forming a cylindrical wave is given. Information on the authors' patents on the construction of mirror cylindrical antennas is given. The cylindrical shape of the reflectors makes it possible to eliminate the cross-polarization radiation of the mirror antennas. The analysis of antennas is proposed to be performed by numerical methods, by the method of moments, using quadrangular cells, which give an advantage in the cylindrical shape of mirrors. Quadrangular cells allow you to most accurately approximate the shape of the surface of mirrors. An expression is obtained for calculating the coefficients of the system of linear algebraic equations (SLAE) matrix, to which the integral equation reduces. The procedure for eliminating singularities in numerical calculations is considered. Numerical analysis of mirror antennas with cylindrical shape of reflectors allows to significantly reduce the complexity of the problem.

*Keywords:* mirror antennas, deployable structures, reflectors in the form of a paraboloid of revolution, cylindrical reflectors, numerical methods for analyzing antennas, structural features, cross-polarization.

Известно, что зеркальные антенны, применяемые в космическом сегменте систем спутниковой связи и выполняемые в виде разворачиваемых конструкций с рефлекторами в виде параболоидов вращения, имеют ряд недостатков [1–4]:

- поверхность рефлектора таких антенн отличается от параболической формы из-за требований, предъявляемых разворачиваемой конструкцией;
- пути уменьшения уровней боковых лепестков для излучений основной поляризации и кросс-поляризации являются противоречивыми;
- максимальные габариты рефлекторов разворачиваемых зеркальных антенн ограничены требованиями, предъявляемыми к точности воспроизведения параболического профиля разворачиваемых конструкций.

Для преодоления отмеченных проблем были разработаны новые, модифицированные конструкции зеркальных антенн [1–6] с зеркалами в виде параболических цилиндров.

Зеркальные антенны с цилиндрическими зеркалами известны давно, они имеют менее сложную поверхность рефлектора, которую легко воспроизводить с высокой точностью практически в любых размерах в невесомости и при отсутствии механических эксплуатационных воздействий. Такие антенны не создают кросс-поляризационного излучения и позволяют получить низкий уровень боковых лепестков. Но для них в качестве облучателя должен использоваться источник цилиндрической электромагнитной волны. Применение в качестве облучателя линеек излучателей значительно усложняет конструкцию и сводит на нет названные преимущества. В предлагаемых вариантах построения в качестве облучателя предлагается использовать разновидность зеркальной антенны с параболическим рефлектором, так называемую сегментно-параболическую цилиндрическую антенну, показанную на рис. 1.

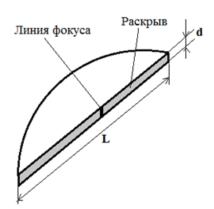


Рис. 1. Сегментно-параболическая цилиндрическая антенна.

Возбуждение такой сегментной антенны производится вибраторным или рупорным излучателем, причем плоскость поляризации должна проходить через фокальную линию сегментной антенны. Верхняя и нижняя поверхности сегмента – проводящие. Такой облучатель, если выполняется условие L >> d, на расстояниях порядка L от раскрыва создает цилиндрическую волну. Конструкции предлагаемых сегментно-параболических цилиндрических антенн имеют утопленный, экранированный проводящими поверхностями облучатель, что резко снижает возможность образования боковых лепестков антенн за счет боковых лепестков облучателя [1, 7, 8].

Цилиндрическая форма всех зеркал исключает явление образования кросс-поляризационных боковых лепестков. Цилиндрическая форма зеркал также позволяет применять короткофокусные основные рефлекторы, что дает возможность использовать апертурные распределения эквивалентных токов, сильно спадающие к краям зеркала. Цилиндрическая форма рефлекторов позволяет получать конструкции антенн с большой геометрической площадью раскрыва, что невозможно в разворачиваемых конструкциях антенн с рефлекторами в виде параболоидов вращения.

Для моделирования излучения зеркальных антенн применяются различные подходы [4]. В апертурном методе в качестве источника вторичного излучения обычно используется распределение тангенциальной составляющей электрического поля в раскрыве антенны.

Электрическое поле волны, отраженной от зеркала, определяется следующим соотношением

$$\overline{E}_{\text{orp}} = 2\left(\overline{n}_0 \,\overline{E}^{\text{nag}}\right) \overline{n}_0 - \overline{E}^{\text{nag}},\tag{1}$$

где  $\overline{n_0}$  – вектор единичной нормали к поверхности зеркала;

 $\overline{E}$  – вектор электрического поля волны, падающей из облучателя на поверхность зеркала.

Наряду с апертурным методом, используется токовый метод расчета поля зеркальных антенн. В соответствии с этим методом, по напряженности магнитного поля облучателя на зеркале  $H^{nao}$  определяется плотность наведенных электрических токов по соотношению [8]:

$$\overline{J} = 2(\overline{n}_0 \overline{H}^{\text{пад}}), \tag{2}$$

где  $\overline{J}$  – плотность поверхностного тока, наводимого на зеркале.

Затем по этому току находят поле всего излучения.

Более точно модель излучения зеркальной антенны описывается интегральными уравнениями для тока системы, наведенного на зеркале излучением облучателя. Такие уравнения можно записать, используя напряженности суммарного электрического или магнитного поля [4, 9].

Интегральное уравнение электрического поля можно записать, выражая операции через оператор Гамильтона ∇ в следующем виде:

$$\overline{n}_{0} \left( -i\omega\mu \int_{S} \overline{J}_{s} g\left(\overline{\mathbf{r}}, \overline{\mathbf{r}}'\right) dS - \frac{j}{\omega\varepsilon} \nabla \int_{S} \nabla_{s} \overline{J}_{s} g\left(\overline{\mathbf{r}}, \overline{\mathbf{r}}'\right) dS + \overline{E}^{\text{пад}} \right) = 0.$$
(3)

В соотношении (3) составляющая  $g(\overline{r},\overline{r}')$  – скалярная функция Грина для свободного пространства.

Такие интегральные уравнения являются сингулярными (уравнения с ядрами, обращающимися в бесконечность в области интегрирования) из-за особенности функции Грина при совпадающих векторах **r** и **r'**, описывающих положение точек источника излучения и наблюдения.

Моделирования зеркальных антенн упрощаются при рассмотрении антенн с цилиндрическими зеркалами и облучателем, создающим цилиндрическую волну электромагнитного излучения. Еще большее упрощение возможно при рассмотрении диаграммы направленности такой зеркальной антенны в плоскости вектора  $\boldsymbol{H}$ . При этом перечисленные уравнения преобразуются в одномерные, если размер зеркала в плоскости вектора  $\boldsymbol{E}$  является значительным.

При решении интегральных уравнений для токов, наведенных на рефлекторах полем облучателя поверхности зеркал, обычно представляют в параметрическом виде  $\vec{\mathbf{r}}$  (u, v). При этом поверхность делится на N ячеек, размером  $\lambda/10$ . Для описания поверхности цилиндрического рефлектора удобно использовать ячейки в виде четырехугольников, форма которых может быть задана 9 точками  $\vec{\mathbf{r}}_{i,j}$ .

В промежуточных точках форма поверхности ячейки будет описываться с помощью двумерной интерполяции

$$\vec{\mathbf{r}}(u,v) = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} L_{i,j}(u,v) \vec{r}_{i,j}, \tag{4}$$

где  $L_{ii}(u,v)$  – двумерный интерполяционный полином Лагранжа.

Для решения интегральных уравнений электродинамики наиболее часто используют метод Галеркина [4]. Чтобы применить метод Галеркина к решению интегрального уравнения электродинамики, необходимо предположить, что неизвестная функция распределения тока на некотором четырехугольнике является линейной комбинацией базисных функций  $j_i$ 

$$\vec{J}(\vec{r}) = \sum_{i} c_i \vec{j}_i(\vec{r})$$
 (5)

где  $c_i$  – неизвестные коэффициенты, которые необходимо определить.

Подстановка этого представления в интегральное уравнение приводит его к виду

$$\sum_{i=1}^{N} c_{i} \int_{S} d\overline{r} \, \overline{w}_{j}(\overline{r}) \int_{S} d\overline{r}' G(\overline{r}, \overline{r}') \overline{j}_{i}(\overline{r}') = \frac{i}{kW} \int_{S} d\overline{r} \overline{w}_{j}(\overline{r}) \, \overline{E}^{\text{max}}(\overline{r}), \tag{6}$$

где  $w_j$  – весовые функции, на каждой ячейке совпадающие с базисными функциями; W – волновое сопротивление воздуха;

 $G(\overline{r},\overline{r}')$  – тензорная функция Грина.

Так как индекс весовых функций j изменяется 1 до N, то записанное интегральное уравнение порождает систему линейных алгебраических уравнений для неизвестных токов в ячейках сетки разбиения поверхности рефлектора, на которой создается наведенный ток.

Коэффициенты матрицы системы уравнений вычисляются по формуле

$$Z_{ji} = \int_{S} d\overline{r} \overline{w}_{j}(\overline{r}) \int_{S} d\overline{r}' g(\overline{r}, \overline{r}') \overline{j}_{i}(\overline{r}') - \frac{1}{k^{2}} \int_{S} d\overline{r} \nabla \overline{w}_{j}(\overline{r}) \int_{S} d\overline{r}' g(\overline{r}, \overline{r}') \nabla \overline{j}_{i}(\overline{r}').$$
 (7)

В этой формуле имеется сингулярность уравнения. Исключение сингулярности при численных вычислениях проводится методом деления ячейки на субъячейки с выносом особой точки на общую вершину субъячеек. Применение четырехугольных ячеек дает существенные преимущества для зеркальных антенн с цилиндрическими рефлекторами.

Дальнейший анализ полученных выражений с учетом физических особенностей создаваемых электромагнитных полей и излучаемых токами, наведенными в ячейках, позволяет существенно понизить вычислительную сложность задачи по моделированию излучения зеркальных антенн, что является существенным для анализа боковых лепестков диаграммы направленности.

## Выводы

Применение четырехугольных ячеек дает существенные преимущества для зеркальных антенн с цилиндрическими рефлекторами. Дальнейший анализ полученных выражений с учетом физических особенностей полей, излучаемых токами, наведенными в ячейках, позволяет существенно понизить вычислительную сложность задачи по моделированию излучения зеркальных антенн, что является существенным для анализа боковых лепестков диаграммы направленности.

## Литература:

- 1. Нефедов В.И., Шпак А.В., Трефилов Д.Н., Дементьев А.Н. Зеркальная антенна с офсетной конструкцией по модифицированной схеме Грегори: патент на полезную модель № 158 914, опубл. 20.01.2016. Бюл. № 2.
- 2. Шпак А.В., Трефилов Н.А., Дементьев А.Н. Зеркальная антенна с разворачиваемой системой зеркал : патент на полезную модель № 158 915, опубл. 20.01.2016. Бюл. № 2.
- 3. Шпак А.В., Крутов М.М., Трефилов Д.Н., Дементьев А.Н. Зеркальная антенна с цилиндрическими рефлекторами : патент на полезную модель № 158 912, опубл. 20.01.2016. Бюл. № 2.

- 4. Сингулярные и гиперсингулярные интегральные уравнения в теории зеркальных и полосковых антенн. Монография под ред. Д.С. Клюева / Дементьев А.Н., Клюев Д.С., Неганов В.А., Соколова Ю.В. М.: Радиотехника, 2015. 216 с.
- 5. Самохин А.Б. Интегральные уравнения и итерационные методы в электромагнитном рассеянии. М.: Радио и связь, 1998. 160 с.
- 6. Шпак А.В., Трефилов Д.Н., Дементьев А.Н. Зеркальная антенна с модифицированной конструкцией по схеме Кассергрена: патент на полезную модель № 158247, опубл. 27.12.2015.
- 7. Шпак А.В., Трефилов Д.Н., Дементьев А.Н. Зеркальная антенна с модифицированной конструкцией по схеме Грегори : патент на полезную модель № 158245, опубл. 27.12.2015.
- 8. Дементьев А.Н., Нефедов В.И., Трефилов Н.А., Блудов А.А. Помехозащищенность спутниковых систем связи и навигации с многолучевыми активными фазированными антенными решетками // Вопросы радиоэлектроники. 2016. № 11. С. 6–12.
- 9. Dementiev A.N., Kolesnikov S.M. Trefilov, D.N., Vetrova V.V., Selenya K.A. Application of singular integral equations for the simulation of cylindrical reflector antennas // Int. Scientific-Pract. Conf. «Information Innovative Technologies». Prague, April 24–28, 2017. P. 565–567.