

УДК 621.396.969.181.234

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-4-38-48>

## НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Оценка эффективности алгоритмов фильтрации вектора состояния малоразмерного объекта наблюдения при аппроксимации траектории его перемещения немарковским процессом

Б.А. Заикин<sup>1, @</sup>,  
А.Ф. Котов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Городская клиническая больница им. М.Е. Жадкевича, Москва, 121374 Россия

<sup>2</sup> МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: halfmazerkin@gmail.com

**Резюме.** В статье рассматриваются возможности оценивания векторов состояния объектов наблюдения, аппроксимация траекторий перемещений которых не является марковской. Во введении обсуждается следующая проблема: использование аппроксимации марковскими процессами траектории объекта наблюдения в некоторых случаях может приводить к расхождению теории и практики. Это происходит, например, в случае радиосистем координатометрии, работающих на малых дистанциях с объектами, у которых траекторные флуктуации сопоставимы с размерами самого объекта наблюдения. В первой части статьи проведено моделирование траекторий малоразмерных объектов наблюдения при аппроксимации траектории марковским процессом и указаны ограничения такого подхода. Предложено использование многомерного гауссова закона распределения для порождения траектории малоразмерного объекта наблюдения, который, с одной стороны, более точно моделирует поведение объекта, а с другой – требует больших вычислительных затрат. Во второй части проведено исследование точностных характеристик однопозиционной угломерно-дальномерной и трехпозиционной дальномерной радиосистем. В качестве алгоритмов оценивания в данных системах при моделировании использованы алгоритмы  $\alpha$ - $\beta$ , Калмана и нелинейного оценивания. Приведены параметры и характеристики моделирования. Дан критерий оценки качества фильтрации. В третьей части представлены результаты моделирования процесса оценивания местоположения объектов наблюдения с траекториями перемещения, аппроксимированными немарковскими процессами. Представлено подробное описание графиков. Моделирование подтверждает возможность использования алгоритмов Калмана и нелинейной фильтрации для оценивания траектории малоразмерного объекта наблюдения, модель траектории которого использует многомерный нормальный закон распределения. Указывается, что в ряде случаев ошибки фильтрации превышают ошибки единичного измерения, что приводит к выводу о необходимости дальнейшей модификации алгоритмов. В заключительной части дается рекомендация по дальнейшему уменьшению ошибок оценивания при использовании алгоритмов Калмана и нелинейного оценивания.

**Ключевые слова:** немарковская аппроксимация, алгоритм  $\alpha$ - $\beta$ , алгоритм Калмана, нелинейная фильтрация, однопозиционная радиолокация, многопозиционная радиолокация, квадрокоптеры

• Поступила: 18.04.2021 • Доработана: 11.05.2021 • Принята к опубликованию: 25.05.2021

**Для цитирования:** Заикин Б.А., Котов А.Ф. Оценка эффективности алгоритмов фильтрации вектора состояния малоразмерного объекта наблюдения при аппроксимации траектории его перемещения немарковским процессом. *Российский технологический журнал*. 2021;9(4):38–48. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-4-38-48>

**Прозрачность финансовой деятельности:** Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## RESEARCH ARTICLE

# An estimation of efficiency of filtering algorithms of state vector of small-sized observed object with non-Markovian approximation of trajectory

Boris A. Zaikin<sup>1, @</sup>,  
Alexander F. Kotov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> M.E. Zhadkevich City Clinical Hospital, Moscow, 121374 Russia

<sup>2</sup> MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

@ Corresponding author, e-mail: halfmazerkin@gmail.com

**Abstract.** The article discusses the possibilities of estimating the states vectors of observation objects with the non-Markovian approximation of the trajectories. The introduction discusses the problem consisting in the fact that the use of the approximation of the trajectory of the observed object by Markov processes in some cases can lead to a discrepancy between theory and practice. In the first section, we simulate the trajectories of observed objects when approximated by a Markovian process and indicate the limitations of this approach. It is proposed to use a multidimensional Gaussian distribution law for generating the trajectory of the observed object. In the second section, a study of the accuracy characteristics of a single-position angular-rangefinder radar and a three-position rangefinder radar are considered. Algorithms  $\alpha$ - $\beta$ , Kalman and nonlinear estimation are used in the modeling as estimation algorithms in these systems. The parameters and characteristics of the simulation are given. In the third part, the results of modeling the process of estimating the location of objects of observation with trajectories of movement approximated by non-Markov processes are presented. Modeling confirms the possibility of using submitted algorithms to estimate the trajectory of a small-sized object of observation, a trajectory model of which uses a multidimensional normal distribution law. It is pointed out that in several cases the filtering errors exceed the errors of a single measurement. This leads to the conclusion that further modification of the algorithms is necessary. In the final part, a recommendation is given on how to further reduce the estimation errors when using Kalman algorithms and nonlinear estimation.

**Keywords:** non-Markovian approximation,  $\alpha$ - $\beta$  algorithm, Kalman algorithm, nonlinear filtering, one-position radar, multi-position radar, quadcopters

• Submitted: 18.04.2021 • Revised: 11.05.2021 • Accepted: 25.05.2021

**For citation:** Zaikin B.A., Kotov A.F. An estimation of efficiency of filtering algorithms of state vector of small-sized observed object with non-Markovian approximation of trajectory. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal*. 2021;9(4):38–48 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-4-38-48>

**Financial disclosure:** Authors have no a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

## ВВЕДЕНИЕ

Как известно, любая математическая модель базируется на тех или иных допущениях. Если опустить факт несовершенства общей физической теории, то большинство моделей будет балансировать между приближенностью к реальности и сложностью вычисления. Однако такой подход не может гарантировать получения достоверного результата при использовании моделей.

Применительно к радиотехническим и радиолокационным областям при синтезировании алгоритмов оценивания одним из подобных широко используемых допущений является то, что процесс, отражающий изменение во времени вектора состояния объекта наблюдения (ОН), обладает свойствами марковского процесса. Подобное допущение позволяет получить достаточно простой математический аппарат. Несмотря на то, что формально доказать такое утверждение представляется нетривиальной задачей, требующей наблюдений за большим числом различных объектов и большим количеством их траекторий и маневров, на практике при использовании синтезированных алгоритмов допущение марковости процесса в большинстве случаев дает хорошие результаты. Более того, аргументом в пользу использования в радиолокации марковских процессов в качестве моделей является то, что исторически в качестве объектов наблюдения выступали массивные инертные объекты – самолеты, корабли, дирижабли и т.д. Также стоит отметить, что в большинстве случаев рассматривались дальнедействующие импульсные системы, которые, соответственно, используют относительно невысокое количество импульсов (или пачек импульсов при когерентном приеме) принимаемого сигнала на фиксированном интервале наблюдения. Однако в дальнейшем, с развитием научно-технического прогресса появились, с одной стороны, радиотехнические системы координатометрии, работающие на малой дальности с большим числом импульсов за интервал наблюдения, а с другой стороны возникла необходимость вести наблюдения за такими объектами, как беспилотные летательные аппараты, обладающие меньшей инертностью, повышенной маневренностью и малыми размерами [1, 2]. Кроме того, вычислительные возможности ЭВМ постоянно возрастают и позволяют с помощью моделирования решать все более сложные математические задачи. В связи с этим возникает необходимость пересмотра упомянутого выше подхода.

Целью данной работы является рассмотрение алгоритмов фильтрации, основанных на тех представлениях, что оценивание векторов состояния объектов наблюдения будет выходить за рамки классической

теории оценивания с применением аппроксимации марковскими процессами. Интерес представляет не только потенциальная возможность использования «классических» алгоритмов в «неклассических» условиях, но и последующая возможность оптимизации для уменьшения погрешности фильтрации и оценка эффективности оптимизированных алгоритмов. С другой стороны, марковская аппроксимация использовалась и используется до сих пор, поскольку в теоретическом плане она позволяет получать законченный математический аппарат, хотя ряду исследователей она кажется весьма грубой, не соответствующей реалиям. И поэтому неудивительно, что имели место попытки использовать немарковскую аппроксимацию как более подходящую [3–5]. Но эти попытки, как правило, приводили к получению достаточно сложного математического аппарата, который по существу являлся той или иной модификацией марковской аппроксимации. И только с появлением современных ЭВМ, позволяющих моделировать сложные процессы, немарковская аппроксимация, возможно, найдет применение при имитационном моделировании.

В качестве объектов наблюдения (ОН) в данной работе используются квадрокоптеры – беспилотные летательные аппараты, обладающие повышенной маневренностью и малыми размерами. В качестве радиотехнических систем координатометрии – охранные радиосистемы, действующие на малой дальности и использующие большое число импульсов на фиксированном интервале наблюдения. Наконец, в качестве алгоритмов оценивания в данной работе выступают алгоритм  $\alpha$ - $\beta$  [6], алгоритм фильтрации Калмана [7] и модифицированный алгоритм нелинейной фильтрации, представленный в [8] и [9], именуемый далее для краткости алгоритмом нелинейной фильтрации.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАЕКТОРИИ МАЛЫХ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В большинстве работ ([6, 8–12] и др.), в которых рассматривается функционирование алгоритмов фильтрации в различных радиотехнических системах координатометрии, акцент делается либо на рассмотрение геометрического построения системы, либо на модификацию непосредственно алгоритмов. Вопрос анализа траекторий объекта наблюдения и математического аппарата, стоящего за ним, во многих случаях считается тривиальным и либо не рассматривается, либо рассматривается для очень узких случаев без излишних подробностей. Однако при решении некоторых радиолокационных задач (например, при оценивании векторов состояния

объектов наблюдения в радиолокационных системах с ограниченной дальностью действия) приходится иметь дело с объектами, перемещение которых достаточно специфично и требует дополнительного анализа. Поэтому представляется целесообразным внимательнее рассмотреть математическое описание изменения вектора состояния малоразмерного объекта наблюдения.

В большинстве случаев, траекторию объекта наблюдения можно описать с помощью рекуррентного соотношения:

$$\vec{\Lambda}^{(v)} = \Phi \vec{\Lambda}^{(v-1)} + \mathbf{B} \vec{N}^{(v)}, \quad (1)$$

где  $\vec{\Lambda}^{(v)}$  – вектор состояния ОН в  $v$ -й момент времени;  $\Phi$  – матрица перехода;  $\vec{\Lambda}^{(v-1)}$  – вектор состояния ОН в  $(v-1)$ -й момент времени;  $\mathbf{B}$  – матрица формирующих воздействий, состоящая из среднеквадратических отклонений траектории по различным координатам;  $\vec{N}^{(v)}$  – гауссовский случайный вектор с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Отметим, что такое математическое описание позволяет описывать довольно сложные траектории, при этом оставаясь в пределах марковского приближения. Объект наблюдения в принятой модели полагается точечным, поскольку отношение расстояния до объекта к его размеру считается достаточно большим.

Математическое описание траекторных флуктуаций в виде марковского процесса представляет собой одну из причин несоответствия между теоретической моделью и реальной картиной мира. Чтобы ясно обозначить эти возможные несоответствия, рассмотрим крайний случай вектора состояния, состоящего из одной величины. Пусть эта величина соответствует изменению положения объекта наблюдения по оси  $X$ . Также, ввиду того, что в данном случае нас интересуют флуктуации, для простоты будем считать, что  $\Phi = \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица. Таким образом, математическое описание изменения вектора состояния, согласно (1), будет при данных допущениях выглядеть следующим образом:

$$x^{(v)} = x^{(v-1)} + b_x n_x^{(v)}, \quad (2)$$

где  $b_x$  – среднеквадратическое отклонение (СКО) траекторных флуктуаций по оси  $X$ ;  $n_x^{(v)}$  – гауссова случайная величина с нулевым математическим ожиданием  $M\{n_x^{(v)}\} = 0$  и единичной дисперсией  $D\{n_x^{(v)}\} = 1$ .

Как было сказано ранее, в рамках «классической» радиотехнической теории вид аппроксимации

флуктуаций не вставал остро по причине относительной медленности функционирования систем измерения и больших размеров объектов, которые были несоизмеримо больше самих флуктуаций. Таким образом, приближение в виде марковской последовательности давало хорошее соответствие теории и практики. Однако появление таких объектов, как квадрокоптеры, может приводить к траекторным флуктуациям, сопоставимым по размерам с самим объектом наблюдения, а системы их могут обладать значительно более высокой частотой следования импульсов.

Предположим, что среднеквадратичное отклонение траекторных флуктуаций для квадрокоптера составляет  $b_{x1s} = 1$  м за 1 с; частота следования импульсов радиосистемы, сопровождающей этот объект наблюдения, составляет  $n = 1000$  импульсов в секунду. Ограничим время наблюдения 1 секундой. Необходимо определить траекторию в интервале 1000 точек, который соответствует интервалу наблюдения 1 с. Если мы используем марковскую модель флуктуаций (2), то встает задача подбора такого СКО  $b_{x0.001s}$ , которое соответствует изменению траектории за 0.001 с. Рассмотрим два крайних случая:  $b_{x0.001s} = b_{x1s}$  (рис. 1) и  $b_{x0.001s} = \frac{b_{x1s}}{n}$  (рис. 2).

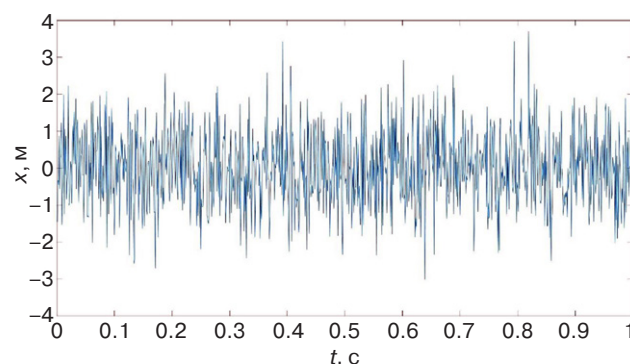


Рис. 1. Траекторные флуктуации марковского процесса при  $b_{x0.001s} = b_{x1s}$

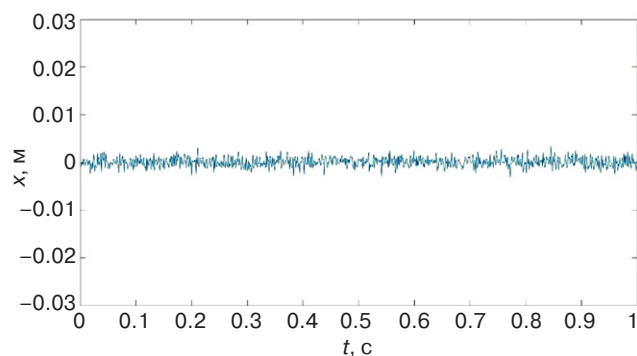


Рис. 2. Траекторные флуктуации марковского процесса при  $b_{x0.001s} = \frac{b_{x1s}}{n}$

Как можно видеть из рис. 1 и рис. 2, ни один из двух вариантов не соответствует действительности. В первом случае мы получаем объект, который колеблется с большой амплитудой и частотой, не соответствующей реальному движению объекта наблюдения. Во втором случае мы получаем объект, который колеблется с малой амплитудой, и при этом маловероятно, что такой процесс будет иметь отклонение в 1–3 м в интервале, равном 1 секунде (которое можно ожидать по правилу  $3\sigma$ ). Любой промежуточный вариант также не будет соответствовать реалиям. Можно сделать вывод о непригодности марковской модели флуктуаций для рассмотрения данного случая описания движения объекта наблюдения.

Таким образом, возникает предложение рассмотреть иную модель траекторных флуктуаций объектов, подобных квадрокоптеру, при распределении их значений по многомерному гауссовому закону. Многомерный гауссов закон распределения предполагает корреляционные связи между компонентами, что противоречит марковскому представлению о том, что текущее состояние зависит только от предыдущего.

Многомерный гауссов процесс может быть задан вектором математических ожиданий и ковариационной матрицей:

$$\mathbf{M}_x^k = [m_x^1 m_x^2 \dots m_x^k], \quad (3)$$

$$\mathbf{COV}_x^k = \begin{bmatrix} D_x^1 & C_x^{12} & C_x^{13} & \dots & C_x^{1k} \\ C_x^{12} & D_x^2 & C_x^{23} & \dots & C_x^{2k} \\ C_x^{13} & C_x^{23} & D_x^3 & \dots & C_x^{3k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_x^{1k} & C_x^{2k} & C_x^{3k} & \dots & D_x^k \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{M}_x^k$  – вектор, состоящий из математических ожиданий  $m_x^i$ -го одномерного нормального закона распределения, входящего в многомерный закон распределения;  $\mathbf{COV}_x^k$  – ковариационная матрица многомерного нормального закона распределения;  $D_x^i$  – дисперсия  $i$ -го нормального закона распределения, входящего в многомерный закон распределения;  $C_x^{ij}$  – коэффициент корреляции между  $i$ -м и  $j$ -м нормальными распределениями, входящими в многомерный закон;  $k$  – мерность закона распределения (определяет в нашем случае количество импульсов).

Уравнение, аналогичное уравнению (2), для данного случая можно представить в виде:

$$x^{(v)} = x^{(v-1)} + \xi^{(v)}(\mathbf{M}_x^k, \mathbf{COV}_x^k), \quad (5)$$

где  $\xi^{(v)}(\mathbf{M}_x^k, \mathbf{COV}_x^k)$  –  $v$ -я компонента реализации многомерного гауссова случайного процесса с

вектором математического ожидания  $\mathbf{M}_x^k$  и ковариационной матрицей  $\mathbf{COV}_x^k$ .

В нашем примере  $k = n = 1000$ ; математические ожидания  $m_x^k$  должны быть нулевыми, т.к. постоянная составляющая входит в первое слагаемое (1) и (2); дисперсии  $D_x^k$  равны  $1 \text{ м}^2$ . Коэффициент корреляции  $C_x^{ij}$  должен уменьшаться с увеличением разницы между индексами  $i$  и  $j$ , обеспечивая тем самым, связь между импульсами, не позволяющую иметь экстремально быстрые скачки траектории (какие можно видеть на рис. 1). В данной работе рассматривается нормированное экспоненциальное убывание. Таким образом, для нашего примера получаем:

$$\mathbf{M}_x^k = [0 \ 0 \dots 0], \quad (6)$$

$$\mathbf{COV}_x^k = \begin{bmatrix} 1 & \frac{e^{0.999}}{e} & \frac{e^{0.998}}{e} & \dots & \frac{e^{0.001}}{e} \\ \frac{e^{0.999}}{e} & 1 & \frac{e^{0.999}}{e} & \dots & \frac{e^{0.002}}{e} \\ \frac{e^{0.998}}{e} & \frac{e^{0.999}}{e} & 1 & \dots & \frac{e^{0.003}}{e} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{e^{0.001}}{e} & \frac{e^{0.002}}{e} & \frac{e^{0.003}}{e} & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

На рис. 3 представлен процесс, соответствующий (5)–(7). Как видно из этого рисунка, в отличие от рис. 1 и рис. 2, процесс не имеет экстремальных скачков за малый отрезок времени и при этом получается так, что его значения могут колебаться в интервале исходного СКО  $b_{x1s} = 1 \text{ м}$  за 1 с (иными словами, на длинных дистанциях мы получим отклонение, подчиняющееся правилу  $3\sigma$ ). Исходя из требований к объекту наблюдения, в модели могут использоваться и другие зависимости между отсчетами за счет выбора коэффициента корреляции  $C_x^{ij}$ .

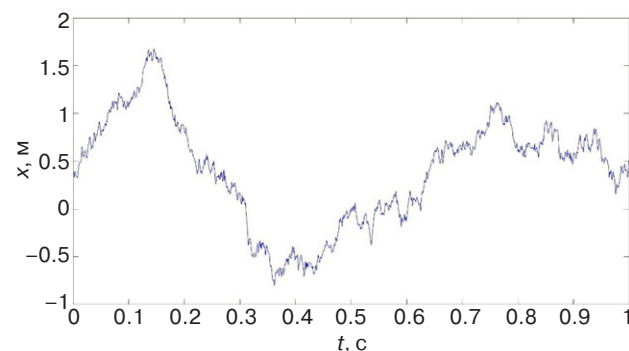


Рис. 3. Траекторные флуктуации при многомерном гауссовом законе распределения и  $b_{x1s} = 1 \text{ м}$

## 2. ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И КРИТЕРИЙ КАЧЕСТВА ФИЛЬТРАЦИИ

Следующим этапом является проверка работоспособности алгоритмов фильтрации при принятой модели движения. Помимо работоспособности в конкретном случае нас будет интересовать устойчивость работы в различных режимах функционирования разных систем. Для этого в данной работе проводится моделирование двух радиосистем координатометрии при разных параметрах траекторных флуктуаций.

Рассмотрим кратко процесс оценивания параметров отраженного от объекта наблюдения радиосигнала в однопозиционной угломерно-дальномерной радиосистеме, геометрическое построение которой изображено на рис. 4 и в трехпозиционной дальномерной радиосистеме (рис. 5). Импульсный радиодальномер, расположенный в точке 0 (рис. 4), измеряет время  $\tau$  распространения сигнала до объекта наблюдения и обратно. Система также обладает пеленгаторами, которые измеряют азимут  $\beta$  и угол места  $\varepsilon$ . Соответственно, система может быть охарактеризована среднеквадратическим отклонением измерений временной задержки  $\sigma_\tau$ , азимута  $\sigma_\beta$  и угла места  $\sigma_\varepsilon$ . На практике эти величины определяются техническими характеристиками конкретной радиосистемы.

На рис. 5. показаны объект наблюдения (ОН), приемные пункты радиосистемы П1, П2 и П3, а также пункт обработки информации ПОИ. Радиосистема является импульсной и на каждом шаге измеряет временные задержки  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ , которые характеризуют распространение сигнала от пунктов П1, П2, П3 до ОН и обратно, соответственно. Затем информация о задержках передается в пункт обработки информации (ПОИ), находящийся в точке 0. Соответственно, система может быть охарактеризована среднеквадратическими

отклонениями измерений временных задержек  $\sigma_{\tau_1}, \sigma_{\tau_2}, \sigma_{\tau_3}$ .

Для моделирования СКО измерения временной задержки можно определить из формулы потенциальной точности [13]:

$$\sigma_\tau = \frac{1}{\Delta f_c \sqrt{\frac{2E}{N_0}}}, \quad (8)$$

где  $\Delta f_c$  – ширина спектра сигнала;  $\frac{2E}{N_0}$  – энергетическое отношение сигнал/шум (ОСШ).

СКО измерения пеленгов  $\sigma_\beta$  и  $\sigma_\varepsilon$  (азимута и угла места) могут быть определены в соответствии с [14, 15]. В антенной решетке для карандашного луча количество излучающих элементов  $N$  связано с шириной луча  $\theta_{0.5}$  на уровне 0.5 по мощности выражением [14]:

$$\theta_{0.5} = \frac{100}{\sqrt{N}}. \quad (9)$$

С помощью формулы (9) могут быть определены  $\sigma_\beta$  и  $\sigma_\varepsilon$ , согласно графикам, которые были построены П. Сверлингом [15]. График представляет собой зависимость произведения  $\sigma_{\beta/\varepsilon} \frac{\sqrt{N}}{\theta_{0.5}}$  от отношения сигнал/шум (ОСШ) в дБ для флуктуирующего и не флуктуирующего объекта наблюдения. Таким образом, задаваясь числом излучающих элементов  $N$ , можно определить  $\sigma_\beta$  и  $\sigma_\varepsilon$  для различных значений ОСШ.

Синтез указанных алгоритмов оценивания в данных радиосистемах подробно рассмотрен во многих работах, к примеру в [9]. Для алгоритма  $\alpha$ - $\beta$  в качестве соответствующих коэффициентов

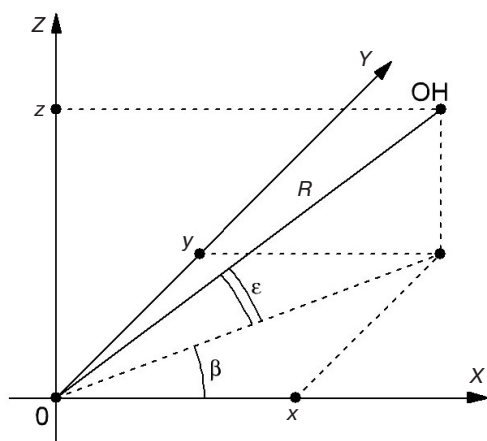


Рис. 4. Геометрическое построение однопозиционной угломерно-дальномерной радиосистемы координатометрии

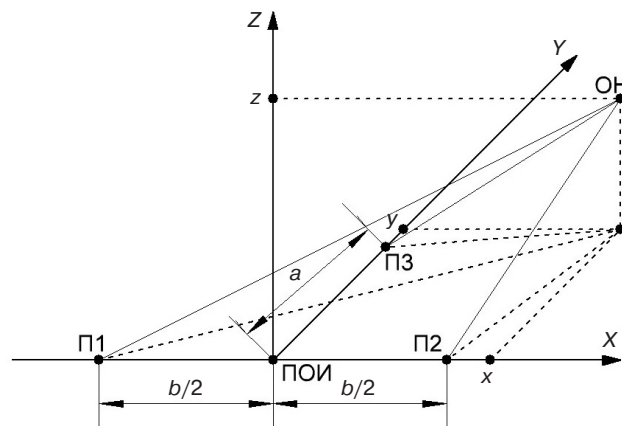


Рис. 5. Геометрическое построение трехпозиционной дальномерной радиосистемы координатометрии

используются соотношения, зависящие от итерации и представленные в [13].

Исходным значением отношения сигнал/шум примем значение, равное 10 дБ. При этом ширина спектра принимаемого сигнала  $\Delta f_s = 10^9$  Гц. Таким образом, согласно (8),  $\sigma_\tau = 3.162 \cdot 10^{-10}$  с. Размер антенной решетки примем 20 на 20 элементов, что в сумме дает число элементов решетки  $N = 400$ . Согласно (9) и графикам П. Сверлинга [15] получаем  $\sigma_\beta = \sigma_\varepsilon = 0.0157$  рад. Период следования импульсов при моделировании примем  $T_r = 0.001$  с, время наблюдения  $T_{\text{obs}} = 1$  с, при этом число импульсов за время наблюдения составляет  $n = 1000$ . Объект наблюдения (которым в охранных радиосистемах может быть квадрокоптер, вертолет, аэростат и т.д.) в начальный момент времени находится на расстоянии  $R^{(1)} = 1500$  м, при этом  $\beta^{(1)} = 45^\circ$  и  $\varepsilon^{(1)} = 45^\circ$ . Таким образом, можно выразить декартовы координаты объекта наблюдения  $x^{(1)} = y^{(1)} = 750$  м;  $z^{(1)} = 1061$  м. Как и ранее, в работе матрица  $\Phi = I$ , что соответствует равномерному прямолинейному движению, т.е. движению квадрокоптера на некоторых интервалах наблюдения. В данной работе упор делается на рассмотрение влияния траекторных флуктуаций, однако модель может быть усложнена для рассмотрения конкретных объектов наблюдения и совершаемых ими маневров.

Для обобщенной оценки ошибки фильтрации по трем координатам можно рассматривать расстояние

между истинными значениями координат и значениями, полученным с помощью алгоритмов оценивания:

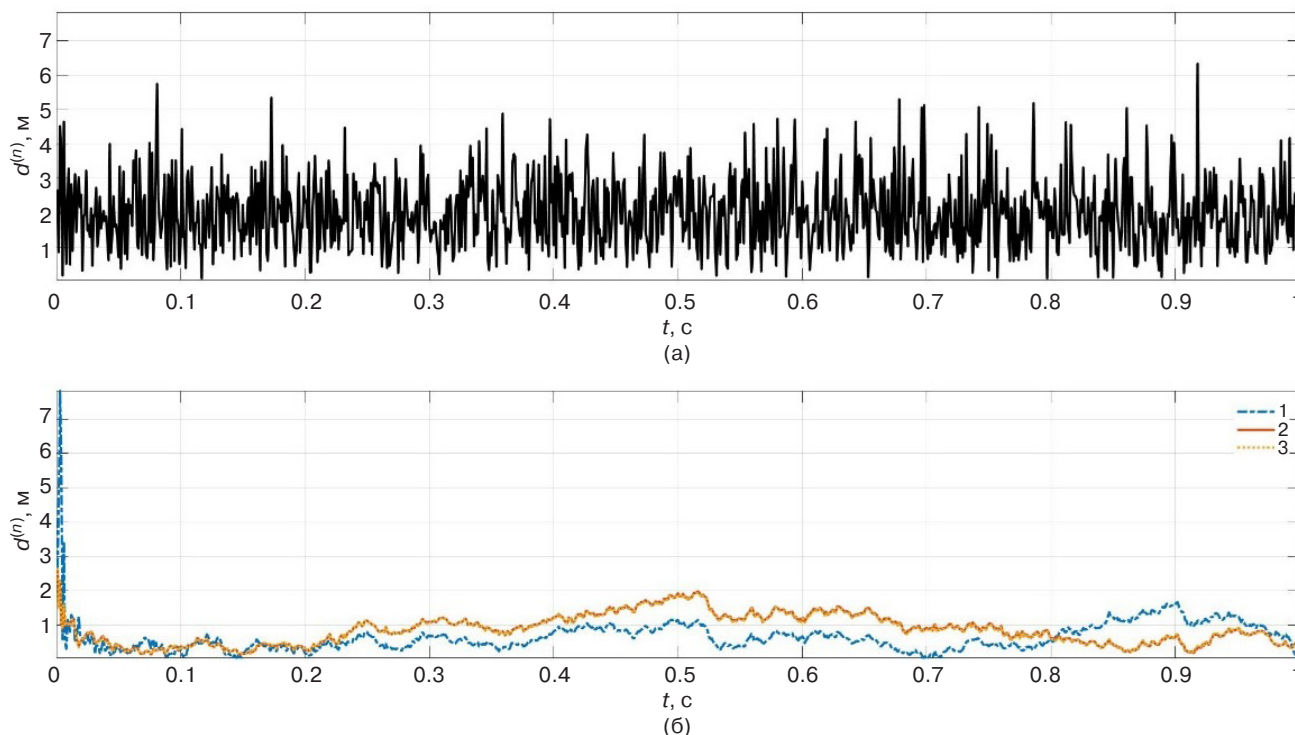
$$d^{(v)} = \sqrt{\left(x^{(v)} - \hat{x}_e^{(v)}\right)^2 + \left(y^{(v)} - \hat{y}_e^{(v)}\right)^2 + \left(z^{(v)} - \hat{z}_e^{(v)}\right)^2}. \quad (8)$$

где  $x^{(v)}, y^{(v)}, z^{(v)}$  – истинные координаты объекта наблюдения;  $\hat{x}_e^{(v)}, \hat{y}_e^{(v)}, \hat{z}_e^{(v)}$  – координаты, полученные при использовании процедуры оценивания. Далее в тексте данной работы такое расстояние будет называться ошибкой.

### 3. ПРОВЕРКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТРАЕКТОРНОЙ МОДЕЛИ С ФЛУКТУАЦИЯМИ, РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПО МНОГОМЕРНОМУ НОРМАЛЬНОМУ ЗАКОНУ

Рассмотрим результаты моделирования процесса фильтрации в указанных системах при принятых значениях.

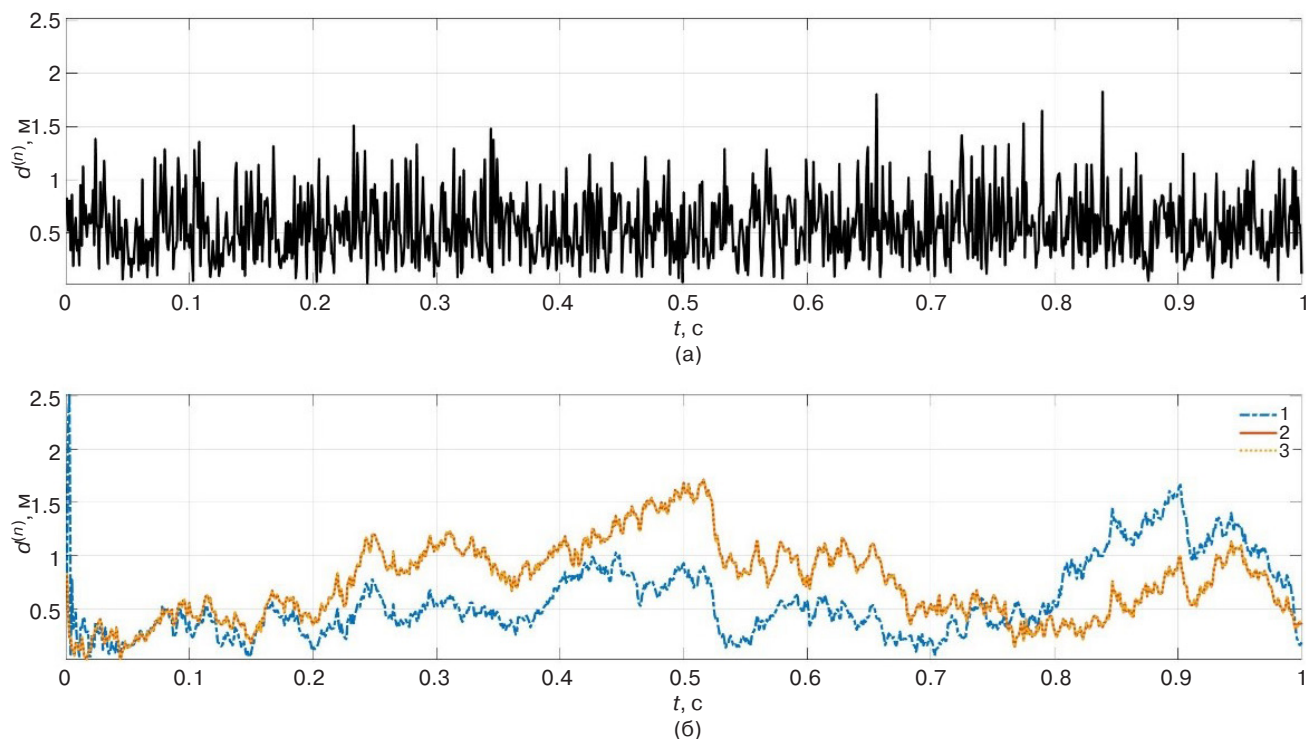
Из рис. 6 видно, что оценивание с использованием алгоритмов  $\alpha$ - $\beta$ , Калмана (б) и нелинейной фильтрации позволяет значительно снизить ошибки относительно оценивания по единичным измерениям, т.е. по одному импульсу.



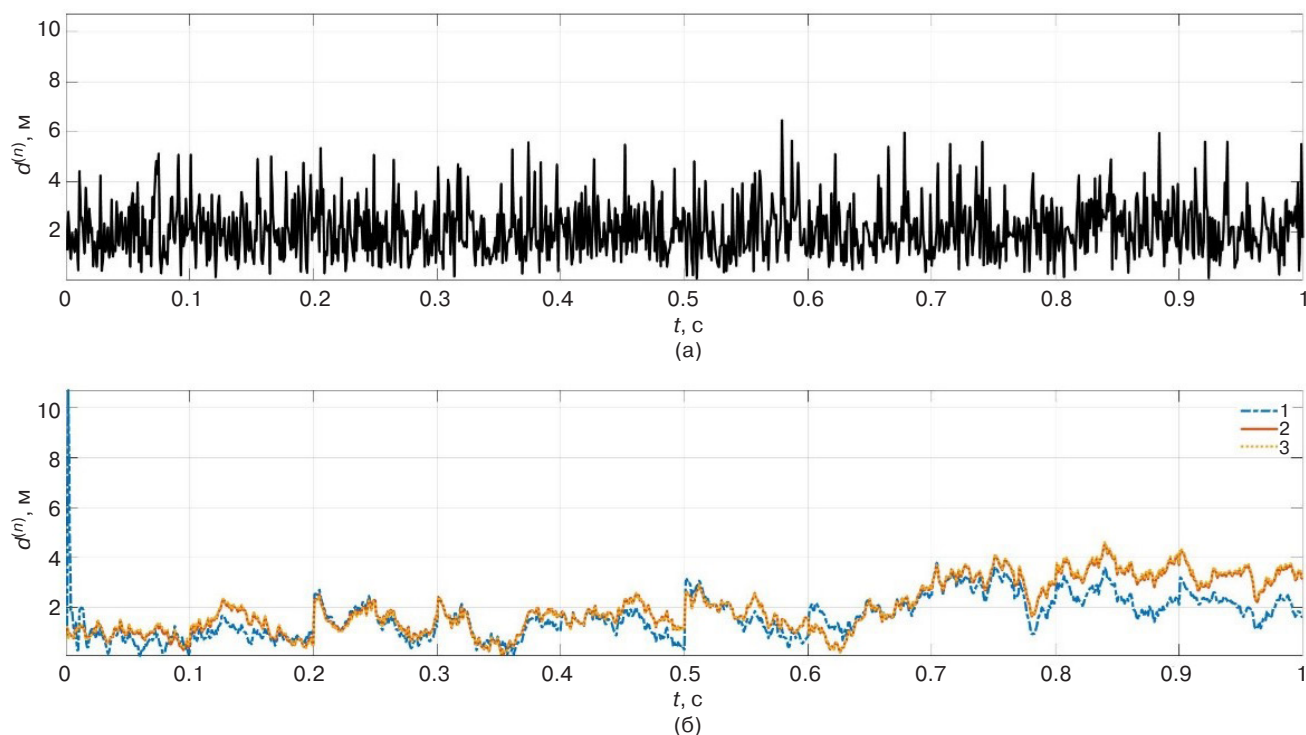
**Рис. 6.** Ошибки оценивания в однопозиционной радиосистеме при  $b_{x1s} = b_{y1s} = b_{z1s} = 1$  м: (а) – единичные измерения; (б) – фильтрация  $\alpha$ - $\beta$  (синяя штриховая линия), фильтрация Калмана (оранжевая линия), нелинейная фильтрация (пунктирная желтая линия, совпадает с фильтрацией Калмана)

На рис. 7 видна тенденция, аналогичная рис. 6, однако здесь преимущество фильтрации перед единичным оцениванием не столь явно, т.к. имеют место выбросы, сопоставимые с ошибками единичных измерений.

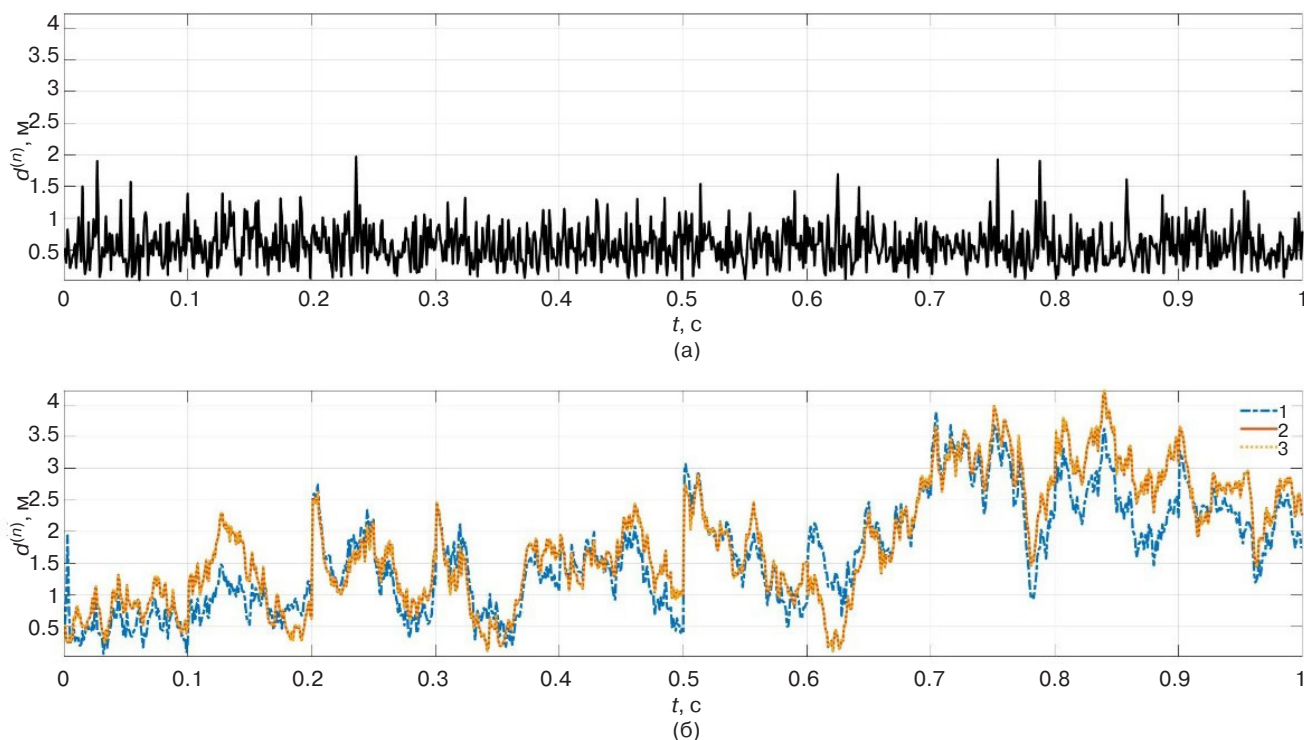
С уменьшением СКО траекторных флуктуаций до 0.1 м за 1 с однопозиционная радиосистема по-прежнему показывает хорошие результаты, выраженные в уменьшении ошибки оценивания.



**Рис. 7.** Ошибки оценивания в трехпозиционной радиосистеме при  $b_{x1s} = b_{y1s} = b_{z1s} = 1$  м: (а) – единичные измерения; (б) – фильтрация  $\alpha$ - $\beta$  (синяя штриховая линия), фильтрация Калмана (оранжевая линия), нелинейная фильтрация (пунктирная желтая линия, совпадает с фильтрацией Калмана)



**Рис. 8.** Ошибки оценивания в однопозиционной радиосистеме при  $b_{x1s} = b_{y1s} = b_{z1s} = 0.1$  м: (а) – единичные измерения; (б) – фильтрация  $\alpha$ - $\beta$  (синяя штриховая линия), фильтрация Калмана (оранжевая линия), нелинейная фильтрация (пунктирная желтая линия, совпадает с фильтрацией Калмана)



**Рис. 9.** Ошибки оценивания в трехпозиционной радиосистеме при  $b_{x1s} = b_{y1s} = b_{z1s} = 0.1$  м: (а) – единичные измерения; (б) – фильтрация  $\alpha$ - $\beta$  (синяя штриховая линия), фильтрация Калмана (оранжевая линия), нелинейная фильтрация (пунктирная желтая линия, совпадает с фильтрацией Калмана)

Трехпозиционная угломерно-дальномерная радиосистема при условии, что СКО траекторных флуктуаций достигают 0.1 м за 1 с, показывает плохие результаты для фильтрации, уступающие единичному оцениванию. Это свидетельствует о необходимости модификации алгоритмов. В случае однопозиционной дальномерной радиосистемы модификация алгоритма возможно способна улучшить результат.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из графиков, в целом классические алгоритмы работают и в неклассических условиях, т.е. их применение в случае немарковской аппроксимации траекторных флуктуаций возможно. Однако в некоторых случаях (к примеру, на рис. 9) фильтрация при немарковской аппроксимации получается менее точной, чем единичное оценивание. Тем не менее,

следует отметить, что у фильтрации Калмана и нелинейной фильтрации появляются неопределенные параметры – алгоритмические СКО траекторных флуктуаций  $b_{xal}$ ,  $b_{yal}$ ,  $b_{zal}$ . При марковской аппроксимации использовались СКО траекторных флуктуаций  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_z$ , которые порождали траектории и которые использовались в качестве параметров для синтеза алгоритмов. Что касается соответствующего подбора параметров, то ввиду того, что параметры перестают быть аналитически определенными, остается возможность определить их эмпирически и проверить устойчивость процесса фильтрации к изменению других параметров функционирования радиосистем и объекта наблюдения, таких как дальность, ОСШ и др.

**Вклад авторов.** Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

**Authors' contribution.** All authors equally contributed to the research work.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Melinger D.W. *Trajectory Generation and Control for Quadrotors*: thesis. Degree of Doctor of Philosophy (PhD). University of Pennsylvania: Publicly Accessible Penn Dissertations; 2012. 137 p. URL: <https://repository.upenn.edu/edissertations/547>
2. Ritchie M.A., Fioranelli F., Griffiths H., Torvik B. Monostatic and bistatic radar measurements of birds and micro-drone. In: *IEEE Radar Conference (RadarConf)*. 2016, p. 1–5. <https://doi.org/10.1109/RADAR.2016.7485181>

### REFERENCES

1. Melinger D.W. *Trajectory Generation and Control for Quadrotors*: thesis. Degree of Doctor of Philosophy (PhD). University of Pennsylvania: Publicly Accessible Penn Dissertations; 2012. 137 p. Available from URL: <https://repository.upenn.edu/edissertations/547>
2. Ritchie M.A., Fioranelli F., Griffiths H., Torvik B. Monostatic and bistatic radar measurements of birds and micro-drone. In: *IEEE Radar Conference (RadarConf)*. 2016, p. 1–5. <https://doi.org/10.1109/RADAR.2016.7485181>

3. Королев А.Н., Котов А.Ф., Ярошевская К.Ш. Фильтрация немарковских процессов. В сб.: Докл. 19 Всесоюз. НМС. Теория и проектирование радиосистем. Л.: ЛЭТИ; 1985.
4. Королев А.Н., Котов А.Ф., Ярошевская К.Ш. Фильтрация немарковских процессов. *Радиотехника*. 1990;5:48.
5. Королев А.Н., Котов А.Ф., Ярошевская К.Ш. Фильтрация немарковского процесса при полигауссовской аппроксимации. В сб.: «Математика. Компьютер. Управление и инвестиции»: тезисы докладов междунар. конф. М.: ЦНИИПРОЕКТ; 1993. С. 45.
6. Tenne D., Singh T. Characterizing performance of  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  filters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2002;38(3):1072–1087. <https://doi.org/10.1109/TAES.2002.1039425>
7. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME. Journal of Basic Engineering*. 1960;82(Series D):35–45. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>
8. Гребенников В.Б., Котов А.Ф. Импульсные многопозиционные радиотехнические системы. *Радиотехника*. 1987;6:6–9.
9. Арешин Я.О., Заикин Б.А., Котов А.Ф., Решетняк С.А. Алгоритм нелинейной фильтрации координат малоподвижного объекта в двухпозиционной радиосистеме. *Радиотехника и электроника*. 2019;64(3):213–219. <https://doi.org/10.1134/S0033849419020013>
10. Kumar R.S.R., Ramaiah M.V., Kumar J.R. Performance comparison of  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  filter and kalman filter for CA, NCA target tracking using bistatic range and range rate measurements. In: *IEEE International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP)*. 2014, p. 1462–1466. <https://doi.org/10.1109/ICCSP.2014.6950091>
11. Petsios M.N., Alivizatos E.G., Uzunoglu N.K. Maneuvering target tracking using multiple bistatic range and range-rate measurements. *Signal Processing*. 2007;87(4):665–686. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2006.07.003>
12. Compagnoni M., Notari R., Antonacci F., Sarti A. On the statistical model of source localization based on range difference measurements. *Journal of The Franklin Institute*. 2017;354(15):7183–7214. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2017.07.034>
13. Дудник П.И., Кондратенков Г.С., Татарский Б.Г., Ильчук А.Р., Герасимов А.А. *Авиационные радиолокационные комплексы и системы: учебник для слушателей и курсантов ВУЗов ВВС*. М.: Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского; 2006. 1112 с. ISBN 5-903111-15-7
14. Skolnik M.I. *Radar handbook*: 3rd ed. USA: McGraw-Hill companies; 2008. 1352 p.
15. Swerling P. Maximum angular accuracy of a pulsed search radar. *Proceedings of the IRE*. 1956;44(9):1146–1155. <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1956.275167>
3. Korolev A.N., Kotov A.F., Yaroshevskaya K.Sh. Filtering Non-Markovian process. In: *19 Vsesouzn. NMS "Teoriya i proektirovanie radiosistem": sb. dokladov (Report to the All-Union NMS. Theory and practice)*. Leningrad: LETI; 1985. (in Russ)
4. Korolev A.N., Kotov A.F., Yaroshevskaya K.Sh. Filtering Non-Markov processes. *Radiotekhnika = Radioengineering*. 1990;5:48 (in Russ.).
5. Korolev A.N., Kotov A.F., Yaroshevskaya K.Sh. Filtering Non-Markov process with poly-Gaussian approximation. In: *Mezhdunarodnaya konferentsiya "Matematika. Komp'yuter. Upravlenie i investitsii" (Abstracts of the reports of the International Conference Mathematics. Computer. Management and Investment)*. Moscow: TsNIIPROEKT; 1993, p. 45. (in Russ.).
6. Tenne D., Singh T. Characterizing performance of  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  filters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2002;38(3):1072–1087. <https://doi.org/10.1109/TAES.2002.1039425>
7. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME. Journal of Basic Engineering*. 1960;82(Series D):35–45. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>
8. Grebennikov V.B., Kotov A.F. Pulse multi-position radio engineering systems. *Radiotekhnika = Radioengineering*. 1987;6:6–9 (in Russ.).
9. Areshin Y.O., Zaikin B.A., Kotov A.F., Reshetnyak S.A. Algorithm for nonlinear filtering of the coordinates of a fluctuating object in a bistatic radio system. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2019;64(3):187–192. <https://doi.org/10.1134/S1064226919020013> [Areshin Ya.O., Zaikin B.A., Kotov A.F., Reshetnyak S.A. Algoritm nelineinoy fil'tratsii koordinat malopodvizhnogo ob'ekta v dvukhpozitsionnoi radiosisteme. *Radiotekhnika i elektronika = Journal of Communications Technology and Electronics*. 2019;64(3):213–219 (in Russ.).]
10. Kumar R.S.R., Ramaiah M.V., Kumar J.R. Performance comparison of  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  filter and kalman filter for CA, NCA target tracking using bistatic range and range rate measurements. In: *IEEE International Conference on Communication and Signal Processing ICCSP*. 2014, p. 1462–1466. <https://doi.org/10.1109/ICCSP.2014.6950091>
11. Petsios M.N., Alivizatos E.G., Uzunoglu N.K. Maneuvering target tracking using multiple bistatic range and range-rate measurements. *Signal Processing*. 2007;87(4):665–686. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2006.07.003>
12. Compagnoni M., Notari R., Antonacci F., Sarti A. On the statistical model of source localization based on range difference measurements. *Journal of The Franklin Institute*. 2017;354(15):7183–7214. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2017.07.034>
13. Dudnik P.I., Kondratenkov G.S., Tatarskii B.G., Il'chuk A.R., Gerasimov A.A. *Aviatsionnye radiolokatsionnye kompleksy i sistemy: uchebnik dlya slushatelei i kursantov VUZov VVS (Aviation radar complexes and systems: a textbook for listeners and cadets of the Air Force universities)*. Moscow: Izd. VVIA im. prof. N.E. Zhukovskogo; 2006. 1112 p. (in Russ.). ISBN 5-903111-15-7
14. Skolnik M.I. *Radar handbook*: 3rd ed. USA: McGraw-Hill companies; 2008. 1352 p.
15. Swerling P. Maximum angular accuracy of a pulsed search radar. *Proceedings of the IRE*. 1956;44(9):1146–1155. <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1956.275167>

#### Об авторах

**Заикин Борис Александрович**, к.т.н., системный администратор, отдел информационных технологий, Городская клиническая больница им. М.Е. Жадкевича (121374, Россия, Москва, Можайское ш., д. 14). E-mail: halfmazerkin@gmail.com.

**Котов Александр Федорович**, д.т.н., профессор, член диссертационного совета по специальности «Радиотехника» Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: kotov\_af@mail.ru.

#### About the authors

**Boris A. Zaikin**, Cand. Sci. (Eng.), System Administrator, Department of Information Technologies, M.E. Zhadkevich City Clinical Hospital (14, Mozhaiskoe sh., Moscow, 121374 Russia) E-mail: halfmazerkin@gmail.com.

**Alexander F. Kotov**, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Member of the Dissertation Council on Radio Engineering, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: kotov\_af@mail.ru.