Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 334.71: 656: 338.245
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-6-64-72>

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Методы оценки сложности тестирования в сфере образования

А.С. Сигов,
В.Я. Цветков[@],
И.Е. Рогов

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия
[@] Автор для переписки, e-mail: cvj2@mail.ru

Резюме. Проблема тестирования в сфере образования является актуальной для многих стран. Тестирование решает три задачи: проводит оценку качества текущего обучения, дает инструмент для сравнительного анализа результатов обучения, дает инструмент для управления образовательным процессом в отдельном учебном заведении и по отрасли. Это определяет актуальность тестирования и разработки новых методов оценки результатов тестирования. Статья предлагает новый метод оценки результатов тестирования для разных ситуаций: «преподаватель – учащийся», компьютерный тест, виртуальная тестирующая модель, тест на модели смешанной реальности и другие. Для решения этой задачи вводится квазисигмоидальная функция. Она является аналогом логистической функции, но учитывает особенности реального тестирования. Логистическая функция лежит в интервале от минус до плюс бесконечности. В образовании отрицательных оценок не бывает. Введенная функция лежит только в положительной области аргумента, то есть оценок тестирования. Эту функцию авторы называют функцией сложности. Предварительно исследуется функция логарифмов шансов, логистическая регрессия и вытекающий из этого метод Раша. Отмечены два недостатка метода Раша. Определяется принцип тестирования, который используется в функции сложности. Статья вводит два новых понятия: функция сложности тестирования и интегральная оценка тестирования. Интегральная оценка тестирования является интегральной функцией от точечных оценок. Она переводит точечные результаты тестирования в непрерывную функцию и создает корреляцию между оценками. Приводятся результаты эксперимента с участием студентов РТУ МИРЭА. Результаты эксперимента анализируются. Показана возможность применения метода в образовательных процессах. Метод является альтернативой методу Раша.

Ключевые слова: алгоритм, образование, тестирование, сложность, программные компоненты, логиты, логистическое уравнение, модель Раша

• Поступила: 27.08.2021 • Доработана: 04.10.2021 • Принята к опубликованию: 11.10.2021

Для цитирования: Сигов А.С., Цветков В.Я., Рогов И.Е. Методы оценки сложности тестирования в сфере образования. *Russ. Technol. J.* 2021;9(6):64–72. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-6-64-72>

Прозрачность финансовой деятельности: Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Method for assessing testing difficulty in educational sphere

Alexander S. Sigov,
Viktor Ya. Tsvetkov[®],
Igor E. Rogov

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia
[®] Corresponding author, e-mail: cvj2@mail.ru

Abstract. The problem of testing in education is relevant for many countries. Testing solves three problems. The first task is to assess the quality of current training. The second task is to conduct a comparative analysis of learning outcomes. The third task is the management of the educational process in a particular educational institution and in the education sector. This determines the relevance of testing and the relevance of developing new methods for assessing test results. The article proposes a new method for assessing test results for different situations: “teacher–student”, computer test, virtual testing model, test on a mixed reality model and others. To solve the problem, a special quasi-sigmoidal function is introduced. It is analogous to the logistic function, but takes into account the peculiarities of real testing of students. The logistic function ranges from minus infinity to plus infinity. There are no negative assessments in education. The introduced function lies only in the positive range of the argument. It describes actual positive scores when testing students. The authors called this function the complexity function. With its help, the complexity of the subject is assessed according to the test results. To substantiate the method, the function of the logarithms of the odds, logistic regression and the resulting Rush method are investigated. The article notes two shortcomings of the Rush method. The testing principle has been defined for the new function, which is used to estimate complexity. The article introduces two new concepts: the test difficulty function and the integral test score. Integral assessment of testing is a smooth function and makes it possible to go from a stepwise dependence to a continuous one. The cumulative test score translates the point test results into a continuous function and creates a correlation between the scores. The results of an experiment with the participation of RTU MIREA students are presented. The experimental results are analyzed. The possibility of using the method in educational processes is shown. The method is an alternative to the Rush method.

Keywords: algorithm, education, testing, complexity, software components, logits, logistic equation, Rush model

• Submitted: 27.08.2021 • Revised: 04.10.2021 • Accepted: 11.10.2021

For citation: Sigov A.S., Tsvetkov V.Ya., Rogov I.E. Method for assessing testing difficulty in educational sphere. *Russ. Technol. J.* 2021;9(6):64–72 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-6-64-72>

Financial disclosure: The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема оценки сложности тестирования и тестирующих программ [1–3] является одной из важных в сфере образования. При этом различают сложность программных компонент [4] как вычислительного объекта и сложность теста как технологического объекта с учетом когнитивных факторов. Алгоритмы тестирования качественно отличаются от вычислительных алгоритмов. Они рассчитаны на включение человека в цепочку обработки информации в системе

«человек-тест». Алгоритмы тестирования включают две группы: алгоритмы информационного взаимодействия «учащийся – тест» и алгоритмы обработки результатов тестирования. Между ними существует разница. Алгоритмы информационного взаимодействия «учащийся – тест» являются интерактивными и алгоритмами второго рода. Алгоритмы обработки результатов тестирования являются прямыми или алгоритмами первого рода. Само по себе тестирование может быть рассмотрено как человеко-машинное взаимодействие. Соответственно, тестирующая

конструкция или система может быть рассмотрена как человеко-машинная система (ЧМС). В настоящее время ЧМС включает разные системы, в том числе информационные ЧМС. Примером информационной ЧМС является геоинформационная система, в которой происходит интерактивная обработка информации, и решение поставленной задачи осуществляется методом итераций человека и компьютера. Тестирующая система может быть рассмотрена как информационная человеко-машинная система. В настоящее время ЧМС (или MMS) [5] включает следующие компоненты: человеческие ресурсы, технику, технологии, организационные компоненты, информационные компоненты (данные или модели), когнитивные компоненты, учитывающие рецепцию, перцепцию и апперцепцию информации. Все компоненты ЧМС должны быть комплементарными [6]. Человеческие ресурсы и когнитивные компоненты особенно важны для тестирующих систем, предназначенных для работы с учащимися определенного уровня знаний и определенных форм когнитивного восприятия. Поэтому важно в процессе использования тестирующих систем оценивать сложность тестов, приспосабливать их к определенным уровням знаний учащихся. Такое приспособление возможно на основе анализа результатов тестирования и выработке методов сравнительной оценки сложности тестирующих программ по результатам прямого тестирования. Данная статья посвящена этому вопросу.

1. МЕТОДОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Основой исследования является логический, статистический, качественный и сравнительный анализ. В качестве материалов использованы публикации в области разработки алгоритмов тестирования и применения методов тестирования в образовании.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

2.1. Теоретическое обоснование

В 1934 году Честер Итнер Блисс использовал интегральную функцию нормального распределения для выполнения его отображения и назвал его «пробитом» [7] как некую вероятностную единицу. В 1944 году Джозеф Берксон использовал логарифм шансов и назвал эту функцию «logit», сокращение от «log istic un it» по аналогии с «пробит». Эта единица имеет логарифмический подтекст и может быть рассмотрена как логарифмическая единица. В статистике логит-функция или лог-фора (log-odds) является логарифмом шансов или логарифмическими шансами, а шансом называют отношение [8] $p/(1 - p)$, где p – вероятность появления события,

$(1 - p)$ – вероятность неоявления события. Шанс – это вероятностная характеристика, поэтому логит связывает логарифмическую и вероятностную составляющие.

Логит-функция (log-odds) играет важную роль в логистической регрессии. Каждую вероятность можно легко преобразовать в логит, найдя отношение $p/(1 - p)$. Несмотря на простое преобразование, логарифмические шансы могут быть не всегда понятными физически. Жаккар [9, с. 10] называет их «...нелогичными и сложными для интерпретации, особенно если у вас нет большой статистической базы. Однако формулы их расчета относительно просты, даже если результаты сложно расшифровать».

Шанс – это отношение вероятности успеха к вероятности неудачи. В качестве уравнения – это $p(A)/p(-A)$, где $p(A)$ – это вероятность события A , а $p(-A)$ – вероятность «не A » (то есть дополнение к A). Логарифм шансов (логит) дает нам логарифмические шансы A , которые можно записать как

$$\log(A) = \log(p(A)/p(-A)). \quad (1)$$

Обобщенно можно описать логарифмические шансы (логит) как

$$\log\text{-odds} = \log[p/(1 - p)]. \quad (2)$$

Математически логит является инверсией стандартной логистической функции $\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$, поэтому логит определяется как

$$\text{logit}(p) = \sigma^{-1}(p) = \log[p/(1 - p)] \quad (3)$$

для $p \in (0, 1)$.

Таким образом, логит-функция $f(x)$ – это тип функции (рис. 1), которая отображает значения вероятности из $(0, 1)$ на действительные числа в $(-\infty, +\infty)$ [10].

Рис. 1. График логит-функции

На рис. 1 по горизонтальной оси отложены вероятности, по вертикальной – вещественные числа в условном масштабе. Масштаб выбирают по условиям конкретной задачи.

С понятием логитов связано понятие логистической регрессии. Простая логистическая регрессия идеологически близка линейной регрессии. Существуют два различия. Линейная регрессия использует линейную зависимость между двумя измерениями (x , y). Логистическая регрессия использует логистическую зависимость или логистическую функцию между одним измерением x и его вероятностью p .

Логистическая функция может быть однопараметрической, двухпараметрической, трехпараметрической и четырехпараметрической [11]. Чаще используют однопараметрическую функцию, которая хорошо согласуется с теорией логитов.

Логистическая функция относится к классу сигмоидальных функций. Сигмоидой или сигмоидальной функцией обычно называют гладкую монотонную функцию [12], по форме напоминающую букву «S», которая имеет две асимптоты и описывает реакцию и насыщение (рис. 1). Каноническим примером сигмоиды считают однопараметрическую логистическую функцию

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \quad (4)$$

Рис. 2. Возрастающая сигмоида

Сигмоида ограничена двумя горизонтальными асимптотами (рис. 2), к которым стремится при стремлении аргумента к $\pm\infty$. Обычно этими асимптотами (для однопараметрической функции) являются «0» (при $x = -\infty$) и некоторая константа (при $x = +\infty$). Во многих случаях константа при $x = +\infty$ есть 1. Это упрощает связь между вероятностью и логистической функций. В теории оценивания Раша модель на рис. 2 используют для оценки успеваемости групп. Этот вид сигмоиды можно назвать возрастающей. Такая сигмоида имеет положительные значения функции при отрицательных значениях аргумента. Для ее смещения необходимо вводить специальный параметр b (рис. 2). Существует другой вид сигмоиды, которую называют убывающей (рис. 3). Для этой сигмоиды реакция показывает переход от верхней асимптоты к нижней.

Рис. 3. Убывающая сигмоида

На рис. 3 показана убывающая сигмоида, у которой по вертикальной оси отложена вероятность, а по горизонтали характеристика сложности теста.

Производная любой сигмоиды представляет собой «гауссоподобную» кривую с максимумом в нуле, асимптотически стремящуюся к нулю при $x = \pm\infty$. К семейству класса сигмоид относят арктангенс, гиперболический тангенс и другие функции.

Если сравнивать логит-функцию (рис. 1) и убывающую сигмоиду (рис. 3), то поворот рис. 1 на 90° по часовой стрелке приведет к полной схожести графиков рис. 1 и рис. 3. Это имеют в виду, говоря об инверсии логит-функции. Убывающую сигмоиду (рис. 3) обычно используют для оценки трудности тестирования.

Таким образом, для оценки трудности тестирования используют функции, имеющие две асимптоты (верхнюю и нижнюю) и связывающий их гладкий участок.

2.2. Экспериментальные исследования

Экспериментальные исследования проводились в учебных группах Института информационных технологий РТУ МИРЭА. Недостаток модели Раша при оценке сложности тестирования состоит в том, что ее аргумент существует от $-\infty$ до $+\infty$, а в реальном тестировании отрицательных значений аргумента не бывает. Математически это объяснимо, если анализировать логит-функцию (рис. 1). Это приводит к тому, что большая часть асимптоты (рис. 3) лежит в отрицательной области аргумента, и сдвиг самой кривой на рис. 3 используют как сравнительную характеристику сложности теста.

Основная концепция модели Раша такова, что необходимы функции, имеющие две асимптоты и переходной участок между ними. Для реализации этой идеи авторы вводят «функцию сложности» $f_c(x)$ или «функцию сложности теста», которая существует в положительной области аргумента и имеет асимптотическое ограничение по сложности только снизу. Можно говорить о

квазисигмоидальной функции, поскольку она имеет ограниченную область аргумента, только в положительной области. Ее начальное значение при $x = 0$ равно константе «с». Эта функция позволяет оценивать сложность разных учебных предметов по результатам тестирования одной группы. Таких функций можно построить много. Авторы исследовали ряд функций и выбрали простой вид функции сложности

$$f_c(x) = c \frac{1}{1 + kx}. \quad (5)$$

В выражении (5) x – вещественный аргумент, $f_c(x)$ – функция оценки. Для $x > 0$, $k > 1$, $c \geq 1$. Для нормированной функции f_c равна 1 при $x = 0$ и асимптотически стремится к 0 при $x \rightarrow +\infty$. Эта функция есть квазисигмоида в положительной области аргумента.

В качестве аргумента выбирался упорядоченный номер студента в учебной группе. Это строго точечная величина. Функция определялась по оценке данного студента. Упорядоченный номер студента означает, что студенты в группе предварительно ранжировались по уровню их оценок в порядке возрастания от меньшей к большей. Условно это могут быть номера, которым соответствуют реальные фамилии. Если сопоставить упорядоченные номера студентов их оценкам, то получается примерная картина, приведенная на рис. 4.

Рис. 4. Группировка оценок внутри группы

На рис. 4 показаны дискретные значения оценок для дискретного значения аргумента (номер студента в группе). Ни о какой непрерывности в такой ситуации говорить не приходится. Студенты могут иметь одинаковые оценки, что соответствует «полке» на графике. В ходе исследований выяснилось, что для устойчивого оценивания целесообразно выбирать функцию в виде кумулятивной или интегральной величины. Формирование x осуществляется следующим образом.

1. Фиксируются оценки учащихся группы z , полученные в ходе тестирования. Получают статистику в виде «гребенки».

2. Ранжируются оценки z , получают ранжированные значения z^* и ступенчатую возрастающую статистику (рис. 4)

$$z \rightarrow z^*.$$

3. Формируют интегральные оценки x по правилу

$$x_i = \sum_{j=1}^i z_j^*.$$

На рис. 5 показаны интегральные и точечные оценки.

Рис. 5. Интегральные и точечные оценки

На рис. 5 интегральные оценки (выборочно) показаны светлыми квадратами. Формирование интегральных оценок, как метод, слабо напоминает сглаживание дискретных значений методом скользящего среднего. Даже одинаковые точечные оценки имеют разные значения в интегральных оценках. При этом создается корреляция и непрерывность в формировании оценок.

Функция сложности строится согласно выражению (5). Название функции обусловлено тем, что она характеризует сложность теста или предмета для данной учебной группы. В табл. 1 приведены исходные данные точечных оценок для четырех предметов учащихся «Предмет 1 – Предмет 4». В группах было выбрано по 21 учащемуся.

Оценивание учащихся проводилось по 10-балльной системе. Допустима и 20-балльная оценка и даже 100-балльная, как рекомендует Хлебников [1]. Опыт показал, что оценки лучше нормировать, то есть задавать интервал оценивания для обработки от 0 до 1. В табл. 2 приведены интегральные нормированные оценки для тех же групп.

В табл. 3 приведен расчет функции сложности для четырех предметов, сдаваемых одной и той же группой.

На рис. 6 приведен график функции по данным табл. 3.

Таблица 1. Исходные ранжированные оценки z^* для четырех предметов одной группы

Номер	Предмет 1	Предмет 2	Предмет 3	Предмет 4
1	4	4.5	5	5.5
2	5	5.5	6	6.5
3	5.5	6	6.5	7
4	6	6.5	7	7.5
5	6	6.5	7	7.5
6	6	6.5	7	7.5
7	6.5	7	7.5	8
8	7	7.5	8	8.5
9	7	7.5	8	8.5
10	7.5	8	8.5	9
11	7.5	8	8.5	9
12	8	8.5	9	9.5
13	8	8.5	9	9.5
14	8	8.5	9	9.5
15	8.5	9	9.5	10
16	8.5	9	9.5	10
17	8.5	9	9.5	10
18	9	9.5	10	10
19	9	9.5	10	10
20	9	9.5	10	10
21	9	9.5	10	10

Таблица 3. Расчет функции сложности для четырех предметов

Номер	Предмет 1	Предмет 2	Предмет 3	Предмет 4
1	0.714286	0.689655	0.666667	0.645161
2	0.526316	0.5	0.47619	0.454545
3	0.408163	0.384615	0.363636	0.344828
4	0.327869	0.307692	0.289855	0.273973
5	0.273973	0.25641	0.240964	0.227273
6	0.235294	0.21978	0.206186	0.194175
7	0.204082	0.190476	0.178571	0.168067
8	0.178571	0.166667	0.15625	0.147059
9	0.15873	0.148148	0.138889	0.130719
10	0.141844	0.13245	0.124224	0.116959
11	0.128205	0.11976	0.11236	0.10582
12	0.116279	0.108696	0.102041	0.096154
13	0.106383	0.099502	0.093458	0.088106
14	0.098039	0.091743	0.086207	0.081301
15	0.090498	0.084746	0.079681	0.075188
16	0.084034	0.07874	0.074074	0.06993
17	0.078431	0.073529	0.069204	0.065359
18	0.07326	0.068729	0.064725	0.06135
19	0.068729	0.064516	0.06079	0.057803
20	0.064725	0.06079	0.057307	0.054645
21	0.061162	0.057471	0.054201	0.051813

Таблица 2. Интегральные нормированные оценки для четырех предметов

Номер	Предмет 1	Предмет 2	Предмет 3	Предмет 4
1	0.4	0.45	0.5	0.55
2	0.9	1	1.1	1.2
3	1.45	1.6	1.75	1.9
4	2.05	2.25	2.45	2.65
5	2.65	2.9	3.15	3.4
6	3.25	3.55	3.85	4.15
7	3.9	4.25	4.6	4.95
8	4.6	5	5.4	5.8
9	5.3	5.75	6.2	6.65
10	6.05	6.55	7.05	7.55
11	6.8	7.35	7.9	8.45
12	7.6	8.2	8.8	9.4
13	8.4	9.05	9.7	10.35
14	9.2	9.9	10.6	11.3
15	10.05	10.8	11.55	12.3
16	10.9	11.7	12.5	13.3
17	11.75	12.6	13.45	14.3
18	12.65	13.55	14.45	15.3
19	13.55	14.5	15.45	16.3
20	14.45	15.45	16.45	17.3
21	15.35	16.4	17.45	18.3

Рис. 6. График функции сложности для 4 предметов

Особенностью реального тестирования (рис. 6) является то, что график отображает только часть сигмоиды (рис. 3), поскольку нулевых оценок и низких оценок типа 1 и 2 студенты РТУ МИРЭА не получают. Значение $f_c = 1$ соответствует нулевому результату в оценке тестирования. В реальности учащиеся всегда набирают какие-то баллы, и поэтому значение функции $f_c < 1$ для условий обучения в РТУ МИРЭА (рис. 6).

Как показывает опыт, графическая близость функций сложности не является наглядной. Поэтому основой сравнения являются табличные данные. Таблицы типа табл. 3 позволяют найти числовые характеристики, характеризующие сравнительную сложность предметов для данной группы.

Таких характеристик две: интегральная и точечная. Интегральная оценка определяется как интеграл под кривыми. Точечная оценка определяется как среднее по столбцам табл. 3.

Отличием динамики функции сложности от функции в модели Раша является то, что модель Раша смещается по горизонтали, а функция сложности смещается по вертикали. Чем сложнее предмет, тем ниже кривая. В отличие от методики применения модели Раша с вычислением логитов, функция сложности вычисляется просто с использованием минимума вычислений. Для табл. 3 были получены оценки групповой успеваемости, приведенные в табл. 4.

Таблица 4. Итоговые сравнительные характеристики сложности 4 предметов для одной тестируемой группы

	Предмет 1	Предмет 2	Предмет 3	Предмет 4
Интегральный показатель сложности	4.139	3.904	3.695	3.510
Относительное приращение интегрального показателя		0.235	0.443	0.629
Точечный показатель сложности	0.197	0.186	0.176	0.167
Относительное приращение точечного показателя		0.011	0.021	0.030

По данным табл. 4 видно, что наиболее сложным предметом для данного эксперимента оказался предмет 1. Самый легкий для тестирования студентов РТУ МИРЭА – предмет 4 (Математическая логика). Данные показатели обладают сопоставимостью и могут применяться для разных предметов, но для данной группы внутри одного вуза. Каждая группа является носителем коллективного интеллекта. Она является самоорганизующейся системой, в которой участники группы «подтягивают» друг друга до общего уровня. Для другой группы возможно качественное соответствие между сложностью предметов, но количественное различие. Данный метод является альтернативой модели Раша и служит основой построения достаточно простых программных компонент и алгоритмов обработки результатов тестирования. Методика позволяет проводить сопоставительный анализ и обладает устойчивостью.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В тестировании можно выделить функциональный подход [13] и статистический подход. Примером статистического подхода является применение

модели Раша [14, 15]. Существенный недостаток этой модели при оценке сложности тестирования состоит в том, что в ней некорректно используют понятие вероятности, что непонятно для специалистов, не знающих статистику. И неизвестно знал ли ее сам Раш? Многие гуманитарии применяют формулу, не понимая ее смысл и ограничения. В статистике обычно приравнивают к вероятности только частоту наблюдений. Обычно статистическая величина приравнивается к статистической величине. Но при использовании модели Раша вероятность определяют не по статистике наблюдений (интервальной оценке), а по одной (точечной) оценке учащегося. В этом подходе считают, что вероятность равна 1, если учащийся (разовое оценивание) получает высший балл, то есть выбирают некий норматив, который приравнивают к вероятности, равной 1. Отношение оценки одного учащегося к нормативной оценке объявляют вероятностью и применяют модель Раша. На самом деле оценка характеризует интеллектуальный уровень учащегося с учетом его ментального состояния (волнение, физическая усталость, психическая усталость и др.). В разном состоянии учащийся может получать разные оценки при одном интеллектуальном уровне. Соответственно, применение метода Раша к одной и той же группе будет давать разные оценки, то есть является статистически неустойчивой характеристикой. Различие в такой оценке объясняется наличием объективной причинно-следственной связи, а не вероятностной характеристикой, как в модели Раша. Поэтому модель Раша проста и хороша, но полностью недостоверна.

Результаты исследования функции сложности показали ее приемлемость для оценки сложности предметов и простоту использования. Применение функции дает сравнительные оценки [16] и групповые оценки [17].

ВЫВОДЫ

Предлагаемый метод применим для большинства тестов типа «преподаватель – учащийся», «компьютерная программа – учащийся», «виртуальная тестирующая модель – учащийся», «модель смешанной реальности – обучаемый» и другие. Качество оценки тестирования повышается при увеличении шкалы оценок от десятибалльной и выше. Отличием данного метода от большинства методов оценивания является введение интегральной оценки, которая связывает оценки в группе и уменьшает случайные ошибки. Метод и алгоритм на его основе достаточно понятны по сравнению с моделью Раша, которая является условной. Модель Раша использует однопараметрическую логистическую функцию, которая имеет одну асимптоту

на нулевом значении функции и вторую на единичном. Такую функцию удобно привязывать к вероятности. Однако за рамками этой модели остается смысл крутизны участка сигмоиды. Исследования, проведенные Арнольдом [18], показали, что в отдельных случаях крутизна может меняться в зависимости от параметра двухпараметрической логистической модели и характеризует скорость расхода ресурса. Предложенный метод включает простые алгоритмы ранжирования, вычисления

интегральной переменной, вычисления функции сложности и статистическую обработку результатов. Он прост и доступен для использования большинству преподавателей вузов. В то же время он открыт для дальнейших исследований других функций сложности.

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман Ю.М., Хлебников В.А. *Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов*. М.: Прометей; 2000. 168 с. ISBN 5-7042-1068-6
2. Сафиулин Р.З. Развитие технологий тестирования в образовании. *Управление образованием: теория и практика*. 2015;1(17):139–149. URL: <https://emreview.ru/index.php/emr/issue/view/17>
3. Kolster R. Structural ambidexterity in higher education: excellence education as a testing ground for educational innovations. *Eur. J. High. Educ.* 2021;11(1):64–81. <https://doi.org/10.1080/21568235.2020.1850312>
4. Кудж С.А., Цветков В.Я., Рогов И.Е. Поддержка жизненного цикла программных компонент. *Российский технологический журнал*. 2020;8(5):19–33. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-5-19-33>
5. Mgbemena E. Man-machine systems: A review of current trends and applications. *FUPRE J. Sci. Ind. Res. (FJSIR)*. 2020;4(2):91–117.
6. Богоутдинов Б.Б., Цветков В.Я. Применение модели комплементарных ресурсов в инвестиционной деятельности. *Вестник Мордовского университета*. 2014;24(4):103–116. <https://doi.org/10.15507/VMU.024.201403.103>
7. Bliss C.I. The method of probits. *Science*. 1934;79(2037):38–39. <https://doi.org/10.1126/science.79.2037.38>
8. Viera A.J. Odds ratios and risk ratios: what's the difference and why does it matter? *South. Med. J.* 2008;101(7):730–734. <https://doi.org/10.1097/smj.0b013e31817a7ee4>
9. Jaccard J. Interaction effects in logistic regression. USA: Sage Publishing; 2001. V. 135. 80 p. <https://dx.doi.org/10.4135/9781412984515>
10. Cramer J.S. The origins and development of the logit model. In book: *Logit models from economics and other fields*. Cambridge University Press; 2003. Ch. 9. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511615412.010>
11. Jokar M., Subbey S., Gjørseter H. A logistic function to track time-dependent fish population dynamics. *Fisheries Research*. 2021;236:105840. <https://doi.org/10.1016/j.fishres.2020.105840>
12. Muñoz García D.A., Cardona Gómez D.C., Hoyos Mendez Y.C. Vólvulo del sigmoide: revisión narrativa. *Revista Facultad Ciencias de la Salud: Universidad del Cauca*. 2020;22(1):36–44. <https://doi.org/10.47373/rfcs.2020.v22.1575>
13. Цветков В.Я., Рогов И.Е. Функциональный подход к оценке успеваемости учебных групп. *Образовательные ресурсы и технологии*. 2021;1(34):61–68.

REFERENCES

1. Neiman Yu.M., Khlebnikov V.A. *Vvedenie v teoriyu modelirovaniya i parametrizatsii pedagogicheskikh testov (Introduction to the theory of modeling and parametrization of pedagogical tests)*. Moscow: Prometei; 2000. 168 p. (in Russ.). ISBN 5-7042-1068-6
2. Safiulin R.Z. Technology development of testing in education. *Upravlenie obrazovaniem: teoriya i praktika = Education management review*. 2015;1(17):139–149 (in Russ.). Available from URL: <https://emreview.ru/index.php/emr/issue/view/17>
3. Kolster R. Structural ambidexterity in higher education: excellence education as a testing ground for educational innovations. *Eur. J. High. Educ.* 2021;11(1):64–81. <https://doi.org/10.1080/21568235.2020.1850312>
4. Kudzh S.A., Tsvetkov V.Ya., Rogov I.E. Life cycle support software components. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal*. 2020;8(5):19–33 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-5-19-33>
5. Mgbemena E. Man-machine systems: A review of current trends and applications. *FUPRE J. Sci. Ind. Res. (FJSIR)*. 2020;4(2):91–117.
6. Bogoutdinov B.B., Tsvetkov V.Ya. Application of the model of complementary resources in investing activities. *Vestnik Mordovskogo universiteta = Engineering Technologies and Systems*. 2014;24(4):103–116 (in Russ.). <https://doi.org/10.15507/VMU.024.201403.103>
7. Bliss C.I. The method of probits. *Science*. 1934;79(2037):38–39. <https://doi.org/10.1126/science.79.2037.38>
8. Viera A.J. Odds ratios and risk ratios: what's the difference and why does it matter? *South. Med. J.* 2008;101(7):730–734. <https://doi.org/10.1097/smj.0b013e31817a7ee4>
9. Jaccard J. Interaction Effects in Logistic Regression. USA: Sage Publishing; 2001. V. 135. 80 p. <https://dx.doi.org/10.4135/9781412984515>
10. Cramer J.S. The origins and development of the logit model. In book: *Logit models from economics and other fields*. Cambridge University Press; 2003. Ch. 9. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511615412.010>
11. Jokar M., Subbey S., Gjørseter H. A logistic function to track time-dependent fish population dynamics. *Fisheries Research*. 2021;236:105840. <https://doi.org/10.1016/j.fishres.2020.105840>
12. Muñoz García D.A., Cardona Gómez D.C., Hoyos Mendez Y.C. Vólvulo del sigmoide: revisión narrativa. *Revista Facultad Ciencias de la Salud: Universidad del Cauca*. 2020;22(1):36–44. <https://doi.org/10.47373/rfcs.2020.v22.1575>

14. Seif N.A.S.M.A. *Building and standardizing a school readiness battery for kindergarten children in light of classical theory and item response theory (A comparative study)*. MA Thesis. Fayoum University; 2018. URL: <http://www.fayoum.edu.eg/english/Education/Psychology/pdf/MsnadaMscE.pdf>
15. Цветков В.Я., Войнова Е.В. Модификация модели Раша для оценки свободного тестирования. *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*. 2018;1(63):90–94. <https://doi.org/10.21667/1995-4565-2018-63-1-90-94>
16. Кудж С.А. Методы сравнительного анализа. *Славянский форум*. 2019;3(25):140–150.
17. Кудж С.А. Оценка групповой когнитивной сложности. *Славянский форум*. 2018;2(20):36–43.
18. Арнольд В.И. Теория катастроф. *Итоги науки и техники. Серия «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления»*. 1986;5:219–277.
13. Tsvetkov V.Ya., Rogov I.E. Functional approach to the assessment of academic performance of study groups. *Obrazovatel'nye resursy i tekhnologii = Educational Resources and Technologies*. 2021;1(34):61–68 (in Russ.).
14. Seif N.A.S.M.A. *Building and standardizing a school readiness battery for kindergarten children in light of classical theory and item response theory (A comparative study)*. MA Thesis. Fayoum University; 2018. Available from URL: <http://www.fayoum.edu.eg/english/Education/Psychology/pdf/MsnadaMscE.pdf>
15. Tsvetkov V.Ya., Voinova E.V. Modification of Rush model for free testing assessment. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta = Vestnik of RSREU*. 2018;1(63):90–94 (in Russ.). <https://doi.org/10.21667/1995-4565-2018-63-1-90-94>
16. Kudzh S.A. Methods for comparative analysis. *Slavyanskii forum = Slavic Forum*. 2019;3(25):140–150 (in Russ.).
17. Kudzh S.A. Assessment of group cognitive complexity. *Slavyanskii forum = Slavic Forum*. 2018;2(20):36–43 (in Russ.).
18. Arnol'd V.I. Catastrophe theory. *Itogi nauki i tekhniki. "Seriya Sovremennye problemy matematiki. Fundamental'nye napravleniya"*. 1986;5:219–277 (in Russ.).

Об авторах

Сигов Александр Сергеевич, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, президент ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: sigov@mirea.ru. ResearcherID: L-4103-2017, Scopus Author ID: 35557510600.

Цветков Виктор Яковлевич, д.т.н., д.э.н., профессор, советник ректората ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: cvj2@mail.ru. Scopus Author ID: 56069916700.

Рогов Игорь Евгеньевич, директор Института довузовской подготовки ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: rogov@mirea.ru.

About the authors

Alexander S. Sigov, Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor, President, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: sigov@mirea.ru. ResearcherID: L-4103-2017, Scopus Author ID: 35557510600.

Viktor Ya. Tsvetkov, Dr. Sci. (Eng.), Dr. Sci. (Econ.), Professor, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: cvj2@mail.ru. Scopus Author ID: 56069916700.

Igor E. Rogov, Director of the Institute of Pre-University Training, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: rogov@mirea.ru.