

## Математическое моделирование

## Mathematic modeling

УДК 533+51-7

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-2-96-104>

## НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Численное исследование влияния коагуляции капель на динамику двухфракционного аэрозоля в акустическом резонаторе

Д.А. Тукмаков<sup>1,®</sup>,  
Н.А. Тукмакова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук»,  
Казань, 402111 Россия

<sup>2</sup> Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ,  
Казань, 420111 Россия

® Автор для переписки, e-mail: [tukmakovda@imm.knc.ru](mailto:tukmakovda@imm.knc.ru)

**Резюме.** Исследование посвящено изучению влияния коагуляции капель дисперсной фазы на колебания аэрозоля в акустическом резонаторе. Математическая модель динамики аэрозоля реализует континуальную математическую модель динамики многофазной среды, учитывающей скоростную и тепловую неоднородность компонент смеси. Для описания динамики несущей среды применяется двухмерная нестационарная система уравнений Навье – Стокса для сжимаемого газа, записанная с учетом межфазного силового взаимодействия и межфазного теплообмена. Для описания динамики дисперсной фазы для каждой ее фракции решается система уравнений, включающая в себя уравнение неразрывности для «средней плотности» фракции, уравнения сохранения пространственных составляющих импульса и уравнение сохранения тепловой энергии фракции дисперсной фазы газовзвеси. Межфазное силовое взаимодействие включало в себя силу Архимеда, силу присоединенных масс и силу аэродинамического сопротивления. Также учитывался теплообмен между несущей средой – газом и каждой из фракций дисперсной фазы. Математическая модель динамики полидисперсного аэрозоля дополнялась математической моделью столкновительной коагуляции аэрозоля. Для составляющих скорости компонент смеси задавались однородные граничные условия Дирихле. Для остальных функций динамики многофазной смеси задавались однородные граничные условия Неймана. Уравнения решались явным методом Мак-Кормака со схемой нелинейной коррекции, позволяющей получить монотонное решение. В результате численных расчетов было определено, что вблизи генерирующего колебания поршня образуется область с повышенным содержанием крупнодисперсных частиц. Процесс коагуляции приводит к монотонному росту объемного содержания фракции крупнодисперсных частиц и монотонному уменьшению объемного содержания мелкодисперсных частиц.

**Ключевые слова:** многофазные среды, численное моделирование, полидисперсный аэрозоль, межфазное взаимодействие, коагуляция

• Поступила: 13.11.2020 • Доработана: 14.12.2020 • Принята к опубликованию: 25.12.2020

**Для цитирования:** Тукмаков Д.А., Тукмакова Н.А. Численное исследование влияния коагуляции капель на динамику двухфракционного аэрозоля в акустическом резонаторе. *Российский технологический журнал*. 2021;9(2):96–104. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-2-96-104>

**Прозрачность финансовой деятельности:** Никто из авторов не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## RESEARCH ARTICLE

# Numerical study of the effect of droplet coagulation on the dynamics of a two-fraction aerosol in an acoustic resonator

Dmitry A. Tukmakov<sup>1,®</sup>,  
Nadezhda A. Tukmakova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Federal Research Center Kazan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Kazan, 402111 Russia

<sup>2</sup> Kazan National Technical University KNRTU-KAI, Kazan, 420111 Russia

® Corresponding author, e-mail: tukmakovda@imm.knc.ru

**Abstract.** The study is devoted to the study of the effect of coagulation of dispersed phase droplets on aerosol oscillations in an acoustic resonator. The mathematical model of aerosol dynamics implements a continuous mathematical model of the dynamics of a multiphase medium, taking into account the velocity and thermal inhomogeneity of the mixture components. To describe the dynamics of the carrier medium, a two-dimensional unsteady system of Navier – Stokes equations for a compressible gas is used, written taking into account the interphase force interaction and interphase heat transfer. To describe the dynamics of the dispersed phase, a system of equations is solved for each of its fractions, including the continuity equation for the «average density» of the fraction, the equations for the conservation of the spatial components of the momentum and the equation for the conservation of thermal energy of the fraction of the dispersed phase of the gas suspension. The interphase force interaction included the Archimedes force, the force of the added masses and the force of aerodynamic drag. The heat exchange between the carrier medium - gas and each of the dispersed phase fractions was also taken into account. The mathematical model of the dynamics of a polydisperse aerosol was supplemented by a mathematical model of collisional aerosol coagulation. For the velocity components of the mixture components, uniform Dirichlet boundary conditions were specified. For the remaining functions of the dynamics of the multiphase mixture, homogeneous Neumann boundary conditions were specified. The equations were solved by the explicit McCormack method with a nonlinear correction scheme that allows obtaining a monotonic solution. As a result of numerical calculations, it was determined that a region with an increased content of coarse particles is formed in the vicinity of the oscillating piston. The coagulation process leads to a monotonic increase in the volumetric content of the fraction of coarse particles and a monotonic decrease in the volumetric content of fine particles.

**Keywords:** multiphase media, numerical simulation, polydisperse aerosol, interphase interaction, coagulation

• Submitted: 13.11.2020 • Revised: 14.12.2020 • Accepted: 25.12.2020

**For citation:** Tukmakov D.A., Tukmakova N.A. Numerical study of the effect of droplet coagulation on the dynamics of a two-fraction aerosol in an acoustic resonator. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal*. 2021;9(2):96–104 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500316X-2021-9-2-96-104>

**Financial Disclosure:** No author has a financial or property interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

## ВВЕДЕНИЕ

Многие природные явления и технические процессы связаны с движением сплошных сред, являющихся неоднородными по своим механическим и физико-химическим свойствам [1–14]. Проблема удаления дисперсной компоненты аэрозольных сред в каналах, трубах и емкостях встречается в ряде технологических процессов энергетики и топливной промышленности, химических технологиях, системах кондиционирования воздуха [7–10]. Для очистки газокapельного потока от дисперсной фазы часто применяются инерционные сепараторы. При этом мелкодисперсные частицы плохо отделяются инерционными сепараторами, и возникает задача удаления мелкодисперсных частиц дисперсной фазы за счет поглощения мелкодисперсных капель каплями большего размера, после чего крупнодисперсная фаза газокapельной среды отделяется от газа инерционным сепаратором.

Изучение динамики аэрозольных сред в случае, когда капельная компонента смеси имеет массовую долю, сопоставимую с массовой долей газа, требует использования математических моделей, учитывающих инерционное и тепловое взаимодействие газовой и капельной фаз смеси, скоростную и тепловую неоднородность течения многофазной среды [1]. В данной работе применяется математическая модель, описывающая поля скорости и температуры у каждой из компонент смеси. Дисперсная фаза смеси моделируется как многофракционная, фракции дисперсной фазы отличаются размером дисперсных включений. Математическая модель динамики полидисперсной газокapельной среды дополнялась моделью столкновительной коагуляции [5, 12]. Данная работа посвящена исследованию влияния коагуляции частиц дисперсной фазы аэрозоля на распределение объемного содержания фракций газозвеси при колебаниях аэрозоля в закрытой трубе.

## МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Динамика полидисперсной газозвеси описывается системой уравнений полидисперсной газозвеси с учетом межфазного обмена импульсом и энергией. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье – Стокса [15] для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla (\rho_i \mathbf{V}_i) = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_1 V_1^k V_1^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik}) = \\ = - \sum_{j=2}^m F_{jk} + \sum_{j=2}^m \alpha_j \nabla^k p, \quad i, k = 1, 2, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_j V_j^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_j V_j^i V_j^k) = F_{jk} - \alpha_j \nabla^k p, \quad j = 2, \dots, n, \quad i, k = 1, 2, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (e_1)}{\partial t} + \nabla^i (V_1^i (e_1 + p - \tau_{ii}) - V_1^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i T) = \\ = - \sum_{j=2}^n Q_j - \sum_{j=2}^n |F_{jk}| (V_1^k - V_j^k) + \\ + \left( \sum_{j=2}^n \alpha_j \right) \nabla^k (p V_1^k), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial (e_j)}{\partial t} + \nabla^k (e_j V_j^k) = Q_j, \quad j = 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} p &= (\gamma - 1) (e_1 - \rho_1 (u_1^2 + v_1^2) / 2), \\ e_1 &= \rho_1 I + \rho_1 (u_1^2 + v_1^2) / 2, \\ \rho_i &= \alpha_i \rho_{i0}, \quad e_i = \rho_i C_{pi} T_i. \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{V}_i = [u_i, v_i]$  – вектор скорости компонент смеси,  $\tau_{ij}$  – тензор вязких напряжений несущей компоненты:

$$\tau_{11} = \mu \left( 2 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{22} = \mu \left( 2 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{12} = \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}.$$

Уравнение (1) описывает непрерывность плотности несущей среды и средней плотности фракций дисперсной фазы ( $i > 1$ ). Уравнения (2) и (3) описывают законы сохранения компонент вектора импульса несущей среды и фракций дисперсной фазы, соответственно. Уравнения (4) и (5) описывают законы сохранения полной энергии газа и тепловой энергии фракций дисперсной фазы.

Сила межфазного взаимодействия включает в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда и силу присоединенных масс [1]. Здесь  $p, \rho_1, u_1, v_1$  – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей  $x$  и  $y$ , соответственно;  $T_1, e_1$  – температура и полная энергия газа;  $\alpha_i, \rho_i, T_i, C_{pi}, e_i, u_i, v_i$  – объемное содержание фракции дисперсной фазы, средняя плотность, физическая плотность, температура, теплоемкость, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости фракций дисперсной фазы,  $F_{jk}$  – составляющие вектора силового взаимодействия фракций дисперсной фазы

и несущей среды,  $k = 1, 2$ ;  $Q_j$  – тепловой поток между  $j$ -й фракцией дисперсной фазы и несущей средой,  $j = 2, \dots, n$  [1, 2]:

$$F_{xi} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_{di} \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_i)^2 + (v_1 - v_i)^2} (u_1 - u_i) + \\ + \alpha_i \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) + \\ + 0.5 \alpha_i \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\partial u_i}{\partial t} - u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} - v_i \frac{\partial u_i}{\partial y} \right),$$

$$F_{yi} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_{di} \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_i)^2 + (v_1 - v_i)^2} (v_1 - v_i) + \\ + \alpha_i \rho_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \\ + 0.5 \alpha_i \rho_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial t} - u_i \frac{\partial v_i}{\partial x} - v_i \frac{\partial v_i}{\partial y} \right),$$

$$C_{di} = \frac{24}{Re_{il}} + \frac{4}{Re_{il}^{0.5}} + 0.4, M_{li} = |\bar{V}_1 - \bar{V}_i|/A,$$

$$Re_{li} = \rho_1 |\bar{V}_1 - \bar{V}_i| 2r_i / \mu, Pr = C_p \mu / \lambda,$$

$$Nu_{li} = 2 \exp(-M_{li}) + 0.459 Re_{li}^{0.55} Pr^{0.33},$$

$$Q_i = 6 Nu_{li} \lambda (T_1 - T_i) / d_i, i = 2, \dots, n.$$

Одним из важных параметров динамики многофазных сред является объемное содержание дисперсной фазы, отношение объема компоненты смеси к общему объему смеси  $\alpha_i = V_i/V$ , при этом физическая плотность материала дисперсной фазы представляется неизменной. Для описания процесса коагуляции частиц использовалась математическая модель столкновительной коагуляции [5, 12]:

$$\frac{dm_i}{dt} = \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} N_j m_j, \frac{dN_i}{dt} = -N_i \sum_{j=i+1}^n k_{ij} N_j, \quad (6)$$

В уравнении (6)  $m_i$  и  $N_i$  – масса и концентрация частиц  $i$ -й фракции,

$$\alpha_i = \frac{4}{3} \pi N_i r_i^3, \theta_j = \arctg(v_j u_j),$$

$$k_{ij} = \frac{\pi}{4} (d_i + d_j)^2 \left[ u_i \cos(\theta_j) + v_i \sin(\theta_j) - \sqrt{u_j^2 + v_j^2} \right].$$

Изменение составляющих скорости  $i$ -й фракции дисперсной фазы определяется следующими уравнениями:

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} (u_j - u_i) m_j N_j,$$

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} (v_j - v_i) m_j N_j,$$

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x} + v_i \frac{\partial}{\partial y}.$$

Температура частиц  $i$ -й фракции после поглощения более мелких частиц находится из уравнения:

$$T_i^* = \frac{1}{C_i m_i^*} \left( \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} N_j C_j m_j T_j + C_i m_i T_i \right).$$

Наличие в газокapельном потоке процессов коагуляции характеризуется безразмерным параметром – числом Вебера; рассматривается число Вебера  $We_i = 2\rho_1 r_i |\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_i|^2 / \sigma$ , где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости из которой сформированы капли аэрозоля,  $\rho_1$  – плотность несущей среды. В моделируемых процессах относительные числа Вебера для фракций дисперсной фазы имеют значение меньше критического  $We_{кр} \approx 10$ .

Для составляющих скорости компонент смеси задавались однородные граничные условия Дирихле. Для остальных функций динамики многофазной смеси задавались однородные граничные условия Неймана.

Система уравнений динамики многофазной среды (1)–(5) решалась двухэтапным явным конечно-разностным методом Мак-Кормака, позволяющим получать решения второго порядка точности [17].

Рассмотрим применение численного алгоритма на примере скалярного нелинейного уравнения в частных производных (7):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial a(f)}{\partial x} + \frac{\partial b(f)}{\partial y} = c(f). \quad (7)$$

Алгоритм явного конечно-разностного метода Мак-Кормака для нелинейного уравнения (7) имеет вид:

$$f_{j,k}^* = f_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j+1,k}^n - a_{j,k}^n) - \\ - \frac{\Delta t}{\Delta y} (b_{j,k+1}^n - b_{j,k}^n) + \Delta t c_{j,k}^n, \quad (8)$$

$$f_{j,k}^{n+1} = 0.5 (f_{j,k}^n + f_{j,k}^*) - \\ - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j,k}^* - a_{j-1,k}^*) - \\ - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta y} (b_{j,k}^* - b_{j,k-1}^*) + 0.5 \Delta t c_{j,k}^*. \quad (9)$$

Здесь  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  – шаги по пространственным направлениям,  $\Delta t$  – шаг по времени.

После каждого временного шага для получения монотонного численного решения применялась схема нелинейной коррекции численного решения [16].

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В расчетах задавались следующие параметры моделируемого процесса. Дисперсная фаза газовой взвеси состояла из двух фракций с диаметрами частиц  $d = 2$  мкм и 200 мкм, объемными содержаниями каждой фракции  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0.005$  с дисперсными включениями, равномерно распределенными по всей емкости, для начального момента времени, с физической плотностью материала частиц  $\rho_{20} = \rho_{30} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. При  $t = 0$  поршень начинал движение по гармоническому закону  $x(t) = A \sin(\omega t)$ , где  $\omega = \pi c/L$  – циклическая частота первого линейного резонанса колебаний в закрытой трубе [17], здесь и далее  $c$  – скорость звука. На рис. 1 схематически изображен акустический резонатор. Высота акустического резонатора  $L = 0.938$  м, диаметр трубы  $h = 0.1$  м. Расчетные параметры сетки: 200 узлов в направлении  $y$  и 40 узлов в направлении  $x$ .

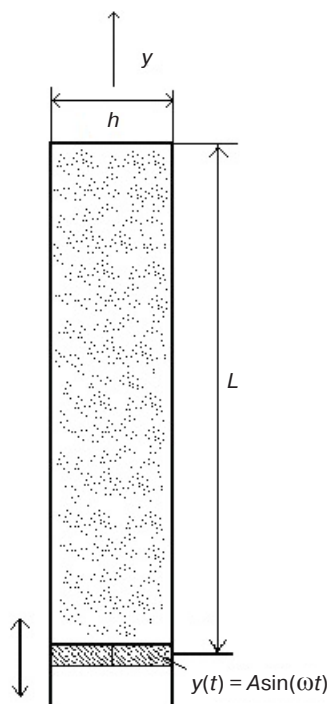


Рис. 1. Схематическое изображение акустического резонатора

Схема данного резонатора использована в физическом эксперименте [11]. Вертикальное расположение канала, в котором происходят колебания аэрозоля, объясняется тем, что при таком расположении акустического резонатора процесс гравитационного осаждения более длительный.

Пространственное распределение  $y$ -составляющей скорости газа при колебаниях двухфракционной газовой взвеси представлено на рис. 2, на поверхности поршня и на закрытом конце канала наблюдаются минимальные значения скорости, наибольшее значение  $y$ -составляющей скорости газа достигает вблизи середины канала. Колебания столба газа в однородном газе и в аэрозоле отличаются интенсивностью (рис. 3), что вызвано межфазным взаимодействием несущей

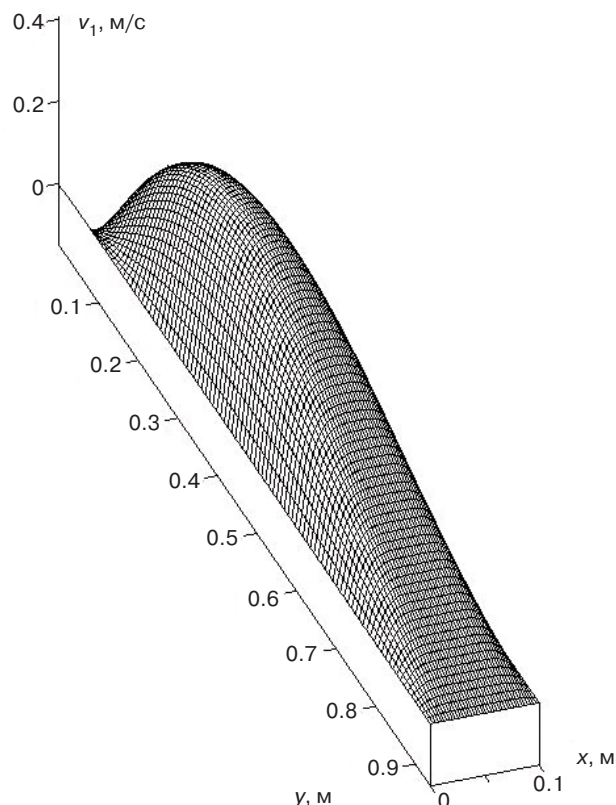


Рис. 2. Пространственное распределение  $y$ -составляющей скорости газа в момент времени  $t = 0.62$  с

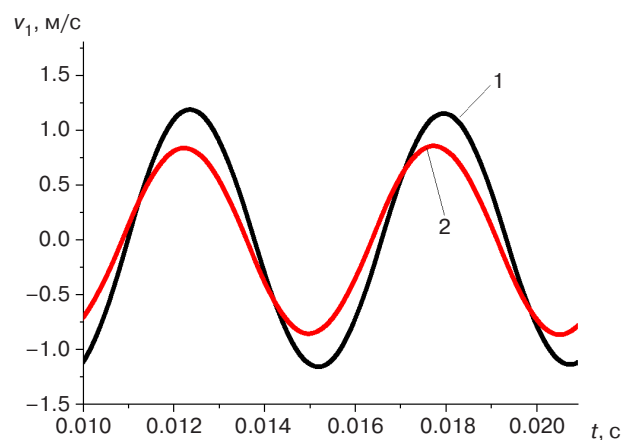
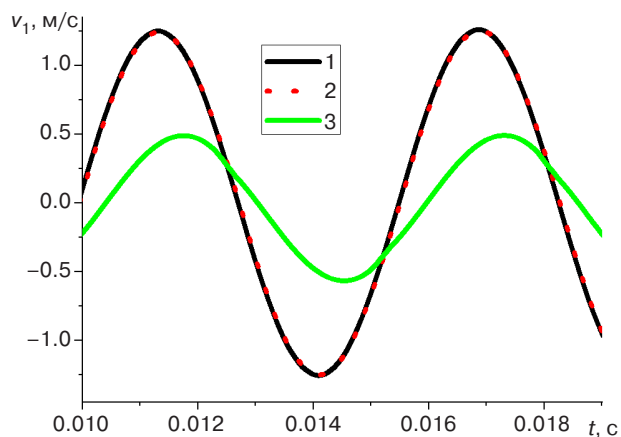


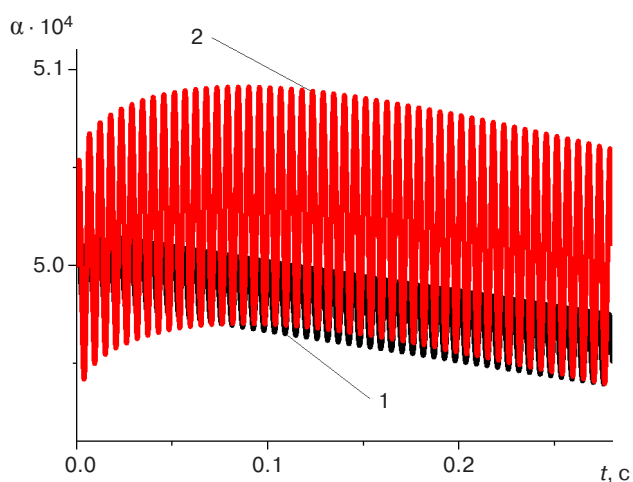
Рис. 3. Временные зависимости скорости газа: 1 – расчеты, полученные по модели однородного вязкого газа; 2 – расчеты, полученные по модели двухфракционной газовой взвеси



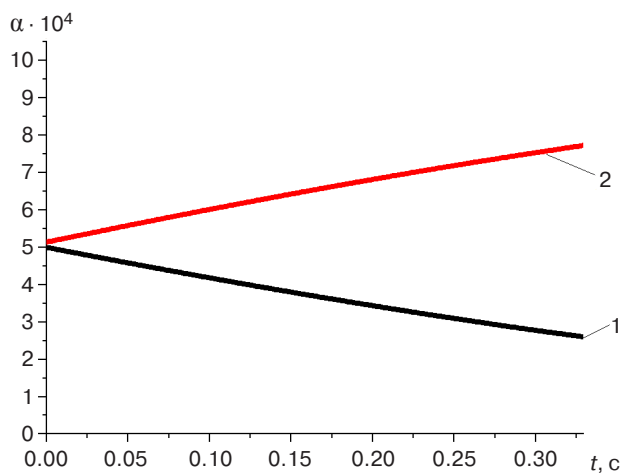


**Рис. 4.** Временная зависимость  $y$ -составляющей скорости компонент смеси:

1 – несущая среда; 2 – фракция дисперсной фазы с размером частиц  $d = 2$  мкм; 3 – фракция дисперсной фазы  $d = 200$  мкм в точке  $x = h/2$ ,  $y = L/20$

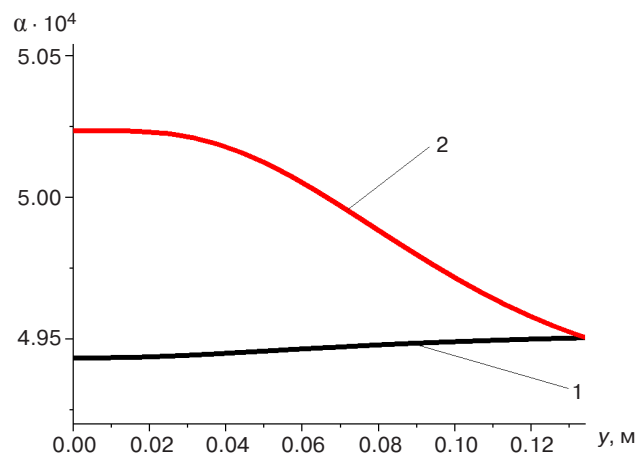


**Рис. 5.** Временные зависимости величины объемных содержаний мелкодисперсной фракции  $d = 2$  мкм (кривая 1) и крупнодисперсной фракции  $d = 200$  мкм (кривая 2) в точке  $x = h/2$ ,  $y = L/20$



**Рис. 6.** Временные зависимости объемного содержания фракций дисперсной фазы в точке  $x = h/2$ ,  $y = L/20$ . Объемные содержания фракций частиц дисперсной фазы: 1 – частицы с размером  $d = 2$  мкм; 2 – частицы с размером  $d = 200$  мкм

среды и дисперсной фазы. При амплитуде хождения поршня  $A = 1$  см величина изменения  $y$ -составляющей скорости газа в двухфракционной газозвеси составляет 0.715 от величин изменения  $y$ -составляющей скорости однородного газа. Для фракций крупных частиц скорости колебаний имеют существенное отличие от скорости колебаний мелкодисперсных частиц, при этом мелкодисперсные частицы имеют несущественные скоростные отличия в сравнении с несущей средой (рис. 4). На рис. 5 изображены временные зависимости объемных содержаний фракций дисперсной фазы. Из рисунка следует, что массоперенос частиц крупной фракции происходит с большей интенсивностью. Так как для более крупных капель за счет их большей инерционности, возникают условия несимметрии передачи импульса капле на фазах сжатия и разрежения при волновых колебаниях газа [6, 18], возникает дрейф крупнодисперсных включений. На рис. 6 представлены временные зависимости объемного содержания фракций дисперсной фазы, полученные расчетами в математической модели, учитывающей коагуляцию частиц. За счет поглощения мелких частиц крупными наблюдается монотонный рост объемного содержания фракции крупных частиц и монотонное убывание объемного содержания мелких частиц. На рис. 7 представлены пространственные распределения объемных содержаний фракций дисперсной фазы газозвеси,

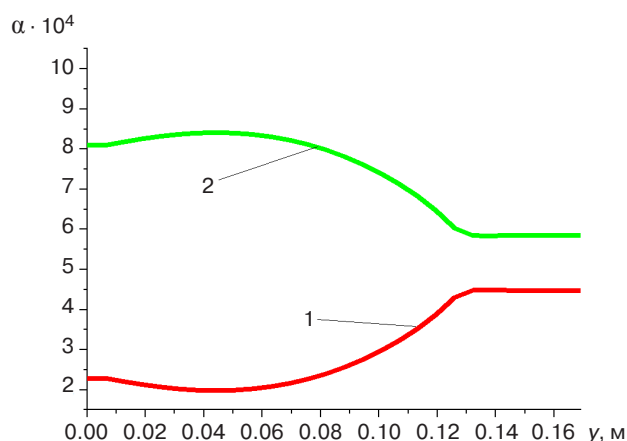


**Рис. 7.** Пространственное распределение объемного содержания фракций газозвеси вдоль оси  $y$  ( $x = h/2$ ), без учета влияния коагуляции, в момент времени  $t = 0.62$  с. Объемные содержания фракций частиц дисперсной фазы при возбуждении колебаний с амплитудой хождения поршня  $A = 1$  см:

1 – частицы с размером  $d = 2$  мкм;  
2 – частицы с размером  $d = 200$  мкм

полученные при моделировании колебаний для математической модели, не учитывающей коагуляции капель. Область повышенной концентрации крупнодисперсных частиц формируется вблизи поршня. Расчеты объемных содержаний фракций дисперсной фазы с учетом влияния коагуляции представлены на рис. 8. Учет влияния коагуляции приводит к увеличению объемного содержания крупнодисперсной фракции и уменьшению объемного содержания мелкодисперсной фракции.

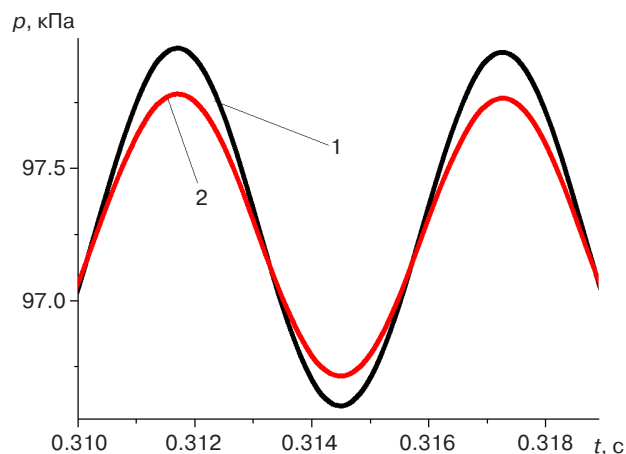
Наличие дисперсной компоненты приводит к уменьшению амплитуды изменения давления:  $\Delta p_1 = 1053$  Па,  $\Delta p_2 = 1358$  Па для двухфракционной газозвеси и однородного газа (рис. 9). Учет коагуляции приводит к возрастанию амплитуды изменения давления  $\Delta p_1 = 980$  Па и  $\Delta p_2 = 990$  Па. Данная закономерность вызвана тем, что уменьшение объемного содержания мелкодисперсных частиц приводит к уменьшению влияния дисперсной фазы, т.к. в динамике газозвесей наиболее существенное влияние на течение газа оказывают мелкодисперсные частицы. Связано это с тем, что фракция мелкодисперсных частиц имеет большую площадь взаимодействия с газом, чем фракция крупнодисперсных частиц. Кратное уменьшение размера частиц приводит к трехкратному уменьшению количества частиц и двукратному уменьшению площади одной частицы, то есть происходит кратное увеличение площади ча-



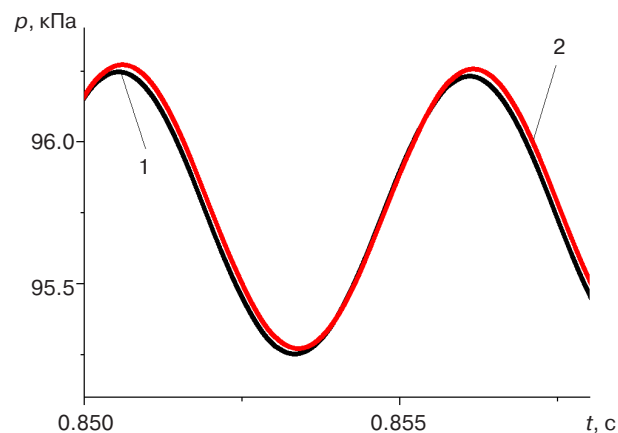
**Рис. 8.** Пространственное распределение объемных содержаний фракций газозвеси вдоль оси  $y$  ( $x = h/2$ ), с учетом влияния коагуляции, в момент времени  $t = 0.62$  с. Объемные содержания фракций частиц дисперсной фазы при возбуждении колебаний с амплитудой хождения поршня  $A = 1$  см:  
1 – частицы с размером  $d = 2$  мкм;  
2 – частицы с размером  $d = 200$  мкм

## ВЫВОДЫ

В результате численного моделирования было выявлено, что в процессе колебаний полидисперсной газозвеси вблизи узла стоячей волны поля скорости газа формируется область с повышенным содержанием крупнодисперсных частиц. Учет коагуляции капель аэрозоля демонстрирует, что за счет поглощения мелких капель крупными каплями происходит монотонное увеличение объемного содержания крупнодисперсных частиц и монотонное уменьшение объемного содержания мелкодисперсных частиц. В области повышенной концентрации частиц крупнодисперсной фракции за счет коагуляции объемное содержание мелкодисперсных частиц существенно уменьшается. Учет влияния коагуляции частиц приводит к увеличению амплитуды изменения давления.



**Рис. 9.** Временные зависимости давления в точке  $x = h/2$ ,  $y = L/20$ :  
1 – для чистого газа; 2 – для модели двухфракционной газозвеси



**Рис. 10.** Временные зависимости давления в точке  $x = h/2$ ,  $y = L/20$ :  
1 – для модели динамики двухфракционной газозвеси; 2 – для модели двухфракционной газозвеси, учитывающей коагуляцию частиц различных размеров

### БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке Фонда содействия инновациям в рамках НИР по договору № 15754ГУ/2020.

Работа Тукмакова Д.А. (проведение численных расчетов, обсуждение результатов) выполнялась

в рамках государственного задания ФИЦ КазНЦ РАН.

**Вклад авторов.** Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

**Authors' contribution.** All authors equally contributed to the research work.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. *Динамика многофазных сред*: в 2 ч. М.: Наука; 1987. Ч. 1. 464 с.
2. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра; 2003. 284 с.
3. Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. *Волновые процессы в газовзвесах частиц металлов*. Новосибирск: Параллель; 2015. 301 с. ISBN: 978-5-98901-162-9
4. Стернин Л.Е., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. *Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами*. М.: Машиностроение; 1980. 176 с.
5. Алемасов В.Е., Дрегаллин А.Ф., Тишин А.П., Худяков В.А. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: Справочник: в 6 т. М.: ВИНТИ; 1971. Т. 1. Методы расчета. 267 с.
6. Тукмаков А.Л. Зависимость механизма дрейфа твердой частицы в нелинейном волновом поле от ее постоянной времени и длительности прохождения волновых фронтов. *Прикладная механика и техническая физика*. 2011;52(4):106–115.
7. Пахомов М.А., Терехов В.И. Влияние испарения капли на структуру течения и тепломассобмен в ограниченном закрученном газокapelном потоке за его внезапным расширением. *Теплофизика и аэромеханика*. 2018;6:865–875.
8. Федяев В.Л. Математическое моделирование и оптимизация градиент. *Труды Академэнерго*. 2009;3:91–107.
9. Волошин А.М., Салюков В.В., Громов В.С., Зарецкий Я.В., Серазетдинов Ф.Ш., Тонконог В.Г., Явкин В.Б., Голованов А.А. Разработка и создание устройств очистки транспортируемого газа. *Газовая промышленность*. 2010;1(641):73–75.
10. Тонконог В.Г., Баянов И.М., Тонконог М.И., Мубаракшин Б.Р. Технология газификации сжиженного природного газа. *Инженерно-физический журнал*. 2016;89(4):818–825.
11. Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р. Динамика табачного дыма при резонансных колебаниях в закрытой трубе. *Теплофизика высоких температур*. 2019;57(2):312–315. <https://doi.org/10.1134/S0040364419010125>
12. Тукмаков А.Л., Баянов Р.И., Тукмаков Д.А. Течение полидисперсной газовзвеси в канале, сопровождающееся коагуляцией в нелинейном волновом поле. *Теплофизика и аэромеханика*. 2015;22(3):319–325.
13. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Ударно-волновой разлет газовзвесей. *Доклады Академии Наук*. 2016;466(4):418–421. <https://doi.org/10.7868/S0869565216040101>

### REFERENCES

1. Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznykh sred: v 2 ch.: T. 1. (Dynamics of multiphase media: in 2 v. V. 1)*. Moscow: Nauka; 1987. V. 1. 464 p. (in Russ.).
2. Kutushev A.G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh (Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media)*. Sankt Peterburg: Nedra; 2003. 284 p. (in Russ.).
3. Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel' T.A. *Volnovye protsessy v gazovzvesyakh chastits metallov (Wave processes in gas suspensions of metal particles)*. Novosibirsk: Parallel'; 2015. 301 p. (in Russ.). ISBN: 978-5-98901-162-9
4. Sternin L.E., Maslov B.N., Shraiber A.A., Podvysotskii A.M. *Dvukhfaznye mono- i polidispersnye techeniya gaza s chastitsami (Two-phase mono- and polydisperse gas flows with particles)*. Moscow: Mashinostroenie; 1980. 176 p. (in Russ.).
5. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P., Khudyakov V.A. *Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoraniya: Spravochnik: v 6 t. T. 1 Metody rascheta (Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products: Handbook in 6 v. V. 1 Calculation methods)*. Moscow: VINITI; 1971. 267 p. (in Russ.).
6. Tukmakov A.L. Dependence of the mechanism of solid particle drift in a nonlinear wave field on the time constant and wave front passage time. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2011;52(4):590–598. <https://doi.org/10.1134/S0021894411040122> [Tukmakov A.L. Zavisimost' mekhanizma dreifa tverdoi chastitsy v nelineinom volnovom pole ot ee postoyannoi vremeni i dlitel'nosti prokhozheniya volnovykh frontov. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika = J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2011;52(4):590–598 (in Russ.).]
7. Pakhomov M.A., Terekhov V.I. Effect of droplet evaporation on the flow structure and heat and mass transfer in a confined swirling gas-droplet flow downstream of a tube sudden expansion *Thermophys. Aeromech.* 2018;25(6):833–843. <https://doi.org/10.1134/S0869864318060057> [Pakhomov M.A., Terekhov V.I. Vliyanie ispareniya kapel' na strukturu techeniya i teplomassobmen v ogranichenom zakruchennom gazokapel'nom potoke za ego vnezapnym rasshireniem. *Teplofizika i aeromekhanika = Thermophys. Aeromech.* 2018;6:865–875 (in Russ.).]
8. Fedyaev V.L. Mathematical modeling and optimization of the water cooling towers. *Trudy Akademenergo = Transactions of Academenergo*. 2009;3:91–107 (in Russ.).
9. Voloshin A.M., Salyukov V.V., Gromov V.S., Zaretskii Ya.V., Serazetdinov F.Sh., Tonkonog V.G., Yavkin V.B.,



14. Тукмаков А.Л., Кашапов Н.Ф., Тукмаков Д.А., Фазлыяхматов М.Г. Процесс осаждения заряженной полидисперсной газозвеси на поверхность пластины в электрическом поле. *Теплофизика высоких температур*. 2018;56(4):500–504. <https://doi.org/10.31857/S000523100002724-0>
15. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: в 2 т. М.: Мир; 1991. Т. 2. Методы расчета различных течений. 552 с. ISBN 5-03-001881-8
16. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа. *Матем. моделирование*. 1993;5(3):74–83.
17. Горелик Г.С. *Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику*. М.: ФИЗМАТГИЗ; 1959. 572 с.
18. Красильников В.А., Крылов В.В. *Введение в физическую акустику*. М.: Наука; 1984. 403 с.
- Golovanov A.A. Development and creation of devices for cleaning transported gas. *Gazovaya promyshlennost' = Gas Industry*. 2010;1:73–75 (in Russ.).
10. Tonkonog V.G., Bayanov I.M., Tonkonog M.I., Mubarakshin B.R. Technology of gasification of liquefied natural gas. *J. Eng. Phys. Thermophy.* 2016;89(4):821–828. <https://doi.org/10.1007/s10891-016-1442-4> [Tonkonog V.G., Bayanov I.M., Tonkonog M.I., Mubarakshin B.R. Tekhnologiya gazifikatsii szhizhennogo prirodnogo gaza. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal = J. Eng. Phys. Thermophy.* 2016;89(4):818–825 (in Russ.).]
11. Gubaidullin D.A., Zaripov R.G., Tkachenko L.A., Shaidullin L.R. Dynamics of tobacco smoke under resonant oscillations in a closed tube. *High Temp.* 2019;57(2):283–285. <https://doi.org/10.1134/S0018151X19010127> [Gubaidullin D.A., Zaripov R.G., Tkachenko L.A., Shaidullin L.R. Dinamika tabachnogo dyma pri rezonansnykh kolebaniyakh v zakrytoi trube. *Teplofizika vysokikh temperatur = High Temp.* 2019;57(2):312–315 (in Russ.).]
12. Tukmakov A.L., Bayanov R.I., Tukmakov D.A. Flow of polydisperse gas-particle mixture in a duct followed by coagulation in a nonlinear wave field. *Thermophys. Aeromech.* 2015;22(3):305–311. <https://doi.org/10.1134/S086986431503004X> [Tukmakov A.L., Bayanov R.I., Tukmakov D.A. Techenie polidispersnoi gazovzvesi v kanale, soprovozhdayushcheesya koagulyatsiei v nelineinom volnovom pole. *Teplofizika i aeromekhanika = Thermophys. Aeromech.* 2015;22(3):319–325 (in Russ.).]
13. Nigmatulin R.I., Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A. Shock wave dispersion of gas-particle mixtures. *Doklady Physics.* 2016;61(2):70–73. <https://doi.org/10.1134/S1028335816020038> [Nigmatulin R.I., Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A. Udarno-volnovoi razlet gazovzvesei. *Doklady Akademii Nauk = Doklady Physics.* 2016;466(4):418–421 (in Russ.).]
14. Tukmakov A.L., Tukmakov D.A., Kashapov N.F., Fazlyyakhmatov M.G. Process of the deposition of charged polydisperse gas suspension on the plate surface in an electrical field. *High Temp.* 2018;56(4):481–485. <https://doi.org/10.1134/S0018151X18040193> [Tukmakov A.L., Kashapov N.F., Tukmakov D.A., Fazlyyakhmatov M.G. Protsess osazhdeniya zaryazhennoi polidispersnoi gazovzvesi na poverkhnost' plastiny v elektricheskom pole. *Teplofizika vysokikh temperatur = High Temp.* 2018;56(4):500–504 (in Russ.).]
15. Fletcher K. *Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkostei: v 2 t. T. 2. Metody rascheta razlichnykh techenii (Computational methods in fluid dynamics: in 2 v. V. 2. Methods for calculating various flows)*. Moscow: Mir; 1991. 552 p. (in Russ.). ISBN 5-03-001881-8
16. Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. Application of compact difference schemes to investigation of unstationary gas flows. *Matematicheskoe modelirovanie = Mathematical Models and Computer Simulations*. 1993;3:74–83 (in Russ.).
17. Gorelik G.S. *Kolebaniya i volny. Vvedenie v akustiku, radiofiziku i optiku (Oscillations and waves. Introduction to acoustics, radiophysics and optics)*. Moscow: FIZMATGIZ; 1959. 572 p. (in Russ.).
18. Krasil'nikov V.A., Krylov V.V. *Vvedenie v fizicheskuyu akustiku (Introduction to Physical Acoustics)*. Moscow: Nauka; 1984. 403 p. (in Russ.).

#### Об авторах

**Тукмаков Дмитрий Алексеевич**, к.ф.-м.н., научный сотрудник, Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук» (402111, Россия, Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31). E-mail: tukmakovda@imm.knc.ru.

**Тукмакова Надежда Алексеевна**, к.т.н., преподаватель, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ (420111, Казань, ул. К. Маркса, д. 10). E-mail: nadejdatukmakova@yandex.ru.

#### About the authors

**Dmitry A. Tukmakov**, Cand. Sci. (Phys.–Math.), Researcher, FRC KazSC RAS (2/31, Lobachevskogo ul., Kazan, 402111 Russia). E-mail: tukmakovda@imm.knc.ru.

**Nadezhda A. Tukmakova**, Cand. Sci. (Eng.), Assistant, Kazan National Technical University KNRTU-KAI (10, K. Marksa ul., Kazan, 420111 Russia). E-mail: nadejdatukmakova@yandex.ru.