

УДК 621.391

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-6-42-51>



## НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

# Сравнение алгоритмов многокритериальной оптимизации характеристик радиотехнических устройств

А.В. Смирнов<sup>@</sup>

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

<sup>@</sup> Автор для переписки, e-mail: [av\\_smirnov@mirea.ru](mailto:av_smirnov@mirea.ru)

### Резюме

**Цели.** Вопрос о выборе метода решения задачи многокритериальной оптимизации из множества известных методов актуален для многих практических областей. Цель исследования – сравнить результаты применения разных методов на выбранных классах задач по качеству решений, затратам времени и другим критериям.

**Методы.** В работе сравниваются результаты применения различных алгоритмов при решении пяти задач многокритериальной оптимизации характеристик аналоговых и цифровых фильтров и многоступенчатых согласующих СВЧ-трансформаторов. Исследовались популяционный алгоритм GDE3, осуществляющий поиск одновременно всей аппроксимации множества Парето-оптимальных решений, и три алгоритма, основанные на скаляризации целевой функции, которые в одном цикле поиска находят один элемент указанного множества. Это многократный запуск покоординатного поиска MSPS, многократный запуск алгоритма последовательного квадратичного программирования MSSQP и алгоритм роя частиц PSO.

**Результаты.** Проведенное исследование показало, что популяционный алгоритм GDE3 позволяет успешно находить множества решений для всех рассмотренных задач. В двух задачах из пяти алгоритмы MSPS и PSO существенно уступили GDE3 как по качеству решений, так и по затратам времени на поиск одного решения. В одной из задач алгоритм MSSQP оказался неработоспособным. В других задачах алгоритмы, основанные на скаляризации, находили решения, не только не уступающие, а в некоторых случаях и превосходящие результаты GDE3. При этом затраты времени на поиск одного решения у MSPS и PSO оказались значительно большими, чем у GDE3 и MSSQP.

**Выводы.** Алгоритм GDE3 можно рекомендовать как базовый для решения подобных задач. Алгоритмы, основанные на скаляризации, целесообразно применять при поиске небольшого числа элементов множества Парето-оптимальных решений. Необходимо исследовать влияние особенностей рельефов отдельных показателей качества и скалярных целевых функций на процесс поиска решения.

**Ключевые слова:** многокритериальная оптимизация, Парето-оптимальное решение, фронт Парето, показатель качества, скаляризация целевой функции, популяционный алгоритм

• Поступила: 02.05.2022 • Доработана: 20.05.2022 • Принята к опубликованию: 15.09.2022

**Для цитирования:** Смирнов А.В. Сравнение алгоритмов многокритериальной оптимизации характеристик радиотехнических устройств. *Russ. Technol. J.* 2022;10(6):42–51. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-6-42-51>

**Прозрачность финансовой деятельности:** Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

# Comparison of algorithms for multi-objective optimization of radio technical device characteristics

Alexander V. Smirnov<sup>@</sup>

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

<sup>@</sup> Corresponding author, e-mail: av\_smirnov@mirea.ru

## Abstract

**Objectives.** The selection of a method for solving multi-objective optimization problems has many practical applications in diverse fields. The present work compares the results of applying different methods to the selected classes of problems by solution quality, time consumption, and various other criteria.

**Methods.** Five problems related to the multi-objective optimization of analog and digital filters, as well as multistep impedance-matching microwave transformers, are considered. One of the compared algorithms comprises the Third Evolution Step of Generalized Differential Evolution (GDE3) population-based algorithm for searching the full approximation of the Pareto set simultaneously, while the other three algorithms minimize the scalar objective function to find only one element of the Pareto set in a single search cycle: these comprise Multistart Pattern Search (MSPS), Multistart Sequential Quadratic Programming (MSSQP) method and Particle Swarm Optimization (PSO) algorithms.

**Results.** The computer experiments demonstrated the capability of GDE3 to solve all considered problems. MSPS and PSO showed significantly inferior results than to GDE3 for two problems. In one problem, MSSQP could not be used to reach acceptable decisions. In the other problems, MSPS, MSSQP, and PSO reached decisions comparable with GDE3. The time consumption of the MSPS and PSO algorithms was much greater than that of GDE3 and MSSQP.

**Conclusions.** The GDE3 algorithm may be recommended as a basic method for solving the considered problems. Algorithms minimizing scalar objective function may be used to obtain several elements of the Pareto set. It is necessary to investigate the impact of landscape features of individual quality indices and scalar objective functions on the extreme search process.

**Keywords:** multi-objective optimization, Pareto optimality, Pareto front, quality index, scalarizing objective function, population-based algorithm

• Submitted: 02.05.2022 • Revised: 20.05.2022 • Accepted: 15.09.2022

**For citation:** Smirnov A.V. Comparison of algorithms for multi-objective optimization of radio technical device characteristics. *Russ. Technol. J.* 2022;10(6):42–51. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-6-42-51>

**Financial disclosure:** The author has no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

## ВВЕДЕНИЕ

Задачи многокритериальной оптимизации (МКО) представляют значительный интерес в радиотехнике и других областях исследований [1]. Целью многокритериальной оптимизации является поиск аппроксимации множества Парето-оптимальных решений (ПОР) [2], которые невозможно улучшить по одному из показателей качества (ПК), не ухудшив при этом хотя бы один из остальных ПК.

Методы решения задач МКО разделяются на два основных класса [3, 4]. Первый из них основан на решении задачи минимизации скалярной целевой

функции (ЦФ), которую представим в обобщенном виде [5]:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^M \left( W_j \cdot \max \left( \frac{(Q_j(\mathbf{x}) - Q_{jt})}{Q_{jt}^{q_j}}, 0 \right) \right), \quad (1)$$

где  $Q_j(\mathbf{x})$  и  $Q_{jt}$  – текущее и целевое значения  $j$ -го ПК;  $W_j$  – весовой коэффициент  $j$ -го ПК. Показатель степени  $q_j = 1$ , в том случае, если необходимо нормировать отклонение ПК от целевого значения для приведения слагаемых в (1) к одному диапазону величин. Показатель степени  $q_k = 0$ , если такая нормировка

не требуется. Соотношение (1) охватывает различные варианты скаляризации задачи МКО. Приняв все  $Q_{jt} = 0$  и считая при этом знаменатели равными единице, получаем задачу минимизации взвешенной суммы ПК. Другой вариант – задать целевые значения  $Q_{jt}$ , а также  $W_k = 1$ ,  $W_j \gg 1$ , где  $j = 1, \dots, M, j \neq k$ . При этом получаем задачу минимизации ПК  $Q_k$  при фиксации остальных ПК вблизи целевых значений. Методы, основанные на скаляризации, позволяют находить одно ПОР в цикле поиска.

Методы из второго класса (далее – популяционные алгоритмы МКО) позволяют в одном цикле поиска вычислить сразу несколько элементов аппроксимации множества ПОР благодаря использованию популяции агентов. Классификация и описания алгоритмов этого типа даны в [3, 4].

Для сравнения разных методов решения задачи МКО применяют наборы тестовых функций [6] и критерии качества аппроксимации множества ПОР [3]. Как правило, оценивают результаты применения популяционных алгоритмов МКО на тестовых функциях, как, например, в [7, 8]. Сравнение с результатами применения методов, основанных на скаляризации, не проводится. Это оправдано в случае тестовых функций, все свойства которых известны, и можно объективно оценить качество находимых аппроксимаций множества ПОР. Но в практических приложениях о функциях, описывающих ПК, в большинстве случаев заранее ничего не известно, и необходимо решать задачу «Black Box Optimization», собирая информацию о значениях ПК в процессе поиска.

Ответ на вопрос о том, какой алгоритм даст наилучшую аппроксимацию, можно получить только сопоставив результаты применения разных методов, как популяционных, так и основанных на скаляризации. Такое сравнение для специфического класса задач выполнено в [9], и сделан вывод о преимуществе популяционных алгоритмов по качеству получаемых решений. В то же время для других задач итог может быть иным. В работе [10] автор исследовал возможности применения популяционных алгоритмов из свободно распространяемой библиотеки PlatEMO [11], работающей в среде *MATLAB*, для решения задачи МКО частотных характеристик аналоговых электрических фильтров и сделал вывод, что в случае оптимизации по двум ПК популяционные методы позволяют получить лучшие решения по сравнению с методами, основанными на скаляризации, а в случае оптимизации по трем ПК результат противоположный. Однако этот вывод был получен при использовании в экспериментах не самого эффективного алгоритма поиска экстремума скалярной ЦФ. В работе [12] было выполнено сравнение различных алгоритмов, основанных

на скаляризации, но не проводилось их сравнение с популяционными алгоритмами.

Цель данной работы – сравнить результаты применения алгоритмов МКО разных классов на примерах нескольких задач оптимизации характеристик радиотехнических устройств. Среди показателей, характеризующих сравниваемые методы, высший приоритет в выполняемом исследовании присвоен получению наилучших результатов. При равенстве по этому критерию может проводиться сравнение по затратам времени на поиск одного ПОР и по другим показателям.

## ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ И ВЫБОР АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ

**Задача 1. МКО частотных характеристик аналоговых фильтров.** Определения ПК и методы их расчета даны в [13] и других работах автора. Приведем перечень ПК:

- неравномерность амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) в полосе пропускания  $DH_p$ , дБ;
- минимальное затухание в полосе задерживания  $H_s$ , дБ;
- превышение АЧХ заданного уровня в полосе перехода  $DH_t$ ;
- неравномерность частотной характеристики задержки в полосе пропускания  $DT_d$ , %.

Характеристики рассчитываются на безразмерной шкале частот, нормированной к верхней граничной частоте полосы пропускания фильтра низких частот (ФНЧ). Необходимо совместно минимизировать  $DH_p$  и  $DT_d$  при выполнении ограничений  $DH_t \leq 0$ ,  $H_s \geq H_{st}$ .

**Задача 2. МКО одновременно частотных и временных характеристик аналоговых фильтров.** Определения ПК и методы их расчета приведены в [13]. Помимо указанных выше ПК частотной области, введены ПК временной области:

- максимальное значение напряжения (выброс) переходного процесса  $Um$ , нормированное к установившемуся значению;
- длительность нарастания (фронта) переходного процесса  $Tfr$ ;
- длительность установления переходного процесса  $Tss$ .

Последние два ПК вычисляются на безразмерной шкале времени, привязанной к нормированной шкале частот. Необходимо совместно минимизировать  $Tss$  и максимизировать  $H_s$  при выполнении ограничений  $DH_t \leq 0$ ,  $Um \leq U_{mt}$ ,  $Tfr \leq T_{frt}$ .

**Задача 3. МКО частотных характеристик цифровых фильтров.** Определения ПК и методы их расчета даны в [5]. Перечень ПК и постановка задачи оптимизации такие же, как для Задачи 1.

**Задача 4. МКО частотных характеристик согласующих многоступенчатых СВЧ-трансформаторов (переходов).** Определены следующие ПК:

- максимальный  $KP_{max}$  и минимальный  $KP_{min}$  коэффициенты передачи мощности в полосе согласования;
- неравномерность коэффициента передачи мощности в полосе согласования  $DKP = KP_{max} - KP_{min}$ .

Метод расчета этих ПК здесь не приводится вследствие ограниченного объема статьи и будет опубликован отдельно. Необходимо совместно минимизировать  $DKP$  и максимизировать  $KP_{min}$  при заданном значении ширины полосы частот согласования  $DFM$ .

**Задача 5. Еще одна задача МКО частотных характеристик согласующих многоступенчатых СВЧ-трансформаторов.** Помимо ПК, определенных для Задачи 4, вводится относительная неравномерность частотной характеристики задержки в полосе согласования  $DTd$ , %. Необходимо минимизировать  $DKP$  и  $DTd$  при заданных значениях ширины полосы согласования  $DFM$  и максимального коэффициента передачи мощности  $KPt$ .

Рассмотрим алгоритмы, применявшиеся для решения перечисленных задач.

Для реализации популяционного алгоритма использовалась упомянутая выше библиотека PlatEMO. Из 71 представленного в ней алгоритма был выбран алгоритм GDE3 (the third evolution step of generalized differential evolution), который по результатам работы [10] показал лучшие характеристики. Задаваемыми параметрами являются размер популяции  $Npop$  и количество вычислений набора ПК  $Neval$ . Их значения находились экспериментально для каждой задачи. Для этого выполнялись сеансы поиска с увеличением значений  $Npop$  и  $Neval$  до тех пор, пока улучшалась находимая аппроксимация множества ПОР.

Далее укажем алгоритмы поиска экстремумов скалярных ЦФ.

MSPS – Multistart Pattern Search, многократный запуск пошагового поиска. В Задачах 1 и 2 был реализован программой SOFTD [13], а в Задаче 3 – программой HODF [5]. Обе программы написаны на языке C++. В Задачах 4 и 5 алгоритм был реализован в среде MATLAB.

PSO – Particle Swarm Optimization, алгоритм роя частиц [3, 4], реализуемый в MATLAB функцией *particleswarm(...)* из модуля *Global Optimization Toolbox*. Данный алгоритм по результатам работы [12] продемонстрировал способность находить глобальные экстремумы скалярных ЦФ со сложным рельефом.

MSSQP – Multistart Sequential Quadratic Programming, многократный запуск алгоритма последовательного квадратичного программирования,

реализуемого в MATLAB функцией *fmincon(...)* из модуля *Optimization Toolbox*. В отличие от алгоритмов MSPS и PSO, которые ищут минимумы скалярной ЦФ вида (1), в MSSQP ограничения на ПК учитываются не в виде штрафных слагаемых, а включаются в функцию Лагранжа, имеющую вид:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = Q_k(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{M-1} \lambda_i g_i(\mathbf{x}), \quad (2)$$

$$g_i(\mathbf{x}) = Q_j(\mathbf{x}) - Q_{jt}, \quad i = 1, \dots, M-1, \quad j = 1, \dots, M, \quad j \neq k,$$

где  $\lambda_i$  – множители Лагранжа;  $Q_j$  – ПК;  $Q_{jt}$  – их целевые значения.

Строго говоря, данный алгоритм не предназначен для поиска глобальных экстремумов ЦФ со сложным рельефом, содержащим много локальных экстремумов. Однако, как было показано в [12], для некоторых задач он находит хорошее приближение к глобальному минимуму ЦФ в большинстве запусков из стартовых точек, равномерно распределенных в пространстве поиска. При этом продолжительность поиска оказывается значительно меньше, чем для других алгоритмов.

Количество  $NT$  запусков алгоритмов, основанных на скаляризации, для поиска одного ПОР подбиралось в каждой задаче так, чтобы получать решение, которое не удавалось бы существенно улучшить при дальнейшем увеличении  $NT$ . Остальные параметры задавались равными значениям по умолчанию.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 1.** Рассмотрим результаты экспериментов для аналогового ФНЧ, передаточная функция (ПФн) которого содержит  $NP = 6$  полюсов и  $NZ = 0$  нулей. Нижняя граничная частота полосы задерживания на шкале частот, нормированной к верхней граничной частоте полосы пропускания,  $Fs = 2$ . Результаты, полученные с применением алгоритма GDE3, в виде графиков аппроксимаций фронта Парето для  $Hst = 30$  дБ и  $Hst = 40$  дБ приведены на рис. 1. Для первого из этих случаев  $Neval = 1 \cdot 10^6$ , а для второго  $Neval = 0.5 \cdot 10^6$ . Продолжительность поиска, соответственно 4 и 2 мин. В обоих случаях задавалось  $Npop = 50$ .

На этом же рисунке показаны решения, полученные с помощью алгоритмов, основанных на скаляризации ЦФ. Поиск одного решения алгоритмом MSPS занимал в среднем 2 мин., алгоритмом MSSQP – 10 с, а алгоритмом PSO – 5 мин. При этом число запусков MSPS задавалось равным 3000, число запусков PSO – 40, запусков MSSQP – 20. Из результатов запусков выбирался наилучший. Следует отметить, что примерно половина запусков MSSQP при поиске каждого ПОР давала один и тот же наилучший

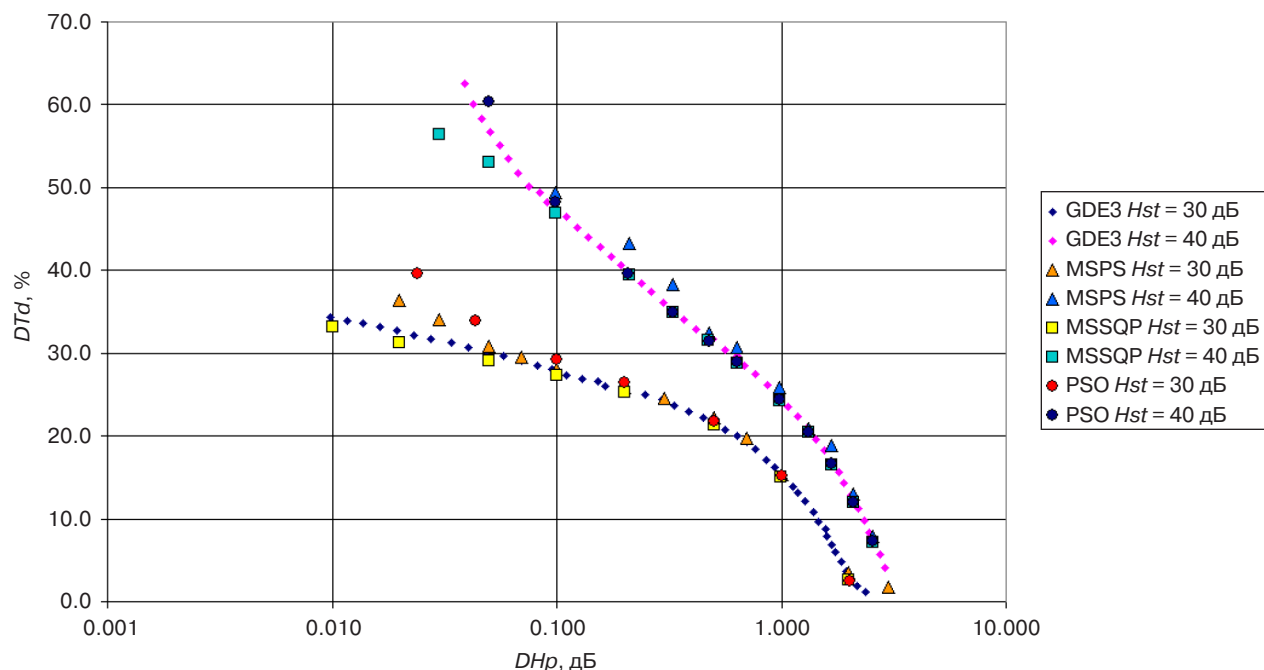


Рис. 1. Результаты решения Задачи 1

результат, а остальные приводили к недопустимым решениям. Результаты двух других алгоритмов в большинстве опытов оказывались распределенными в широком диапазоне значений.

Сопоставление ПК решений, находимых разными алгоритмами, показывает, что выигрыш в качестве решения по сравнению с GDE3 дает только MSSQP при малых значениях  $DH_p$ . Два других алгоритма, основанных на скаляризации ЦФ, в лучшем случае показывают такие же результаты, как GDE3,

а при малых значениях  $DH_p$  проигрывают ему. К тому же они требуют значительно больших затрат времени на поиск решений.

**Задача 2.** Приведем результаты экспериментов для того же ФНЧ, что и в Задаче 1. Результаты, полученные с помощью сравниваемых алгоритмов, показаны на рис. 2. В первой серии экспериментов задавались ограничения  $T_{fr} \leq 0.5$ ,  $U_m \leq 1.1$ ,  $DH_t \leq 0$ , а во второй серии ограничение на  $T_{fr}$  было исключено.

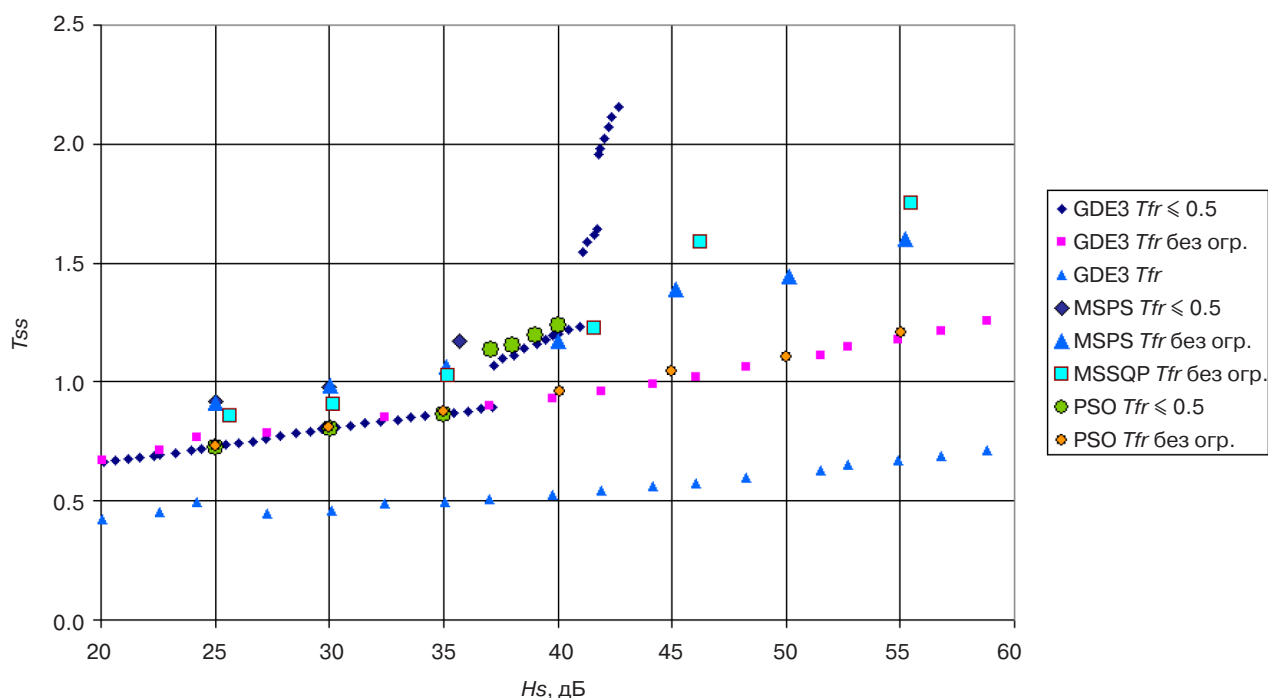


Рис. 2. Результаты решения Задачи 2



В первую очередь отметим, что при наличии ограничения на  $Tfr$  алгоритм MSSQP вообще не смог находить допустимые, т.е. удовлетворяющие всем ограничениям решения. При отсутствии данного ограничения MSSQP находил допустимые решения, но они оказывались заметно хуже, чем для GDE3 и PSO. При этом количество допустимых решений в сериях из  $NT = 200$  запусков, занимавших время 40–60 с, измерялось единицами. Алгоритм MSPS в обеих сериях экспериментов также показал результаты, существенно уступающие решениям GDE3 и PSO.

Алгоритмы GDE3 и PSO в обеих сериях экспериментов показали близкие по значениям ПК результаты. Параметры GDE3 в обоих случаях задавались  $Npop = 50$ ,  $Neval = 200000$ . Поиск аппроксимации множества ПОР занимал около 7 мин. Для PSO задавалось количество запусков  $NT = 40$ . Продолжительность поиска одного решения составляла 8–10 мин.

Заметим, что при наличии ограничения на  $Tfr$  фронт Парето получается разрывным. Для пояснения причин этого эффекта на рис. 2 приведен также график значений  $Tfr$ , полученных в случае, когда ограничение на этот ПК не наложено. Пока  $Tfr$  меньше уровня ограничения  $Tfr = 0.5$ , аппроксимации фронтов Парето, полученные при наличии и отсутствии указанного ограничения, совпадают. Ограничение на  $Tfr$  неактивно и не влияет на результаты поиска. Если же значение  $Tfr$  должно превысить заданный порог, то ограничение становится активным, и для его выполнения переходный процесс приобретает колебательный характер. Разрывность фронта Парето в этом случае

обусловлена переходами момента, когда выполняется условие завершения переходного процесса [5] с одной волны на другую.

**Задача 3.** На рис. 3 приведены результаты экспериментов для ФНЧ, ПФН которого содержит  $NP = 4$  полюса и  $NZ = 4$  нуля. Значение верхней граничной частоты полосы пропускания на шкале частот, нормированной к частоте дискретизации,  $Fp = 0.1$ ; значение нижней граничной частоты полосы задерживания  $Fs = 0.2$ . С помощью популяционного алгоритма GDE3 были получены аппроксимации фронта Парето задач минимизации ПК  $DHp$  и  $DTd$  при  $Npop = 50$  и задании ограничений  $Hst = 30$  дБ и  $Hst = 40$  дБ. Количества выполнений расчета ПК задавались, соответственно  $Neval = 10^6$  и  $Neval = 1.5 \cdot 10^6$ , а затраты времени составляли примерно 6 и 9 мин.

Затем были получены точки этих аппроксимаций с помощью алгоритмов, основанных на скаляризации ЦФ. Лучшие результаты показал алгоритм MSPS – найденные им решения полностью покрывают диапазоны решений, полученных с помощью GDE3, не уступая, а местами даже немного превосходя их по значениям ПК. При этом в случае  $Hst = 30$  дБ множество решений MSPS имеет наименьшую нижнюю границу по показателю  $DHp$ . Во всех опытах задавалось число запусков поиска  $NT = 2000$ . Значения времени выполнения одного поиска оказались в диапазоне от 5 до 8.5 мин.

Алгоритм PSO при решении Задачи 3 оказался хуже, чем MSPS, т.к. найденные им решения занимают более узкие диапазоны значений ПК при приблизительно таких же затратах времени на выполнение одного поиска.

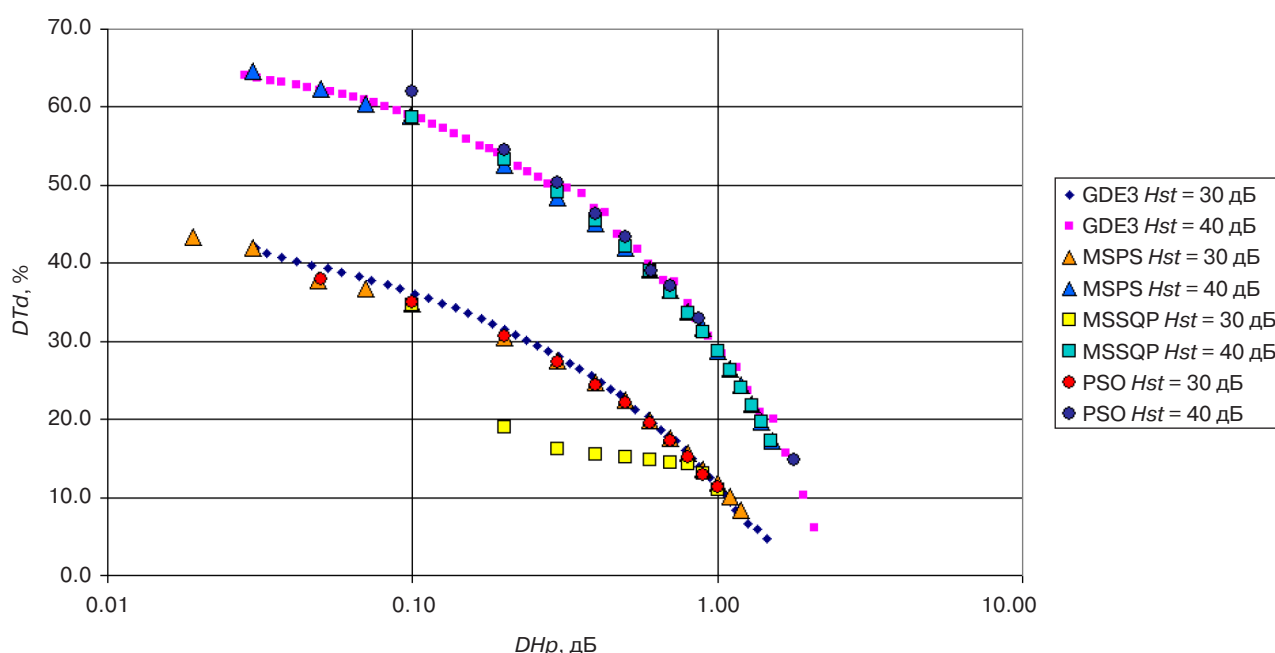
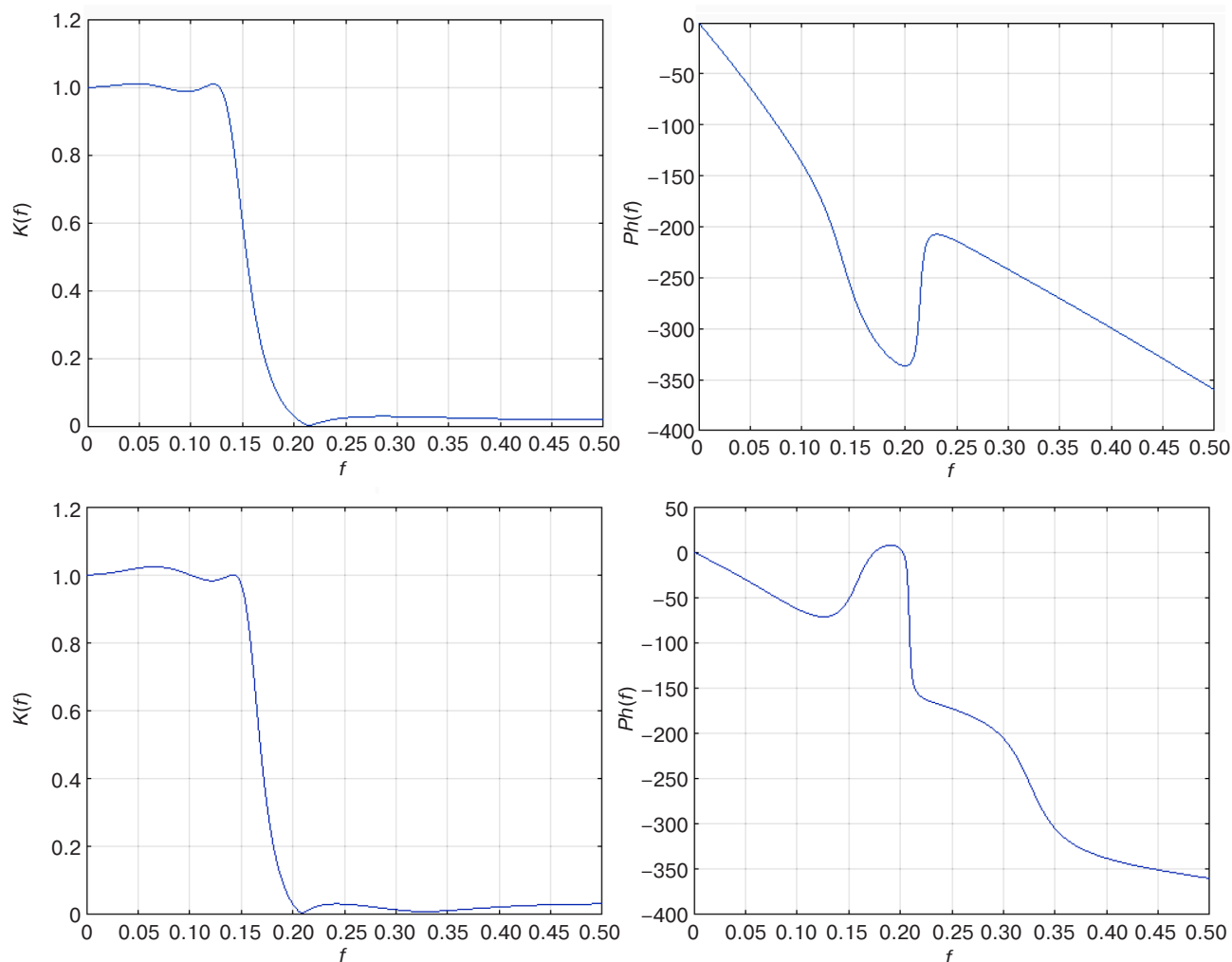


Рис. 3. Результаты решения Задачи 3



**Рис. 4.** Сравнение АЧХ –  $K(f)$  и ФЧХ –  $Ph(f)$  фильтров, найденных с помощью алгоритмов MSPS (наверху) и MSSQP (внизу) при задании  $HSt = 30$  дБ,  $DHp \leq 0.2$  дБ

Алгоритм MSSQP также проигрывает GDE3 и MSPS по значению нижней границы диапазона  $DHp$ . Но в случае  $HSt = 30$  дБ этот алгоритм нашел решения в диапазоне значений  $DHp$  0.2–0.8 дБ с меньшими значениями  $DTd$  по сравнению с остальными алгоритмами. Эти решения расположены в области пространства поиска, в которую другие алгоритмы не попадали. При этом ФЧХ решений, полученных с MSSQP, существенно отличаются от ФЧХ решений остальных алгоритмов (рис. 4), хотя АЧХ имеют сходный вид. В то же время в случае  $Hst = 40$  дБ результаты MSSQP близки к полученным другими методами.

**Задача 4.** Рассмотрим пример результатов решения этой задачи при согласовании линий с отношением волновых сопротивлений  $Z_{w2}/Z_{w1} = 10$ , ширине полосы частот согласования  $DFM = 1.2$ , количестве ступеней трансформатора  $Nst = 4$  и  $Nst = 5$  (рис. 5).

Поиск алгоритмом GDE3 для обоих значений  $Nst$  осуществлялся при значениях параметров  $Npop = 100$ ,  $Neval = 1 \cdot 10^6$  и занимал приблизительно

2 мин. Следует отметить, что при уменьшении количества вычислений ПК и, соответственно, продолжительности поиска в 10 раз ухудшение результатов было незначительным.

Все три алгоритма, основанные на скаляризации ЦФ, показали одинаковые результаты. Поэтому на рис. 5 показаны лишь решения, полученные с помощью MSSQP, которые попадают на аппроксимации фронта Парето, найденные алгоритмом GDE3. Однако по продолжительности поиска одного решения методы существенно различаются. Если для MSPS и PSO требовалось 40–50 с, то для MSSQP всего 3–4 с. Заметим, что крайние правые точки рядов, полученных с помощью MSSQP, совпадают с результатами для чебышевских аппроксимаций, а расположенные правее них точки рядов GDE3 не являются ПОР.

**Задача 5.** Задача решалась при условиях  $Z_{w2}/Z_{w1} = 12$ ,  $DFM = 1$ ,  $KPt = 1$  для значений количества ступеней  $Nst = 3, 4$  и 5. Аппроксимации фронтов Парето, полученные с помощью сравниваемых алгоритмов, приведены на рис. 6.

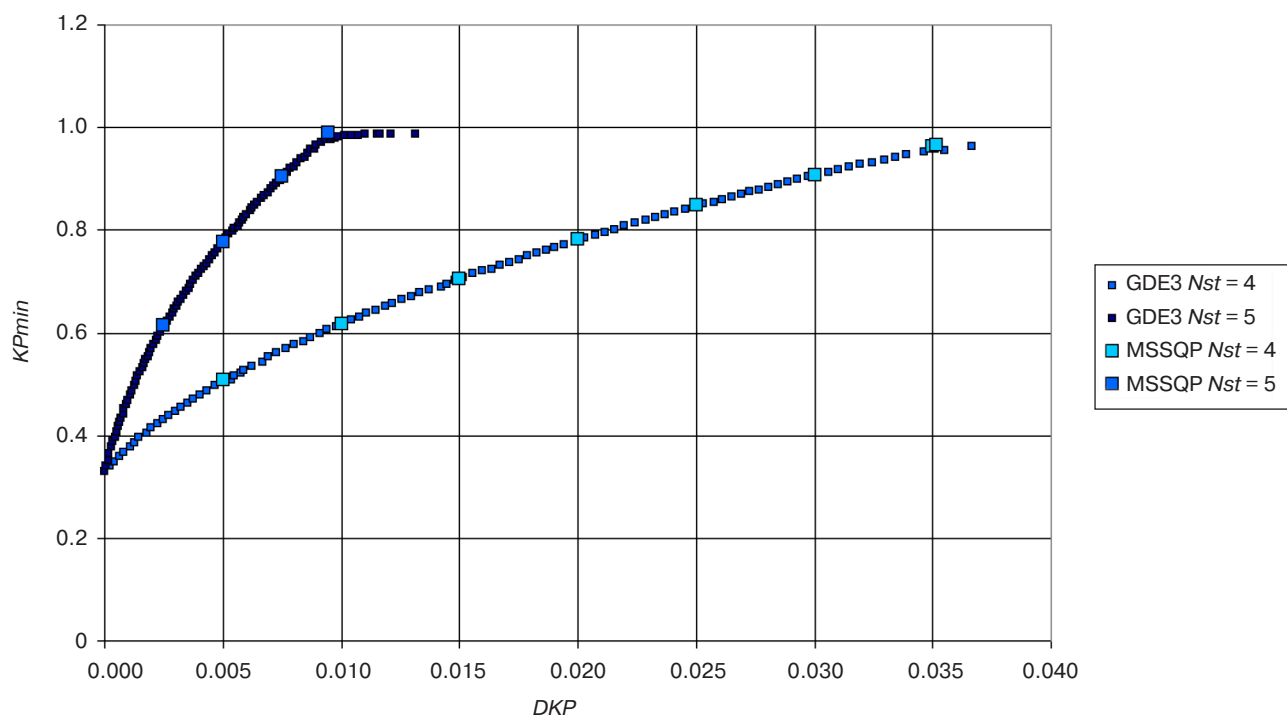


Рис. 5. Результаты решения Задачи 4

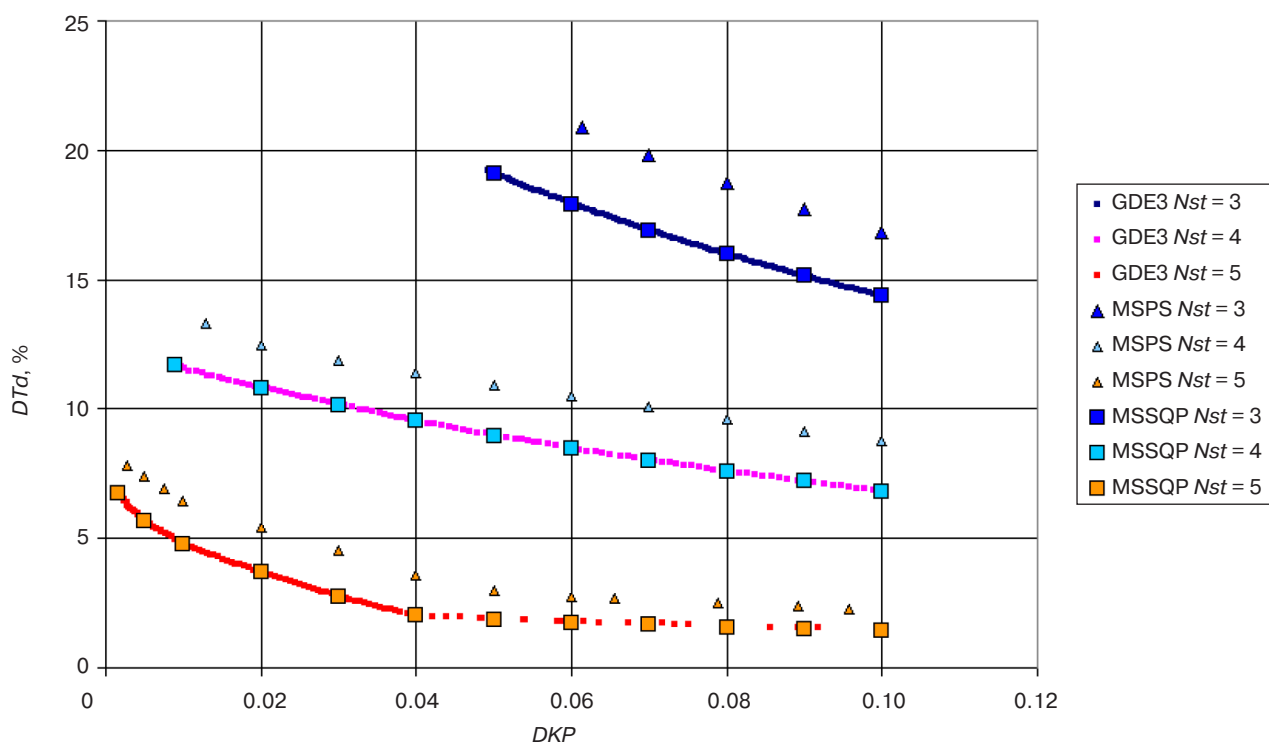


Рис. 6. Результаты решения Задачи 5

Для алгоритма GDE3 задавались значения параметров  $N_{pop} = 100$ ,  $N_{eval} = 1 \cdot 10^5$ . Дальнейшее увеличение этих параметров не давало положительного эффекта. Продолжительность поиска при увеличении числа ступеней  $Nst$  возрастала в диапазоне от 55 до 71 с. Верхний предел значений  $DKP$  был задан равным 0.1. В случае  $Nst = 5$  в диапазоне  $DKP > 0.04$  аппроксимация фронта Парето

получается разрывной. Это объясняется тем, что значение  $DTd$  в этом диапазоне изменяется незначительно, что затрудняет оценку доминированности решений.

Для алгоритма MSPS задавалось  $NT = 200$ . Средняя продолжительность поиска одного решения для трех значений  $Nst$  составляла 7, 14 и 20 с. Найденные решения во всех случаях были



существенно хуже полученных с помощью GDE3. Увеличение числа запусков  $NT$  не дало улучшения. Алгоритм PSO при близких затратах времени дал решения, совпадающие с решениями MSPS, поэтому его результаты на рис. 6 не показаны.

Алгоритм MSSQP при решении данной задачи продемонстрировал высокую эффективность. При  $NT = 10$  от 60 до 100% запусков давали одинаковый результат, совпадающий с решениями GDE3 во всем диапазоне значений. Остальные запуски приводили к недопустимым решениям с нарушениями ограничений. Средняя продолжительность поиска для трех значений  $Nst$  оказалась равной 1.6, 5.2 и 7.5 с. При этом данный алгоритм находит решения с заданными значениями  $DKP$  и в области, в которой аппроксимация фронта Парето, полученная с помощью GDE3, оказалась разрывной.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование показало, что популяционный алгоритм МКО GDE3 позволяет находить решение для всех рассмотренных задач. Можно рекомендовать начинать решение задач МКО таких

типов с его применения, чтобы получить аппроксимацию множества ПОР в широком диапазоне значений ПК.

Далее целесообразно проверить применимость к конкретной задаче алгоритма MSSQP и возможность получения с его помощью решений, превосходящих по качеству полученные посредством GDE3. Экспериментальная проверка необходима, т.к. ответа на вопросы, по каким причинам алгоритм MSSQP для одних задач оказывается эффективным, а для других – непригодным, а также как он находит недоступные для других алгоритмов решения Задачи 3, пока нет. Необходим анализ влияния особенностей рельефов отдельных ПК в задачах МКО на процесс поиска решения. Эта область в последние годы активно исследуется, в т.ч. с применением интеллектуальных технологий [14, 15]. Но достаточно общих результатов на сегодня еще нет.

Применять MSSQP или, если он не находит пригодные решения, другие алгоритмы, основанные на скаляризации ЦФ, следует в случаях, когда надо найти небольшое число ПОР или необходимо обеспечить точные значения части ПК, что затруднительно при использовании популяционных алгоритмов МКО.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуткин Л.С. *Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества*. М.: Советское радио; 1975. 368 с.
2. Черноуцкий И.Г. *Методы оптимизации в теории управления: учебное пособие*. СПб.: Питер; 2004. 256 с.
3. Карпенко А.П. *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой: учебное пособие*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2017. 446 с.
4. Jasbir S.A. *Introduction to optimum design*. 4th edition. Elsevier; 2017. 670 p. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-15344-5>
5. Смирнов А.В. Оптимизация характеристик цифровых фильтров одновременно в частотной и временной областях. *Российский технологический журнал*. 2020;8(6):63–77. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-6-63-77>
6. Liu S., Lin Q., Tan K.Ch., Li Q. Benchmark problems for CEC2021 competition on evolutionary transfer multiobjective optimization. Technical Report. 2021. 24 p. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2110.08033>
7. Ray T., Mamun M.M., Singh H.K. A simple evolutionary algorithm for multi-modal multi-objective optimization. 2022. 8 p. URL: <https://arxiv.org/pdf/2201.06718.pdf>
8. Wang Z., Yao X. An efficient multi-indicator and many-objective optimization algorithm based on two-archive. 2022. 15 p. URL: <https://arxiv.org/pdf/2201.05435v1.pdf>

### REFERENCES

1. Gutkin L.S. *Optimizatsiya radioelektronnykh ustroystv po sovokupnosti pokazatelei kachestva (Optimization of Radio Electronic Devices with Aggregation of Quality Indices)*. Moscow: Sovetskoe radio; 1975. 368 p. (in Russ.).
2. Chernorutskii I.G. *Metody optimizatsii v teorii upravleniya: uchebnoe posobie (Optimization Methods in the Control Theory)*. St. Petersburg: Piter; 2004. 256 p. (in Russ.).
3. Karpenko A.P. *Sovremennye algoritmy poiskovoi optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennye prirodoy: uchebnoe posobie (Modern Search Optimization Algorithms. Nature-Inspired Optimization Algorithms)*. Moscow: Izd. MG TU im. Bauman; 2017. 446 p. (in Russ.).
4. Jasbir S.A. *Introduction to optimum design*. 4th edition. Elsevier; 2017. 670 p. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-15344-5>
5. Smirnov A.V. Optimization of digital filters performances simultaneously in frequency and time domains. *Russ. Technol. J.* 2020;8(6):63–77 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-6-63-77>
6. Liu S., Lin Q., Tan K.Ch., Li Q. Benchmark problems for CEC2021 competition on evolutionary transfer multiobjective optimization. Technical Report. 2021. 24 p. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2110.08033>
7. Ray T., Mamun M.M., Singh H.K. A simple evolutionary algorithm for multi-modal multiobjective optimization. 2022. 8 p. Available from URL: <https://arxiv.org/pdf/2201.05435v1.pdf>

9. Chen T., Li M. The weights can be harmful: Pareto search versus weighted search in multi-objective search-based software engineering. 2022. 40 p. URL: <https://arxiv.org/pdf/2202.03728.pdf>
10. Смирнов А.В. Применение популяционных алгоритмов в задачах многокритериальной оптимизации характеристик электрических фильтров. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2021;9(3). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2021.34.3.015>
11. Tian Y., Cheng R., Zhang X., Jin Y. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization. *IEEE Computational Intelligence Magazine*. 2017;12(4):73–87. <https://doi.org/10.1109/MCI.2017.2742868>
12. Смирнов А.В. Свойства целевых функций и алгоритмов поиска в задачах многокритериальной оптимизации. *Russ. Technol. J.* 2022;10(4):75–85. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-4-75-85>
13. Смирнов А.В. Метод одновременной оптимизации характеристик электрических фильтров в частотной и временной областях. *Российский технологический журнал*. 2018;6(6):13–27. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-6-13-27>
14. Mersmann O., Bischl B., Trautmann H., Preuss M., Weihs C., Rudolf G. Exploratory landscape analysis. In: *Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation (GECCO'11)*. 2011. P. 829–836. <https://doi.org/10.1145/2001576.2001690>
15. Trajanov R., Dimeski S., Popovski M., Korošec P., Eftimov T. Explainable landscape-aware optimization performance prediction. In: *2021 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*. 2021. <https://doi.org/10.1109/SSCI50451.2021.9660124>
8. Wang Z., Yao X. An efficient multi-indicator and many-objective optimization algorithm based on two-archive. 2022. 15 p. Available from URL: <https://arxiv.org/pdf/2201.05435v1.pdf>
9. Chen T., Li M. The weights can be harmful: Pareto search versus weighted search in multi-objective search-based software engineering. 2022. 40 p. Available from URL: <https://arxiv.org/pdf/2202.03728.pdf>
10. Smirnov A.V. Application of population algorithms in the problems of multiobjective optimization of electrical filters characteristics. *Modelirovanie, optimizatsiya i informatsionnye tekhnologii = Modeling, Optimization and Information Technology*. 2021;9(3) (in Russ.). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2021.34.3.015>
11. Tian Y., Cheng R., Zhang X., Jin Y. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization. *IEEE Computational Intelligence Magazine*. 2017;12(4):73–87. <https://doi.org/10.1109/MCI.2017.2742868>
12. Smirnov A.V. Properties of objective functions and search algorithms in multi-objective optimization problems. *Russ. Technol. J.* 2022;10(4):75–85 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-4-75-85>
13. Smirnov A.V. Method of simultaneous optimization of radio devices performance in frequency and time domain. *Russ. Technol. J.* 2018;6(6):13–27 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-6-13-27>
14. Mersmann O., Bischl B., Trautmann H., Preuss M., Weihs C., Rudolf G. Exploratory landscape analysis. In: *Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation (GECCO'11)*. 2011. P. 829–836. <https://doi.org/10.1145/2001576.2001690>
15. Trajanov R., Dimeski S., Popovski M., Korošec P., Eftimov T. Explainable landscape-aware optimization performance prediction. In: *2021 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*. 2021. <https://doi.org/10.1109/SSCI50451.2021.9660124>

## Об авторе

**Смирнов Александр Витальевич**, к.т.н., доцент, профессор кафедры телекоммуникаций Института радиоэлектроники и информатики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: [av\\_smirnov@mirea.ru](mailto:av_smirnov@mirea.ru). <https://orcid.org/0000-0002-2696-8592>

## About the author

**Alexander V. Smirnov**, Cand. Sci. (Eng.), Professor, Department of Telecommunications, Institute of Radioelectronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: [av\\_smirnov@mirea.ru](mailto:av_smirnov@mirea.ru). <https://orcid.org/0000-0002-2696-8592>