Russian Technological Journal.
2026;14(1):82–90

ISSN 2782-3210 (Print)
ISSN 2500-316X (Online)

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 004.8, 004.852
https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-1-82-90
EDN KCUBAG

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Трансформация пространства признаков в методе опорных векторов

А.В. Федоров @**,**
Д.В. Парфенов

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия
@ *Автор для переписки, e-mail: fedorov_av@mirea.ru*

• **Поступила:** 22.05.2025 • **Доработана:** 02.07.2025 • **Принята к опубликованию:** 10.11.2025

Резюме

Цели. Работа посвящена разработке и исследованию обобщенного нелинейного метода опорных векторов (support vector machine, SVM) с использованием адаптивной трансформации пространства признаков, направленного на улучшение вычислительной эффективности при сохранении высокого качества классификации. В качестве задачи-примера рассматривается двухклассовая классификация. Целью исследования является количественная оценка производительности предложенного подхода в сравнении с классическими SVM-моделями, использующими фиксированные ядровые функции, а также изучение влияния параметров трансформации на качество классификации.

Методы. Предлагается модифицированный подход, при котором входные данные предварительно преобразуются с помощью обучаемого нелинейного отображения фиксированной структуры. Это отображение реализуется в виде композиции элементарных функций и параметризуется ограниченным числом обучаемых весов, что обеспечивает контроль над сложностью модели. После трансформации применяется линейный SVM с L2-регуляризацией. Для обучения модели используются стандартные методы численной оптимизации без ограничений. Качество классификации оценивается с помощью метрики точности (Accuracy), усредненной по результатам 10-кратной перекрестной валидации. Рассматривается поведение модели при изменении размерности признакового пространства. Проводится анализ вычислительной сложности по числу операций и времени применения модели на тестовых выборках.

Результаты. Численные эксперименты показали, что предложенная модель позволяет существенно сократить время классификации по сравнению с SVM с полиномиальным ядром, обеспечивая при этом сопоставимое качество. Анализ временных затрат подтвердил, что предложенный подход масштабируется значительно лучше, чем классические ядровые методы. При этом структура модели сохраняет интерпретируемость и может быть дополнительно адаптирована под особенности предметной области.

Выводы. Разработанный метод представляет собой эффективную альтернативу классическим ядровым алгоритмам. Благодаря параметризуемому отображению признакового пространства он обеспечивает адаптивность, интерпретируемость и масштабируемость, что делает его перспективным для практического применения в задачах машинного обучения.

Ключевые слова: классификация, преобразование признакового пространства, нелинейное отображение, нелинейный метод опорных векторов, функции ядра, вычислительная сложность

© А.В. Федоров, Д.В. Парфенов, 2026

Для цитирования: Федоров А.В. Парфенов Д.В. Трансформация пространства признаков в методе опорных векторов. *Russian Technological Journal*. 2026;14(1):82–90. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-1-82-90, https://www.elibrary.ru/KCUBAG

Прозрачность финансовой деятельности: Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Feature space transformation in the support vector method

Aleksey V. Fedorov @, Denis V. Parfenov

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia
@ Corresponding author, e-mail: fedorov_av@mirea.ru

• **Submitted:** 22.05.2025 • **Revised:** 02.07.2025 • **Accepted:** 10.11.2025

Abstract

Objectives. This study focuses on the development and investigation of a generalized nonlinear Support Vector Machine (SVM) method incorporating an adaptive transformation of the feature space. Its aim is to improve computational efficiency while maintaining high classification accuracy. The binary classification problem is used as a case study. The main objective of the research is to quantitatively evaluate the performance of the proposed approach when compared to classical SVM models using fixed kernel functions, and to analyze how the transformation parameters affect classification quality.

Methods. The proposed approach involves a preliminary transformation of the input data using a learnable nonlinear mapping with a fixed structure. This mapping is implemented as a composition of elementary functions and is parameterized by a limited number of trainable weights which allows control over model complexity. A linear SVM with L2 regularization is applied after the transformation. The model is trained using conventional, unconstrained numerical optimization methods. The classification quality is evaluated using the Accuracy metric averaged over 10-fold cross-validation. The work also studies the behavior of the model with varying feature space dimensionality. In addition, computational complexity is analyzed in terms of the number of operations and inference time required on test datasets.

Results. Numerical experiments demonstrate that the proposed model significantly reduces classification time when compared to a polynomial-kernel SVM, while maintaining a comparable level of accuracy. The runtime analysis confirms that the proposed approach scales much better than traditional kernel methods. At the same time, the structure of the model remains interpretable and can be further adapted to the specifics of the application domain.

Conclusions. The method developed provides an efficient alternative to traditional kernel-based algorithms. Through the use of a parameterized transformation of the feature space, the method enables adaptability, interpretability, and scalability, making it promising for practical applications in machine learning tasks.

Keywords: classification, feature space transformation, nonlinear mapping, nonlinear support vector machine, kernel functions, computational complexity

For citation: Fedorov A.V., Parfenov D.V. Feature space transformation in the support vector method. *Russian Technological Journal.* 2026;14(1):82–90. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2026-14-1-82-90, https://www.elibrary.ru/KCUBAG

Financial disclosure: The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

Решение задачи классификации линейно неразделимых данных является одной из ключевых в машинном обучении. Одним из традиционных подходов к ее решению является применение обобщенного нелинейного метода опорных векторов (support vector machine, SVM) с использованием функций ядра, которые позволяют вычислять скалярное произведение в новом пространстве, обладающем лучшими геометрическими свойствами для разделения классов [1]. Однако такой подход имеет ряд ограничений, так известные ядра имеют малое количество параметров, что ограничивает их гибкость. Кроме того, количество используемых на практике ядер невелико, что снижает адаптивность модели.

В работе предлагается альтернативный подход, который, в отличие от классических ядровых методов, предполагает оптимизацию параметров нелинейного преобразования пространства признаков непосредственно в процессе обучения SVM. Используемое преобразование состоит из двух частей. Сначала осуществляется линейное отображение входных признаков, задаваемое матрицей с обучаемыми коэффициентами. Затем ко всем компонентам полученного вектора применяются одномерные нелинейные преобразования, реализуемые многочленами с обучаемыми коэффициентами. Такой метод позволяет гибко адаптировать пространство признаков под конкретные данные, сохраняя при этом высокую вычислительную эффективность.

Главным преимуществом предложенной модели является значительное снижение вычислительных затрат при применении уже обученной модели по сравнению с методами, основанными на функциях ядра. В классическом SVM, использующем функцию ядра, сложность вычислений сильно зависит от числа опорных векторов, которое в реальных задачах может быть очень велико, что значительно увеличивает время классификации. В предлагаемом подходе преобразование данных выполняется с фиксированной вычислительной сложностью, зависящей только от размерности входного и выходного пространств и выбранного порядка многочленов. Это делает данный метод особенно эффективным при обработке больших объемов данных.

В последнее время активно развиваются методы, направленные на повышение эффективности и адаптивности классификации в задачах машинного обучения. В [2] предложена робастная модель SVM с модифицированной схемой оптимизации, обеспечивающая устойчивость к шуму в данных. Исследование [3] представляет теоретическую основу многомасштабного адаптивного извлечения признаков, предлагая альтернативу традиционным ядровым методам. В [4] рассматривается геометрическая интерпретация адаптивного преобразования признаков в нейронных сетях, что созвучно идее параметризуемого отображения признакового пространства. В [5] представлен подход к диагональному расширению параметров в гильбертовом пространстве с воспроизводящим ядром, позволяющий одновременно обучать и структуру признаков, и параметры ядра. Наконец, метод преобразования на основе адаптивного закона (adaptive law-based transformation, ALT), описанный в [6], реализует адаптивную трансформацию признаков, ориентированную на задачи классификации временных рядов, что концептуально близко предлагаемому в данной работе подходу.

1. ТРАНСФОРМАЦИЯ ПРОСТРАНСТВА ПРИЗНАКОВ

Как было отмечено выше, каждый объект исходного набора данных $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, где n – размерность исходного пространства, преобразуется с использованием матрицы $\mathbf{A}$ размера $m \times n$. Результирующий вектор $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^m$ вычисляется по следующей формуле:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Размерность m выбирается пользователем и определяет число признаков в новом пространстве. Это позволяет уменьшить или увеличить размерность пространства данных. Параметры матрицы $\mathbf{A}$ являются обучаемыми, что позволяет адаптировать соответствующее линейное преобразование к структуре данных.

К каждому элементу результирующего вектора $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m)^{\mathrm{T}}$ применяется некоторая нелинейная функция в виде полинома $p_i(\tilde{x}_i)$ степени d, где $i = \overline{1, m}$. Результирующий вектор $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \in \mathbb{R}^m$ вычисляется следующим образом:

$$\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} p_1(\tilde{x}_1) \\ p_2(\tilde{x}_2) \\ \dots \\ p_3(\tilde{x}_m) \end{bmatrix}.$$

Полиномы $p_i(\cdot)$ могут быть различными для каждой координаты, что обеспечивает высокую гибкость модели. Общая форма полинома $p_i(\tilde{x})$ задается как:

$$p_i(\tilde{x}) = c_{i1}\tilde{x} + c_{i2}\tilde{x}^2 + \dots + c_{id}\tilde{x}^d,$$

где c_{ij} – обучаемые параметры, d – фиксированная степень полинома.

Наличие нелинейных функций позволяет адаптировать геометрию пространства признаков для более качественного разделения классов. Основной особенностью предлагаемой модели классификатора является совместное обучение параметров трансформации признакового пространства и метода опорных векторов.

Задача обучения модели ставится следующим образом:

$$\frac{1}{2}\|\mathbf{w}\|^2 + C\sum_{i=1}^{N}\max\left(1 - y_i\left(\left\langle \mathbf{w}, \Phi_{\mathbf{A},\mathbf{P}}(\mathbf{x}_i)\right\rangle + b\right), 0\right)^2 \to \min_{\mathbf{w},b,\mathbf{A},\mathbf{P}},$$

где $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ – входные векторы; $y_i \in \{-1; +1\}$ – метки классов; $\Phi_{\mathbf{A},\mathbf{P}}(\mathbf{x})$ – отображение исходного вектора $\mathbf{x}$ сначала линейной трансформацией $\mathbf{A}$, а затем применением полиномиальных функций p_i; $\mathbf{A}$, $\mathbf{P}$ – параметры преобразования (линейная и полиномиальная части); $\mathbf{w}$, b – параметры линейного классификатора; C – вес штрафа за отклонения; N – количество объектов обучающей выборки.

В предложенном методе использовалась L2-регуляризация [7, 8], которая играет ключевую роль в стабилизации процесса обучения и предотвращении переобучения. Регуляризация применялась как к параметрам матрицы линейного преобразования, так и к коэффициентам полиномиального отображения. Включение L2-регуляризации ограничивает рост норм весов, уменьшая вероятность переобучения. Численные эксперименты подтвердили, что использование регуляризации способствует качественному обучению. В результате, целевая функция принимает следующий вид:

$$\sum_{i=1}^{N}\max\left(1 - y_i\left(\left\langle \mathbf{w}, \Phi_{\mathbf{A},\mathbf{P}}(\mathbf{x}_i)\right\rangle + b\right), 0\right)^2 + \\ + \frac{1}{2C}\|\mathbf{w}\|^2 + \lambda_1\|\mathbf{A}\|^2 + \lambda_2\|\mathbf{P}\|^2 \to \min_{\mathbf{w},b,\mathbf{A},\mathbf{P}}, \tag{1}$$

где λ_1, λ_2 – коэффициенты регуляризации.

Для решения задачи (1) в работе применяется метод оптимизации без ограничений BFGS[1] [9], предоставляемый пакетом *Optim.jl*[2]. Градиенты целевой функции вычисляются с использованием автоматического дифференцирования на основе дуальных чисел [10, 11], реализуемого пакетом *ForwardDiff.jl*.

2. ТЕСТИРОВАНИЕ

Для оценки качества классификатора использовались наборы данных из OpenML-CC18 Curated Classification Benchmark [12]. Эти наборы представляют собой коллекцию специально отобранных данных для сравнения алгоритмов машинного обучения. В табл. 1 приведен список использованных наборов данных с указанием их основных характеристик (количество объектов, размерность признакового пространства) и краткой информацией.

Все задачи являются задачами двоичной классификации, т.е. содержат ровно два класса.

В процессе тестирования модели использовался метод 10-кратной кросс-валидации (10-fold cross-validation) [13] для обеспечения более надежной оценки качества классификатора.

Таблица 1. Характеристики используемых наборов данных

№	Набор данных	Количество объектов	Размерность	Краткая информация
1	blood-transfusion-service-center	748	4	Требуется предсказание факта донации крови в будущем (2 класса)
2	phoneme	5404	5	Требуется классификация звуков речи на две категории (2 класса)
3	diabetes	768	8	Требуется выявление наличия или отсутствия диабета (2 класса)
4	qsar-biodeg	1055	41	Требуется предсказание биоразлагаемости химических веществ (2 класса)
5	kc1	2109	21	Требуется определение наличия ошибок в программных модулях (2 класса)
6	pc1	1109	21	Задача аналогична kc1 – классификация программных компонентов на «с ошибками» и «без ошибок» (2 класса)

[1] Broyden – Fletcher – Goldfarb – Shanno algorithm, алгоритм Бройдена – Флетчера – Гольдфарба – Шанно. [The Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno algorithm.]

[2] *Optim.jl* Documentation. *Optim.jl* – Julia optimization library. https://julianlsolvers.github.io/Optim.jl/stable/. Дата обращения 07.07.2025. / Accessed July 07, 2025.

Использование нескольких наборов позволило проверить обобщающую способность модели на различных данных. Применение стандартного набора тестовых данных обеспечивает возможность сравнения полученных результатов с существующими методами и опубликованными исследованиями, а также позволяет объективно оценить сильные и слабые стороны модели.

Перед обучением классификатора все данные подвергались предварительной нормализации, включающей центрирование и масштабирование, что необходимо для повышения устойчивости и улучшения обобщающей способности модели. В совокупности с 10-кратной кросс-валидацией и тестированием на различных выборках все это обеспечивает объективную и надежную оценку качества (Accuracy) [14] исследуемого классификатора.

В табл. 2 показаны результаты тестирования данной модели классификатора с адаптивной трансформацией пространства признаков.

Было проведено сравнение предложенной модели с методом SVM, использующим полиномиальное ядро [15, 16]. В SVM с полиномиальными ядрами классификация осуществляется в неявно заданном пространстве более высокой размерности, скалярное произведение в котором вычисляется напрямую через функцию ядра, без явного построения признакового преобразования. В отличие от этого, предлагаемый метод явно строит нелинейное отображение исходного пространства с последующим линейным разделением методом опорных векторов.

Следует отметить, что в качестве конкурирующего прототипа рассматривается SVM именно с полиномиальным ядром. Это связано с тем, что полиномиальное ядро, как правило, дает качество несколько хуже, чем более сложные ядра (например, RBF – radial basis function, радиально-базисная функция), но при этом является вычислительно более эффективным, предоставляя компромисс между качеством классификации и вычислительной сложностью. Предлагаемый метод дает близкое к SVM с полиномиальным ядром качество, но при этом дает еще больший вычислительный выигрыш.

Для сравнения были выполнены тесты, в которых параметры полиномиального ядра подбирались с использованием метода случайного поиска (random search) по заданной сетке значений. Подбор проводился с использованием 10-кратной перекрестной валидации. Это позволило достаточно тщательно подобрать гиперпараметры ядра, что обеспечило корректное сравнение моделей. Результаты тестирования SVM с полиномиальным ядром приведены в табл. 3.

В табл. 4 представлено сравнение качества классификации на каждом из наборов данных для предлагаемой модели и SVM с полиномиальным ядром.

Таблица 2. Результаты тестирования предлагаемой модели

№	Набор данных	Размерность выходного пространства (m)	Степень полиномов (d)	Точность (Accuracy), %
1	blood-transfusion-service-center	4	3	79.29
2	phoneme	5	3	83.33
3	diabetes	8	3	77.47
4	qsar-biodeg	41	3	85.97
5	kc1	21	3	84.45
6	pc1	21	3	92.24

Таблица 3. Результаты тестирования SVM с полиномиальным ядром

№	Набор данных	Степень (d)	Точность (Accuracy), %	Количество опорных векторов
1	blood-transfusion-service-center	3	77.14	367
2	phoneme	3	83.81	2074
3	diabetes	2	76.95	397
4	qsar-biodeg	2	86.24	429
5	kc1	3	84.69	643
6	pc1	3	93.06	158

Таблица 4. Сравнение точности предлагаемой модели и SVM с полиномиальным ядром

№	Набор данных	Точность (Accuracy), %	
		Предлагаемая модель	Полиномиальное ядро
1	blood-transfusion-service-center	79.29	77.14
2	phoneme	83.33	83.81
3	diabetes	77.47	76.95
4	qsar-biodeg	85.97	86.24
5	kc1	84.45	84.69
6	pc1	92.24	93.06

Как видно из табл. 4, предлагаемая модель классификатора дает точность, близкую к SVM с полиномиальным ядром. Это говорит о хорошей гибкости модели и демонстрирует ее возможности подстраиваться под особенности набора данных.

3. АНАЛИЗ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ

Во многих задачах машинного обучения ключевым фактором является не только точность модели, но и ее вычислительная сложность при классификации. Это особенно важно в приложениях, где требуется быстрая обработка данных, например, в системах реального времени (обнаружение объектов, анализ потоков данных или диагностика). Ограниченные вычислительные ресурсы также играют значительную роль, особенно на устройствах с невысокой мощностью, таких как мобильные устройства, встроенные системы или микроконтроллеры, где сложные модели могут быть непригодны из-за недостатка памяти, энергии или вычислительной мощности. Таким образом, при выборе модели важно учитывать ее сложность и эффективность на целевом оборудовании.

После обучения предлагаемой модели итоговый классификатор (решающая функция) выглядит следующим образом:

$$f(\mathbf{x}) = \left\langle \mathbf{w}, \Phi_{\mathbf{A},\mathbf{P}}(\mathbf{x}) \right\rangle + b.$$

Преобразование $\Phi_{\mathbf{A},\mathbf{P}}(\mathbf{x})$ сводится к умножению на матрицу и покомпонентному полиномиальному преобразованию. Умножение на матрицу $\mathbf{A}$ требует $n \times m$ операций умножения и $(n - 1) \times m$ операций сложения. Применение многочленов $p_i(x)$ требует $d \times m$ операций умножения и $(d - 1) \times m$ операций сложения. Скалярное произведение со сдвигом требует еще m операций умножения и m операций сложения.

В итоге классификация одного объекта требует $m \times (n + d + 1)$ операций умножения, $m \times (n + d - 1)$ операций сложения. Таким образом, вычислительная сложность классификации не зависит от количества опорных векторов. Это является кардинальным отличием предлагаемого метода от классического SVM (с применением функции ядра и решением двойственной задачи [17]). Благодаря явному параметризованному преобразованию признаков $\Phi_{\mathbf{A},\mathbf{P}}(\mathbf{x})$, удается избежать перехода к двойственной задаче, характерного для методов с использованием функций ядра (kernel trick) [15, 18]. Это позволяет существенно снизить вычислительную сложность, особенно в случаях, когда решение двойственной задачи приводит к большому числу опорных векторов, что типично для зашумленных и высокоразмерных данных.

В случае использования преобразования ядра решается двойственная задача минимизации. В результате получается следующая решающая функция:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{l} \alpha_i k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b,$$

где $k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x})$ – функция ядра, $\mathbf{x}_i$ – опорные векторы.

Полиномиальное ядро задается следующим образом:

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \left(\left\langle \mathbf{x}, \mathbf{x}' \right\rangle + c \right)^d,$$

где c и d являются параметрами ядра.

Вычисление полиномиального ядра требует $(n + d - 1) \times l$ операций умножения (для невысоких степеней: $d \in \{2; 3\}$), $n \times l$ операций сложения, где n – размерность пространства (длина вектора x), d – степень полиномиального ядра, l – количество опорных векторов. Для принятия решения о классификации берется сумма по всем опорным векторам, это требует l операций умножения (умножение значения функции ядра на коэффициент α_i), $l + 1$ операций сложения. В итоге общее число элементарных операций необходимых для классификации составляет $l \times (n + d)$ операций умножения и $l \times (n + 1) + 1$ операций сложения.

Таблица 5. Сравнение вычислительной сложности предлагаемой модели и SVM с полиномиальным ядром

№	Набор данных	Число операций	
		Предлагаемая модель	Полиномиальное ядро
1	blood-transfusion-service-center	56	4405
2	phoneme	80	29037
3	diabetes	176	7544
4	qsar-biodeg	3608	36466
5	kc1	1008	29579
6	pc1	1008	7269

На практике количество опорных векторов l обычно оказывается достаточно большим, что приводит к увеличению объема вычислений. Для предварительного анализа вычислительной сложности предлагаемого метода преобразования пространства признаков по сравнению с классическим подходом на основе ядерных функций можно использовать следующие соотношения, которые часто наблюдаются на практике:

$$l \gg n, l \gg m, l \gg d, m \sim n, d < n.$$

Отсюда получается, что, как правило, подход с использованием функций ядра будет требовать значительно больше вычислений для классификации на выходе. В табл. 5 сведены результаты расчета общего числа элементарных операций, необходимых для классификации объекта для каждого набора данных.

Таким образом, предлагаемая модель требует значительно меньше арифметических операций (сложение, умножение) для классификации объекта. Это делает данный подход вычислительно более эффективным в сравнении с использованием полиномиального ядра.

4. ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ МОДЕЛИ

В ходе эксперимента производился замер времени классификации одного объекта для каждого набора данных. Для точного измерения времени выполнения использовался пакет *BenchmarkTools.jl*[3], обеспечивающий минимизацию влияния фоновых процессов и точную оценку вычислительных затрат. Каждое измерение проводилось на заранее обученных моделях, а время классификации фиксировалось в микросекундах. В качестве основной метрики использовалось медианное время выполнения для всех запусков, т.к. оно обеспечивает устойчивость к случайным выбросам и отражает типичную производительность модели. Полученные результаты сведены в табл. 6, позволяющую провести сравнительный анализ скорости классификации предлагаемой модели и SVM с полиномиальным ядром.

Результаты экспериментов показывают, что предлагаемая модель обладает значительно большей вычислительной эффективностью по сравнению с SVM с полиномиальным ядром. На всех тестируемых наборах данных время классификации одного объекта в предложенной модели оказалось существенно ниже, что подтверждает теоретические

Таблица 6. Сравнение производительности предлагаемой модели и SVM с полиномиальным ядром

№	Набор данных	Производительность, мкс	
		Предлагаемая модель	Полиномиальное ядро
1	blood-transfusion-service-center	0.356	7.75
2	phoneme	0.384	45.1
3	diabetes	0.422	11.3
4	qsar-biodeg	1.94	21.8
5	kc1	0.822	22.2
6	pc1	0.822	5.25

[3] *BenchmarkTools.jl* Documentation. *BenchmarkTools.jl* Manual. https://juliaci.github.io/BenchmarkTools.jl/stable/manual/. Дата обращения 07.07.2025. / Accessed July 07, 2025.

оценки ее вычислительной сложности. В отличие от полиномиального ядра, где сложность классификации зависит от количества опорных векторов, предложенный метод выполняет предсказание с фиксированной вычислительной сложностью, что делает его значительно более эффективным при работе с большими объемами данных. Анализ медианных значений времени выполнения показывает, что ускорение классификации достигается без значительного ухудшения качества, что делает предложенный подход конкурентоспособной альтернативой ядровым методам. Таким образом, экспериментальные результаты подтверждают, что предлагаемая модель является перспективным решением для задач, требующих высокой скорости классификации при сохранении точности.

Для анализа зависимости времени классификации от размерности пространства признаков проведены дополнительные эксперименты на синтетических данных. В ходе тестов матрица линейного преобразования **A** выбиралась квадратной ($m = n$). Данный тест позволил исследовать влияние размерности на вычислительные затраты. Эксперименты проводились на сгенерированных наборах данных различной размерности, а для каждого случая выполнялся замер медианного времени классификации одного объекта. Полученные результаты представлены в виде графика (рисунок), иллюстрирующего рост вычислительных затрат в зависимости от размерности признакового пространства.

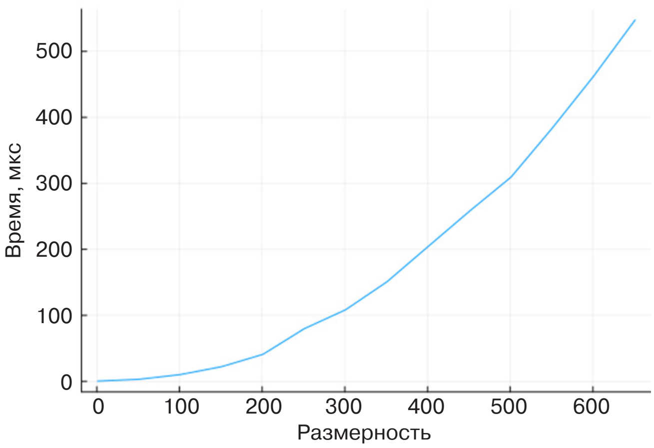

Рисунок. График зависимости времени классификации от размерности

Как показывают результаты, при размерностях $n \leq 600$ время классификации увеличивается умеренно, что свидетельствует о возможности эффективного применения предложенного метода в т.ч. в задачах с высокоразмерными признаками. Таким образом, предложенная модель остается вычислительно эффективной при средних и умеренно высоких размерностях, что делает ее пригодной для широкого спектра практических задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен метод преобразования пространства признаков, позволяющий эффективно классифицировать линейно неразделимые данные. В отличие от классических ядровых методов, модель выполняет явное нелинейное отображение признаков с параметрами, обучаемыми в процессе оптимизации.

Для оценки эффективности предложенного метода проведены численные эксперименты, включающие сравнение с классическими ядровыми методами по качеству классификации и вычислительной сложности. Проведенные эксперименты показали, что предлагаемая модель значительно превосходит SVM с полиномиальным ядром по скорости классификации, сохраняя при этом сопоставимое качество. Анализ зависимости времени выполнения от размерности пространства признаков продемонстрировал, что при размерностях $n \leq 600$ время классификации растет умеренно, что подтверждает возможность эффективного применения метода в задачах с высокоразмерными данными.

Таким образом, разработанный метод представляет собой вычислительно эффективную альтернативу классическим ядровым методам и может быть применим в задачах, требующих высокой скорости работы без значительного снижения качества классификации.

Вклад авторов

А.В. Федоров – детальная разработка модели, ее исследование и формулировка части идеи метода.

Д.В. Парфенов – постановка задачи, формулировка части идеи метода и общее руководство работой.

Author's contributions

A.V. Fedorov – development of the model, its detailed study, and formulation of part of the method's idea.

D.V. Parfenov – problem statement, formulation of part of the method's idea, and overall supervision of the work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Vapnik V. *Statistical Learning Theory*. New York: Wiley; 1998, 736 p. ISBN 978-0-471-03003-4
2. Maggioni F., Spinelli A. A novel robust optimization model for nonlinear Support Vector Machine. *Computers & Operations Research*. 2024;157:105059.
3. Rubin N., Fischer K., Lindner J., Dahmen D., Seroussi I., Ringel Z., Krüger M., Helias M. From Kernels to Features: A Multi-Scale Adaptive Theory of Feature Learning. *arXiv* preprint arXiv:2402.03210. 2024. https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.03210

4. LeJeune D., Alemohammad S. An Adaptive Tangent Feature Perspective of Neural Networks. In: *Proceedings of the 37th International Conference on Machine Learning* (*ICML*). 2024. URL: https://proceedings.mlr.press/v234/lejeune24a/lejeune24a.pdf. Дата обращения 07.07.2025. / Accessed July 07, 2025.
5. Li Y., Lin Q. Diagonal Over-parameterization in Reproducing Kernel Hilbert Spaces as an Adaptive Feature Model: Generalization and Adaptivity. *arXiv* preprint arXiv:2501.08679. 2025. https://arxiv.org/abs/2501.08679
6. Kurbucz M.T., Benkő Z., Varga L., et al. Adaptive Law-Based Transformation (ALT): A Fast and Transparent Feature Transformation Method for Time Series Classification. *arXiv* preprint arXiv:2501.09217. 2025. https://arxiv.org/abs/2501.09217
7. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. *Solutions of Ill-Posed Problems*. Washington, D.C.: W.H. Freeman and Co.; 1977, 258 p.
8. Bishop C.M. *Pattern Recognition and Machine Learning*. New York: Springer; 2006, 738 p.
9. Fletcher R. *Practical Methods of Optimization*. New York: John Wiley & Sons; 1987, 464 p.
10. Baydin A.G., Pearlmutter B.A., Radul A.A., Siskind J.M. Automatic differentiation in machine learning: a survey. *Journal of Machine Learning Research* (*JMLR*). 2018;18(153):1–43.
11. Fisher J. Automatic differentiation with dual numbers. *arXiv* preprint arXiv:2201.00024.
12. Bischl B., Casalicchio G., Feurer M., Hutter F., Lang M., Mantovani R.G., van Rijn J.N., Vanschoren J. OpenML Benchmarking Suites. *arXiv* preprint arXiv:1708.03731v2 [stat.ML], 2019. https://arxiv.org/abs/1708.03731v2
13. Kohavi R. A Study of Cross-Validation and Bootstrap for Accuracy Estimation and Model Selection. In: *Proceedings of Fourteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence* (*IJCAI*). 1995;14(2):1137–1143.
14. Labatut V., Cherifi H. Accuracy Measures for the Comparison of Classifiers. *arXiv* preprint arXiv:1207.3790. https://doi.org/10.48550/arXiv.1207.3790
15. Schölkopf B., Smola A.J. *Learning with Kernels*. Cambridge: MIT Press; 2002, 300 p.
16. Hofmann T., Schölkopf B., Smola A.J. Kernel Methods in Machine Learning. *Ann. Statist*. 2008;36(3):1171–1220. https://doi.org/10.1214/009053607000000677
17. Boser B.E., Guyon I.M., Vapnik V. A Training Algorithm for Optimal Margin Classifiers. In: *Proceedings of the Fifth Annual Workshop on Computational Learning Theory* (*COLT*). 1992. P. 144–152. https://doi.org/10.1145/130385.130401
18. Cortes C., Vapnik V. Support-Vector Networks. *Mach. Learn*. 1995;20(3):273–297. https://doi.org/10.1007/BF00994018

Об авторах

Федоров Алексей Викторович, аспирант, кафедра высшей математики, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: fedorov_av@mirea.ru. https://orcid.org/0009-0003-2314-7400

Парфенов Денис Васильевич, к.т.н., доцент, кафедра высшей математики, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: parfenov@mirea.ru. Scopus Author ID 57217119805, SPIN-код РИНЦ 7463-3220, https://orcid.org/0009-0004-0905-3827

About the Authors

Aleksey V. Fedorov, Postgraduate Student, Higher Mathematics Department, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: fedorov_av@mirea.ru. https://orcid.org/0009-0003-2314-7400

Denis V. Parfenov, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Higher Mathematics Department, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: parfenov@mirea.ru. Scopus Author ID 57217119805, RSCI SPIN-code 7463-3220, https://orcid.org/0009-0004-0905-3827