

УДК 621.391.072
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-6-46-56>



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Оптимальная нелинейная фильтрация сигналов М-ФМ на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой

Г.В. Куликов[®],
До Чунг Тиен,
Е.В. Самохина

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

[®] Автор для переписки, e-mail: kulikov@mirea.ru

Резюме.

Цели. Широкое распространение радиосистем передачи данных с использованием сигналов с многопозиционной фазовой манипуляции (М-ФМ) обусловлено их высокой помехоустойчивостью и простотой построения передающей и приемной частей аппаратуры. Проведенные исследования показали, что наличие в радиоканале, кроме шумовой, нефлуктуационных, в частности, гармонических помех существенно снижает помехоустойчивость приема дискретной информации, энергетический проигрыш в этом случае в зависимости от интенсивности помехи может составлять от долей дБ до 10 дБ и более, поэтому борьба с ними является важной задачей для таких радиосистем. Цель работы – синтез и анализ алгоритма оптимальной нелинейной фильтрации сигналов М-ФМ на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой.

Методы. Использованы положения теории оптимальной нелинейной фильтрации сигналов и методы статистической радиотехники.

Результаты. Проведены синтез и анализ алгоритма оптимальной нелинейной фильтрации сигналов М-ФМ на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой. Синтезированный приемник содержит блок оценки дискретного символа, две схемы фазовой автоподстройки частоты опорных генераторов, формирующих оценочные копии сигнала и помехи, и перекрестные связи между ними, получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум и интенсивности помехи μ . Установлено, что нескомпенсированные флуктуации начальной фазы полезного сигнала оказывают большее влияние на помехоустойчивость приемника, чем аналогичные флуктуации фазы гармонической помехи, особенно при малой позиционности сигналов.

Выводы. Сравнение полученных результатов с результатами, полученными в случае отсутствия цепи компенсации гармонической помехи, показывает, что использование полученных алгоритмов фильтрации фаз позволяет обеспечить практически полное подавление гармонической помехи. Так, при $\mu = 0.5$ для вероятности ошибки $P_{\text{об}} = 10^{-2}$ энергетический выигрыш при $M = 2$ составляет около 2.5 дБ, при $M = 4$ – около 6 дБ, при $M = 8$ и $M = 16$ – не менее 10 дБ.

Ключевые слова: многопозиционная фазовая манипуляция, гармоническая помеха, оптимальная нелинейная фильтрация, помехоустойчивость, вероятность битовой ошибки

• Поступила: 08.02.2021 • Доработана: 17.02.2021 • Принята к опубликованию: 25.07.2021

Для цитирования: Куликов Г.В., До Чунг Тиен, Самохина Е.В. Оптимальная нелинейная фильтрация сигналов М-ФМ на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой. *Russ. Technol. J.* 2021;9(6):46–56. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-6-46-56>

Прозрачность финансовой деятельности: Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Optimal nonlinear filtering of M-PSK signals against a background of harmonic interference with a random initial phase

Gennady V. Kulikov[@],
Do Trung Tien,
Elena V. Samokhina

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

[@] Corresponding author, e-mail: kulikov@mirea.ru

Abstract.

Objectives. The widespread use of radio data transmission systems using signals with multiposition phase shift keying (MPSK) is due to their high noise immunity and the simplicity of constructing the transmitting and receiving parts of the equipment. The conducted studies have shown that the presence of non-fluctuation interference, in particular, harmonic interference, in the radio channel significantly reduces the noise immunity of receiving discrete information. The energy loss in this case, depending on the interference intensity, can range from fractions of dB to 10 dB or more. Therefore, interference suppression is an important task for such radio systems. The aim of the work is to synthesize and analyze an algorithm for optimal nonlinear filtering of MPSK signals against a background of harmonic interference with a random initial phase.

Methods. The provisions of the theory of optimal nonlinear signal filtering and methods of statistical radio engineering are used.

Results. The synthesis and analysis of the algorithm of optimal nonlinear filtering of MPSK signals against the background of harmonic interference with a random initial phase are carried out. The synthesized receiver contains a discrete symbol evaluation unit, two phase-locked frequency circuits of reference generators that form evaluation copies of the signal and interference, and cross-links between them. Analytical expressions are obtained that allow calculating the dependences of the bit error probability on the signal-to-noise ratio and the interference intensity μ . It is established that uncompensated fluctuations of the initial phase of the useful signal have a greater effect on the receiver noise immunity than similar fluctuations of the phase of harmonic interference, especially with low positional signals.

Conclusions. Comparison of the obtained results with the results obtained in the case when there are no harmonic interference compensation circuits shows that the use of the obtained phase filtering algorithms allows for almost complete suppression of harmonic interference. Thus, if $\mu = 0.5$ and the probability of error is 10^{-2} , the energy gain at $M = 2$ is about 2.5 dB, at $M = 4$ – about 6 dB, at $M = 8$ and $M = 16$ – at least 10 dB.

Keywords: multi-position phase manipulation, harmonic interference, optimal nonlinear filtering, noise immunity, bit error probability

• Submitted: 08.02.2021 • Revised: 17.02.2021 • Accepted: 25.07.2021

For citation: Kulikov G.V., Do Trung Tien, Samokhina E.V. Optimal nonlinear filtering of M-PSK signals against a background of harmonic interference with a random initial phase. *Russ. Technol. J.* 2021;9(6):46–56 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-6-46-56>

Financial disclosure: The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Широкое применение сигналов с многопозиционной фазовой манипуляцией (М-ФМ) в современных цифровых системах передачи информации обусловлено их высокими энергетическими и спектральными характеристиками. Однако как показывают исследования [1–7], качество связи значительно снижается, если в радиоканале кроме шумовой помехи присутствуют еще и нефлуктуационные помехи разных видов. Особенно это касается случаев, когда такая помеха является узкополосной (гармонической), совпадающей по частоте с частотой полезного сигнала [1, 2]. Энергетический проигрыш в этом случае в зависимости от интенсивности помехи может составлять от долей дБ до 10 дБ и более.

Такое снижение качества приема объясняется тем, что алгоритмы работы демодуляторов оптимизированы для приема сигналов на фоне только белого гауссовского шума и не учитывают характеристики нефлуктуационных помех. Введение в их структуру блоков компенсации таких помех может значительно повысить помехоустойчивость приема сигналов. Целью работы является синтез и анализ алгоритма оптимальной нелинейной фильтрации сигналов М-ФМ на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой.

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ОПТИМАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Рассмотрим процесс, поступающий на вход приемника на промежутке времени $t \in (0, kT]$:

$$\begin{aligned} x(t) &= s_{\Sigma}(C_k, t, \varphi_c) + s_{\Pi}(t, \varphi_{\Pi}) + n(t) = \\ &= s_{\Sigma}(C_k, t, \varphi_c, \varphi_{\Pi}) + n(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Он представляет собой аддитивную смесь сигнала М-ФМ $S_{\Sigma}(C_k, t, \varphi_c)$, который на некотором k -м тактовом интервале имеет вид:

$$\begin{aligned} s_k(C_k = i, t, \varphi_c) &= A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i + \varphi_c), \\ \varphi_i &= i2\pi/M, t \in ((i-1)T, iT], i = 0, 1, \dots, M-1, \end{aligned} \quad (2)$$

гармонической помехи со случайной начальной фазой:

$$s_{\Pi}(t, \varphi_{\Pi}) = \mu A_0 \cos(\omega_{\Pi} t + \varphi_{\Pi})$$

и шумовой помехи $n(t)$ с параметрами

$$\langle n(t) \rangle = 0; \langle n(t_1) n(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_2 - t_1).$$

Здесь C_k – вектор дискретных информационных символов.

Будем рассматривать сигнал М-ФМ как дискретно-непрерывный марковский процесс, в котором смена состояний дискретного параметра может производиться в определенные моменты времени, кратные T , а случайные начальные фазы сигнала φ_c и помехи φ_{Π} являются винеровскими процессами [8]:

$$\dot{\varphi}_c(t) = n_{\varphi_c}(t), \quad \dot{\varphi}_{\Pi}(t) = n_{\varphi_{\Pi}}(t).$$

Здесь $n_{\varphi_c}(t)$ и $n_{\varphi_{\Pi}}(t)$ – белые гауссовские шумы с нулевыми средними и односторонними спектральными плотностями N_{φ_c} и $N_{\varphi_{\Pi}}$. Такое представление этих случайных процессов хорошо описывает флуктуационные изменения фаз автогенераторов сигналов [9]. Обычно на практике, особенно в узкополосных каналах связи, непрерывные процессы $\varphi_c(t)$ и $\varphi_{\Pi}(t)$ являются медленно меняющимися по сравнению со скоростью смены информационных и канальных символов, т.е.

$$\tau_{\varphi_c} \gg T, \tau_{\varphi_{\Pi}} \gg T,$$

где τ_{φ_c} , $\tau_{\varphi_{\Pi}}$ – время корреляции этих процессов.

Априорные сведения о каждом из диффузионных марковских процессов $\varphi_c(t)$ и $\varphi_{\Pi}(t)$ задаются уравнением Фоккера – Планка – Колмогорова [8].

Все вышесказанное дает основание использовать при синтезе структурной схемы приемника таких дискретно-непрерывных процессов алгоритм фильтрации, предложенный в [10]. В этом случае смешанная апостериорная плотность вероятности реализации $s_{\Sigma}(C_k, t, \varphi_c, \varphi_{\Pi})$, содержащей вектор C_k , равна:

$$p_{ps}(t, C_k, \varphi_c, \varphi_{\Pi}) = w_{ps}(t, \varphi_c, \varphi_{\Pi}) p_{ps}(t, C_k | \varphi_c, \varphi_{\Pi}),$$

где $w_{ps}(t, \varphi_c, \varphi_n)$ – апостериорная плотность вероятности независимых параметров φ_c и φ_n , безусловная относительно вектора дискретных символов; $p_{ps}(t, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n)$ – условная апостериорная вероятность состояния вектора дискретных символов при фиксированных значениях φ_c и φ_n .

Для условной апостериорной вероятности $p_{ps}(t, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n)$ справедливо уравнение [10]:

$$\dot{p}_{ps}(t, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n) = p_{ps}(t, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n) \times \{F(t, \mathbf{C}_k, \varphi_c, \varphi_n) - \langle F(t, \varphi_c, \varphi_n) \rangle\}, \quad (3)$$

где

$$F(t, \mathbf{C}_k, \varphi_c, \varphi_n) = \sum_{j=1}^k F_j(t, \mathbf{C}_j, \varphi_c, \varphi_n),$$

$$F_j(t, \mathbf{C}_j, \varphi_c, \varphi_n) = -\frac{1}{N_0} \left[x(t) - s_{\text{спж}}(\mathbf{C}_j, t, \varphi_c, \varphi_n) \right]^2, \quad (4)$$

$$\langle F(t, \varphi_c, \varphi_n) \rangle = \sum_{C_1=0}^{M-1} \sum_{C_2=0}^{M-1} \dots \sum_{C_k=0}^{M-1} F(t, \mathbf{C}_k, \varphi_c, \varphi_n) p_{ps}(t, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n).$$

При условии, что априорные вероятности значений информационных символов (для многопозиционной манипуляции) в радиосвязи можно принять одинаковыми и равными $1/M$, а также положить одинаковыми вероятности перехода дискретного символа из одного состояния в другое, решение уравнения (3) в момент $t = kT$ запишем в следующем виде:

$$p_{ps}(kT, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n) = \frac{\exp \left[\sum_{j=1}^k \int_{(j-1)T}^{jT} F_j(\tau, \mathbf{C}_j, \varphi_c, \varphi_n) d\tau \right]}{\sum_{\mathbf{C}_k} \exp \left[\sum_{j=1}^k \int_{(j-1)T}^{jT} F_j(\tau, \mathbf{C}_j, \varphi_c, \varphi_n) d\tau \right]}.$$

Здесь для информативности записи в списке аргументов функции $F_j(\cdot)$ отдельно выделен дискретный символ C_j .

Для получения апостериорной вероятности того или иного значения символа C_k следует усреднить последнее выражение по M возможным значениям $C_1, C_2, \dots, C_{k-1}$. В результате получим:

$$p_{ps}(kT, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n) = \sum_{\mathbf{C}_{k-1}} \left\{ \frac{\exp \left[\sum_{j=1}^k \int_{(j-1)T}^{jT} F_j(\tau, \mathbf{C}_j, \varphi_c, \varphi_n) d\tau \right]}{\sum_{\mathbf{C}_k} \exp \left[\sum_{j=1}^k \int_{(j-1)T}^{jT} F_j(\tau, \mathbf{C}_j, \varphi_c, \varphi_n) d\tau \right]} \right\}.$$

Выражение существенно упростится, если принять дополнительное предположение о хорошем качестве приема. При этом в нем можно заменить символы, по которым уже принято решение до момента времени $t = kT$, их оценочными значениями, т.е. заменить вектор $\mathbf{C}_{k-1}$ на $\mathbf{C}_{k-1}^* = \{C_1^*, C_2^*, \dots, C_{k-1}^*\}$. Объединяя члены, не зависящие от C_k , в коэффициент K и учитывая независимость символов в информационной последовательности соответствующих посылок сигнала М-ФМ, получим следующую формулу:

$$p_{ps}(T, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n) = \frac{\exp \left[\int_0^T F_k(\tau, \mathbf{C}_k, \varphi_c, \varphi_n) d\tau \right]}{K \sum_{C_k=0}^{M-1} \exp \left[\int_0^T F_k(\tau, \mathbf{C}_k, \varphi_c, \varphi_n) d\tau \right]}.$$

Алгоритм оценки дискретного информационного символа вытекает из условия максимума этой апостериорной вероятности в момент времени $t = T$:

$$(C_k = i) \Rightarrow \max \{p_{ps}(t, \mathbf{C}_k | \varphi_c, \varphi_n)\}. \quad (5)$$

Введем обозначения:

$$J_0 = \int_0^T F_k(\tau, C_k = 0, \varphi_c, \varphi_n) d\tau, \dots$$

$$J_{M-1} = \int_0^T F_k(\tau, C_k = M-1, \varphi_c, \varphi_n) d\tau. \quad (6)$$

Подынтегральные выражения в этих формулах определяются из (4). В результате алгоритм (5) можно переписать в следующем виде:

$$(C_k = i) \Rightarrow \max \{\exp(J_i)\} \quad (7)$$

или

$$(C_k = i) \Rightarrow \max \{J_i\} \quad (8)$$

Преобразуем записи интегралов (6) с учетом (1) и (2). Получим:

$$J_0 = \frac{2}{N_0} \int_0^T [x(t) - s_{\Pi}(t, \varphi_{\Pi})] s_k(t, C_k = 0, \varphi_c) dt, \\ \dots \\ J_{M-1} = \frac{2}{N_0} \int_0^T [x(t) - s_{\Pi}(t, \varphi_{\Pi})] \times \\ \times s_k(t, C_k = M-1, \varphi_c) dt. \quad (9)$$

Алгоритм (8) по структуре подобен алгоритму обработки сигнала М-ФМ для случая, когда прием осуществляется только на фоне белого гауссовского шума [11]. Отличие заключается в наличии процедуры вычитания из принимаемой смеси $x(t)$ копии помехи, формируемой на приемной стороне. Схема содержит набор корреляторов (9), определяющих степень схожести компенсированной смеси с опорными сигналами, соответствующими всем возможным значениям информационного символа C_k .

Опорные сигналы и копия помехи содержат информацию о начальных фазах φ_c и φ_{Π} . Истинные значения этих величин можно заменить их оценочными значениями φ_c^* и φ_{Π}^* . Разработаем алгоритмы формирования этих оценок.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом гауссовской аппроксимации [8, 12] апостериорной плотности вероятности этих случайных параметров, применение которого справедливо при больших отношениях сигнал/шум и большом времени наблюдения. В данном случае такое допущение справедливо, что позволяет перейти от труднорешаемых дифференциальных уравнений для плотностей вероятностей, вытекающих из уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова [8], к приближенным соотношениям для математических ожиданий φ_{α}^* и апостериорных дисперсий $K_{\alpha\beta}$ аппроксимирующего многомерного (размерности z) гауссовского распределения:

$$\dot{\varphi}_{\alpha}^* = a_{\alpha}(\varphi^*) + \sum_{\beta=1}^z K_{\alpha\beta} \frac{\partial \langle F(t, \varphi^*) \rangle}{\partial \varphi_{\beta}^*}, \\ \dot{K}_{\alpha\beta} = \sum_{\nu=1}^z \left[\frac{\partial a_{\alpha}(\varphi^*)}{\partial \varphi_{\nu}^*} K_{\nu\beta} + \frac{\partial a_{\beta}(\varphi^*)}{\partial \varphi_{\nu}^*} K_{\alpha\nu} \right] + \\ + b_{\alpha\beta}(\varphi^*) + \sum_{\nu=1}^z \sum_{\gamma=1}^z K_{\alpha\nu} \frac{\partial^2 \langle F(t, \varphi^*) \rangle}{\partial \varphi_{\nu}^* \partial \varphi_{\gamma}^*} K_{\gamma\beta}.$$

Для независимых винеровских процессов $\varphi_c(t)$ и $\varphi_{\Pi}(t)$ коэффициенты сноса и диффузии равны [8, 13]:

$$a(\varphi_c) = a(\varphi_{\Pi}) = 0, \quad b(\varphi_c) = \frac{N_{\varphi_c}}{2}; \quad b(\varphi_{\Pi}) = \frac{N_{\varphi_{\Pi}}}{2},$$

а $K_{\varphi_c \varphi_{\Pi}} = K_{\varphi_{\Pi} \varphi_c} = 0$.

Полагая, что подстройка фаз осуществляется за время, меньшее T_s , получим уравнения оптимальной нелинейной фильтрации параметров φ_c^* и φ_{Π}^* :

$$\dot{\varphi}_c^* = K_{\varphi_c \varphi_c} \frac{\partial \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \rangle}{\partial \varphi_c^*}, \\ \dot{\varphi}_{\Pi}^* = K_{\varphi_{\Pi} \varphi_{\Pi}} \frac{\partial \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \rangle}{\partial \varphi_{\Pi}^*}, \quad (10)$$

где значения апостериорных дисперсий $K_{\varphi_c \varphi_c}$ и $K_{\varphi_{\Pi} \varphi_{\Pi}}$ определяются из следующей системы уравнений:

$$\dot{K}_{\varphi_c \varphi_c} = \frac{N_{\varphi_c}}{2} + K_{\varphi_c \varphi_c}^2 \frac{\partial^2 \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \rangle}{\partial \varphi_c^{*2}}, \\ \dot{K}_{\varphi_{\Pi} \varphi_{\Pi}} = \frac{N_{\varphi_{\Pi}}}{2} + K_{\varphi_{\Pi} \varphi_{\Pi}}^2 \frac{\partial^2 \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \rangle}{\partial \varphi_{\Pi}^{*2}}, \quad (11)$$

а

$$\langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \rangle = F_k(t, C_k = 0, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \frac{\exp J_0}{\sum_{i=0}^{M-1} \exp J_i} + \\ + F_k(t, C_k = 1, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \frac{\exp J_1}{\sum_{i=0}^{M-1} \exp J_i} + \\ + F_k(t, C_k = 2, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \frac{\exp J_2}{\sum_{i=0}^{M-1} \exp J_i} + \dots + \\ + F_k(t, C_k = M-1, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \frac{\exp J_{M-1}}{\sum_{i=0}^{M-1} \exp J_i}.$$

С учетом (4):

$$\frac{\partial \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_{\Pi}^*) \rangle}{\partial \varphi_c^*} = \\ = \frac{2A_0}{N_0} [x(t) - s_{\Pi}(t, \varphi_{\Pi}^*)] \times \\ \times \sum_{i=0}^{M-1} s_k^h(t, C_k = i, \varphi_c^*) \frac{\exp J_i}{\sum_{l=0}^{M-1} \exp J_l},$$

$$\frac{\partial \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_n^*) \rangle}{\partial \varphi_n^*} = -\frac{2\mu A_0}{N_0} \sin(\omega_n t + \varphi_n^*) \times \\ \times \left[x(t) - \sum_{i=0}^{M-1} s_k(t, C_k = i, \varphi_c^*) \frac{\exp J_i}{\sum_{l=0}^{M-1} \exp J_l} \right].$$

Здесь

$$s_k^h(t, C_k = i, \varphi_c^*) = \\ = \frac{ds_k(t, C_k = i, \varphi_c^*)}{d\varphi_c^*} = -A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_i + \varphi_c^*).$$

При большом отношении сигнал/шум последние выражения упрощаются. Если еще учесть четность и симметричность сигнального созвездия сигнала М-ФМ, то:

$$\frac{\partial \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_n^*) \rangle}{\partial \varphi_c^*} \approx \\ \approx \frac{2A_0}{N_0} \left[x(t) - s_n(t, \varphi_n^*) \right] \sum_{i=0}^{M/2-1} s_k^h(t, C_k = i, \varphi_c^*) \operatorname{th} J_i,$$

$$\frac{\partial \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_n^*) \rangle}{\partial \varphi_n^*} \approx \\ \approx -\frac{2\mu A_0}{N_0} \sin(\omega_n t + \varphi_n^*) \left[x(t) - \sum_{i=0}^{M/2-1} s_k(t, C_k = i, \varphi_c^*) \operatorname{th} J_i \right].$$

Проведя статистическое усреднение и полагая, что в установившемся режиме при малой ошибке фильтрации:

$$\cos(\varphi_n - \varphi_n^*) \approx 1, \quad \cos(\varphi_c - \varphi_c^*) \approx 1,$$

получим

$$\frac{\partial^2 \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_n^*) \rangle}{\partial \varphi_c^{*2}} \approx -\frac{A_0^2}{2N_0} \left(1 + \operatorname{th} \frac{A_0^2 T}{2N_0} \right), \\ \frac{\partial^2 \langle F_k(t, \varphi_c^*, \varphi_n^*) \rangle}{\partial \varphi_n^{*2}} \approx -\frac{\mu^2 A_0^2}{N_0}.$$

В установившемся режиме фильтрации непрерывных параметров φ_c и φ_n решение уравнений (11) стремится к стационарным значениям $\overline{K_{\varphi_c \varphi_c}}$ и $\overline{K_{\varphi_n \varphi_n}}$, производные от которых равны нулю. Следовательно,

$$\overline{K_{\varphi_c \varphi_c}} = \sqrt{\frac{N_{\varphi_c} N_0}{A_0^2 \left(1 + \operatorname{th} \frac{A_0^2 T}{2N_0} \right)}}, \quad \overline{K_{\varphi_n \varphi_n}} = \sqrt{\frac{N_{\varphi_n} N_0}{2\mu^2 A_0^2}}.$$

В результате алгоритмы (10) фильтрации случайных начальных фаз сигнала и помехи примут вид:

$$\dot{\varphi}_c^* = S_1 K_1 A_0 \left[x(t) - s_n(t, \varphi_n^*) \right] \times \\ \times \sum_{i=0}^{M/2-1} s_k^h(t, C_k = i, \varphi_c^*) \operatorname{th} J_i, \quad (12)$$

$$\dot{\varphi}_n^* = -S_2 K_2 \mu A_0 \sin(\omega_n t + \varphi_n^*) \times \\ \times \left[x(t) - \sum_{i=0}^{M/2-1} s_k(t, C_k = i, \varphi_c^*) \operatorname{th} J_i \right]. \quad (13)$$

где S_1, S_2 – крутизна характеристик управляющих элементов (УЭ) в каждом канале подстройки фазы;

$$K_1 = \frac{2K_{\varphi_c \varphi_c}}{N_0 S_1}, \quad K_2 = \frac{2K_{\varphi_n \varphi_n}}{N_0 S_2}.$$

Структурная схема квазикогерентного приемника, в котором реализуются взаимосвязанные алгоритмы (7)–(9), (12) и (13), приведена на рис. 1. Приемник содержит блок оценки дискретного символа C_k^* , две схемы фазовой автоподстройки частоты опорных генераторов Г1 и Г2 и перекрестные связи между ними.

Генераторы Г1 и Г2 формируют оценочные копии сигнала и помехи, синхронизированные по фазе с соответствующими колебаниями, содержащимися в принимаемой смеси $x(t)$. На входе приемника установлены два вычитателя. Вычитатель В1 осуществляет компенсацию гармонической помехи в принимаемой смеси, после него сигнал подается на демодулятор для принятия решения о принимаемом символе. С помощью вычитателя В2 осуществляется компенсация сигнала в принимаемой смеси, и полученное колебание в идеальном случае содержит только гармоническую помеху и шум. Оно используется схемой ФАПЧ канала помехи.

АНАЛИЗ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИНТЕЗИРОВАННОГО ПРИЕМНИКА

Перейдем к анализу помехоустойчивости синтезированного квазикогерентного приемника сигналов М-ФМ. Для этого применим методику, использованную в [2]. Вероятности символьной и битовой ошибки можно определить следующим образом:

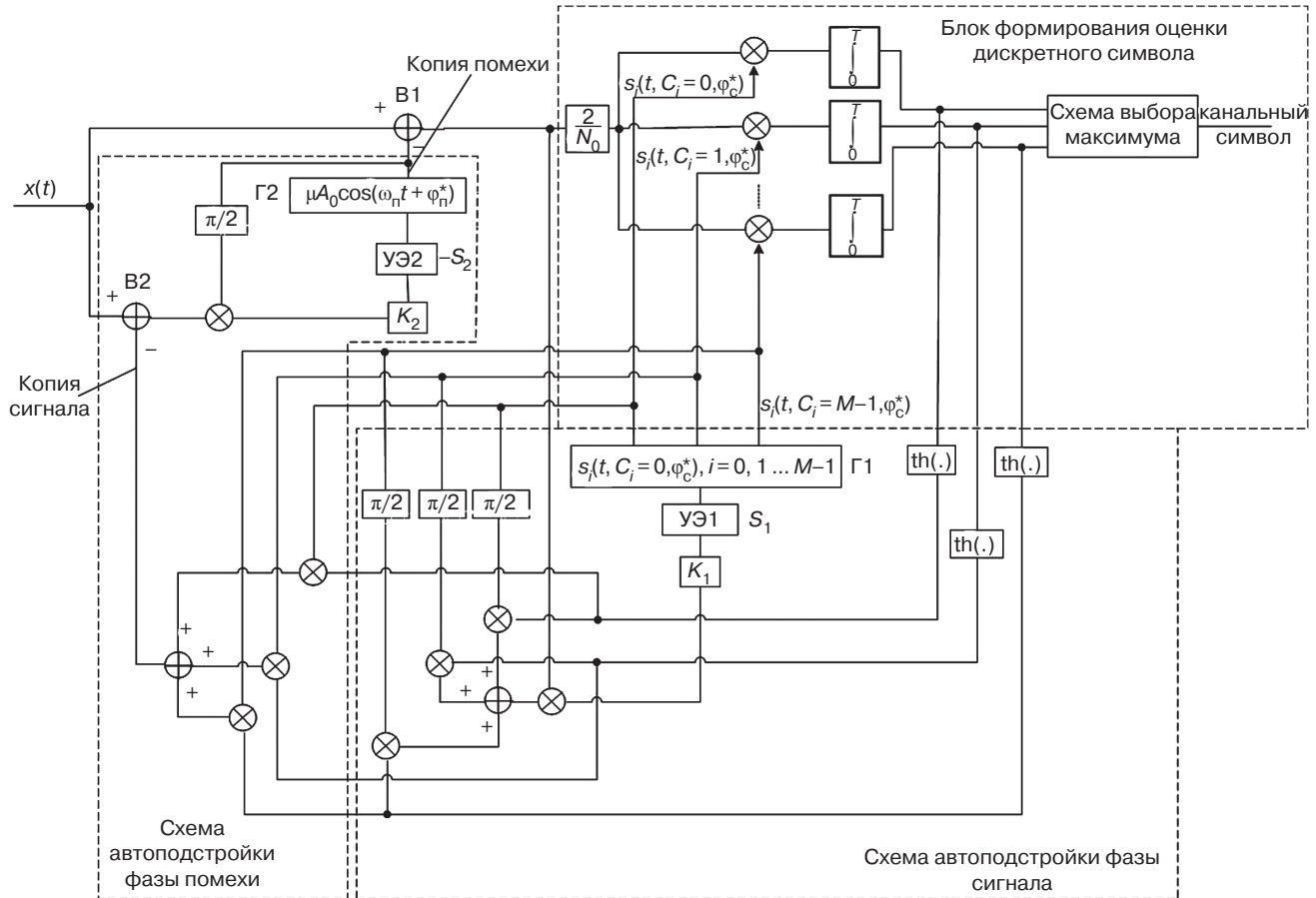


Рис. 1. Структурная схема квазикогерентного приемника сигнала М-ФМ на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой

$$P_{es} = 1 - \prod_{i=1}^{M-1} p(u_i = J_0 - J_i > 0) \Big|_0,$$

$$P_{eb} = P_{es} / \log_2 M,$$

$$\text{где } p(u_i = J_0 - J_i > 0) \Big|_0 = 1 - \Phi \left(\frac{m_{ui}}{\sqrt{D_{ui}}} \right),$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt.$$

Используя (1), (2), (9), получим

$$\begin{aligned} m_{ui} &= \langle J_0 - J_i \rangle = \frac{2E_s}{N_0} \times \\ &\times [\cos(\varphi_c - \varphi_c^*) (1 - \cos(i2\pi/M)) - \\ &- \sin(\varphi_c - \varphi_c^*) \sin(i2\pi/M)] + \\ &+ \mu \frac{2E_s}{N_0} \frac{\sin x}{x} [(\cos \eta_\Pi - \cos \eta_\Pi^*) (1 - \cos(i2\pi/M)) - \\ &- (\sin \eta_\Pi - \sin \eta_\Pi^*) \sin(i2\pi/M)], \\ D_{ui} &= \frac{4E_s}{N_0} (1 - \cos(i2\pi/M)), \end{aligned}$$

где $x = \Delta\omega_\Pi T/2$; $\Delta\omega_\Pi = \omega_\Pi - \omega_0$; $\eta_\Pi = \Delta\omega_\Pi T/2 + \varphi_\Pi - \varphi_c^*$; $\eta_\Pi^* = \Delta\omega_\Pi T/2 + \varphi_\Pi^* - \varphi_c^*$.

Параметры m_{ui} и D_{ui} являются условными по значениям φ_c , φ_c^* , φ_Π и φ_Π^* . Для получения безусловных вероятностей ошибки нужно провести соответствующее усреднение в предположении о гауссовском характере апостериорных плотностей вероятностей случайных фаз φ_c , φ_Π :

$$w(\varphi_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi K_{\varphi_c \varphi_c}}} \exp \left[-\frac{(\varphi_c - \varphi_c^*)^2}{2 K_{\varphi_c \varphi_c}} \right],$$

$$w(\varphi_\Pi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi K_{\varphi_\Pi \varphi_\Pi}}} \exp \left[-\frac{(\varphi_\Pi - \varphi_\Pi^*)^2}{2 K_{\varphi_\Pi \varphi_\Pi}} \right]$$

и о равномерном распределении величин φ_c^* , φ_Π^* на интервале $(0, 2\pi]$. Кроме того, в этом случае можно использовать приближенную формулу [8]:

$$\begin{aligned} &\ll p(u_i > 0) \Big|_0 \gg_{\varphi_c \varphi_\Pi} = \\ &= 1 - \Phi \left(\ll \frac{m_{ui}}{\sqrt{D_{ui}}} \gg_{\varphi_c \varphi_\Pi} \right) = 1 - \Phi \left(\frac{\ll m_{ui} \gg_{\varphi_c \varphi_\Pi}}{\sqrt{D_{ui}}} \right). \end{aligned}$$

Усреднение по параметрам φ_c, φ_n дает [14, 15]:

$$\begin{aligned} \langle\langle m_{ui} \rangle\rangle_{\varphi_c \varphi_n} = & \\ = \frac{2E_s}{N_0} & \left[(1 - \cos(i2\pi / M)) \exp\left(-\overline{K_{\varphi_c \varphi_n}} / 2\right) + \right. \\ + \mu \frac{\sin x}{x} & \left(\exp\left(-\overline{K_{\varphi_n \varphi_n}} / 2\right) - 1 \right) \left((1 - \cos(i2\pi / M)) \cos \eta_n^* - \right. \\ & \left. \left. - \sin(i2\pi / M) \sin \eta_n^* \right) \right]. \end{aligned}$$

Усреднить выражение по параметру η_n^* аналитически не удастся, поэтому это усреднение было проведено численным методом.

На рис. 2 показаны зависимости вероятности битовой ошибки P_{eb} от отношения сигнал/шум E_b/N_0 для квазиогерентного приемника сигналов М-ФМ разной позиционности на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой, $\Delta\omega_n = 0$ и относительной интенсивностью $\mu = 0.5$. Здесь параметрами являются априорные дисперсии набегов фаз φ_c и φ_n за время одного тактового интервала сигнала T :

$$\sigma_{\varphi_c}^2 = \frac{N_{\varphi_c} T}{2}, \quad \sigma_{\varphi_n}^2 = \frac{N_{\varphi_n} T}{2}.$$

Для сравнения на рисунке приведены кривые 1, построенные при $\mu = 0$. Далее следуют: 2 – $\sigma_{\varphi_n}^2 = 0.25$, $\sigma_{\varphi_c}^2 = 0$; 3 – $\sigma_{\varphi_n}^2 = 0$, $\sigma_{\varphi_c}^2 = 0.25$; 4 – $\sigma_{\varphi_n}^2 = 0.25$, $\sigma_{\varphi_c}^2 = 0.25$.

Анализ графиков показывает работоспособность полученных алгоритмов. При этом видно, что некомпенсированные флуктуации начальной фазы полезного сигнала оказывают большее влияние на помехоустойчивость приемника, чем аналогичные флуктуации фазы гармонической помехи. Особенно отчетливо это проявляется при малых M . Этот факт объясняется тем, что именно в фазовой структуре сигнала М-ФМ содержится информация о дискретном символе.

Влияние интенсивности помехи μ на вероятность битовой ошибки иллюстрируется кривыми на рис. 3.

Одна из них построена без цепей компенсации помехи, две другие – при совместном использовании алгоритмов (12) и (13). Видно, что в первом случае с ростом μ вероятность ошибки значительно увеличивается (от одного до нескольких порядков), а во втором случае наблюдается практически полное подавление гармонической помехи при любых значениях μ .

Сравнение полученных результатов с результатами, полученными в [2] для случая, когда цепи компенсации гармонической помехи отсутствуют, показывает, что использование полученных выше алгоритмов фильтрации фаз значительно улучшает помехоустойчивость приемника. Так, например, при $\mu = 0.5$ для вероятности ошибки $P_e = 10^{-2}$ энергетический выигрыш при $M = 2$ составляет около 2.5 дБ, при $M = 4$ – около 6 дБ, при $M = 8$ и $M = 16$ – не менее 10 дБ.

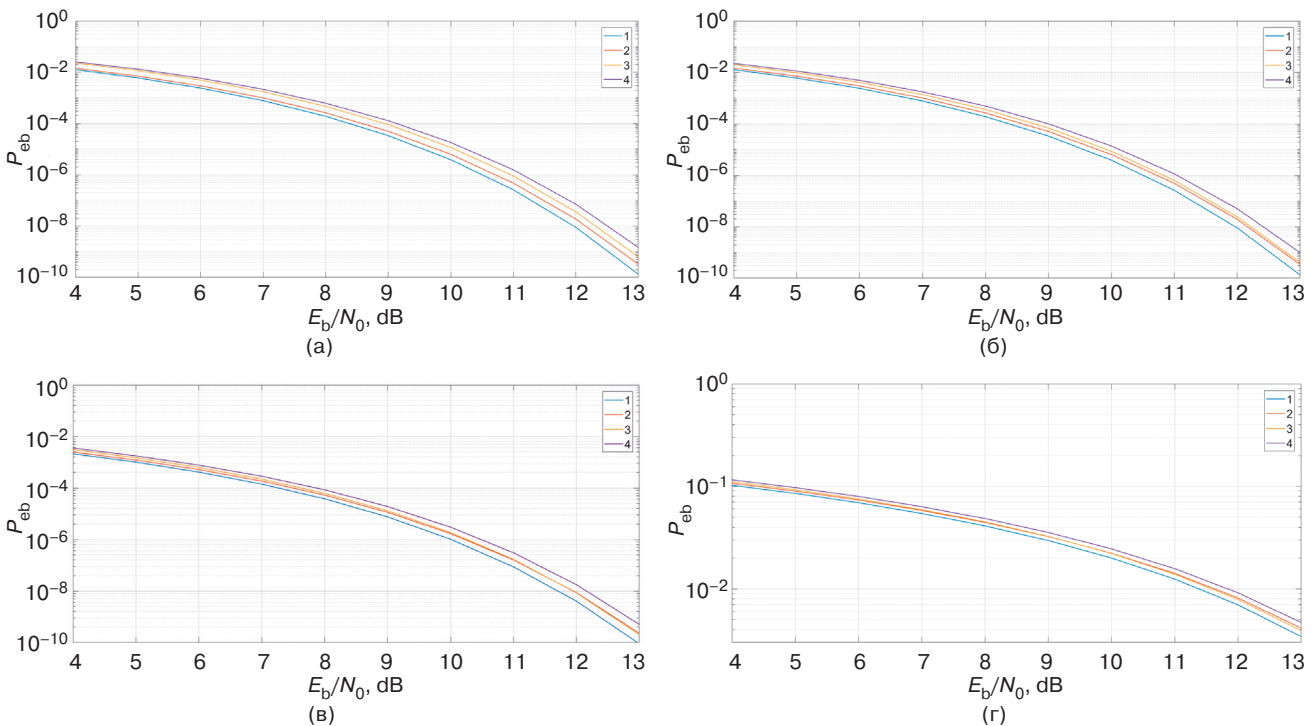


Рис. 2. Зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум при приеме сигналов М-ФМ на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой:
(а) – $M = 2$; (б) – $M = 4$; (в) – $M = 8$; (г) – $M = 16$

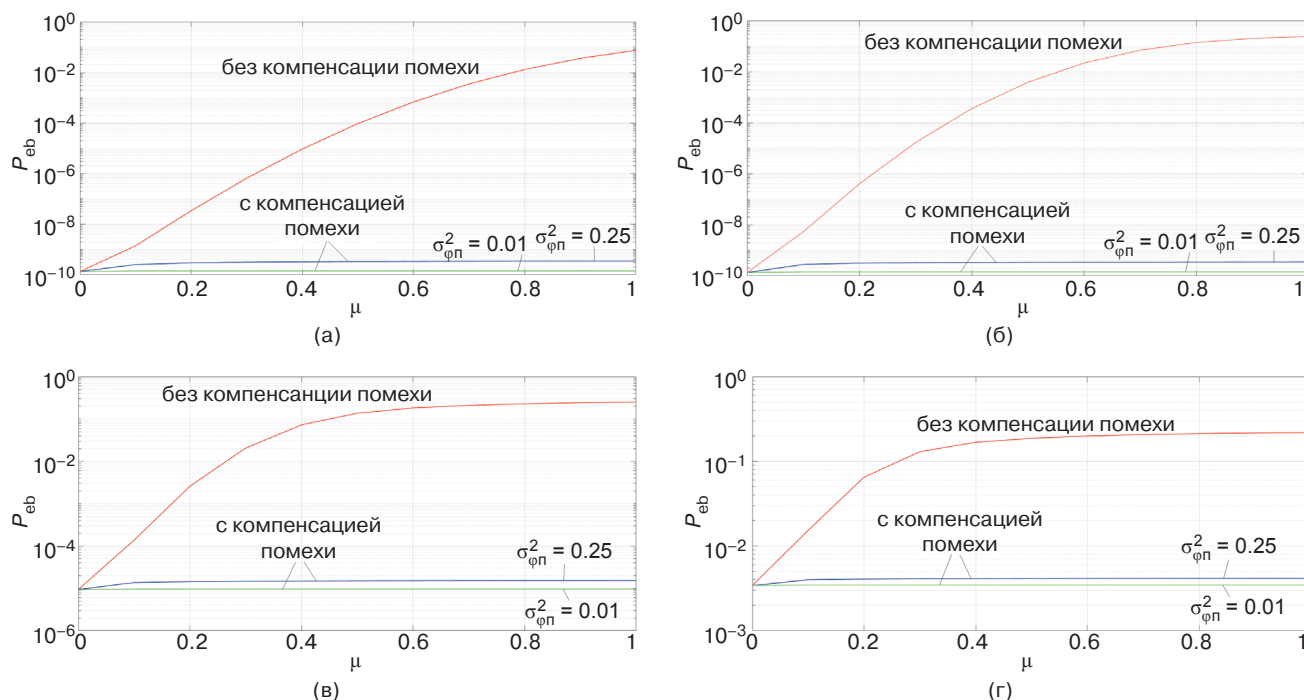


Рис. 3. Зависимости вероятности битовой ошибки от относительной интенсивности помехи ($E_b/N_0 = 13$ дБ):
(а) – $M = 2$; (б) – $M = 4$; (в) – $M = 8$; (г) – $M = 16$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезированный алгоритм оптимальной нелинейной фильтрации сигналов М-ФМ на фоне гармонической помехи со случайной начальной фазой позволяет значительно повысить помехоустойчивость приема дискретной информации в сложных помеховых условиях и обеспечить значительный энергетический выигрыш радиосистемы. Вместе с тем, необходимо отметить значительную структурную сложность такого приемника. Кроме

того, на приемной стороне должны быть априорно известны частота и уровень помехи, что на практике трудно обеспечить. В связи с этим, полученные характеристики следует оценивать как потенциально достижимые, на которые нужно ориентироваться при разработке устройств компенсации помех.

Вклад авторов. Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

Authors' contribution. All authors equally contributed to the research work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фомин А.И., Ялин А.К. Помехоустойчивость приема цифровых фазоманипулированных сигналов на фоне синусоидальной помехи и гауссовского шума. *Телекоммуникации*. 2013;10:19–26.
2. Куликов Г.В., Нгуен Ван Зунг, Нестеров А.В., Лелюх А.А. Помехоустойчивость приема сигналов с многофазной фазовой манипуляцией при наличии гармонических помех. *Наукоемкие технологии*. 2018;11:32–38.
3. Куликов Г.В., Нгуен Ван Зунг, До Чунг Тиен. Влияние фазоманипулированной помехи на помехоустойчивость корреляционного демодулятора сигналов с многопозиционной фазовой манипуляцией. *Российский технологический журнал*. 2019;7(2):18–28. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-2-18-28>
4. Нгуен Ван Зунг. Помехоустойчивость когерентного приема сигналов с многофазной фазовой манипуляцией при наличии ретранслированных помех. *Журнал радиоэлектроники*. 2019;3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.3.4>

REFERENCES

1. Fomin A.I., Yalin A.K. Noise immunity of receiving digital phase-shift keyed signals against the background of sinusoidal interference and Gaussian noise. *Telekommunikatsii = Telecommunications*. 2013;10:19–26 (in Russ.).
2. Kulikov G.V., Nguyen Van Dung, Nesterov A.V., Lelyuh A.A. Noise immunity of reception of signals with multiple phase shift keying in the presence of harmonic interference. *Naukoemkie tekhnologii = Science Intensive Technologies*. 2018;11:32–38 (in Russ.).
3. Kulikov G.V., Nguyen Van Dung, Do Trung Tien. Effect of phase-shift interference on the noise immunity of correlation demodulator of signals with multiple phase shift keying. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal*. 2019;7(2):18–28 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-2-18-28>
4. Nguyen Van Dung. Noise immunity of a coherent reception of signals with multiple phase shift keying in the presence of a retranslated interference. *Zhurnal radioelektroniki = J. Radio Electronics*. 2019;3 (in Russ.). <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.3.4>

5. Kulikov G.V., Nguyen Van Dung, Kulagin V.P. Simulation of a coherent demodulator of M-ary phase shift keying signals in the presence of non-fluctuation interferences. In: *2019 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR)*. 2019, p. 149–152. <https://doi.org/10.1109/RCAR47638.2019.9044009>
6. Петров А.В. Помехоустойчивость приема сигналов с двоичной фазовой манипуляцией при воздействии хаотической импульсной помехи со случайной длительностью и фазой радиоимпульса. *Радиотехника*. 2018;8:28–33.
7. Звонарев В.В., Карабельников И.А., Попов А.С. Вероятность ошибки приема BPSK-сигнала в присутствии подобной помехи. *Вопросы радиоэлектроники*. 2019;3:55–59. <https://doi.org/10.21778/2218-5453-2019-3-55-59>
8. Тихонов В.И., Кульман Н.К. *Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов*. М.: Сов. Радио; 1975. 704 с.
9. Тихонов В.И. *Статистическая радиотехника*. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь; 1982. 624 с.
10. Тихонов В.И., Харисов В.И., Смирнов В.А. Оптимальная фильтрация дискретно-непрерывных процессов. *Радиотехника и электроника*. 1978;23(7):1441–1452.
11. Прокис Дж. *Цифровая связь*: пер. с англ.; под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь; 2000. 800 с. ISBN 5-256-01434-X
12. Ярлыков М.С., Миронов М.А. О применимости гауссовой аппроксимации в марковской теории оптимальной нелинейной фильтрации. *Радиотехника и электроника*. 1972;17(11):2285–2294.
13. Ярлыков М.С. *Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике*. М.: Сов. Радио; 1980. 258 с.
14. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*. М.: Наука; 1971. 1108 с.
15. Бейтмен Г., Эрдейи А. *Таблицы интегральных преобразований*: в 2 т.; пер с англ. М.: Наука; 1968. Т. 1. 344 с.
5. Kulikov G.V., Nguyen Van Dung, Kulagin V.P. Simulation of a coherent demodulator of M-ary phase shift keying signals in the presence of non-fluctuation interferences. In: *2019 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR)*. 2019, p. 149–152. <https://doi.org/10.1109/RCAR47638.2019.9044009>
6. Petrov A.V. Anti-jam robustness of binary phase shift keyed signals receiving under the impact of chaotic impulsive jamming with random duration and phase of radio-impulse. *Radiotekhnika = J. Radioengineering*. 2018;8:28–33 (in Russ.).
7. Zvonarev V.V., Karabelnikov I.A., Popov A.S. Probability of BPSK signal reception error in presence of similar hindrance. *Voprosy radioelektroniki = Issues of Radio electronics*. 2019;3:55–59 (in Russ.). <https://doi.org/10.21778/2218-5453-2019-3-55-59>
8. Tikhonov V.I., Kul'man N.K. *Nelineinaya fil'tratsiya i kvazikogerentnyi priem signalov (Nonlinear filtering and quasi-coherent signal reception)*. Moscow: Sovetskoe Radio; 1975. 704 p. (in Russ.).
9. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika (Statistical radio engineering)*: 2nd ed. Moscow: Radio i svyaz'; 1982. 624 p. (in Russ.).
10. Tikhonov V.I., Kharisov V.I., Smirnov V.A. Optimal filtration of discrete-continuous processes. *Radiotekhnika i elektronika = Radio Engineering and Electronics*. 1978;23(7):1441–1452 (in Russ.).
11. Proakis J.G. *Digital communications*. 3th ed. McGraw-Hill Book Co.; 1995. 956 p. [Prokis J. *Tsifrovaya svyaz' (Digital communication)*. Moscow: Radio i svyaz'; 2000. 800 p. (in Russ.). ISBN 5-256-01434-X]
12. Yarlykov M.S., Mironov M.A. On the applicability of the Gaussian approximation in the Markov theory of optimal nonlinear filtering. *Radiotekhnika i elektronika = Radio Engineering and Electronics*. 1972;17(11):2285–2294 (in Russ.).
13. Yarlykov M.S. *Primenenie markovskoi teorii nelineinoy fil'tratsii v radiotekhnike (Application of the Markov theory of nonlinear filtering in radio engineering)*. Moscow: Sovetskoe Radio; 1980. 258 p. (in Russ.).
14. Gradshtein I.S., Ryzhik I.M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedenii (Tables of integrals, sums, series and products)*. Moscow: Nauka; 1971. 1108 p. (in Russ.).
15. Bateman H., Erdelyi A. *Tables of integral transforms*. V. 1. New York: McGraw-Hill Book Co.; 1954. 344 p. [Beitmen G., Erdeii A. *Tablitsy integral'nykh preobrazovaniy (Tables of integral transforms)*: in 2 v. Moscow: Nauka; 1968. V. 1. 344 p. (in Russ.).]

Об авторах

Куликов Геннадий Валентинович, д.т.н., профессор, кафедра радиоэлектронных систем и комплексов Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: kulikov@mirea.ru. Scopus Author ID 36930533000, <http://orcid.org/0000-0001-7964-6653>

До Чунг Тиен, аспирант, кафедра радиоэлектронных систем и комплексов Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: dotrungtien1993@gmail.com.

Самохина Елена Викторовна, к.т.н., доцент, кафедра телекоммуникаций Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: samohina@mirea.ru.

About the authors

Gennady V. Kulikov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Radio electronic systems and complexes, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: kulikov@mirea.ru. Scopus Author ID 36930533000, <http://orcid.org/0000-0001-7964-6653>

Do Trung Tien, Postgraduate Student, Department of Radio electronic systems and complexes, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: dotrungtien1993@gmail.com.

Elena V. Samokhina, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Telecommunications, Institute of Radio Engineering and Telecommunications Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: samokhina@mirea.ru.