

Микро- и нанoeлектроника. Физика конденсированного состояния  
Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics

УДК 544.2

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-57-66>

## НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Испарение жидкой лежащей капли в условиях вынужденной конвекции

А.Е. Коренченко <sup>1, @</sup>,  
А.А. Жукова <sup>2</sup>

<sup>1</sup> МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

<sup>2</sup> Первый Московский государственный медицинский университет имени И.М. Сеченова, Москва, 105043 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: [korenchenko@mirea.ru](mailto:korenchenko@mirea.ru)

**Резюме.** Результаты экспериментов по измерению скорости испарения с поверхности жидкой лежащей капли в воздух указывают, что конвективные потоки над поверхностью увеличивают скорость испарения. Однако данные относительно того, в какой мере конвекция влияет на процесс испарения, сильно разнятся, часто противоречивы и требуют уточнения. В работе проведен численный анализ испарения с поверхности капли воды в нейтральный газ – воздух в присутствии конвективных течений в газовой фазе. Капля располагается на горизонтальной, гладкой, изотермической подложке, рассмотрена мода с постоянным углом смачивания. Задача решена в осесимметричном приближении, течения вынужденной конвекции, совместимые с условиями симметрии, представлены потоками, направленными вниз вдоль оси системы и расходящимися по сторонам вблизи капли и подложки. Математическая модель учитывает влияние сил поверхностного натяжения, тяготения и вязкости в обеих средах, возможную свободную гравитационную конвекцию в газовой и жидкой средах, конвекцию Марангони в капле и построена для испарения, контролируемого диффузией в газовой фазе. Получены результаты, свидетельствующие о взаимном влиянии жидкой и газовой сред: капля колеблется под влиянием движений в атмосфере, что порождает волну плотности в газе: колеблющаяся капля «звучит». Величина скорости в жидкой среде в 50 раз меньше характерной скорости в воздухе. Обнаружено, что скорость испарения не изменяется в присутствии течений вынужденной конвекции, что противоречит большинству экспериментальных работ. Предположительная причина расхождений заключается в возникновении неравновесных условий на границе конденсированной фазы, при которых режим испарения перестает быть диффузионным.

**Ключевые слова:** испарение, диффузия, лежащая капля, вынужденная конвекция, численное моделирование

• Поступила: 21.01.2021 • Доработана: 01.03.2021 • Принята к опубликованию: 12.07.2021

**Для цитирования:** Коренченко А.Е., Жукова А.А. Испарение жидкой лежащей капли в условиях вынужденной конвекции. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):57–66. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-57-66>

**Прозрачность финансовой деятельности:** Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

# Evaporation of a liquid sessile droplet subjected to forced convection

Anna E. Korenchenko <sup>1, @</sup>,  
Anna A. Zhukova <sup>2</sup>

<sup>1</sup> MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

<sup>2</sup> Sechenov First Moscow State Medical University, Moscow, 105043 Russia

@ Corresponding author, e-mail: korenchenko@mirea.ru

**Abstract.** Experiments on measuring the rate of evaporation of liquid sessile droplets into air show that the rate of evaporation increases in the presence of forced convection flows. However, data on the effect of convection on evaporation are often contradictory and should be clarified. The paper presents a numerical analysis of evaporation from the surface of a water droplet subjected to forced convection in the gas phase. The drop is located on a smooth horizontal isothermal substrate; the mode with constant contact angle is considered. The shape of the drop has axial symmetry, the same for the velocities and pressure. Forced convection compatible with the symmetry conditions are represented by flows directed downward along the axis of the system and diverging along the sides near the drop and the substrate. The mathematical model is constructed for evaporation controlled by diffusion in the gas phase and takes into account surface tension, gravity, and viscosity in both media, buoyancy and Marangoni convection. The results indicate the existence of the mutual influence of liquid and gaseous media. Thus, a drop vibrates under the influence of movements in the atmosphere, which generates a density wave in the gas: the drop «sounds». The magnitude of the velocity in a liquid is 50 times less than the characteristic velocity in air. It is found that the evaporation rate does not change in the presence of forced convection flows, which contradicts most of the experimental works. The reason for the discrepancies is supposed to be the appearance of nonequilibrium conditions at the boundary of the condensed phase: under these conditions, the evaporation regime ceases to be diffusional.

**Keywords:** evaporation, diffusion, sessile droplet, forced convection, mathematical modeling

• Submitted: 21.01.2021 • Revised: 01.03.2021 • Accepted: 12.07.2021

**For citation:** Korenchenko A.E., Zhukova A.A. Evaporation of a liquid sessile droplet subjected to forced convection. *Russ. Technol. J.* 2021;9(5):57–66 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-57-66>

**Financial disclosure:** The authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

## ВВЕДЕНИЕ

Испарение жидкости с поверхности капель является частью круговорота воды в природе, широко распространено в промышленных технологиях и повседневной жизни и поэтому активно исследуется теоретически и экспериментально [1–6]. В связи с испарением воды с поверхности установлены экспериментальные факты: 1) конвективные потоки воздуха над поверхностью иногда ускоряют процесс испарения; 2) испарение происходит тем интенсивнее, чем меньше влажность окружающего воздуха  $\phi$ . Однако приведенные в литературе данные, о том, в какой мере эти условия влияют на скорость

испарения, сильно различаются и иногда противоречивы. Так, например, экспериментальные исследования испарения с плоской поверхности воды в присутствии конвективных течений показывают увеличение скорости испарения, линейное по отношению к скорости течений  $V$  [7], выраженное полиномом 3-й степени [8] или пропорциональное  $\sim V^{3/2}$  [9], тогда как численные расчеты указывают на слабое влияние конвекции на скорость испарения [2, 10]. Для зависимости скорости испарения от разности между давлением насыщенного пара над поверхностью ( $p_{vs}$ ) и парциальным давлением пара в окружающем воздухе ( $p_{v0}$ ) эксперименты дают зависимость вида  $(p_{vs} - p_{v0})^n$ , где приближение Дальтона

предсказывает  $n = 1$  [10]; в [7, 9] получены значения  $n$ , меньшие 1; в [12, 13] – большие 1, а в [8] предложено выражение, связывающее  $n$  со скоростью течений в воздухе. Разнятся также мнения относительно роли свободной конвекции при испарении. В эксперименте [14] исследовалась скорость испарения с поверхности лежащих и висятых капель воды. Авторы получили одинаковые значения скорости испарения, что свидетельствует об отсутствии влияния гравитационной конвекции в газовой фазе. Однако в экспериментах [15] получено увеличение в 4 раза скорости испарения с поверхности лежащей капли по сравнению со скоростью, рассчитанной для диффузионного режима испарения. Очевидно, что перечисленные противоречия связаны с тем, что условия экспериментов [7–15] различались, но причины, по которым воздействие одних и тех же факторов на испарение вызывает различный отклик, неясны.

Исследование испарения с поверхности капли требует учета большого количества возможных физических явлений. Так, испарение вызывает охлаждение капли, причем, в общем случае, неоднородное, это приводит к неоднородной концентрации насыщенного пара над поверхностью, а также может привести к термокапиллярной конвекции в объеме капли. Описание процесса испарения в присутствии силы тяжести может осложняться свободной конвекцией как в газовой, так и в жидкой средах. Любые внешние возмущения – механические или термодинамические – могут вызвать свободные колебания капли [16] и, возможно, повлиять на процесс испарения. Глобальная цель проводимых исследований – численный анализ процесса испарения с поверхности лежащей капли в нейтральный газ. Расчеты проведены с учетом влияния сил поверхностного натяжения, тяготения и вязкости в обеих средах, возможной свободной гравитационной конвекции в газовой и жидкой средах и конвекции Марангони в капле. Учтено влияние силы тяжести на форму капли и исследованы движения поверхности капли, не связанные с ее перемещением вследствие уменьшения объема. Авторы проводят анализ

поэтапно, в настоящей работе приведено исследование влияния вынужденной конвекции на скорость испарения, форму капли и движение ее границ.

## 1. ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

### 1.1. Схема компьютерного эксперимента и принятые обозначения

Рассмотрена капля жидкости, лежащая на горизонтальной поверхности;  $R$  – радиус равновеликой сферической капли. Капля находится в атмосфере нейтрального неконденсирующегося газа. Задача решена в приближении осевой симметрии методом конечных разностей. Размеры вычислительного объема намного превышают радиус капли,  $R_K, H_K \gg R$  (рис. 1 – схематичный, масштабы не соблюдены). Построение разностной схемы происходит следующим образом [16]: 1) проводится вертикальное разбиение объема для  $z \leq H$ , так что капля оказывается поделенной на слои одинаковой толщины  $h_z$  с радиусом  $r_i$ ; 2) проводится вертикальное разбиение пространства над каплей (на рис. 1 не показано), шаг вертикального разбиения в газе при  $z > H$  может превышать шаг  $h_z$ ; 3) проводится горизонтальное разбиение вычислительного объема (на рис. 1 не показано). Присутствие объекта со сложной геометрией приводит к тому, что схема вблизи границы капли сгущается, подстраиваясь под форму капли. Граница капли задается набором точек  $(ih_z, r_i)$ , соединенных между собой отрезками.

Приняты следующие обозначения:  $\rho_l$  – плотность жидкости;  $\rho_0, T_0, p_0$  – плотность, температура и давление газа на границах вычислительной области;  $T_s$  – температура подложки;  $\nu_l, \nu_g$  – коэффициенты кинематической вязкости сред;  $\eta_l, \eta_g$  – коэффициенты динамической вязкости;  $\kappa_l, \kappa_g$  – коэффициенты теплопроводности;  $c_l, c_g$  – удельные теплоемкости;  $M_l, M_g$  – молярные массы;  $\beta_l$  – коэффициент теплового расширения жидкости;  $D$  – коэффициент диффузии пара в воздухе;  $\lambda$  – теплота испарения;  $\sigma_{lg}, \sigma_{gs}, \sigma_{ls}$  – коэффициенты межфазного натяжения на границах «жидкость-газ», «газ-твердое» и «жидкость-твердое», соответственно. Индексами «l» и «g» обозначены величины, относящиеся к жидкости и газу. Индекс «v» принят для обозначения величин, относящихся к пару.

### 1.2. Основные приближения модели

Жидкость предполагается несжимаемой и ньютоновской; нейтральный газ и его смесь с паром – идеальными газами; подложка – гладкой и изотермической. Испарение предполагается медленным,

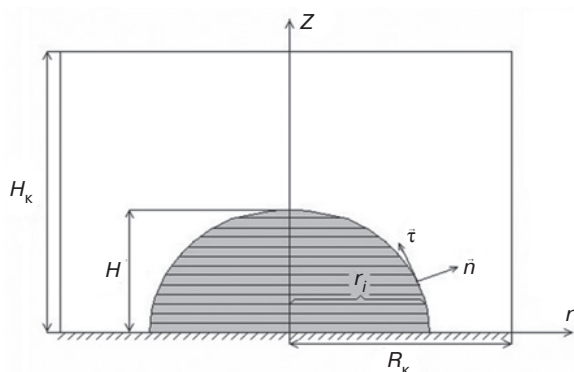


Рис. 1. Схема эксперимента

так что над поверхностью жидкости находится равновесный насыщенный пар. Рассмотрена двумерная задача в предположении осевой симметрии формы капли, потоков и распределений давления, температуры и концентрации пара, причем движения сред в азимутальном направлении отсутствуют.

### 1.3. Уравнения и граничные условия

Уравнения сохранения для жидкости в капле записываются следующим образом

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho_l} \nabla P + \nu_l \nabla^2 \vec{V} - \vec{g} \beta_l (T - T_s), \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{V}T) = \frac{\kappa_l}{\rho_l c_l} \nabla^2 T. \quad (3)$$

Здесь  $P$  – превышение давления над гидростатическим давлением в жидкости;  $\vec{V} = \{V_r, V_z\}$  и  $T$  – распределения скоростей и температуры;  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения. Подъемная сила в уравнении (1) учтена в приближении Буссинеска.

Поведение газа описывается уравнениями

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta_g}{\rho} \nabla^2 \vec{V} - \vec{g}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{V}) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{V}T) = \frac{\kappa_g}{\rho c_g} \nabla^2 T, \quad (6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{V}C) = D \nabla^2 C. \quad (7)$$

Систему (4)–(7) дополняет уравнение состояния парогазовой смеси

$$p = \frac{\rho R_g T}{M}, \quad M = \left( \frac{C}{M_1} + \frac{1-C}{M_g} \right)^{-1}. \quad (8)$$

Здесь символами  $p$ ,  $\rho$  и  $M$  обозначены давление, плотность и молярная масса смеси;  $C$  – массовая доля пара;  $R_g$  – универсальная газовая постоянная.

Верхняя и боковая границы вычислительного объема – невозмущенная газовая среда с заданными

массовой долей пара  $C_0$ , плотностью  $\rho_0$ , давлением  $p_0$  и температурой  $T_0$ .

На границе «газ-подложка» ставятся условия непроницаемости, постоянства температуры и условие прилипания.

На границе «жидкость-газ»  $S_{lg}$  имеют место следующие условия [17]:

1) Парциальное давление пара  $p_{vs}$  равно давлению насыщенного пара жидкости при температуре поверхности и с учетом кривизны  $K(z)$  и присутствия нейтрального газа:

$$p_{vs} = p_{v\infty} + \frac{p_{v\infty}}{\rho_l - \rho_{v\infty}} (-\sigma_{lg} K + p),$$

здесь  $p_{v\infty}$ ,  $\rho_{v\infty}$  – давление и плотность пара над плоской поверхностью жидкости ( $K = \infty$ ),  $p_{v\infty}$  вычисляется по формуле:

$p_{v\infty} = 6.112 \cdot e^{17.62(T_s - 273)/(T_s - 29.88)}$  [18];  $p(z)$  – давление воздуха над поверхностью капли. Кривизна определяется по формуле  $K(z_i) = R_{li}^{-1} + R_{2i}^{-1}$ , где  $R_{li}$  и  $R_{2i}$  – радиусы нормальных сечений капли, которые вычисляются из геометрических соображений [16]. Массовая доля пара над поверхностью капли вычисляется как

$$C_s = \frac{p_{vs} M_1}{\rho_s R_g T_s}, \quad (9)$$

где  $\rho_s$  – плотность газопаровой смеси над поверхностью капли.

2) Нормальная составляющая скорости газовой среды над поверхностью капли определяется условием Стефана:

$$(1 - C_s) \cdot (\vec{V} \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) - D \frac{\partial(1 - C)}{\partial n} = 0. \quad (10)$$

Условие (10) записано в системе отсчета, в которой межфазная граница покоится и описывает диффузионный режим испарения: диффузионный поток воздуха к поверхности должен быть компенсирован конвективным потоком, направленным от поверхности;  $V_{S_{lg}}$  – скорость движения границы «жидкость-газ» в лабораторной системе отсчета.

3) Скачок нормальной компоненты напряжения на  $S_{lg}$  описывается уравнением Лапласа:

$$\vec{n} T \vec{n}|_l - \rho_l (\vec{V}_l \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}})^2 - \left( \vec{n} T \vec{n}|_g - \rho_g (\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}})^2 \right) = \sigma_{lg} K, \quad (11)$$

где компоненты тензора напряжений  $\mathbf{T}$  записываются как  $T_{ij} = -p\delta_{ij} + \eta(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$ ,  $\delta_{ij}$  – дельта Кронекера.

4) Скачок касательной компоненты напряжений равен касательной составляющей градиента поверхностного натяжения

$$\vec{n}\mathbf{T}\vec{\tau}|_l - \rho_l \vec{V}_l \cdot \vec{\tau} (\vec{V}_l \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) - \\ - \left( \vec{n}\mathbf{T}\vec{\tau}|_g - \rho_g \vec{V}_g \cdot \vec{\tau} (\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) \right) = - \left| \frac{d\sigma}{dT} \right| (\nabla T)_\tau. \quad (12)$$

В (12) предполагается линейная зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры

$$\sigma = \sigma_0 - \left| \frac{d\sigma}{dT} \right| (T - T_g).$$

6) Касательные компоненты скорости и температура на границе непрерывны

$$V_l|_\tau = V_g|_\tau, \quad (13)$$

$$T_l = T_g. \quad (14)$$

7) Поток тепла испытывает скачок, связанный с поглощением скрытой теплоты испарения

$$-k_l \frac{\partial T}{\partial n}|_l + \rho_l c_l T_l \cdot (\vec{V}_l \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) - \\ - \left( -k_g \frac{\partial T}{\partial n}|_g + \rho_g c_g T_g \cdot (\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) \right) = \dot{m} \cdot \lambda. \quad (15)$$

В (15) локальный поток вещества на поверхности выражается как

$$\dot{m} = \rho_l \cdot (\vec{V}_l \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}) = \\ = \rho C \cdot \left( \vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}} \right) - \rho D \frac{\partial C}{\partial n} = \rho \cdot (\vec{V}_g \cdot \vec{n} - V_{S_{lg}}). \quad (16)$$

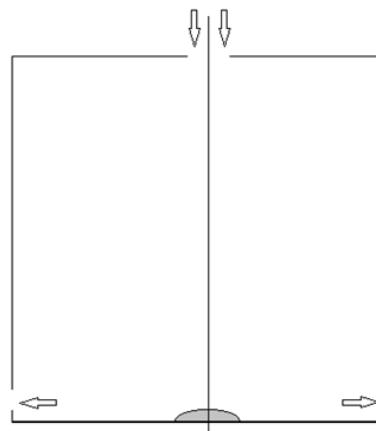
Скорость движения межфазной границы определяется из (10), (16) и записывается как

$$V_{S_{lg}} = (\rho_l \vec{V}_l \cdot \vec{n} - \rho_g \vec{V}_g \cdot \vec{n}) / (\rho_l - \rho)|_{S_{lg}}. \quad (17)$$

8) Условие на трехфазной границе описывается как

$$\theta_0 = \text{const}, \quad (18)$$

где  $\theta_0$  – равновесный угол смачивания,  $\cos \theta_0 = (\sigma_{gs} - \sigma_{ls}) / \sigma_{lg}$ .



**Рис. 2.** Схема вычислительного объема (стрелками показаны зоны входа и выхода воздуха)

Течения вынужденной конвекции, совместимые с условием осевой симметрии, были созданы следующим образом: в отверстие в верхней части вычислительного объема вдувается воздух, в боковых стенках через щели вблизи подложки – зона выхода воздуха (рис. 2). Скорости газа в подобраны так, что количество воздуха и пара в объеме из-за конвекции не изменялось.

Уравнения (1)–(18) приводятся к безразмерной форме следующим образом: для жидкости используется шкала расстояний  $R$ , для скоростей –  $v_1/R$ , для давления –  $\rho_l v_1^2 / R^2$  и для времени –  $R^2 / v_1$ . Для газовой среды используется шкала расстояний  $R_K$ , для скоростей –  $U_0$ , для плотности –  $\rho_g$  и для времени –  $R_K / U_0$ . Безразмерные переменные далее в тексте отмечены тильдой.

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Решение системы (1)–(18) проводилось методом конечных разностей. Для решения уравнений динамики жидкости (1)–(3) использовался метод исключения Гаусса, уравнения для описания поведения газовой среды были решены методом прогонки, решения «сшивались» на межфазной границе с помощью граничных условий. Решение проводилось в духе методов расщепления [19] и на каждом временном шаге делилось на «жидкий» и «газовый» этапы, каждый из которых состоял из нескольких шагов.

**1 этап, «жидкий».** Проводится решение уравнений для жидкости в капле. Состоит из следующих шагов:

- распределения скоростей и давления в жидкости вычисляются путем решения уравнений (1), (2), (11), (12) методом исключения Гаусса. Значения



скоростей в газе для подстановки в (11), (12) берется с предыдущего временного шага;

- распределение температуры в капле вычисляется решением уравнений (8), (15). Распределение температуры в газе и значение интенсивности испарения  $\dot{m}$  берется с предыдущего временного шага.

**2 этап, «газовый».** Включает следующие действия:

- распределение скоростей в газе вычисляется решением уравнений (4), (10), (13) – нормальные составляющие скорости в газе вблизи поверхности жидкости задаются условием Стефана, а касательные – непрерывны. Значение плотности газа берется с предыдущего временного шага, а значение касательных составляющих скоростей на поверхности капли – с первого, «жидкого» этапа;
- распределение плотности в газе вычисляется решением уравнения (5). Вблизи поверхности капли плотность газовой смеси аппроксимируется многочленом, так как не существует физических условий, ограничивающих значение плотности или ее производных;
- распределение температуры в газе вычисляется решением уравнений (6), (14);
- распределение массовой доли пара в газе вычисляется решением уравнения (7), в котором значение массовой доли пара в смеси над поверхностью капли вычисляется по формуле (9);
- новая форма свободной жидкости рассчитывается по формулам (18) и

$$\tilde{r}_i^{\tilde{t}+\Delta\tilde{t}} = \tilde{r}_i^{\tilde{t}} + \tilde{V}_r|_{S_{lg}} \cdot \Delta\tilde{t}, \quad i = 2, m,$$

$$\tilde{z}_i^{\tilde{t}+\Delta\tilde{t}} = i\tilde{h} + \tilde{V}_z|_{S_{lg}} \cdot \Delta\tilde{t}, \quad i = 2, m+1.$$

Сетка реконструируется на каждом временном шаге в соответствии с изменениями формы капли. Переменные для жидкости и газа были обезразмерены по-разному, поэтому на один «жидкий» этап расчета приходится несколько «газовых».

Описанный код был опробован на тестовых задачах в [16, 20] и показал хорошее согласие с аналитическими решениями и экспериментальными результатами.

Все вычисления, проведенные в работе, выполнены для испарения капли воды в воздух. Физические характеристики жидкости: плотность  $\rho_l = 1000 \text{ кг/м}^3$ ; молярная масса  $M_l = 0.018 \text{ кг/моль}$ ; коэффициент теплопроводности  $\kappa_l = 0.55 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ; вязкость  $\nu_l = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ; теплоемкость  $c_l = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ; коэффициент объемного теплового расширения

$\beta_l = 1.27 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ ; теплота испарения  $\lambda = 2.26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ . Физические характеристики газа: молярная масса  $M_g = 0.029 \text{ кг/моль}$ ; теплоемкость  $c_g = 720 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ , коэффициенты вязкости и теплопроводности газовой среды в уравнениях (4) и (6) вычислялись по формулам МКТ [21], а коэффициент диффузии водяного пара в воздухе рассчитывался в приближении модели жестких сфер [22]. Температура подложки  $T_s = 293 \text{ К}$ . Характеристики межфазных границ:  $\sigma_{lg} = 7.3 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$ ;  $\sigma_{ls} - \sigma_{gs} = 0 \text{ Н/м}$ ;  $\left| \frac{d\sigma}{dT} \right| = 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ Н/(м} \cdot \text{К)}$ . Размеры капли и вычислительного объема:  $R = 0.5 \text{ мм}$ ,  $R_k = H_k = 5 \text{ см}$ . Испарение происходит в сухой воздух,  $C_0 = 0$ .

Получены следующие значения безразмерных критериев, определяющих движение в жидкости и газе. Число Марангони  $Ma = 130$  и имеет величину, достаточную для формирования в капле термокапиллярной неустойчивости, так как его значение превышает критическое  $Ma_{кр} \approx 80$  (для жидкой пленки). Значения числа Рейнольдса в газе  $Re_g = 115$  и в жидкости  $Re_l = 0.5$  сравнительно малы, так что только ламинарные течения могут наблюдаться в обеих средах. Критическое число Грасгофа составляет  $Gr_{кр} \approx 1000$  (для жидкости в цилиндрическом сосуде, нагретом снизу). Это означает, что свободная гравитационная конвекция в капле с  $Gr = 3.2$  невозможна.

Начальное состояние в системе: среды находятся в состоянии покоя при температуре  $T = T_s = T_0 = 293 \text{ К}$ , давление в газе  $p = p_g = 10^4 \text{ Па}$ , испарение отсутствует, как если бы капля была накрыта пленкой, и в момент  $t = 0$  пленку убирают. Начальная равновесная форма капли рассчитывается с помощью минимизации механической энергии [16].

Сходимость написанного кода проверялась сравнением результатов, полученных для различных сеток и временных шагов, и были выбраны параметры схемы для получения решения, независимого от размеров шагов разбиения.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

#### 3.1. Вид течений в газе и жидкости

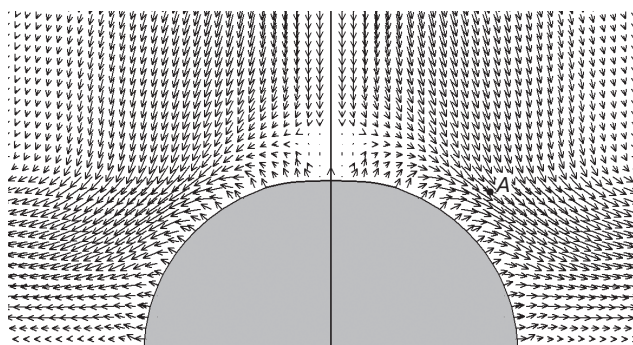
Течения вынужденной конвекции были заданы следующим образом. На верхней границе вычислительного объема при  $z = H_k$  имеется круглое отверстие радиуса  $R_c = 5 \text{ мм}$ , в которое задувают сухой воздух (рис. 2). Профиль скорости течения – квадратичный:  $V_z = U_0 (1 - r^2/R_c^2)$ ,  $U_0 = 0.37 \text{ м/с}$ . На боковой границе при  $r = R_k$  имеется щель, из которой вытекает воздух, ширина щели подобрана так, чтобы

количество втекающего и вытекающего воздуха совпадало.

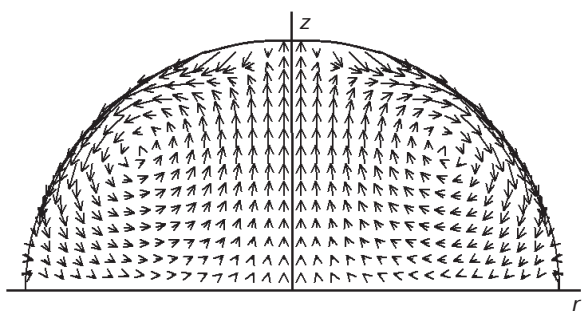
Рассмотрены результаты трех расчетов:

1. испарение происходит в неподвижный воздух;
2. в газовой среде сформированы потоки вынужденной конвекции, которые включаются в начальный момент времени и существуют на всем временном интервале;
3. в газовой среде сформирована вынужденная конвекция, потоки которой организованы точно так же, как в п. 2, но являются пульсирующими, т.е. вынужденная конвекция, как в режиме 2, периодически сменяется состоянием, когда скорости во входном и выходном отверстиях обращаются в 0. Движения в газе, не поддержанные внешними силами, быстро затухают.

На рис. 3 показано распределение скорости газопаровой смеси над каплей в режиме 2. Конвективный поток направлен вертикально вниз вдоль оси системы, расходясь в стороны над каплей. Скорости вблизи поверхности капли направлены почти перпендикулярно поверхности. Составляющая этих скоростей, нормальная к поверхности, представляет собой поток Стефана. Как видно из рисунка, скорости конвективного течения над каплей в два и более раз превышают скорость в потоке Стефана. Над вершиной капли формируется зона покоя, образованная при встрече двух вертикальных течений – конвективного и потока Стефана, направленного вверх.



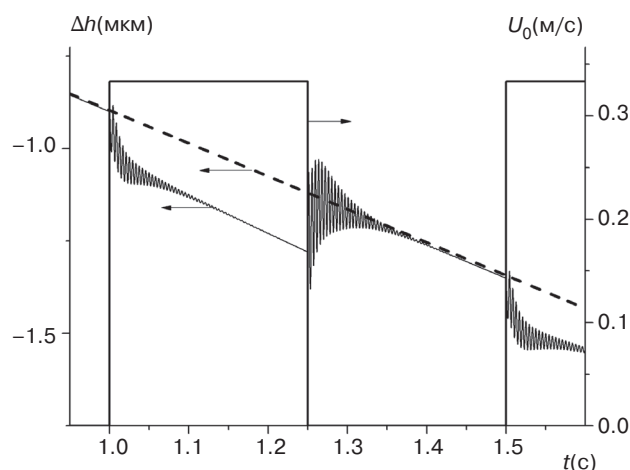
**Рис. 3.** Распределение скорости в объеме газа вблизи поверхности капли в присутствии вынужденной конвекции



**Рис. 4.** Распределение скорости в капле в присутствии конвективного течения в газовой фазе

Конвективные потоки в газе вызывают движение внутри жидкости. В капле формируется вихрь, поток в котором направлен вниз вдоль поверхности и поднимается вверх вдоль оси (рис. 4). Скорости движения в капле намного меньше скоростей в газе. Так, например, скорость потока в газе в точке А (рис. 3) равна 5 см/с, тогда как скорость в капле вблизи поверхности составляет около 1 мм/с, т.е. в 50 раз меньше.

На рис. 5 показана временная зависимость отклонения высоты капли от начального (равновесного) положения для двух случаев испарения: в присутствии пульсов вынужденной конвекции и в неподвижный воздух. На этом же графике показана временная зависимость скорости вынужденной конвекции  $U_0$ , период пульсации конвективных потоков составил 0.5 с. Как выяснилось, капля реагирует на пульсы конвекции колебаниями на частоте  $\approx 250$  Гц, эта частота совпадает с основной частотой собственных осесимметричных колебаний капли [16]. Причем, как видно из рисунка, механическое равновесие капли нарушается в обоих случаях, как при включении, так и при выключении конвективных потоков. В присутствии конвективных потоков высота капли меньше ее высоты при отсутствии конвекции, разница составляет  $\sim 0.2$  мкм. Это означает, что конвективный поток «сплющивает» каплю. Как видно из рис. 5, в интервалах покоя, когда конвективные течения отключаются, высота капли восстанавливается и становится равной высоте капли, испаряющейся в неподвижный воздух. Свободные колебания при включении конвекции имеют меньшую амплитуду, чем при выключении, видимо, они подавлены конвективным потоком.



**Рис. 5.** Временная зависимость отклонения высоты испаряющейся капли в вершине от начального равновесного положения:  
----- режим 1; ——— режим 3; ——— временная зависимость максимальной скорости воздуха в конвективном течении

Наблюдается и обратное влияние движений в жидкости на газ. Так, колебания капли вызывают появление волны плотности в газе, то есть колеблющаяся капля испускает звук. Колебания плотности невелики, их амплитуда составляет около 0.01% от плотности воздуха.

### 3.2. Зависимость скорости испарения от времени

На рис. 6 показана временная зависимость скорости испарения  $J$  – величины, численно равной массе жидкости, покидающей поверхность капли в единицу времени. На графике приведены три кривые, соответствующие рассмотренным режимам испарения. На рассмотренном временном интервале испарения можно выделить короткий ( $< 1$  мс) переходный процесс, когда скорость испарения меняется в больших пределах. Это связано с неравновесным начальным состоянием системы. Затем наступает интервал стационарного испарения, на котором скорость меняется незначительно – из-за уменьшения площади поверхности капли и понижения температуры поверхности вследствие испарения. Как видно из рис. 6, кривые, полученные для различных режимов на этапе установившегося испарения, совпадают друг с другом так, что разница не превышает 1%. Это подтверждает выводы, сделанные авторами других вычислительных работ о том, что скорость испарения в рассмотренных условиях не зависит от присутствия в газовой фазе конвективных течений [2, 10] и противоречит экспериментальным работам по испарению в условиях вынужденной конвекции [8, 9, 15].

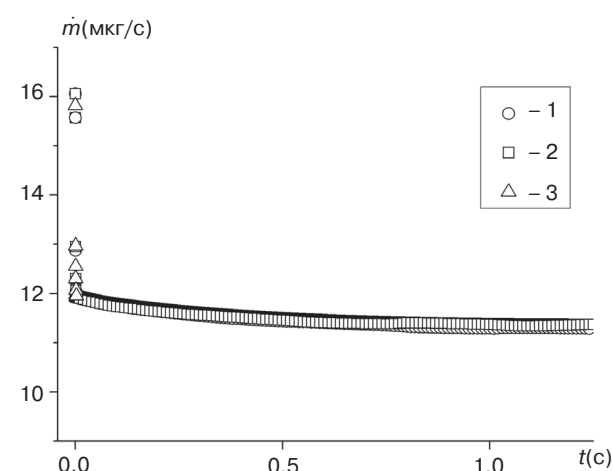


Рис. 6. Временная зависимость скорости испарения с поверхности капли для различных режимов испарения

Причина полученного расхождения состоит, предположительно, в том, что в экспериментах с вынужденной конвекцией нарушается условие Стефана (10), тогда как в численных расчетах его выполнение постулируется. Проконтролировать выполнение условия Стефана в эксперименте напрямую не представляется возможным, однако косвенные данные указывают на его нарушение. Так, зависимость скорости испарения с поверхности капли в диффузионном режиме от радиуса пятна смачивания есть линейная функция [14, 15], и невыполнение этого условия указывает на то, что испарение не контролируется диффузией. Таким образом, неравновесные условия, образованные в результате воздействия конвекции на поверхности капли, увеличивают скорость испарения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены численные исследования процесса испарения с поверхности лежащей капли в присутствии течений вынужденной конвекции в воздухе и получены следующие результаты.

Вынужденная конвекция в газовой фазе влияет на форму капли и течения в ней. В случае пульсирующих конвективных течений, капля реагирует на начало и окончание конвекции колебаниями на основной частоте собственных колебаний. После затухания колебаний в капле наблюдается течение, вызванное потоками в окружающем воздухе, касательными по отношению к поверхности капли.

Графики временных зависимостей скорости испарения, полученные для испарения в неподвижный воздух и в присутствии течений вынужденной конвекции, совпадают между собой, что согласуется с результатами вычислительных работ [2, 10] и противоречит результатам экспериментальных исследований [7–9, 15]. Причина полученного разногласия, возможно, заключается в возникновении неравновесных условий на границе конденсированной фазы, при которых режим испарения перестает быть диффузионным. Таким образом, для численного описания влияния конвекции в газовой фазе на испарение с поверхности жидкости требуется модель взаимодействия течений с веществом в слое Кнудсена, на границе которого следует сшивать полученные условия с системами уравнений, записанными для объемных областей.

**Вклад авторов.** Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

**Authors' contribution.** All authors equally contributed to the research work.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Borodulin V.Y., Letushko V.N., Nizovtsev M.I., Sterlyagov A.N. Determination of parameters of heat and mass transfer in evaporating drops. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;109:609–618. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.02.042>
2. Ljung A.-L., Lundström T.S. Evaporation of a sessile water droplet subjected to forced convection in humid environment. *Drying Technology*. 2019;37(1):129–138. <https://doi.org/10.1080/07373937.2018.1441866>
3. Конторович И.И. Уровень техники и тенденции развития технических решений для интенсификации испарения с водной поверхности. *Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации*. 2016;1(21):241–256.
4. Jeong S.W., Lee D.H. Drying performance of a dishwasher with internal air circulation. *Korean Journal of Chemical Engineering*. 2014;31(9):1518–1521. <https://doi.org/10.1007/s11814-014-0194-0>
5. Chen Y., Askounis A., Koutsos V., Valluri P., Takata Y., Wilson S.K., Sefiane K. On the effect of substrate viscoelasticity on the evaporation kinetics and deposition patterns of nanosuspension drops. *Langmuir*. 2020;36(1):204–213. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.9b02965>
6. Hatte S., Pandey K., Pandey K., Chakraborty S., Basu S. Universal evaporation dynamics of ordered arrays of sessile droplets. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019;866:61–81. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.105>
7. Tang R., Etzion Y. Comparative studies on the water evaporation rate from a wetted surface and that from a free water surface. *Building and Environment*. 2004;39(1):77–86. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2003.07.007>
8. Jodat A., Moghiman M. An experimental assessment of the evaporation correlations for natural, forced and combined convection regimes. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2012;226(1):145–153. <https://doi.org/10.1177/0954406211413961>
9. Al-Shammiri M. Evaporation rate as a function of water salinity. *Desalination*. 2002;150(2):189–203. [https://doi.org/10.1016/S0011-9164\(02\)00943-8](https://doi.org/10.1016/S0011-9164(02)00943-8)
10. Vyatkin G.P., Korenchenko A.E., Izmailov Yu.G. Evaporation of liquids under conditions of free convection. *Doklady Physics*. 1998;43(11):700–702.
11. Dalton J. Experimental essays on the constitution mixed gases: on the force of steam or vapor from water and other liquids in different temperatures, both in a Torricelli vacuum and in air; on evaporation and on the expansion of gases by heat. *Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester*. 1802;5:536–602.
12. Boetler L.M.K., Gordon H.S., Griffin J.R. Free evaporation into air of water from a free horizontal quiet surface. *Industrial and Engineering Chemistry*. 1946;38(6):596–600. <https://doi.org/10.1021/ie50438a018>
13. Pauken M.T., Tang T.D., Jeter S.M., Abdel-Khalik S.I. Novel method for measuring water evaporation into still air. *ASHRAE Transactions*. 1993;99(1):297–300.
14. Guéna G., Poulard C., Voué M., De Coninck J., Cazabat A.M. Evaporation of sessile liquid droplets. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2006;291(1–3):191–196. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2006.07.021>

## REFERENCES

1. Borodulin V.Y., Letushko V.N., Nizovtsev M.I., Sterlyagov A.N. Determination of parameters of heat and mass transfer in evaporating drops. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;109:609–618. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.02.042>
2. Ljung A.-L., Lundström T.S. Evaporation of a sessile water droplet subjected to forced convection in humid environment. *Drying Technology*. 2019;37(1):129–138. <https://doi.org/10.1080/07373937.2018.1441866>
3. Kontorovich I.I. State of the art and development trends of technical decisions for intensifying evaporation from water surface. *Nauchnyy zhurnal Rossiyskogo NII problem melioratsii = Scientific Journal of Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems*. 2016;1(21):241–256 (in Russ.).
4. Jeong S.W., Lee D.H. Drying performance of a dishwasher with internal air circulation. *Korean Journal of Chemical Engineering*. 2014;31(9):1518–1521. <https://doi.org/10.1007/s11814-014-0194-0>
5. Chen Y., Askounis A., Koutsos V., Valluri P., Takata Y., Wilson S.K., Sefiane K. On the effect of substrate viscoelasticity on the evaporation kinetics and deposition patterns of nanosuspension drops. *Langmuir*. 2020;36(1):204–213. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.9b02965>
6. Hatte S., Pandey K., Pandey K., Chakraborty S., Basu S. Universal evaporation dynamics of ordered arrays of sessile droplets. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019;866:61–81. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.105>
7. Tang R., Etzion Y. Comparative studies on the water evaporation rate from a wetted surface and that from a free water surface. *Building and Environment*. 2004;39(1):77–86. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2003.07.007>
8. Jodat A., Moghiman M. An experimental assessment of the evaporation correlations for natural, forced and combined convection regimes. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2012;226(1):145–153. <https://doi.org/10.1177/0954406211413961>
9. Al-Shammiri M. Evaporation rate as a function of water salinity. *Desalination*. 2002;150(2):189–203. [https://doi.org/10.1016/S0011-9164\(02\)00943-8](https://doi.org/10.1016/S0011-9164(02)00943-8)
10. Vyatkin G.P., Korenchenko A.E., Izmailov Yu.G. Evaporation of liquids under conditions of free convection. *Doklady Physics*. 1998;43(11):700–702.
11. Dalton J. Experimental essays on the constitution mixed gases: on the force of steam or vapor from water and other liquids in different temperatures, both in a Torricelli vacuum and in air; on evaporation and on the expansion of gases by heat. *Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester*. 1802;5:536–602.
12. Boetler L.M.K., Gordon H.S., Griffin J.R. Free evaporation into air of water from a free horizontal quiet surface. *Industrial and Engineering Chemistry*. 1946;38(6):596–600. <https://doi.org/10.1021/ie50438a018>
13. Pauken M.T., Tang T.D., Jeter S.M., Abdel-Khalik S.I. Novel method for measuring water evaporation into still air. *ASHRAE Transactions*. 1993;99(1):297–300.

15. Kelly-Zion P.L., Pursell C.J., Vaidya S., Batra J. Evaporation of sessile drops under combined diffusion and natural convection. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2011;381(1–3):31–36. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2011.03.020>
16. Korenchenko A.E., Beskachko V.P. Oscillations of a sessile droplet in open air. *Physics of Fluids*. 2013;25(11):2106. <https://doi.org/10.1063/1.4829025>
17. Лабунцов Д.А., Ягов В.В. *Механика двухфазных систем*. М.: МЭИ; 2000. 374 с. ISBN 978-5-383-00036-6
18. *Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation*. Geneva: World Meteorological Organization (WMO); 2008. 681 p. URL: <https://www.weather.gov/media/epz/mesonet/CWOP-WMO8.pdf>
19. Белоцерковский О.М. *Численное моделирование в механике сплошных сред*. М.: Физматлит; 1994. 448 с. ISBN 5-02-014986-1
20. Korenchenko A.E., Malkova J.P. Numerical investigation of phase relationships in an oscillating sessile drop. *Physics of Fluids*. 2015;27(10):2104–2111. <https://doi.org/10.1063/1.4932650>
21. Матвеев А.Н. *Молекулярная физика*. М.: Мир; 1985. 448 с.
22. Bird R., Stewart W., Lightfoot E. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc.; 2002. 687 p.
14. Guéna G., Poulard C., Voué M., De Coninck J., Cazabat A.M. Evaporation of sessile liquid droplets. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2006;291(1–3):191–196. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2006.07.021>
15. Kelly-Zion P.L., Pursell C.J., Vaidya S., Batra J. Evaporation of sessile drops under combined diffusion and natural convection. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2011;381(1–3):31–36. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2011.03.020>
16. Korenchenko A.E., Beskachko V.P. Oscillations of a sessile droplet in open air. *Physics of Fluids*. 2013;25(11):2106. <https://doi.org/10.1063/1.4829025>
17. Labuntsov D.A., Yagov V.V. *Mekhanika dvukhfaznykh sistem (The Mechanics of Two-Phase Systems)*. Moscow: MEI; 2000. 374 p. (in Russ.). ISBN 978-5-383-00036-6
18. *Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation*. Geneva: World Meteorological Organization (WMO); 2008. 681 p. Available from URL: <https://www.weather.gov/media/epz/mesonet/CWOP-WMO8.pdf>
19. Belotserkovskii O.M. *Chislennoe modelirovanie v mekhanike sploshnykh sred (Numerical modeling in mechanics of continuous medium)*. Moscow: Fizmatlit; 1994. 448 p. (in Russ.). ISBN 5-02-014986-1
20. Korenchenko A.E., Malkova J.P. Numerical investigation of phase relationships in an oscillating sessile drop. *Physics of Fluids*. 2015;27(10):2104–2111. <https://doi.org/10.1063/1.4932650>
21. Matveev A.N. *Molekulyarnaya fizika (Molecular Physics)*. Moscow: Mir; 1985. 446 p. (in Russ.).
22. Bird R., Stewart W., Lightfoot E. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc.; 2002. 687 p.

## Об авторах

**Коренченко Анна Евгеньевна**, д.ф.-м.н., профессор, кафедра высшей математики Института комплексной безопасности и специального приборостроения ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: [korenchenko@mirea.ru](mailto:korenchenko@mirea.ru). Scopus Author ID 10043443100, <https://orcid.org/0000-0002-3413-8855>

**Жукова Анна Александровна**, к.х.н., доцент, кафедра аналитической, физической и коллоидной химии, Первый Московский государственный медицинский университет им. И.М. Сеченова (105043, Россия, Москва, 5-ая Парковая ул., 21). E-mail: [anyazhu@gmail.com](mailto:anyazhu@gmail.com). Scopus Author ID 12757009400, <https://orcid.org/0000-0003-4511-1882>

## About the authors

**Anna E. Korenchenko**, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of High Mathematics, Institute of Integrated Safety and Special Instrument Engineering, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: [korenchenko@mirea.ru](mailto:korenchenko@mirea.ru). Scopus Author ID 10043443100, <https://orcid.org/0000-0002-3413-8855>

**Anna A. Zhukova**, Cand. Sci. (Chem.), Associate Professor, Sechenov First Moscow State Medical University (21, 5 Parkovaya ul., Moscow, 105043 Russia). E-mail: [anyazhu@gmail.com](mailto:anyazhu@gmail.com). Scopus Author ID 12757009400, <https://orcid.org/0000-0003-4511-1882>