Russian Technological Journal. 2021;9(5):67–83 ISSN 2500-316X (online)

УДК 519.833, 51-77
https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-67-83

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Математическое моделирование некоторых социальных процессов с помощью теоретико-игровых подходов и принятие на их основе управленческих решений

К.Е. Красников @

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия
@ *Автор для переписки, e-mail: krasnikovkirill@yandex.ru*

Резюме. В статье с помощью теоретико-игровых подходов моделируется человеческое сообщество как динамическая система и исследуется, какое влияние оказывают на состояние этой системы такие этические нормы поведения, как эгоизм и альтруизм, мораль (на примере императива Канта или Золотого правила нравственности), а также изучается вопрос определения эффективности сообщества в зависимости от превалирующего среди его представителей мировоззрения. На примере игровой модели социального выбора между двумя нормами поведения: одной общепринятой, но устаревшей, и другой новой, еще не распространенной, но более передовой и прогрессивной, показывается, что сообщества, среди представителей которых преобладает преимущественно эгоистическое мировоззрение, менее склонны к инновациям и отказу от устаревших норм поведения. И наоборот: те сообщества, представители которых разделяют базовые этические принципы, увереннее и быстрее переходят к более передовым и благоприятным для сообщества в целом поведенческим нормам. В заключении работы с помощью модели пороговых значений, определяющих коллективный выбор, исследуется вопрос, какие преимущества приобретает сообщество, в котором ведется целенаправленная воспитательная, просветительская деятельность, призванная повысить уровень морали и нравственности среди его представителей. Полученные результаты могут быть использованы, во-первых, в качестве составной части курса по математическим основам этики, который мог бы исполнять функции воспитательной работы в высших и средних учебных заведениях, а, во-вторых, для целей оценки эффективности проводимой воспитательной работы и государственного планирования в сферах воспитания и образования.

Ключевые слова: теория игр, конфликтные равновесия, моделирование социально-этических норм поведения

• **Поступила:** 28.12.2020 • **Доработана:** 26.05.2021 • **Принята к опубликованию:** 12.07.2021

Для цитирования: Красников К.Е. Математическое моделирование некоторых социальных процессов с помощью теоретико-игровых подходов и принятие на их основе управленческих решений. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):67–83. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-67-83

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Mathematical modeling of some social processes using game-theoretic approaches and making managerial decisions based on them

Kirill E. Krasnikov @

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia
@ Corresponding author, e-mail: krasnikovkirill@yandex.ru

Abstract. In this article, using game-theoretic approaches, the human community is modeled as a dynamic system, and the influence of such ethical norms of behavior as egoism and altruism, morality (on the example of the Kant imperative or the Golden Rule of Morality) on the state of this system is investigated, as well as the question of determining the effectiveness of the community depending on the prevailing worldview of its representatives. Using the example of a game model of social choice between two norms of behavior – one generally accepted, but outdated, and another, new, not yet widespread, but more advanced and progressive – it is shown that communities, among whose representatives a predominantly egoistic worldview prevails, are less likely to innovate and abandon outdated norms of behavior. Conversely, those communities whose representatives share basic ethical principles are more confident and quickly moving to advanced and progressive norms. In conclusion, the paper examines the question of what advantages a society acquires in which purposeful educational and educational activities are conducted, designed to increase the level of morality and morality among its representatives. The results obtained can be used, firstly, as an integral part of the course on the mathematical base of ethics, which could perform the functions of educational work in higher and secondary educational institutions; and, secondly, for the purposes of evaluating the effectiveness of educational work and state planning in this area.

Keywords: game theory, conflict equilibria, behavioral economics

• **Submitted:** 28.12.2020 • **Revised:** 26.05.2021 • **Accepted:** 12.07.2021

For citation: Krasnikov K.E. Mathematical modeling of some social processes using game-theoretic approaches and making managerial decisions based on them. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):67–83 (in Russ.). https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-67-83

Financial disclosure: The author has no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Что движет миром? Как известно, миром движут идеи. Поскольку человеческое сообщество является примером динамической системы, его состояние в каждый момент времени определяется некими внутренними и внешними параметрами. Если, например, состояние пара внутри парового двигателя определяется давлением и температурой, то состояние сообщества людей определяется преобладающими в данном сообществе культурными и мировоззренческими принципами.

Эти мировоззренческие принципы закладываются для каждого представителя сообщества преимущественно в процессе образования и воспитания. Поэтому для выстраивания государственной политики в сфере образования и культуры крайне важно изучить и проанализировать, какое влияние оказывают на развитие общества преобладающие в нем морально-этические ценности.

1 сентября 2020 г. вступили в силу внесенные Президентом РФ и принятые Государственной Думой поправки к закону «Об образовании в РФ». В результате этих поправок в законе появилось определение воспитания, как деятельности, направленной «*на развитие личности, создание условий для самоопределения и социализации обучающихся на основе социокультурных, духовно-нравственных ценностей*», а также «*формирование у обучающихся чувства патриотизма и гражданственности, уважения к памяти защитников Отечества… к закону*

и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа РФ, к природе…» [1].

Также закон предписывает средним, средним профессиональным и высшим учебным заведениям в течение года (до 1 сентября 2021 г.) скорректировать свои образовательные программы и включить в них рабочие программы воспитания и календарный план воспитательной работы.

Однако какие именно ценности следует культивировать в подрастающем поколении?

Как эти ценности повлияют на развитие общества в целом, когда учащиеся, достигнув зрелого возраста, станут его полноценными представителями?

И главное, как следует оценивать эффективность проводимой воспитательной работы?

Помочь ответить на эти и другие возникающие вопросы могут не только философия и психология, но и, как это не покажется удивительным, математика, в частности, одно из ее прикладных направлений – теория игр.

В данной статье с помощью теоретико-игровых подходов моделируется влияние таких норм поведения, как эгоизм и альтруизм, мораль (понимаемая здесь в смысле императива Канта или близкого к нему по значению Золотого правила нравственности) на процесс принятия решений индивидуумами в некотором человеческом сообществе.

В работе строится игровая модель выбора между двумя нормами поведения: одной общепринятой, но менее эффективной, и второй – новой, еще малоизвестной, но при этом более благоприятной в случае ее повсеместного распространения для сообщества в целом. Данная модель весьма показательно иллюстрирует, как превалирующие среди представителей сообщества морально-этические нормы могут вести сообщество либо к прогрессу и благополучию, либо, напротив, к упадку и деградации.

В заключении работы сделана попытка смоделировать, как влияет на процесс принятия решений представителями сообщества воспитательная, просветительская деятельность, в результате которой уровень морали в обществе растет по определенному закону.

Прежде чем приступить к изложению основной части работы, дадим краткий обзор имеющихся результатов в данной области, полученных представителями отечественной и зарубежной научной мысли.

ОБЗОР ПРИМЕРОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭТИЧЕСКИХ НОРМ ПОВЕДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫХ ПОДХОДОВ

Со времен отца-основателя экономической теории Адама Смита [2] было принято считать, что человеком движет прежде всего индивидуалистический мотив максимизации личного благосостояния. Появился даже термин *homo economicus* – человек рациональный.

Однако даже сам Адам Смит ставил под сомнение эту предпосылку. Например, в работе «Теория нравственных чувств» [3] он уже вводит понятие «симпатия» – чувство, присущее людям и заставляющее их поступать иногда в ущерб исключительно личным интересам.

В XX веке появилось такое направление, как поведенческая экономика (*behavioral economics*), изучающая, какое влияние оказывают на принятие решений психологические, морально-этические, когнитивные и культурные факторы. Этот анализ является крайне востребованным, поскольку более реалистично учитывает все аспекты, влияющие на принятие решения человеком, нежели это принято в ставшей классической, но тем не менее упрощенной и часто довольно грубой модели *homo economicus*.

Поскольку одним из математических инструментов, используемых для анализа экономических явлений, является теория игр, то и в этой области сделано немало для моделирования процессов и явлений, которые, как прежде казалось, были предметом изучения скорее социологии, философии и психологии.

Одна из первых попыток смоделировать морально-этические нормы поведения с помощью теоретико-игровых подходов была предпринята в 1955 году профессором Брайсвайтом в прочитанной им в Кембридже лекции [4] и с тех пор регулярно появляется в работах разных исследователей, занимающихся теорией игр.

Например, нобелевский лауреат Дж. Харсаньи в своей работе «Модели теории игр и принятия решений в этике» [5] утверждает, что этическое (или моральное) поведение основано на понятии коллективной рациональности, которая выходит за рамки традиционной для теории игр концепции максимизации каждым участником сугубо индивидуального или кооперативного дохода: «*Теорию рационального поведения в социальной среде можно разделить на теорию игр и этику. Теория игр имеет дело с двумя или более индивидами, часто имеющими очень разные интересы, которые пытаются максимизировать свои собственные (эгоистичные или бескорыстные) интересы рациональным образом против всех других индивидов, которые также пытаются максимизировать свои собственные интересы (эгоистичные или бескорыстные)*» [5].

А в работе «Утилитаризм правил и теория принятия решений» [6] Дж. Харсаньи использует основополагающие концепции утилитаризма для построения более реалистичной модели принятия решений индивидуумами в социуме. Утилитаризм – направление в этике, согласно которому моральная или нравственная ценность любого поступка определяется совокупной *полезностью* или пользой, которую этот поступок приносит всем индивидуумам, на которых данное действие оказывает влияние [7]. В этой связи в теоретико-игровой интерпретации Дж. Харсаньи вводит *функцию социальной полезности*, значение которой для каждого участника в каждой точке (каждой стратегии поведения), определяется средним значением полезностей всех участников: $W_i(s) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} U_i(s)$ [5]. Более подробно теория полезностей излагается в работе [8].

В настоящее время идеи Дж. Харсаньи были существенно развиты в работах многих современных специалистов по поведенческой экономике и теории игр [9–11].

Отдельного внимания заслуживает так называемая эволюционная теория игр, являющаяся приложением теории игр к исследованию развития популяций в биологии, а также в социологии. Особенностью этой теории является то, что в ней, как правило, рассматриваются повторяющиеся игры, и, соответственно, каждая стратегия оценивается по тому, насколько она является эволюционно устойчивой, то есть способной пройти проверку временем. Например, применительно к биологии различные стратегии представляют собой определяющие поведение особей генетические черты, которые наследуют потомки от своих пращуров. Именно с позиций эволюционной теории игр удалось обосновать нередко наблюдаемые в природе, особенно у социальных видов, примеры «джентльменского» и даже альтруистического поведения, то есть поведения на благо вида, что никак не согласовывалось с дарвиновским предположением о том, что естественный отбор происходит на индивидуальном уровне [12, 13].

Среди трудов отечественных ученых в качестве примера можно привести работу Ю.Б. Гермейера и И.А. Вателя «Игры с иерархическим вектором интересов» [14]. Рассматривая задачу распределения ресурсов между личными и общественными нуждами, авторы вводят понятие «эгоизма» по отношению к нуждам данного сообщества в том случае, если участник предпочитает тратить все имеющиеся в его распоряжении средства исключительно на личные цели, игнорируя при этом интересы сообщества.

Ряд идей, предложенных Ю.Б. Гермейером и И.А. Вателем, нашел свое отражение в работах, посвященных модели согласования общих и частных интересов (СОЧИ-модель) [15, 16]. В этой модели рассматривается двухуровневое сообщество и, как и в работе [14], исследуется вопрос распределения ресурсов между частными и общественными нуждами. При этом в работе [16] вводятся классы «индивидуалистов» и «коллективистов», на которые можно поделить участников задачи в зависимости от того на личные или общественно полезные цели они предпочитают расходовать свои ресурсы.

В 2017 году в специализирующемся на теории игр журнале «Games» (Базель, Швейцария) вышел специальный выпуск под заголовком «Этика, мораль и теория игр» [10], в котором были собраны статьи разных современных авторов, объединенные общей тематикой моделирования морально-этических норм и их влияния на принятие решений участниками игровой задачи.

В работе «Стратегии поведения моралистов и альтруистов» [11], помимо уже отмечавшихся нами типов поведения, основанных на индивидуализме и коллективизме, вводится также третий тип участников, которые руководствуются при выборе своей стратегии поведения императивом Канта, согласно которому «*человек должен стремиться к тому, чтобы максима его поступка могла стать частью всеобщего законодательства*» [7] или же Золотым правилом нравственности: «*как ты хочешь, чтобы с тобой поступали люди, так и ты поступай с ними*» [17]. Суть такого поведения применительно к теоретико-игровой модели сводится к тому, что прежде чем выбрать свою стратегию, каждый участник допускает, что с определенной вероятностью все участники выберут ту же стратегию, и уже исходя из этого допущения, принимается решение, как именно следует поступить.

По аналогии с термином *homo economicus – человек рациональный*, которым именуется первый тип участников-индивидуалистов, руководствующихся исключительно интересом максимизировать свой личный доход, игроки третьего класса именуются в работе [11] *homo moralis – человек нравственный*.

Этот тип поведения может быть весьма успешно использован для моделирования некоторых социальных, экономических и других процессов, поскольку в ряде случаев он более реалистично описывает процесс принятия решения человеком, нежели классическая модель максимизации (минимизации) собственной платежной функции.

В данной работе на примере задачи на согласование (*coordination game*) рассматривается динамическая модель социального выбора между двумя нормами поведения: одной традиционной, но менее благоприятной и эффективной, и новой, еще не применяемой большинством участников. Однако применение новой нормы подавляющей частью представителей рассматриваемого сообщества позволит сообществу в целом достичь гораздо лучших результатов. При этом показывается, что именно игроки класса *homo moralis* способны в каком-то смысле послужить примером, использовать новую норму поведения, даже находясь первое время в меньшинстве и терпя убытки, и тем самым постепенно вывести общество на принципиально новый качественный уровень.

Поскольку в естественных условиях, как показывается в работе, переход на новую норму поведения может не произойти, рассматривается также модель обучения, предполагающая, что уровень морали и «сознательности» в сообществе в результате некоторой просветительской деятельности повышается по определенному закону. Это приводит к тому, что все большее количество индивидуумов переходит на новую норму поведения, и постепенно она становится общепринятой в обществе, что ведет сообщество к несомненному прогрессу.

МОДЕЛЬ

В данной работе рассматривается игровая модель N участников, предполагающая, что все участники выбирают свои стратегии из одного и того же множества допустимых стратегий.

Допущение 1. Пусть Q – метрическое пространство, G – компактное множество: $G\overset{\Delta}{=}Q^N=\underbrace{Q\times\ldots\times Q}_{N}$.

Пусть на множестве G определены непрерывные функции (функционалы) $J_i(q), i=\overline{1,N}, q=(q_1,\ldots,q_N)\in G$. q_i – стратегия *i*-го игрока, $q_i\in Q, q^i\overset{\Delta}{=}(q_1,\ldots,q_{i-1},q_{i+1},\ldots,q_N)$ – стратегии остальных $N-1$ игроков при фиксированной стратегии q_i *i*-го игрока, $q^i\in Q^{N-1}$. $J_i(q)$ – *платежная функция* (*функционал*) игрока *i*, которая определяет размер некого блага или ресурса, который получает *i*-й участник, при выборе им стратегии q_i и при выборе стратегии q^i остальными участниками. При этом функции $J_i(q), i=\overline{1,N}$ предполагается рассматривать как трансферабельные, то есть предполагающие возможность любого деления и распределения между игроками.

Пусть $J(q)\overset{\Delta}{=}\sum\limits_{k=1}^{N}J_k(q)$ – суммарная платежная функция всех игроков, $J^i(q)\overset{\Delta}{=}\sum\limits_{k\neq i}J_k(q)$ – суммарная платежная функция всех игроков кроме *i*-го.

Определение 1. *Игровую задачу, удовлетворяющую допущению 1, будем называть классической игрой* (*или игрой* G^{he}), *если каждый из игроков, выбирая стратегию* $q_i\in Q$, *стремится обеспечить максимум своей платежной функции* $J_i(q_i,q^i)$.

Это классическая постановка задачи теории игр, моделирующая поведение, основанное на преследовании исключительно личных интересов. Чтобы отразить тот факт, что каждый игрок максимизирует лишь собственную платежную функцию и отличить ее от модели, определяемой в следующих пунктах, будем называть ее также моделью *участников*-«*индивидуалистов*» или же моделью *homo economicus*, как она называется в работе [11].

В качестве альтернативы рассматривается класс игровых задач, в которых предполагается, что каждый игрок с некоторым весовым коэффициентом учитывает интересы других участников задачи. Данный факт моделируется переходом от первоначально поставленной задачи, характеризующейся набором платежных функций $\{J_i, i=\overline{1,N}\}=\{J_i\}$, к вспомогательной задаче, определяемой параметрическим семейством *функций полезности* $\{U_i(J_k,\alpha)\}=\{U_i\}$.

Определение 2. *Игровую задачу, удовлетворяющую допущению 1, будем называть игрой* G^{α}, *если каждый из игроков стремится обеспечить максимум своей функции полезности* U_i, *которая выражается через платежную функцию данного игрока* $J_i(q)$ *и суммарную платежную функцию остальных игроков* $J^i(q)$ *следующим образом:*

$$\begin{aligned}&U_i(q)=(1-\alpha)J_i(q)+\frac{\alpha}{N-1}J^i(q),\\&q\in G,\alpha\in\mathbb{R},\alpha\in\left[0,\frac{N-1}{N}\right],i=\overline{1,N}.\end{aligned}\qquad(1)$$

Воспользуемся заменой: $\beta\overset{\Delta}{=}\alpha\frac{N}{N-1}$. Поскольку $\alpha\in\left[0,\frac{N-1}{N}\right]$, то $\beta\in[0,1]$, и функцию полезности $U_i(q)$ можно записать в следующем виде:

$$U_i(q)=(1-\beta)J_i(q)+\frac{\beta}{N}J(q),\beta\in[0,1].\qquad(2)$$

В такой форме модель, определяемую функциями полезности (2), можно рассматривать как игру на общественное благо (*public goods game*), где функции $\beta J_i(q)$ определяют вклад *i*-го участника в некоторые общественно значимые нужды. Слагаемое $(1-\beta)J_i(q)$ определяет ту часть ресурса, которую он оставляет для собственных нужд, а сумма $\frac{\beta}{N}J(q)$ определяет то, что он получает от общества.

В отличие от первой модели участников-«индивидуалистов», модель, задаваемая определением 2, предполагает отсутствие прямого антагонизма между участниками и даже в некоторой степени учет интересов других, что следует из самой формы функции (1). Поэтому данную модель можно также назвать моделью *участников-«коллективистов»*. Отметим, что в ряде работ (например, в [2, 4, 6]) подобные модели, но с несколько отличным видом функций полезности U_i, именуются моделями *участников-«альтруистов»*.

Исследованию этой модели посвящен ряд работ автора. Например, в работе [18], показывается, что в классе участников-«коллективистов» G^{α} при определенной степени сотрудничества между ними, что моделируется параметром α, ситуация с наибольшим значением суммарной платежной функции J становится сильнейшим игровым равновесием.

Переходя к рассмотрению третьей модели, которой преимущественно и посвящена данная работа, отметим, что у типов поведения и принятия решения, задаваемых определениями 1 и 2, есть нечто общее. Как игроки «индивидуалисты», так и игроки «коллективисты» (или «альтруисты», как их называют в ряде работ) несколько неразборчивы в средствах: если первые преследуют исключительно личный интерес, то вторые с некоторым весовым коэффициентом заботятся и об общественном благосостоянии. Поскольку согласно допущению 1 множество возможных стратегий (действий) у всех участников одинаковое (Q), то игроки обоих классов не учитывают при выборе своей стратегии, что произойдет в случае, если остальные участники выберут ту же стратегию. Однако такой анализ осуществляют игроки третьего класса *homo moralis – человек нравственный*, как он именуется в работах [11, 19].

В основе типа поведения, соответствующего данному классу, лежит известный этический принцип – категорический императив Канта: «*поступай так, чтобы максима твоей воли могла бы быть всеобщим законом*» [20]. Близкий по смыслу принцип известен в этике под наименование «*Золотое правило нравственности*»: «*Поступай с другими так, как желаешь, чтобы другие поступали с тобой*» [21].

В работах [11, 19] данный принцип предлагается моделировать следующим образом. Пусть *i*-й участник предполагает, что каждый из оставшихся игроков с вероятностью $k_i \in [0,1]$ (который можно воспринимать, как уровень морали данного участника) выберет ту же стратегию, что и он, и с вероятностью $(1-k_i)$ – отличную стратегию. Таким образом, каждый участник, выбирая стратегию $q_i \in Q$, получает известную из теории вероятностей схему Бернулли из $N-1$ испытания (соответствующих оставшимся игрокам), и с двумя исходами для *j*-го испытания, $j=\overline{1,N-1}$: *j*-м участником выбрана стратегия $q_j = q_i$ или же выбрана другая стратегия $(q_j \neq q_i)$. При этом вместо первоначальных платежных функций игра проводится на функциях полезности, которые для каждого игрока представляют собой математические ожидания описанного биноминального распределения.

Определение 3. *Игровую задачу, удовлетворяющую допущению 1, будем называть игрой* G^{hm} (*игрой в классе homo moralis*), *если каждый из игроков вместо своей первоначальной платежной функции* J_i *стремится обеспечить максимум функции полезности* W_i, *определяемой как математическое ожидание случайной величины* $J_i(q_i, \tilde{q}^i)$:

$$W_i(q_i, q^i) = \mathbb{E}_{k_i}[J_i(q_i, \tilde{q}^i)],$$
$$q_i \in Q, k_i \in \mathbb{R}, k_i \in [0,1], i = \overline{1,N}, \tag{3}$$

где $\tilde{q}^i$ – случайный $(N-1)$-мерный вектор, принимающий значения из Q^{N-1} и имеющий следующее распределение: с вероятностью $k_i^m(1-k_i)^{N-m-1}$ ровно $m \in \{0,\ldots,N-1\}$ из его компонент принимают значение равное q_i, а остальные компоненты сохраняют свои первоначальные значения.

Отметим, что для каждого *m* имеется $\binom{N-1}{m} \overset{\Delta}{=} C_{N-1}^{m}$ способов выбрать *m* из *N* – 1 компоненты q^i.

Отметим также, что при $k_i = 0$ ненулевая (а единичная, то есть полная) вероятность будет только у одного значения случайного вектора $\tilde{q}^i = q^i$, т.е. случайный вектор принимает единственное значение – то, которое стоит в аргументе функции W_i. В этом случае $W_i(q_i, q^i) \equiv J_i(q_i, q^i)$, т.е. игроки класса *homo moralis* с нулевым уровнем коэффициента k_i фактически являются участниками-индивидуалистами первого класса G^{he}. Более наглядно это будет продемонстрировано в рассматриваемой ниже модели социального выбора.

Например, для игры трех лиц функция полезности (3) приобретает вид:

$$W_i(q_i, q_j, q_k) = (1-k_i)^2 J_i(q_i, q_j, q_k) + k_i(1-k_i) \times$$
$$\times J_i(q_i, q_i, q_k) + k_i(1-k_i) J_i(q_i, q_j, q_i) + k_i^2 J_i(q_i, q_i, q_i).$$

СОЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ВЫБОРА МЕЖДУ ДВУМЯ ПОВЕДЕНЧЕСКИМИ НОРМАМИ

Проиллюстрируем разницу между тремя введенными в предыдущем разделе поведенческими типами на примере игры на согласование (*coordination game*). Под играми на согласование подразумевается класс игровых задач в чистых стратегиях, в которых участники получают значительно больший выигрыш в случае, если выбирают одинаковые или соответствующие друг другу стратегии, нежели если выбирают различные стратегии. Такой тип игровых задач моделирует те жизненные ситуации, когда некие новые, прогрессивные нормы поведения в случае использования единицами не оказывают существенного эффекта, но в случае применения многими оказывают существенное влияние на жизнь сообщества. Допустим, раздельный сбор мусора в случае применения небольшой группой энтузиастов не оказывает особого влияние на экологическую обстановку в регионе, но когда такая стратегия поведения становится нормой и используется большинством представитетелей сообщества, такой вид утилизации отходов способен существенно сократить загрязнение окружающей среды. Если рассматривать эту ситуацию в качестве игровой модели, то перед каждым представителем сообщества появляются две стратегии: поступать по-старому или использовать новые модели поведения.

В качестве примера игры на согласование с двумя участниками рассмотрим следующую задачу из работы Эдны Ульман-Маргалит «Появление норм» [22]. Пусть два артиллериста во время боевых действий сталкиваются с выбором: бежать от наступающего врага или остаться и продолжать сражаться. Их орудие находится в стратегически важном проходе. Если оба останутся, у них есть значительные шансы получить ранение, но при этом, с большой долей вероятности, наступление противника будет остановлено. Если оба убегут, враг сможет взять горный перевал, обогнать и захватить их. Если один из них останется, а другой сбежит, отважный артиллерист погибнет в бою, а другой – наводчик – будет иметь достаточно времени, чтобы благополучно сбежать. Предполагая, что оба пытаются пережить это испытание, желательно невредимыми, у каждого солдата есть причины бежать. Каждый наводчик имеет выбор: бежать или остаться и сражаться.

Таблица 1. Платежная матрица задачи

	Сражаться	Бежать
Сражаться	(2, 2)	(0, 3)
Бежать	(3, 0)	(1, 1)

Отметим также, что игры на согласование имеют и массу экономических приложений, что показано в работе [5].

Теперь перейдем к рассмотрению игры на согласование, описанной в работе [2] и представляющей социальную модель выбора в задаче со многими участниками. Пусть N участников некоторого сообщества независимо друг от друга делают выбор между двумя нормами поведения (стратегиями) A и B. Причем норма A является более эффективной, чем норма B в том смысле, что если все индивидуумы перейдут на норму A, то благосостояние (в широком смысле этого слова) каждого участника будет выше, чем в случае, когда все выбирают B. Однако норма B является общепринятой, поэтому в начале рассматриваемой социальной модели все участники выбирают норму B, а норма A является для них новой.

Например, нередко мы сталкиваемся с тем, что молодые люди, проходя процесс социализации, оказываясь в новых социальных группах (одноклассники, друзья, однокурсники и т.д.), перенимают от некоторых представителей этих групп не всегда полезные привычки. Но бывают и обратные примеры. Представим себе компанию знакомых, зависимых от какой-либо вредной привычки. Если кому-то из этой компании удается расстаться с этой привычкой, то первое время он испытывает определенный дискомфорт, поскольку становится своего рода «белой вороной». Однако постепенно примеру этого человека начинают следовать другие, и, начиная с некоторой критической доли отказавшихся, уже на тех, кто подвержен вредной привычке, начинают «косо смотреть». Постепенно и в обществе в целом начинает изменяться отношение к этой вредной привычке: вводится запрет на ее рекламу в СМИ, запрещается продажа несовершеннолетним и т.д. Таким образом, изменение отношения в обществе и усиливающиеся ограничения делают следование вредным привычкам все более и более сложным, пока, наконец, здоровый образ жизни не становится нормой. Это в свою очередь приводит к уменьшению различных заболеваний, рождению более здоровых детей, укреплению генофонда – одним словом, переход на новую норму поведения оказывает весьма позитивное воздействие на развитие сообщества в целом. Можно привести массу других аналогичных примеров.

Постараемся выяснить, при каких условиях сообщество способно будет перейти с менее эффективной, старой нормы B на более эффективную новую норму A. Для этого сформулируем описанную модель в терминах игровой задачи. Сначала рассмотрим статический случай, а потом исследуем, как будет вести себя модель в динамике.

Пусть $q_i \in Q = \{0,1\}$ – выбор i-го участника, где $q_i = 1$ означает, что выбрана норма A, а $q_i = 0$ – что выбрана *B*. Если *i*-й участник выбирает норму *A*, и n_A других участников выбирают эту же норму, то платежная функция *i*-го участника принимает значение $a \cdot n_A$. Если же он выбирает B и n_B других участников поступает также, то значение его функции полезности равно $b \cdot n_B$. Будем полагать, что $0 < b < a$.

В модели участников-индивидуалистов G^{he} платежные функции выглядят следующим образом:

$$J_i(q_i, q^i) = aq_i \sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{N} q_j +$$

$$+ b(1-q_i)\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{N}(1-q_j), q_i \in Q, q^i \in Q^{N-1}. \qquad (4)$$

Для участников-коллективистов G^{α} функция полезности принимает вид:

$$U_i(q_i, q^i) = (1-\alpha)J_i(q_i, q^i) +$$

$$+\frac{\alpha}{N-1}\sum_{\substack{k=1,\\ k\neq i}}^{N} J_k(q_k, q^k), q_i \in Q, q^i \in Q^{N-1}, \qquad (5)$$

где J_i и J_k определяются формулой (4); $\alpha \in \left[0, \frac{N-1}{N}\right]$ – параметр, определяющий в какой степени каждый индивидуум отдает предпочтение общественным интересам. При $\alpha = 0$ функции (4) и (5) становятся эквивалентны: $J_i \equiv U_i$. Нетрудно видеть, что как для первого класса игроков, так и для второго вне зависимости от уровня коэффициента α в задаче будут две равновесные по Нэшу ситуации: либо когда все участники выбирают норму *A*: $q = (1, \ldots, 1)$, либо когда все выбирают *B*: $q = (0, \ldots, 0)$.

Таким образом в случае, если норма *B* считается общепринятой, и каждый игрок полагает, что остальные выберут именно ее, а игроков достаточно много и прямая договоренность (кооперация) между ними невозможна, то в случае участников, преследующих исключительно личные интересы, норма *B* продолжит оставаться равновесием, поскольку решив выбрать *A* в одиночку, игрок ничего не получит.

Аналогичная ситуация и в классе игроков G^{α}, учитывающих интересы других. Даже при наибольшем уровне коэффициента α, когда $U_i(q) = \frac{1}{N}J(q) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} J_k$, то есть функция полезности, которую максимизирует каждый игрок, прямо пропорциональна суммарной платежной функции, ни один из игроков не пожелает отклониться от менее эффективной нормы *B*, поскольку сообщество в целом от перехода одного участника на норму *A* получит меньше.

Таким образом, в обоих классах норма B продолжит оставаться равновесием, то есть сообщество в целом не сможет перейти на новую норму.

Однако ситуация в корне меняется для третьего класса игроков *homo moralis*. Функции полезности, максимум которых стремятся доставить игроки данного класса, в соответствии с определением 3 имеют вид математического ожидания: $W_i(q) = \mathbb{E}_{k_i}[J_i(q_i, \tilde{q}^i)]$, где $\tilde{q}^i$ – случайный вектор, распределение которого таково, что с вероятностью $k_i^m(1-k_i)^{N-m-1}$ ровно $m \in \{0, \ldots, N-1\}$ из его компонент принимают значение равное q_i, а остальные компоненты сохраняют свои первоначальные значения. Это распределение похоже на широко известное из теории вероятностей биноминальное распределение $B_{k_i}^{N-1}$, однако отличается от него условием, что $(N-m-1)$ компонент должны сохранить свои первоначальные значения (т.е. значения в точке $q \in G$, в которой определяется значение функции $W_i(q)$).

Таким образом, значение функции $W_i(q_i, q^i)$ определяется выражением:

$$W_i(q_i, q^i) = \sum_{m=0}^{N-1}\binom{N-1}{m}k_i^m(1-k_i)^{N-m-1} \times$$

$$\overbrace{\times\,[aq_i \cdot (mq_i + \frac{N-1-m}{N-1}\cdot\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{N} q_j) +}^{I}$$

$$\underbrace{+\, b(1-q_i)(m(1-q_j) + \frac{N-1-m}{N-1}\cdot\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{N}(1-q_j))],}_{II} \qquad (6)$$

где выражение I отвечает случаю, когда $q_i = 1$, а II – случаю, когда $q_i = 0$. Слагаемые с коэффициентом $\frac{N-1-m}{N-1}$ отражают положение о том, что остальные игроки, кроме тех m, стратегии которые считаются равными q_i, сохраняют свои первоначальные стратегии.

Формула (6) еще раз наглядно демонстрирует уже отмечавшуюся нами особенность: при $k_i = 0$ $W_i(q_i, q^i) \equiv J_i(q_i, q^i)$, то есть участники *homo moralis* с нулевым уровнем коэффициента k_i становятся игроками-индивидуалистами.

Если все игроки выбирают стратегию *A*, то *i*-й участник получает $(N-1)a$, также выбирая *A*, а в случае, если он решает выбрать *B*, его функция полезности равняется:

$$W_i(0, q^i = (1,\ldots,1)) = b\sum_{m=0}^{N-1}\binom{N-1}{m}k_i^m(1-k_i)^{N-m-1}m. \quad (7)$$

Упростим выражение (7). Так как при $m = 0$ соответствующий член ряда также равен 0, то суммирование можно производить начиная с $m = 1$. Далее, поскольку

$$\binom{N-1}{m}m = \frac{(N-1)!}{m!(N-1-m)!}m =$$
$$= \frac{(N-1)(N-2)!}{(m-1)!(N-2-(m-1))!} = (N-1)\binom{N-2}{m-1},$$

то выражение (7) можно переписать в виде:

$$W_i(0, q^i = (1,\ldots,1)) =$$
$$= b(N-1)\sum_{m=1}^{N-1}\binom{N-2}{m-1}k_i k_i^{m-1}(1-k_i)^{N-2-(m-1)} =$$
$$= \{\text{Замена: } m-1 \overset{\Delta}{=} l\} =$$
$$= b(N-1)k_i\sum_{l=0}^{N-2}\binom{N-2}{l}k_i^l(1-k_i)^{N-2-l} =$$
$$= \{\text{Формула бинома Ньютона}\} =$$
$$= b(N-1)k_i(k_i + (1-k_i))^{N-2} = b(N-1)k_i. \quad (8)$$

Если же все игроки выбирают *B*, то поступая как все, *i*-й участник получает $W_i(0,\ldots,0) = (N-1)b,$ а выбирая в одиночку *A*, он получает

$$W_i(1, q^i = (0,\ldots,0)) =$$
$$= a\sum_{m=0}^{N-1}\binom{N-1}{m}k_i^m(1-k_i)^{N-m-1}m =$$
$$= a(N-1)k_i. \quad (9)$$

Таким образом, при $k_i > \dfrac{b}{a}$ оказывается, что $W_i(1, q^i = (0,\ldots,0)) > W_i(0,\ldots,0),$ то есть игрок с достаточно высоким уровнем коэффициента k_i готов перейти на более эффективную норму *A* даже в одиночестве. А в гомогенном (однородном) сообществе, где у всех участников одинаковый уровень коэффициента, $k_i > \dfrac{b}{a}$ ситуация $q = (1,\ldots,1),$ то есть когда все участники выбирают *A*, оказывается единственным равновесием по Нэшу.

Однако более реалистичным является так называемый гетерогенный (неоднородный) случай, когда коэффициенты k_i у разных представителей рассматриваемого сообщества могут разниться.

ПОРОГОВЫЕ ЗНАЧЕНИЯ В МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНЫХ СООБЩЕСТВ

Чтобы исследовать такие неоднородные сообщества введем понятие *порогового значения*. Под пороговым значением θ_i *i*-го участника будем понимать наименьшую долю от общего количества других участников сообщества, перешедших на норму *A*, необходимую для того, чтобы *i*-й участник также сделал выбор в пользу нормы *A*. Например, *i*-й участник переходит на норму *A*, если он полагает, что ее выберет половина сообщества, а *j*-й – если третья часть. Тогда $\theta_i = \dfrac{1}{2}$, а $\theta_j = \dfrac{1}{3}$.

Определить пороговое значение для каждого номера $i \in \{1, N\}$ можно, исходя из следующих соображений. Пусть *i*-й участник предполагает, что $\tilde{n} \in \{0,\ldots,N-1\}$ других участников выберут норму *A*. Тогда его функция полезности в случае выбора *B* примет вид:

$$W_i(0, q^i) = b\sum_{m=0}^{N-1}\binom{N-1}{m}k_i^m \times$$
$$\times (1-k_i)^{N-1-m}[\frac{N-1-m}{N-1}(N-\tilde{n}-1)+m] =$$
$$= \overbrace{b\sum_{m=0}^{N-1}\frac{(N-1)!}{m!(N-1-m)!}\cdot\frac{N-1-m}{N-1}k_i^m(1-k_i)^{N-1-m}(N-\tilde{n}-1)}^{I} +$$
$$\underbrace{+b\sum_{m=0}^{N-1}\binom{N-1}{m}k_i^m(1-k_i)^{N-1-m}m}_{II}.$$

При $m = N-1$ соответствующий член ряда I равен 0, поэтому верхний предел суммирования можно заменить на $m = N-2.$ В соответствии с формулой (8) слагаемое II равно $b(N-1)k_i,$ поэтому

$$W_i(0, q^i) = b\overbrace{\sum_{m=0}^{N-2}\binom{N-2}{m}k_i^m(1-k_i)^{N-2-m}}^{I} \times$$
$$\times (1-k_i)(N-\tilde{n}-1) + b(N-1)k_i =$$
$$= \{\text{Бином Ньютона к выражению I}\} =$$
$$= b\cdot[(1-k_i)(N-\tilde{n}-1)+(N-1)k_i] =$$
$$= b\cdot[(N-\tilde{n}-1)+\tilde{n}k_i].$$

Если при тех же условиях *i*-й участник выбирает норму *A*, то он получает

$$W_i(1, q^i) = b\sum_{m=0}^{N-1}\binom{N-1}{m}k_i^m \times$$
$$\times (1-k_i)^{N-1-m}[\frac{N-1-m}{N-1}\cdot\tilde{n}+m] =$$
$$= a\cdot[(1-k_i)\tilde{n}+(N-1)k_i] = a\cdot[\tilde{n}+(N-\tilde{n}-1)k_i].$$

Таким образом i-й участник сделает выбор в пользу нормы A, если $W_i(1,q^i) > W_i(0,q^i)$: $a \cdot [\tilde{n} + (N - \tilde{n} - 1)k_i] \geq b \cdot [(N - \tilde{n} - 1) + \tilde{n}k_i]$. Это условие равносильно следующему:

$$\frac{\tilde{n}}{N-1} \geq \frac{b - k_i a}{(a+b)(1-k_i)} \overset{\Delta}{=} \theta_i, \qquad (10)$$

где θ_i – пороговое значение – минимальная доля выбравших норму A участников от общего количества, при которой i-й участник также готов сделать выбор в пользу нормы A. Отметим, что при $k_i > \frac{b}{a}$ пороговое значение θ_i будет отрицательно, что можно трактовать таким образом, что при достаточно большом значении коэффициента k_i (определяющего уровень морали, как он интерпретируется в работе [2]) i-й участник готов перейти на новую норму даже в одиночестве.

Отметим также, что у игроков с самым низким допустимым уровнем коэффициента $k_i = 0$ пороговое значение $\theta_i = \frac{b}{a+b}$. То есть, если доля перешедших на норму A представителей сообщества превышает эту отметку, то даже игроки-индивидуалисты переходят на норму A.

Чтобы смоделировать неоднородность сообщества относительно коэффициента k_i и соответствующего ему порогового значения θ_i каждого индивидуума, рассмотрим функцию распределения $F(x): \mathbb{R} \to [0,1]$, значения которой равны доле от общего количества тех представителей сообщества, пороговое значение θ_i которых не превосходит x.

Если пороговое значение θ у некоторого представителя сообщества принять за случайную величину, принимающую значения на интервале $\left(-\infty, \frac{b}{a+b}\right]$, то функцию $F(x)$ можно понимать также как функцию распределения данной случайной величины: $F(x) = \mathbf{P}(\theta < x)$, где $\mathbf{P}$ – соответствующая вероятность, равная доле от общего количества тех представителей сообщества, пороговое значение θ которых не превосходит x.

Для численного определения параметров распределения порогового значения, в соответствии с которым представители сообщества готовы перейти на новую норму поведения, может пригодиться опыт специального раздела статистических исследований – моральной статистики.

Моральная статистика охватывает широкий круг проблем, связанных как с негативными явлениями в обществе, такими как различного рода преступления и нарушения общественного порядка, а также нарушения морально-этических норм, так и с позитивными, которые характеризуют моральный облик людей. К таким явлениям относятся участие граждан в общественных организациях по охране окружающей среды, бескорыстное донорство, участие в различного рода спасательных службах и т.д. [23].

Например, если допустить, что на некотором предприятии или в ВУЗе происходит регулярный добровольный сбор донорской крови, то у каждого сотрудника предприятия или учащегося есть две стратегии: участвовать в сборе – норма A или нет – норма B. Поскольку чувство морального удовлетворения,

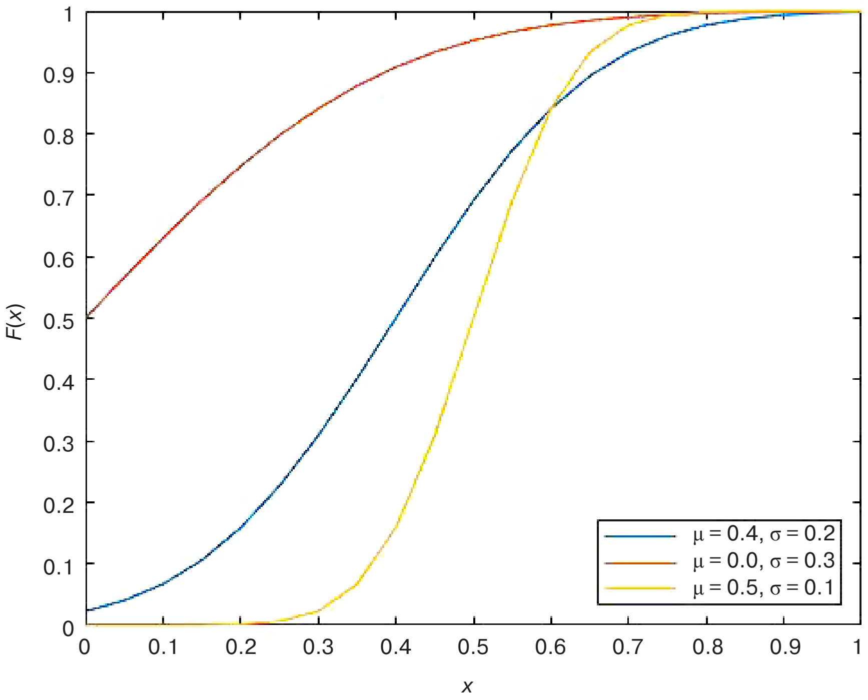

Рис. 1. График функции распределения $F(x)$ порогового значения θ_i

которое испытывает человек, участвующий в таких мероприятиях, трудно формализовать, соответственно, определить численные значения коэффициентов a и b не представляется возможным. Однако численные значения пороговых значений перехода от нормы A к норме B вполне поддаются численному определению.

Для этой цели можно провести социологическое исследование среди пришедших сдавать кровь, в результате которого выяснить у участников, какое количество их знакомых участвовало в сдаче крови прежде, чем они сами решились на такой поступок. Это позволит определить пороговое значение для каждого участника.

Конечно, конкретный вид функции распределения будет отличаться от задачи к задаче. Однако в связи с тем, что рассматриваемая социальная модель предполагает достаточно большое количество участников, для дальнейших рассуждений в качестве функции $F(x)$ порогового значения можно выбрать функцию нормального распределения (Гаусса) с математическим ожиданием μ и дисперсией σ^2, где μ и σ – параметры, характеризующие сообщество:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-(u-\mu)^2/(2\sigma^2)} du.$$

В рассмотренном примере со сдачей крови среднее значение пороговых значений для всех опрошенных участников позволит определить математическое ожидание, а средний квадрат отклонений от математического ожидания – дисперсию.

Графики распределения при разных значениях параметров μ и σ представлены на рис. 2. Отметим, что $F(x) = 1$ при $x \geq \dfrac{b}{a+b}$.

Нормальное распределение использовано здесь лишь в качестве некоторого приближения, поскольку в реальности при анализе социальных процессов следует учитывать человеческий фактор, ввиду способности людей к самоорганизации и наличия у них памяти.

В ряде классических работ (например, Ф. Блэкмен [24], Л. Берталанфи [25]) для описания функции распределения вероятности смены состояния в социальных системах используется логистическая модель и, соответственно, сигмоидальная (S-образная) функция, что вполне подходит для наших дальнейших рассуждений.

В работах же ряда современных авторов (Д.О. Жуков, Т.Ю. Хватова и др. [26, 27]) исследуется стохастическая динамика в социальных системах на основе клеточного автомата, с учетом наличия у представителей системы памяти, то есть зависимости состояния, в котором находится каждый индивидуум от его же состояния в предшествующие моменты времени. Данная модель позволяет, задав некоторые начальные параметры системы (например, количество контактов между представителями сообщества), построить функцию распределения пороговых значений, необходимых для перехода сообщества в целом от одного состояния к другому.

Теперь проанализируем, как будет протекать процесс перехода между нормами A и B в динамике.

СОЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ В ДИНАМИКЕ

Будем рассматривать динамику перехода представителей сообщества на некотором временном промежутке $[t_0, T]$. Вначале рассмотрим модель с неким дискретным шагом Δt, а затем устремим Δt к нулю. Пусть $N_A(t)$ – количество представителей сообщества, выбирающих норму A в момент времени t. По условию задачи $N_A(t_0) = 0$.

Тогда $\dfrac{N_A(t)}{N-1}$ задает долю перешедших на A в момент t. А в соответствии с определением функции $F(x)$: $F\left(\dfrac{N_A(t)}{N-1}\right)$ – есть доля от общего количества индивидуумов, пороговое значение у которых не превосходит $\dfrac{N_A(t)}{N-1}$. Поэтому количество перешедших на норму A в некий следующий момент определяется отношением: $N_A(t+\Delta t) = F\left(\dfrac{N_A(t)}{N-1}\right) \cdot N$.

Если полагать, что сообщество достаточно большое, то $N - 1 \approx N$. Обозначив через $x(t) \overset{\Delta}{=} \dfrac{N_A(t)}{N}$ долю перешедших на норму A участников в момент времени t, получим соотношение:

$$x(t+\Delta t) = F(x(t)) \tag{11}$$

или

$$x(t+\Delta t) - x(t) = F(x(t)) - x(t). \tag{12}$$

Из последнего выражения следует, что если $F(x) > x$, то $x(t)$ и соответственно $N_A(t)$ возрастают по времени, а если $F(x) < x$, то убывают. Если же в равенстве (11) устремить $\Delta t \to 0$, то получим условие равновесия $x(t) = F(x(t))$, при котором количество индивидуумов, перешедших на норму A, стабилизируется. Состояниям равновесия соответствуют неподвижные точки отображения F, однако эти состояния могут быть как устойчивы, так и неустойчивы. Чтобы проиллюстрировать этот факт, обратимся к примеру.

УСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ

Рассмотрим сообщество, которому соответствует функция распределения $F(x)$ порогового значения θ, график которой представлен на рис. 2. Сначала рассмотрим модель с дискретным временем. По

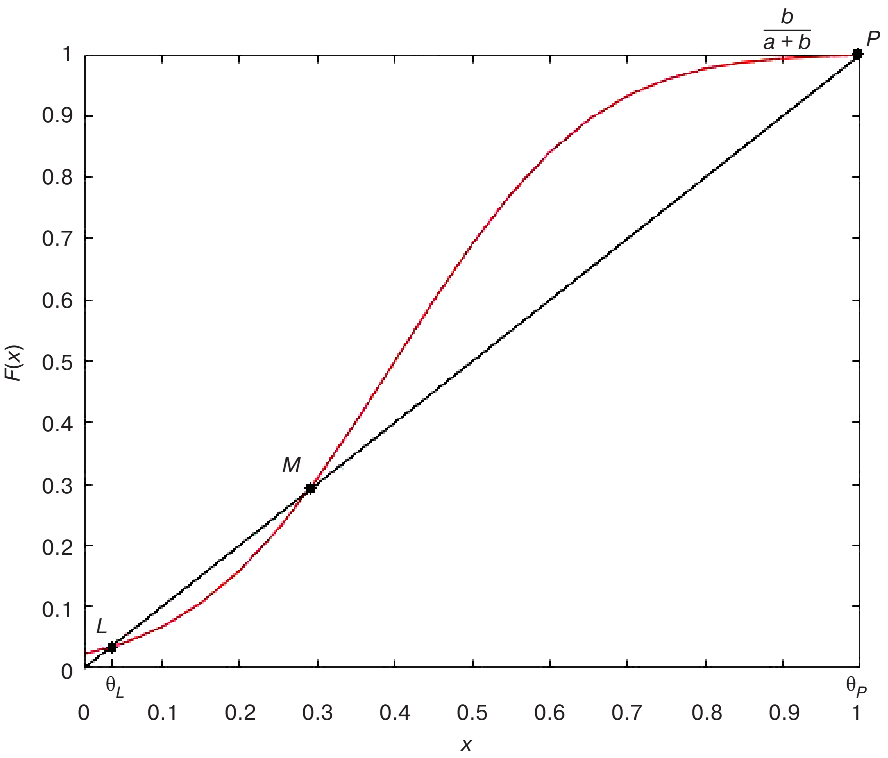

Рис. 2. График функции распределения пороговых значений с отмеченными точками состояний равновесия

условию задачи $N_A(t_0)=0$. Первыми на норму A перейдут индивидуумы с отрицательным значением пороговой величины, поэтому $N_A(\Delta t)=F(0)\cdot N$. В следующий момент перейдут те, чье пороговое значение не превышает долю участников, выбравших A в предыдущий момент. То есть $N_A(2\cdot\Delta t)=F\left(\frac{N_A(\Delta t)}{N}\right)=F(F(0))$ и т.д. Устремив $\Delta t\to 0$, получим процесс, непрерывный по времени.

Функция F, изображенная на рис. 2, имеет три неподвижные точки и соответствующие им состояния равновесия: точку L вблизи нуля, точку M и точку P вблизи единицы.

При этом точки L и P обладают свойством устойчивости: если доля перешедших на норму A индивидуумов подходит близко к θ_L или θ_P, то она будет колебаться вблизи этих значений. Действительно, как показано выше, при $x<\theta_L$ $F(x)>x$, поэтому $N_A(t)$ будет увеличиваться. И наоборот, $N_A(t)$ будет уменьшаться при $x>\theta_L$.

Равновесная точка M является неустойчивой: если доля перешедших на норму A превышает θ_M на сколь угодно малую величину, то $F(x)>x$, $N_A(t)$ будет возрастать, пока доля выбравших A не стабилизируется, достигнув ближайшей устойчивой равновесной точки $\theta_P=1$, что будет соответствовать тому, что сообщество в целом перешло на норму A. И наоборот, если доля $x(t)=\frac{N_A(t)}{N}$ сколь угодно меньше θ_M, то она продолжит уменьшаться пока не стабилизируется вблизи θ_L, то есть сообщество «скатится» обратно к неэффективной норме B. Более подробно теория устойчивости неподвижных точек применительно к ряду экономических, социальных и биологических процессов рассматривается в работе [28].

Отметим, что для непрерывной функции распределения неподвижные точки, в которых достигается равновесие, будут точками изменения состояния выпуклости и вогнутости функции. Если в неподвижной точке функция вогнута слева, то точка устойчива, если же выпукла, то неустойчива.

Поскольку $F(x)=1$ при $x>\frac{b}{a+b}$, то функция $F(x)$ будет выпуклой при $x\to 1-0$. Поэтому точка $x=1$, соответствующая тому, что все сообщество перешло на новую норму A, всегда будет устойчивой. Но если функция распределения F такова, что существует неподвижная точка, являющаяся устойчивым равновесием, со значением меньшим единицы, то сообщество никогда полностью не перейдет на более эффективную норму, «застряв» в окрестности ближайшей к нулю точки устойчивого равновесия.

МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ

Предположим дополнительно, что в сообществе проводится некоторая просветительская (образовательная) деятельность, в результате которой повышается уровень морали в обществе.

Например, автору известен пример Фонда возрождения и развития культуры и нравственности граждан «За Нравственность!», волонтерами которого, с привлечением опытных педагогов и ученых, специализирующихся в области образования, был разработан курс лекций «Нравственность – сила нации» и выпущено одноименное учебное пособие для учащихся средней и старшей школы [29, 30].

Курс использовался для проведения факультативных занятий в средних и среднеспециальных учебных заведениях во многих регионах России [31], что является примером конструктивного взаимодействия государства и общества.

Один из разделов учебного пособия носит название «Нравственные традиции прошлого – фундамент современного общества» и имеет подзаголовок «Что посеешь, то и пожнешь». В данном разделе обобщаются духовно-нравственные традиции многих народов, суть которых сводится к необходимости осознания человеком причинно-следственной связи между собственными действиями и последствием этих действий. Иными словами, прежде чем совершить какой-то поступок человек должен задуматься: что случится, если и другие поступят по отношению к нему так, как он собирается поступить. Хорошо ли это будет?

Именно такое поведение и отражается в нашей модели коэффициентом k_i – вероятностью, которую каждый индивидуум отводит для события, что другие представители сообщества выберут ту же стратегию поведения. Поэтому, можно считать, что чем более придерживается человек принципов морали и нравственности, тем сильнее он примеряет по отношению к себе последствия собственных поступков, что отражается ростом коэффициента k_i в нашей модели.

Таким образом, мы будем считать, что воспитательная, просветительская деятельность способствует тому, что коэффициент k_i каждого представителя сообщества возрастает со временем. Конечно, коэффициент k_i является трудноформализуемой величиной и по какому закону он будет изменяться (линейно или нелинейно) – трудно сказать заранее. Это зависит, как от вида просветительской деятельности, так и конкретно от каждого представителя сообщества.

Однако опосредованно эффективность просветительской деятельности и, соответственно, темпы роста коэффициентов k_i, можно оценить, например, по темпам изменения пороговых значений θ_i, которые, в свою очередь, могут быть определены с помощью статистических методов, что было показано выше на примере задачи о донорах крови.

Действительно, продифференцировав θ_i в выражении (10) по k_i, получим: $\frac{\partial\theta_i}{\partial k_i} = \frac{(a+b)(b-a)}{(1-k_i)^2(a+b)^2} < 0,$ т.к. по предположению $a > b > 0.$

Таким образом с ростом коэффициента k_i соответствующее пороговое значение θ_i i-го участника будет убывать. Иными словами, чем выше уровень морали индивидуума, тем скорее он готов перейти на более эффективную норму A.

Этот процесс можно отразить в следующем виде: $\theta_i(t) = \theta_i(t_0) - \phi(t),\ \ \phi(t) > 0,\ \frac{\partial\phi}{\partial t} > 0,\ t \in [t_0, T].$ Будем

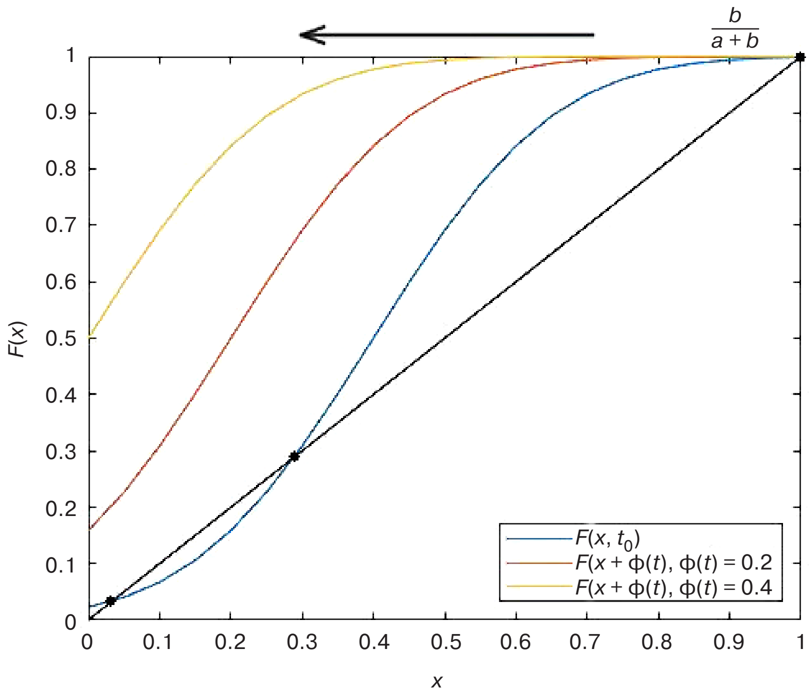

Рис. 3. Изменение функции распределения порогового значения со временем в модели с обучением

предполагать, что функция $\phi(t)$ – одна и та же для всех представителей сообщества.

Напомним, что в статическом случае мы определяли F как функцию распределения вероятности случайной величины θ, определяемой, как значение пороговой величины некоторого случайно выбранного представителя сообщества: $F \overset{\Delta}{=} P(\theta \equiv \theta(t_0) < x)$.

В рассматриваемом же случае динамики с обучением, функция F будет зависеть от времени, причем она связана со своим статическим аналогом следующим соотношением:

$$F(x,t) = P(\theta(t_0) - \phi(t) < x) =$$
$$= P(\theta(t_0) < x + \phi(t)) = F(x + \phi(t)).$$

Поскольку $\phi(t) > 0$, то график функции $F(x,t)$ в каждый момент времени $t \in [t_0, T]$ получается из графика функции $F(x)$ сдвигом влево на неотрицательную величину $\phi(t)$. Этот процесс иллюстрируется на рис. 3.

Следовательно, если распределение $F(x)$ имеет устойчивые неподвижные точки $x^* < 1$, то можно выбрать такой момент времени t', что у функции $F(x,t')$ будет лишь одна неподвижная точка $x = 1$. Таким образом, сообщество в целом успешно перейдет на новую норму A.

ДИСКУССИЯ

Рассмотренная здесь модель поведения индивидуумов, следующих принципу морали в смысле императива Канта, разработанная и представленная в ряде работ (например, [11, 32]) Ингелой Алджер и Йоргеном Вибулом, показывает существенное отличие между поведением индивидуумов, которых мы обозначили *homo moralis,* и традиционно рассматриваемых в работах по теории игр *homo economicus.*

Другой встречающейся в литературе моделью можно считать моделирование коллективизма или альтруизма, что предполагает учет каждым участником с некоторым весовым коэффициентом интересов других участников. В ряде исследований (в т.ч., в работах [9, 11]) коллективизм моделируется таким образом, что, например, в задаче с двумя участниками каждый стремится обеспечить максимум не своей первоначальной платежной функции $J_i(q)$, но специальной функции полезности $U_i(q) = (1-\alpha)J_i(q) + \alpha J^i(q), \alpha \in [0,1]$, или, как она была обобщена для произвольного количества участников N в работе [18], $U_i(q) = (1-\alpha)J_i(q) + \frac{\alpha}{N}\sum_{k=1}^{N} J_k(q), \alpha \in [0,1]$. Частным случаем такой функции полезности при $\alpha = 1$ можно считать предложенную Дж. Харсаньи [5] функцию $U_i(q) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} J_k(q)$.

Существенное отличие *homo moralis* от так называемых индивидуалистов (*homo economicus*), и даже альтруистов, заключается в том, что если первые (*homo moralis*), оценивая преимущества перехода всех представителей сообщества на новую норму поведения, способны стать своего рода катализаторами процесса, первопроходцами, то ни участники индивидуалисты, ни так называемые альтруисты оказываются не способны на это.

Данная особенность позволяет говорить о наличии некоторой эволюционной устойчивости для такой модели поведения, что, оказывается, можно косвенно подтвердить и методами эволюционной теории игр. Как уже было сказано, в этой теории принято рассматривать повторяющиеся игры и исследовать каждую из стратегий поведения на успех ни в одной конкретной игровой, но в долгосрочной перспективе, на основе длительной череды игровых ситуаций.

Именно этот подход взял на вооружение американский дизайнер игр Ник Кэйс, создавший интерактивную игру, иллюстрирующую, как ведут себя различные стратегии поведения в процессе повторяющейся дилемы заключенного [33]. Суть дилемы сводится к тому, что два игрока стоят перед выбором: сотрудничать или предать товарища. В случае, если оба игрока выбирают сотрудничество, они оказываются в плюсе. Но при этом каждый из них испытывает соблазн обмануть, поскольку, если обман удастся, обманувший получит даже больше, чем при обоюдном решении сотрудничать, а вот обманутый терпит убытки. Если же оба игрока, поддавшись соблазну, выбирают обмануть друг друга, то они становятся наказаны собственной алчностью, получив наименее благоприятную в игре игровую ситуацию.

В качестве стратегий Ник Кейс рассматривает такие поведенческие типы, как «наивные» – вид игроков, которые продолжают пытаться сотрудничать, даже когда их обманывают, «жулики» – обманывающие, несмотря на то, что с ними пытаются сотрудничать и, наконец, «имитаторы» – игроки, начинающие с сотрудничества, а затем просто повторяющие поведение опонента. Далее Ник Кэйс моделирует общество с помощью так называемого клеточного автомата, где каждая клетка использует одну из перечисленных стратегий. Интересно, но выяснилось, что именно последний тип поведения, характеризуемый словом «взаимность», которым, как полагал Конфуций, можно выразить всю суть этических учений, оказывается наиболее эволюционно устойчивым.

Тем не менее, исходя из рассмотренных выше рассуждений об устойчивости равновесий в гетерогенных (разнородных) сообществах, можно сделать вывод, что в естественных условиях новая, более прогрессивная модель поведения может никогда не стать общепринятой нормой. В таком случае общество может навсегда «застрять» на старой менее эффективной модели поведения, если не будут приняты некоторые дополнительные меры, способствующие подъему уровня морали (роста коэффициента k_i в нашей модели). К таким мерам может относиться, в частности, просветительская, воспитательная работа.

Следует отметить недостаток рассмотренной модели: используемые в ней параметры (например, коэффициенты k_i) являются трудноформализуемыми, что затрудняет их численное определение, необходимое для практического применения.

Однако применение различных статистических методов [23] позволит решить данную проблему, что дает возможность использовать представленную здесь теоретическую основу, например, для оценки эффективности проводимых на государственном уровне мероприятий в сфере образования и воспитания молодежи. Этим вопросам автор намерен посвятить свои будущие работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении отметим, что рассмотренная социальная модель выбора между двумя нормами поведения позволила получить нетривиальный результат, свидетельствующий о том, что, чем выше уровень морали у индивидуума, тем более склонен данный индивидуум к переходу на более благоприятную для сообщества в целом норму поведения, что существенно отличает его как от стремящихся исключительно к увеличению личного благосостояния индивидуалистов, так и тех, кто учитывает также общественные, но сиюминутные интересы (альтруистов).

Участники класса *homo moralis* при выборе своей стратегии поведения анализируют, что произойдет, если остальные представители поступят также как они. Это дает им возможность, даже иногда получая первоначально некоторый ущерб, тем не менее предвидеть все преимущества принятия отстаиваемых ими образцов в качестве новой нормы поведения.

Поэтому, нельзя не согласиться с авторами работы [34], утверждающими, что «*государства, построенные на нравственных принципах, всегда имели социальное, экономическое и политическое преимущество, что приводило их к процветанию и росту благосостояния*».

В этой связи грамотно выстроенная государственная политика в области образования и воспитания может оказать существенное влияние и на темпы экономического развития, поскольку воспитанные с использованием лучших культурных традиций молодые люди будут более эффективно справляться с вызовами и привносить в жизнь общества новые более совершенные образцы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О внесении изменений в Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации по вопросам воспитания обучающихся»: Федеральный закон от 31.07.2020 № 304-ФЗ. URL: http://www.kremlin.ru/acts/bank/45788
2. Smith A. *An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations*. London: W. Strahas & T. Cadell; 1776. 542 p. Reedited: Oxford, UK: Oxford University Press; 1976. 754 p.
3. Smith A. *The theory of moral sentiments*. Strand: A. Millar; 1759. Reedited: Oxford, UK: Oxford University Press; 1759. 412 p.
4. Braithwaite R.B. *Theory of games as a tool for the moral philosopher*. An Inaugural Lecture Delivered in Cambridge on 2 December 1954. Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1955. 84 p. URL: https://archive.org/details/theoryofgamesast0000brai
5. Harsanyi J.C. Game and decision theoretic models in ethics. In: R.J. Aumann, S. Hart (Eds.). *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. Elsevier; 1992. V. 1. Ch. 19. P. 669−707.

REFERENCES

1. O vnesenii izmenenii v Federal’nyi zakon “Ob obrazovanii v Rossiiskoi Federatsii’ po voprosam vospitaniya obuchayushchikhsya”: Federal’nyi zakon of 31.07.2020, No. 304-FZ (On amendments to the Federal Law “On Education in the Russian Federation ‘on the education of students”: Federal Law of the Russian Federation of 31.07.2020, No. 304-FZ). (in Russ.). Available from URL: http://www.kremlin.ru/acts/bank/45788
2. Smith A. *An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations*. London: W. Strahas & T. Cadell; 1776. 542 p. Reedited: Oxford, UK: Oxford University Press; 1976. 754 p.
3. Smith A. *The theory of moral sentiments*. Strand: A. Millar; 1759. Reedited: Oxford, UK: Oxford University Press; 1759. 412 p.
4. Braithwaite R.B. *Theory of games as a tool for the moral philosopher*. An Inaugural Lecture Delivered in Cambridge on 2 December 1954. Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1955. 84 p. Available from URL: https://archive.org/details/theoryofgamesast0000brai

6. Harsanyi J.C. Rule utilitarianism and decision theory. *Erkenntnis*. 1977;11:25−53. https://doi.org/10.1007/BF00169843
7. *История этических учений*; под ред. А.А. Гусейнова. М.: Академический проект; 2015. С. 716–724.
8. Льюис Р.Д., Райфа Х. *Игры и решения*. М.: Издательство иностранной литературы; 1961. С. 33–67.
9. Kranz S. Moral norms in a partly compliant society. *Games and Economic Behavior*. 2010;68(1):255−274. https://doi.org/10.1016/j.geb.2009.07.007
10. Alfano M., Rusch H., Uhl M. Ethics, Morality, and Game Theory. *Games*. 2018;9(2):20. https://doi.org/10.3390/g9020020
11. Alger I., Weibull J.W. Strategic behavior of moralists and altruists. *Games*. 2017;8(3):38. https://doi.org/10.3390/g8030038
12. Smith J.M. *Evolution and the theory of games*. Cambridge: Cambridge University Press; 1982. 224 p.
13. Newton J. Evolutionary game theory: A renaissance. *Games*. 2018;9(2):31. https://doi.org/10.3390/g9020031
14. Гермейер Ю.Б., Ватель И.А. Игры с иерархическим вектором интересов. *Известия АН СССР*. *Техническая кибернетика*. 1974;3:54−69.
15. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. Цена анархии и механизмы управления в моделях согласования общественных и частных интересов. *Математическая теория игр и ее приложения*. 2015;7(1):50−73.
16. Горбанева О.И. Модели сочетания общих и частных интересов независимых агентов. *Математическая теория игр и ее приложения*. 2018;10(4):3−15.
17. Гусейнов А.А. «Золотое правило» нравственности. *Вестник Московского университета. Серия 7. Философия*. 1972;4:53−63.
18. Красников К.Е. Моделирование социально-этических принципов в терминах игровых задач. *Экономика: вчера, сегодня, завтра.* 2020;10(2−1):224−240.
19. Sarkisian R. Team incentives under moral and altruistic preferences: Which team to choose? *Games*. 2017;8(3):37. https://doi.org/10.3390/g8030037
20. Кант И. *Основы метафизики нравственности.* Сочинения в 6 т. М.: Мысль; 1965. Т. 4. С. 211–310.
21. Галицкая З.И., Ильина Е.Ю., Марченко О.В., Павлова Г.Л. *Нравственность – сила нации*: учебное пособие. Омск: Фонд «За Нравственность!»; 2016. 212 с.
22. Ullmann-Margalit E. *The emergence of norms.* Oxford: Oxford University Press; 1977. 206 p.
23. Соболевская М.К., Стрекалова С.А. Анализ показателей моральной статистики России за 2000–2015 гг. *Молодой ученый*. 2016;20(124):419−421.
24. Blackman F.F. Optima and limiting factors. *Annals of Botany*. 1905;os−19(2):281−296. https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.aob.a089000
25. Von Bertalanffy L. *Modern theories of development*. Translated and adapted by J.H. Woodger. London: Humphrey Milford; 1933. 232 p.
26. Zhukov D., Khvatova T., Millar C., Zaltcman A. Modelling the stochastic dynamics of transitions between states in social systems incorporating self-organization and memory. *Technological Forecasting and Social Change*. 2020;158:120134. https://doi.org/10.1016/j.techfore.2020.120134

5. Harsanyi J.C. Game and decision theoretic models in ethics. In: R.J. Aumann, S. Hart (Eds.). *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. Elsevier; 1992. V. 1. Ch. 19. P. 669−707.
6. Harsanyi J.C. Rule utilitarianism and decision theory. *Erkenntnis*. 1977;11:25−53. https://doi.org/10.1007/BF00169843
7. Guseinov A.A. (Ed.). *Istoriya eticheskikh uchenii* (*History of ethical teachings*). Moscow: Akademicheskii proekt; 2015. P. 716−724. (in Russ.).
8. Lyu'is R.D., Raifa Kh. *Igry i resheniya* (*Games and solutions*). Moscow: Izdatel'stvo inostrannroi literatury; 1961. P. 33–67. (in Russ.).
9. Kranz S. Moral norms in a partly compliant society. *Games and Economic Behavior*. 2010;68(1):255−274. https://doi.org/10.1016/j.geb.2009.07.007
10. Alfano M., Rusch H., Uhl M. Ethics, Morality, and Game Theory. *Games*. 2018;9(2):20. https://doi.org/10.3390/g9020020
11. Alger I., Weibull J.W. Strategic behavior of moralists and altruists. *Games*. 2017;8(3):38. https://doi.org/10.3390/g8030038
12. Smith J.M. *Evolution and the theory of games*. Cambridge: Cambridge University Press; 1982. 224 p.
13. Newton J. Evolutionary game theory: A renaissance. *Games*. 2018;9(2):31. https://doi.org/10.3390/g9020031
14. Germeier Yu.B., Vatel' I.A. Games with a hierarchical vector of interests. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 1974;3:54−69 (in Russ.).
15. Gorbaneva O.I., Ugol'nitskii G.A. Price of anarchy and control mechanisms in models of concordance of public and private interests. *Matematicheskaya teoriya igr i ee prilozheniya*. 2015;7(1):50−73 (in Russ.).
16. Gorbaneva O.I. Models of social and private iterests combinining with independed agents. *Matematicheskaya teoriya igr i ee prilozheniya*. 2018;10(4):3−15 (in Russ.).
17. Guseinov A.A. The "golden rule" of morality. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 7. Filosofiya = MSU Vestnik. Series* 7. Philosophy. 1972;4:53−63 (in Russ.).
18. Krasnikov K.E. Modeling of social and ethical principles in terms of game tasks. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra = Economics: Yesterday, Today and Tomorrow.* 2020;10(2−1):224−240 (in Russ.).
19. Sarkisian R. Team incentives under moral and altruistic preferences: Which team to choose? *Games*. 2017;8(3):37. https://doi.org/10.3390/g8030037
20. Kant I. *Osnovy metafiziki nravstvennosti. Sochineniya v 6 t.* (*Foundations of the metaphysics of morality: in 6 v.*). Moscow: Mysl'; 1965. V. 4. P. 211–310. (in Russ.).
21. Galitskaya Z.I., Il'ina E.Yu., Marchenko O.V., Pavlova G.L. *Nravstvennost' – sila natsii: uchebnoe posobie* (*Morality is the strength of the nation*). Omsk: Fond "Za Nravstvennost'!"; 2016. 212 p. (in Russ.).
22. Ullmann-Margalit E. *The emergence of norms.* Oxford: Oxford University Press; 1977. 206 p.
23. Sobolevskaya M.K., Strekalova S.A. Analysis of indicators of moral statistics in Russia for 2000–2015. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*. 2016;20(124):419−421 (in Russ.).
24. Blackman F.F. Optima and limiting factors. *Annals of Botany*. 1905;os−19(2):281−296. https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.aob.a089000

27. Истратов Л.А., Смычкова А.Г., Жуков Д.О. Моделирование социальных процессов группового поведенияна основе стохастических клеточных автоматов с памятью и систем дифференциальных кинетических уравнений с запаздыванием. *Вестник Томского гос. ун-та. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2020;51:45–54. https://doi.org/10.17223/19988605/51/5
28. Granovetter M. Threshold model of collective behavior. *American Journal of Sociology*. 1978;83:1420–1443.
29. Вышел в свет комплект материалов курса лекций «Нравственность – сила нации». Фонд возрождения культуры, духовности и нравственности граждан «За нравственность!». 2017. URL: https://fondzn.org/news/distribution/00207
30. Ответы учреждений образования и государственных органов на курс лекций «Нравственность – сила нации». Фонд возрождения культуры, духовности и нравственности граждан «За нравственность!». 2017. URL: https://fondzn.org/news/responses
31. Отзывы и благодарности. Фонд возрождения культуры, духовности и нравственности граждан «За нравственность!». 2017. URL: https://fondzn.org/volunteer/responses
32. Alger I., Weibull J. Homo moralis-preference evolution under incomplete information and assortative matching. *Econometrica.* 2013;81(6):2269–2302. https://doi.org/10.3982/ECTA10637
33. Кэйс Н. Эволюция доверия. 2017. URL: https://notdotteam.github.io/trust/
34. Микушина Т.Н., Скуратовская М.Л. Проблема нравственности и глобальный кризис общества. В сб.: «*Мир на пороге новой эры. Как это будет?*»: материалы II международной научно-практ конф. Саратов; 2014. С. 74–79.

25. Von Bertalanffy L. *Modern theories of development*. Translated and adapted by J.H. Woodger. London: Humphrey Milford; 1933. 232 p.
26. Zhukov D., Khvatova T., Millar C., Zaltcman A. Modelling the stochastic dynamics of transitions between states in social systems incorporating self-organization and memory. *Technological Forecasting and Social Change.* 2020;158:120134. https://doi.org/10.1016/j.techfore.2020.120134
27. Istratov L.A., Smychkova A.G., Zhukov D.O. Modeling group behavior based on stochastic cellular automata with memory and systems of differential kinetic equations with delay. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie vychislitelnaja tehnika i informatika = Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2020;51:45–54 (in Russ.). https://doi.org/10.17223/19988605/51/5
28. Granovetter M. Threshold model of collective behavior. *American Journal of Sociology*. 1978;83:1420–1443.
29. Vyshel v svet komplekt materialov kursa lektsii “Nravstvennost’ – sila natsii”. Fond vozrozhdeniya kul’tury, dukhovnosti i nravstvennosti grazhdan “Za nravstvennost’!” (A set of materials for the course of lectures “Morality is the strength of the nation” has been published. Foundation for the revival of culture, spirituality and morality of citizens “For morality!”). 2017. (in Russ.). Available from URL: https://fondzn.org/news/distribution/00207
30. Otvety uchrezhdenii obrazovaniya i gosudarstvennykh organov na kurs lektsii “Nravstvennost’ – sila natsii”. Fond vozrozhdeniya kul’tury, dukhovnosti i nravstvennosti grazhdan “Za nravstvennost’!” (Responses of educational institutions and government agencies to the course of lectures “Morality is the strength of the nation”. Foundation for the revival of culture, spirituality and morality of citizens “For morality!”). 2017. (in Russ.). Available from URL: https://fondzn.org/news/responses
31. Otzyvy i blagodarnosti. Fond vozrozhdeniya kul’tury, dukhovnosti i nravstvennosti grazhdan “Za nravstvennost’!” (Feedback and thanks. Foundation for the revival of culture, spirituality and morality of citizens “For morality!”). 2017. (in Russ.). Available from URL: https://fondzn.org/volunteer/responses
32. Alger I., Weibull J. Homo moralis-preference evolution under incomplete information and assortative matching. *Econometrica.* 2013;81(6):2269–2302. https://doi.org/10.3982/ECTA10637
33. Case N. Evolyutsiya doveriya (Evolution of trust). Available from URL: https://notdotteam.github.io/trust/
34. Mikushina T.N., Skuratovskaya M.L. The problem of morality and the global crisis of society. In: *The world on the threshold of a new era. As it will be*? *Materials of the II International Scientific and Practical Conference*. Saratov; 2014, p. 74–79. (in Russ.).

Об авторе

Красников Кирилл Евгеньевич, ассистент, кафедра вычислительной техники Института информационных технологий ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: krasnikovkirill@yandex.ru. https://orcid.org/0000-0002-2716-0202

About the author

Kirill E. Krasnikov, Assistant, Computer Technology Department, Institute of Information Technologies, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: krasnikovkirill@yandex.ru. https://orcid.org/0000-0002-2716-0202