

ISSN 2500-316X (Online)

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-6-157-166>



УДК: 621.372.8

## **Дифракция низкочастотных волн на упругих тонкостенных оболочках вращения**

**В.Ю. Приходько<sup>@</sup>,  
До Ву Минь Тханг**

*МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия*

*<sup>@</sup>Автор для переписки, e-mail: v\_prikhodko@mirea.ru*

В работе найдены асимптотические и функциональные соотношения, связывающие характеристики рассеянного ближнего и дальнего полей с упругими и спектральными характеристиками тонкостенных вытянутых упругих оболочек, описываемых теорией Лява. Исследование проводилось методом двумасштабных разложений. Для ближнего рассеянного поля получены рекуррентные системы краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона, решения которых найдены в явном виде. Диаграммы направленности рассеянного поля получены при помощи теории волновых потенциалов для уравнения Гельмгольца. Найдены асимптотические формулы для плотностей потенциалов простого и двойного слоев. Это позволило представить асимптотику диаграммы направленности рассеянного поля в виде параметрических интегралов, зависящих от углов падения и наблюдения, частоты, формы поверхности и материальных характеристик оболочки. Асимптотический метод оказался эффективен для сильно вытянутых оболочек, когда отношение максимального продольного диаметра к максимальному диаметру вращения больше десяти. Для таких сильно вытянутых тел применение различных разностных и итерационных схем проблематично из-за трудностей триангуляции поверхности оболочки. Приведены численные реализации расчетов диаграмм направленности стальной оболочки сфероидальной формы в воде при различных углах падения плоских волн в широком диапазоне частот. Проведенные в работе численные расчеты не привязаны к определенной частоте, так как геометрические размеры приведены в длинах волн. Расчеты показали, что диаграмма направленности для вытянутых тел начинает отличаться от сферически симме-

тричной при значениях  $kl > 4$ . При возрастании волновых размеров оболочки возникают лепестки диаграммы направленности, направление которых зависит от вышеуказанных параметров. Количество лепестков, их направленность и мощность можно изменять при помощи специальных распределений импедансов поверхности оболочек.

**Ключевые слова:** асимптотические разложения, рассеянное поле, дифференциальные уравнения, краевые задачи, теория тонких оболочек.

**Для цитирования:** Приходько В.Ю., До Ву Минь Тханг. Дифракция низкочастотных волн на упругих тонкостенных оболочках вращения. *Российский технологический журнал*. 2020;8(6):157-166. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-6-157-166>

## Diffraction of low-frequency waves on elastic thin-walled shells of rotation

Vyacheslav Yu. Prikhodko<sup>@</sup>,  
Thang Minh Vu Do

MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia

<sup>@</sup>Corresponding author, e-mail: [v\\_prikhodko@mirea.ru](mailto:v_prikhodko@mirea.ru)

Asymptotic and functional relations connecting the characteristics of scattered near and far fields with elastic and spectral characteristics of thin-walled elongated elastic shells described by the Love theory were found. The study was carried out by the method of two-scale expansions. For the near scattered field, recurrent systems of boundary value problems for Laplace and Poisson equations were obtained, the solutions of which were found explicitly. The radiation patterns of the scattered field were obtained using the theory of wave potentials for the Helmholtz equation. Asymptotic formulas for the potential densities of simple and double layers were found. This made it possible to present the asymptotics of the scattered field directivity diagram in the form of parametric integrals that depend on the angles of incidence and observation, frequency, surface shape, and material characteristics of the shell. The asymptotic method was effective for strongly elongated shells when the ratio of the maximum longitudinal diameter to the maximum diameter of rotation is more than ten. For such highly elongated bodies, the use of various difference and iterative schemes is problematic due to the difficulties of triangulating the shell surface. Numerical implementations of calculations of directional diagrams of a spheroidal steel shell in water at different angles of incidence of plane waves in a wide frequency range are given. The numerical calculations performed in this work are not tied to a specific frequency, since the geometric dimensions are given in wavelengths. Calculations have shown that the radiation pattern for elongated bodies begins to differ from the spherically symmetrical one at values  $kl > 4$ . When the wave size of the shell increases, the lobes of the directional diagram appear. The lobes direction depends on the above parameters. The number of lobes, their direction and power can be changed by using special distributions of the shell surface impedances.

**Keywords:** asymptotic expansions, scattered field, differential equations, boundary tasks, thin shells theory.

**For citation:** Prikhodko V.Yu., Thang Minh Vu Do. Diffraction of low-frequency waves on elastic thin-walled shells of rotation. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal* = *Russian Technological Journal*. 2020;8(6):157-166 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-6-157-166>

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим упругую замкнутую тонкостенную оболочку со срединной поверхностью  $S$ , описываемой в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$  уравнением

$$r = \varepsilon F(z)$$

где  $\varepsilon = d/l$ ,  $F(z) > 0$ ,  $d$  – максимальный диаметр оболочки,  $l$  – длина оболочки,  $z \in (-l/2, l/2)$ ,  $F(\pm l/2) = 0$ .

Оболочка описывается следующими материальными параметрами:  $h$  – полутолщина стенок оболочки; параметр, описывающий тонкостенность оболочки  $\varepsilon_1 = 2h/d \ll 1$ ;  $E$  – модуль Юнга;  $\rho_p$  – плотность материала оболочки;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $c_p = \sqrt{E/\rho_p}$  – скорость продольных волн в стержне из материала оболочки. Срединная поверхность оболочки описывается системой динамических дифференциальных уравнений движения в частных производных (зависимость от времени  $\exp(-i\omega t)$  везде опускаем):

$$\begin{aligned} L_{ij} \vec{u} &= \sum_{j=1}^3 \left( h^2 N_{ij} / 3 + L_{ij} \right) u_j - k_p^2 u_i = \gamma p_i, i = 1, 2, 3, \\ \frac{\partial}{\partial n} (p + p_{ins}) &= \rho \omega^2 w(\vec{r}), \quad \vec{r} \in S. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $N_{ij}, L_{ij}$  – матричные дифференциальные операторы в частных производных, заданные на поверхности  $S$  и определяемые теорией тонкостенных оболочек (в настоящей работе используется моментная теория тонкостенных оболочек типа Лява в варианте и обозначениях [1, стр. 77]);  $u_1, u_2$  – тангенциальные компоненты вектора смещений;  $u_3 = w$  – прогиб;  $k_p = \omega/c_p$ ;  $\frac{\partial}{\partial n}$  – производная по направлению внешней нормали к срединной поверхности оболочки;  $\gamma = (2Eh)^{-1}$ . Пусть оболочка находится в сжимаемой среде с плотностью  $\rho$  и скоростью звука  $c$ , а на оболочку падает плоская звуковая волна

$$p_{ins} = A \exp(i\vec{k}, \vec{x}), \quad \vec{k} = k(\cos \varphi_0 \sin \theta_0, \sin \varphi_0 \sin \theta_0, \cos \theta_0), \quad k = |\vec{k}| = \omega/c \quad (2)$$

в сферической системе координат  $(R, \theta, \varphi)$  с центром, совпадающим с цилиндрической системой. Тогда в уравнениях системы (1)  $p_1 = p_2 = 0$ ,  $p_3 = p + p_{ins}$ , где рассеянное оболочкой поле удовлетворяет уравнению Гельмгольца во внешней к оболочке области пространства

$$\rho \operatorname{div} \left( \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p \right) + k^2 p = 0 \quad (3)$$

и краевому условию на срединной поверхности оболочки

$$\frac{\partial}{\partial n} (p + p_{ins}) = \rho \omega^2 w(\vec{x}), \quad \vec{x} \in S. \quad (4)$$

Математическую постановку задачи дифракции завершает условие излучения Зоммерфельда

$$p(\vec{x}) = \Phi(\theta, \varphi) \exp(ikR) / R + O(R^{-2}), \quad R \rightarrow \infty, \quad (5)$$

равномерно по углам сферической системы координат  $(R, \theta, \varphi)$ ;  $F(\theta, \varphi)$  – диаграмма направленности рассеянного поля.

## 2. Метод решения

Поставленная задача (1)–(5) – это внешняя краевая задача для уравнения Гельмгольца. Краевым условием на границе является решение краевой задачи для оператора теории оболочек, заданного на поверхности. Эти задачи связаны между собой. В отличие от случая классических краевых условий Дирихле или Неймана, поставленная задача относится к типу так называемых неклассических краевых задач, иногда называемых гранично-контактными задачами. Такую задачу не удастся свести к интегральному уравнению, так как оператор теории оболочек – это система из трех уравнений в частных производных (два уравнения второго порядка и уравнение четвертого порядка) [1]. Наиболее эффективными методами решения являются асимптотические методы, разработанные для классических краевых условий сравнительно недавно [2–6]. В работах [7–11] задачи дифракции волн решаются другими методами, которые пока не удастся применить к рассматриваемой здесь задаче.

Представим рассеянное поле в виде суммы рассеянных полей от абсолютно жесткого тела и собственно упругой составляющей

$$p = p^{(r)} + p^{(e)}. \quad (6)$$

Получим две внешние краевые задачи для уравнения Гельмгольца

$$(\Delta + k^2)p^{(r)} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial n}(p + p_{ins}) = 0, \quad \vec{x} \in S; \quad (7)$$

$$(\Delta + k^2)p^{(e)} = 0, \quad \frac{\partial p^{(e)}}{\partial n} = \rho \omega^2 w, \quad \vec{x} \in S; \quad L_i \vec{u} = \gamma p_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (8)$$

с условиями излучения Зоммерфельда.

Для решения задач (7), (8) используем метод двумасштабных разложений [2]. В ближней зоне будем искать решение в виде

$$p^{(e)} = \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m [p_{m0}(\xi, \varphi, z) + \ln \varepsilon p_{m1}(\xi, \varphi, z)],$$

$$\vec{u} = \vec{u}_{00}(\varphi, z) + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m [\vec{u}_{m0}(\varphi, z) + \ln \varepsilon \vec{u}_{m1}(\varphi, z)], \quad \xi = r / \varepsilon, \quad (9)$$

а в дальней зоне

$$p^{(e)} = \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m p_m.$$

После подстановки (9) в (8) получаем рекуррентную систему уравнений Лапласа и Пуассона

$$\Delta p_{ij} = 0, \quad i = 1, 2; \quad \Delta p_{ij} = -\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)p_{i-2,j}; \quad i = 3, 4, \dots; \quad j = 0, 1. \quad (10)$$

где  $\Delta = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \varphi^2}$ .

Используя выражение для нормальной производной в ближней зоне

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{1}{B} \left( \frac{\partial}{\partial \xi} - \varepsilon F' \frac{\partial}{\partial z} \right) + O(\varepsilon^2), \quad B^2 = 1 + (\varepsilon F')^2, \quad \text{получаем рекуррентную систему краевых условий на поверхности оболочки}$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_{10}}{\partial \xi} = B \rho \omega^2 w_{00}, \quad \frac{\partial \mathcal{P}_{11}}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{P}_{21}}{\partial \xi} = B \rho \omega^2 w_{11}, \quad \frac{\partial \mathcal{P}_{20}}{\partial \xi} = B \rho \omega^2 w_{10}, \quad (11)$$

$$L\bar{u}_{00} = \bar{\gamma} A \exp(ik_3 z), \quad \bar{\gamma} = (0, 0, \gamma); \quad L\bar{u}_{10} = \bar{\gamma} (2iAB(k_x \cos \varphi + k_y \sin \varphi) \exp(ik_3 z) + p_{20}); \quad L\bar{u}_{11} = \bar{\gamma} p_{11}.$$

Таким образом, получается замкнутая последовательность краевых задач для рекуррентной системы уравнений Пуассона (10).

Решение в дальней зоне будем искать в виде волновых потенциалов простого и двойного слоев, распределенных на оси оболочки

$$p^{(e)} = \Pi(v_1) + \frac{\partial}{\partial x} \Pi(v_2) + \frac{\partial}{\partial y} \Pi(v_3), \quad (12)$$

где  $v_i(t)$  – плотности потенциалов.

Асимптотика потенциала простого слоя в дальней зоне имеет вид

$$\Pi = \frac{\exp(ikR)}{R} \int_{-l/2}^{l/2} v(t) \exp(-ikt \cos \theta) dt,$$

$v(z)$  – искомые плотности потенциалов. Неизвестные плотности найдем из краевых задач (6)–(12), используя асимптотические представления потенциала при  $r \rightarrow 0$

$$\Pi = \ln r \sum_0^\infty a_n(z) r^{2n} + \sum_0^\infty b_n(z) r^{2n}, \quad (13)$$

где  $a_0(z) = -2v(z)$ ,  $b_0(z) = -\int_0^\infty \ln 2td((v(z+t) + v(z-t)) \exp(ikt))$ , остальные коэффициенты вычисляются при помощи рекуррентных соотношений. Отметим что ряды (13) сходятся равномерно по  $z$  и эти ряды можно дифференцировать любое число раз. В частности, для потенциалов двойного слоя получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} \Pi(v_2) = \cos \varphi a_2(z)/r + O(1), \quad \frac{\partial}{\partial y} \Pi(v_3) = \sin \varphi a_3(z)/r + O(1).$$

Здесь  $a_n$  вычисляются по рекуррентной формуле:

$$4(n+1)^2 a_{n+1} + (d^2/dz^2 + k^2) a_n = 0.$$

### 3. Ближнее поле и смещения оболочки

Из уравнений (10), (11) найдем

$$p_{10} = C_1 \ln \xi + C_2, \quad C_1 = BF \rho \omega^2 w_{00}, \quad C_2 = 0.$$

Перепишем главный член дальнего поля (12) в переменных ближнего поля и будем сращивать внешнее и внутреннее разложения в области, где  $r \rightarrow 0$ . Проводя процедуру сращивания внешних и внутренних разложений, получаем искомую плотность потенциалов в следующем виде

$$\nu_1 = BF\rho\omega^2 w_{00}/2, \nu_2 = \nu_3 = 0,$$

и главный член асимптотики упругой составляющей ближнего поля

$$p_{10} = -d/lBF\rho\omega^2 w_{00} \ln r.$$

Для следующего приближения получаем краевую задачу для уравнения Лапласа

$$\Delta p_{20} = 0, \frac{\partial p_{20}}{\partial \xi} = B\rho\omega^2 w_{10},$$

где  $w_{10} = w_{10}^0 + w_{10}^1 \cos \varphi + w_{10}^2 \sin \varphi$ ,  $w_{10}^i$  являются решениями замкнутых систем дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} L_0 \vec{u}_{10}^0 &= -\vec{\gamma} BF\rho\omega^2 w_{00} \ln F, \\ L_1 \vec{u}_{10}^1 &= \vec{\gamma} 2ikAF \sin \theta_0 \cos \varphi_0 \exp(ik_3 z), \\ L_1 \vec{u}_{10}^2 &= \vec{\gamma} 2ikAF \sin \theta_0 \sin \varphi_0 \exp(ik_3 z). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $L_0$  и  $L_1$  – операторы осесимметричной и балочной гармоник теории оболочек, которые исследованы в работах [2–4]. В общем решении уравнения Лапласа

$$p_{20} = (C_1/\xi + C_2\xi)\cos\varphi + (C_3/\xi + C_4\xi)\sin\xi + C_5 \ln \xi + C_6$$

неизвестные коэффициенты находим аналогично первому приближению из уравнений (11). Аналогично решается задача для жесткой составляющей дифракционного поля.

#### 4. Основные результаты

Полученные выше формулы для плотностей потенциалов (12)–(14) позволяют представить диаграмму направленности, согласно формулам (12), (13), в виде параметрических интегралов, где параметрами являются угол падения плоской волны, угол наблюдения, частота, форма поверхности и материальные характеристики оболочки:

$$\begin{aligned} \Phi(\theta, \varphi) &= \frac{\rho\omega^2}{2} \int_{-l/2}^{l/2} (\varepsilon w_{00}^0 + \varepsilon^2 w_{10}^0) BF \exp(-ikt \cos \theta) dt + \\ &+ \frac{A\varepsilon^2}{4} (2k \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0)) \int_{-l/2}^{l/2} F^2 \exp(-ikt(\cos \theta_0 - \cos \theta)) dt + \\ &+ \int_{-l/2}^{l/2} (k^2 \sin^2 \theta F^2 + 2FF'ik \cos \theta) \exp(-ikt(\cos \theta_0 - \cos \theta)) dt. \end{aligned} \quad (15)$$

В ряде задач дифракции поверхность оболочки заменяется импедансной поверхностью, описываемой классическим краевым условием третьего рода



$$\left(\frac{\partial}{\partial n} + ikg\right)(p + p_{ins}) = 0, \quad \vec{x} \in S,$$

где  $g = \rho c / Z(z)$ ,  $Z(z)$  – импеданс поверхности оболочки, который является комплекснозначной функцией и может быть создан при помощи специальных технологий. Возможны два варианта:

1. Если  $\operatorname{Re} g \geq 0$ , то энергия падающей волны частично поглощается оболочкой или распространяется за оболочкой без поглощения.

2. Если  $\operatorname{Re} g < 0$ , то поверхность оболочки активна, то есть происходит излучение оболочки, и в этом случае необходимо дополнительное исследование задачи. В первом случае можно получить выражение для диаграммы направленности в виде формулы

$$\begin{aligned} \Phi(\theta, \varphi) = & \frac{ik^2 d}{2l} p_{ins} \int_{-l/2}^{l/2} g(t) F(t) \exp(-ikt(\cos \theta_0 - \cos \theta)) dt + \\ & + \frac{A\varepsilon^2}{4} (2k \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0)) \int_{-l/2}^{l/2} F^2 \exp(-ikt(\cos \theta_0 - \cos \theta)) dt + \\ & + \int_{-l/2}^{l/2} (k^2 \sin^2 \theta F^2 + 2FF'ik \cos \theta) \exp(-ikt(\cos \theta_0 - \cos \theta)) dt. \end{aligned}$$

В этом случае проведены численные расчеты для сфероидальной оболочки с параметрами  $d/l = 0/1$ ,  $kl = 10$ ,  $\varphi = \varphi_0 = 0$ ,  $g = 0.1$  при различных углах падения плоской волны  $\theta_0 = 0; \pi/4; \pi/2$ . Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2, 3 соответственно, на которых изображены нормированные модули диаграмм направленности

$$|\Phi(\theta, \varphi)| / \max |\Phi(\theta, \varphi)|.$$

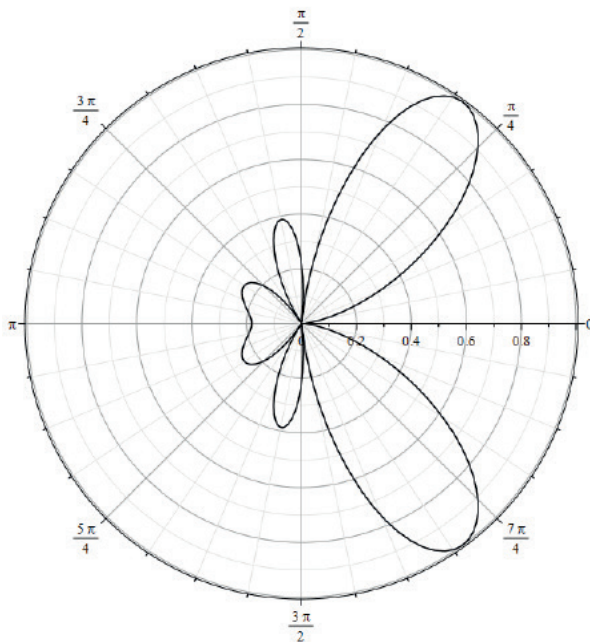


Рис. 1.

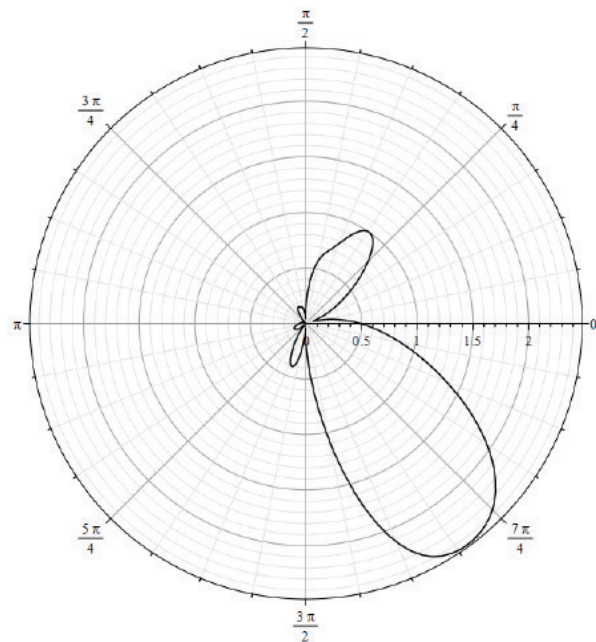


Рис. 2.

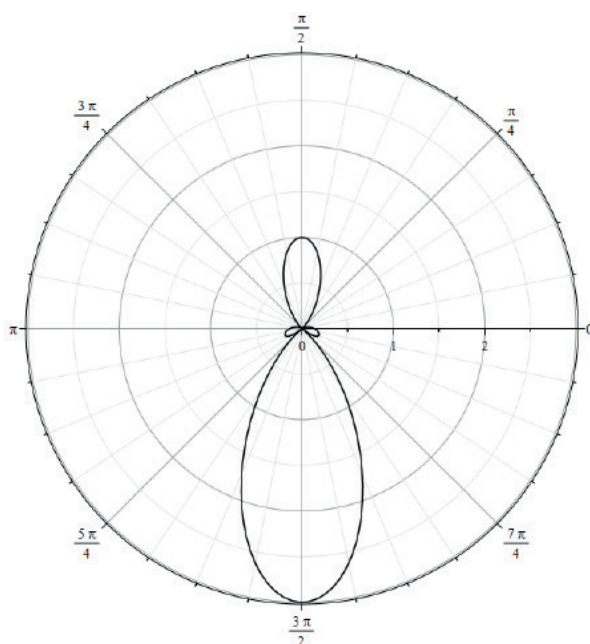


Рис. 3.

Отметим, что проведенные расчеты не привязаны к определенной частоте, так как геометрические размеры приведены в длинах волн. Расчеты показали, что диаграмма направленности для вытянутых тел начинает отличаться от сферически симметричной при значениях  $kl > 4$ . На рис. 4 показана диаграмма для пограничной частоты  $kl = 4$ . При возрастании волновых размеров оболочки возникают лепестки диаграммы направленности, угловые характеристики и тонкая структура которых зависит от вышеуказанных параметров. Количество лепестков, их направленность и мощность можно изменять при помощи специальных распределений импедансов поверхности оболочек и кривизны поверхности.

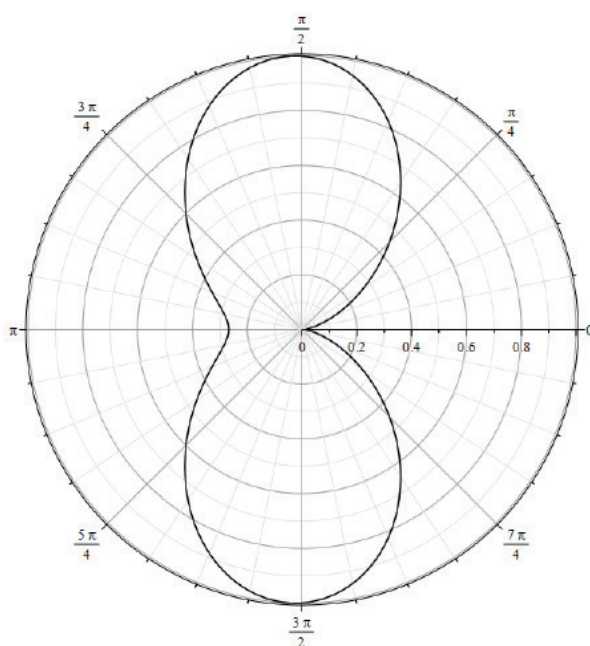


Рис. 4.



## Литература:

1. Гольденвейзер А.Л., Лидский В.Б., Товстик П.Е. Свободные колебания тонких упругих оболочек. М.: Наука, 1979. 389 с.
2. Абрамов А.А., Конюхова Н.Б., Парийский Б.С., Курочкин С.В., Приходько В.Ю. Численные исследования осесимметричных свободных колебаний в вакууме и в сжимаемой среде вытянутой цилиндрической оболочки с полусферическими куполами. *Журн. вычисл. матем. и матем. физики*. 1993;33(10):1550-1580.
3. Федорюк М.В. Дифракция плоской волны на вытянутом теле вращения. *Докл. АН СССР*. 1983;272(3):587-590.
4. Приходько В.Ю. Дифракция звука на вытянутых тонких упругих оболочках вращения. *Акустический журнал*. 1987;33(1):83-87.
5. Конюхова Н.Б., Парийский Б.С., Приходько В.Ю. О резонансном излучении вытянутой сфероидальной оболочки. *Акустический журнал*. 1997;43(4):508-513.
6. Приходько В.Ю. Распространение и дифракция волн на упругих оболочках в неоднородных волноводах, *Ученые записки физического факультета Московского университета*. 2014;6:146330-1-146330-6.
7. Ильменков С.Л. Метод функций Грина в задаче дифракции звука на телах неаналитической формы. *Морские интеллектуальные технологии*. 2014;1-2(23):32-36.
8. Андронов И.В. Дифракция гауссова пучка на сильно вытянутом сфероиде. *Акустический журнал*. 2019;65(4):435-439.  
<https://doi.org/10.1134/S0320791919040014>
9. Ларин Н.В. Дифракция цилиндрической звуковой волны на непрерывно-неоднородной термоупругой сферической оболочке. *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2018;24(4):644-659.  
[https://doi.org/10.33113/MKMK.RAS.2018.24.04.644\\_659.09](https://doi.org/10.33113/MKMK.RAS.2018.24.04.644_659.09)
10. Корольков А.И., Шанин А.В., Белоус А.А. Дифракция на вытянутом теле вращения с импедансными границами. Метод граничного интегрального параболического уравнения. *Акустический журнал*. 2019;65(4):440-447.  
<https://doi.org/10.1134/S0320791919040063>
11. Yunzhe T., Wei W., Fan J., Wang B. Acoustic Scattering from a Cylindrical Shell with Double Internal Rigid Plates. *Acoustical Physics*. 2019;65(1):7-13.  
<https://doi.org/10.1134/S1063771019010123>

## References:

1. Gol'denveizer A.L., Lidskii V.B., Tovstik P.E. *Svobodnye kolebaniya tonkikh uprugikh obolochek* (Free oscillations of thin elastic shells). Moscow: Nauka; 1979. 389 p. (in Russ.).
2. Abramov A.A., Konyukhova N.B., Kurochkin S.V., Pariiskii B.S., Prihod'ko V. Yu. Numerical investigation of axisymmetric free oscillations in a vacuum and excitation in a compressible medium of a prolate cylindrical shell with hemispherical ends. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki = Comput. Math. Math. Phys.* 1993;33(10):1365-1390.
3. Fedoryuk M.V. Diffraction of a Plane Wave by an Elongated Body of Revolution. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. 1983;272(3):587-590 (in Russ.).
4. Prihod'ko V.Yu. Sound diffraction on prolate thin-walled elastic shells of revolution. *Akusticheskij Zhurnal* 1987;33(1):83-87 (in Russ.).
5. Konyukhova N.B., Pariiskii B.S., Prihod'ko V.Yu. Resonance Radiation of a Prolate Spheroidal Shell under an Axisymmetric Concentrated Excitation. *Acoustical Physics*. 1997;43(4):435-439.
6. Prihod'ko V.Yu. Propagation and waves diffraction by elastic thin-walled shells in inhomogeneous waveguides. *Uchenye zapiski fizicheskogo fakul'teta Moskovskogo universiteta = Memoirs of the Faculty of Physics, Lomonosov State University*. 2014;6:146330-1-146330-6 (in Russ.).
7. Il'menkov S.L. Method of Green functions in the problem of sound diffraction on non-analytical bodies. *Morskie intellektual'nye tekhnologii = Marine intelligent technologies*. 2014;1-2(23):32-36 (in Russ.).
8. Andronov I.V. Diffraction of a Gaussian beam by a strongly elongated spheroid. *Acoustical Physics*. 2019;65(4):335-339.  
<https://doi.org/10.1134/S1063771019040018>
9. Larin N.V. Diffraction of the cylindrical sound wave on a continuous inhomogeneous thermoelastic spherical shell. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii = J. of Composite Mechanics and Design*. 2018;24(4):644-659 (in Russ.).  
[https://doi.org/10.33113/MKMK.RAS.2018.24.04.644\\_659.09](https://doi.org/10.33113/MKMK.RAS.2018.24.04.644_659.09)
10. Korolkov A.I., Shanin A.V., Belous A.A. Diffraction by an elongated body of revolution with impedance boundaries. The boundary integral parabolic equation method. *Acoustical Physics*. 2019;65(4):340-347.  
<https://doi.org/10.1134/S1063771019040067>
11. Yunzhe T., Wei W., Fan J., Wang B. Acoustic Scattering from a Cylindrical Shell with Double Internal Rigid Plates. *Acoustical Physics*. 2019;65(1):7-13.  
<https://doi.org/10.1134/S1063771019010123>

*Об авторах:*

**Приходько Вячеслав Юстинович**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики-2 Физико-технологического института ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

**До Ву Минь Тханг**, магистр кафедры высшей математики Института Кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

*About the authors:*

**Vyacheslav Yu. Prikhodko**, Dr. Sci. (Physics and Mathematics), Professor of the Department of Higher Mathematics-2, Institute of Physics and Technology, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia).

**Thang Vu Minh Do**, Master of the Department of Higher Mathematics, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia).

*Поступила: 24.02.2020; получена после доработки: 16.06.2020; принята к опубликованию: 07.09.2020.*