

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 537.811

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-5-87-94>

EDN SPEPVZ



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Аналитическая модель нормальной составляющей магнитной индукции постоянного магнита

М.М. Закатов[®]

Академия гражданской защиты МЧС России имени Д.И. Михайлика, Химки, 141435 Россия

[®] Автор для переписки, e-mail: zakatov46@mail.ru

• Поступила: 10.02.2025 • Доработана: 09.04.2025 • Принята к опубликованию: 21.07.2025

Резюме

Цели. В измерительной системе с индукционной передачей информации с перемещающейся конструкции на неподвижный приемник информационный сигнал, несущий информацию о параметрах перемещающейся конструкции, формируется магнитной системой, содержащей постоянный магнит, установленный на неподвижной части измерительной системы. Магнитное поле постоянного магнита (МППМ) определяет магнитный поток, и, следовательно, индукционный ток в другом элементе магнитной системы – проводящем витке, расположенном на перемещающейся конструкции. Для теоретического обоснования параметров измерительной системы, в т.ч. для оптимизации ее составных частей, необходима простая, удобная для применения аналитическая модель информационного сигнала (АМИС), что определяет требования к математическому описанию МППМ. Известные решения задач по расчету МППМ содержат обратные тригонометрические функции или представлены результатами численных расчетов, что затрудняет их использование для разработки АМИС измерительной системы. Целью данной статьи является получение точного решения задачи расчета МППМ и разработка на основании этого точного решения аналитической модели нормальной составляющей вектора магнитной индукции (НСВМИ) постоянного магнита, используемой для разработки АМИС.

Методы. Использовались методы математического анализа и метод эквивалентного соленоида.

Результаты. Получено точное решение задачи расчета НСВМИ МППМ, имеющего форму параллелепипеда, на основании которого получено выражение, аппроксимирующее формулу точного решения, – аналитическая модель НСВМИ.

Выводы. Полученная аналитическая модель НСВМИ может быть использована для теоретической разработки АМИС измерительной системы с индукционной передачей информации о параметрах перемещающейся конструкции на неподвижный приемник сигнала.

Ключевые слова: постоянный магнит, магнитная индукция, эквивалентный соленоид, нормальная составляющая, аналитическая модель

Для цитирования: Закатов М.М. Аналитическая модель нормальной составляющей магнитной индукции постоянного магнита. *Russian Technological Journal*. 2025;13(5):87–94. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-5-87-94>, <https://www.elibrary.ru/SPEPVZ>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

Analytical model for the normal component of magnetic induction of a permanent magnets

Mikhail M. Zakatov[@]

*Dmitriy Mikhailik Academy of Civil Defence of the Ministry of Emergency Situations of Russia, Khimki,
141435 Russia*

[@] Corresponding author, e-mail: zakatov46@mail.ru

• Submitted: 10.02.2025 • Revised: 09.04.2025 • Accepted: 21.07.2025

Abstract

Objectives. In a measuring system based on the inductive transmission of information from a moving structure to a stationary signal receiver, the signal carrying useful information about the parameters of the moving structure is formed by a magnetic system containing a permanent magnet mounted on the stationary part of the measuring system. The magnetic field of the permanent magnet (MFPM) determines the magnetic flux, and, consequently, the induction current in a conducting coil located on the moving structure. In order to theoretically justify the parameters of the measuring system including the optimization of its components, a simple and easy-to-use analytical model of the useful signal for determining the requirements for the mathematical description of the MFPM is required. The use of known solutions for developing an analytical model of the useful signal of the measuring system is complicated by the need to use inverse trigonometric functions or the results of numerical calculations. The present work sets out to obtain an exact solution to the problem of calculating the MFPM and on this basis to develop a simple, convenient analytical model of the normal component of the magnetic induction vector (NCMIV) of a permanent magnet used to develop an analytical model of the useful signal.

Methods. The equivalent solenoid method was used along with mathematical analysis approaches.

Results. An exact solution for calculating the normal component of the magnetic induction vector of the parallelepiped-shaped permanent magnet was obtained. Based on this, a straightforward and easy-to-use analytical model of the NCMIV was developed, which closely approximates the formula derived for the exact solution.

Conclusions. The developed analytical model of the NCMIV can be used for theoretical development of an analytical model of the useful signal of a measuring system with inductive transmission of information about the parameters of a moving structure to a stationary signal receiver.

Keywords: permanent magnet, magnetic induction, equivalent solenoid, normal component, analytical model

For citation: Zakatov M.M. Analytical model for the normal component of magnetic induction of a permanent magnet. *Russian Technological Journal*. 2025;13(5):87–94. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-5-87-94>, <https://www.elibrary.ru/SPEPVZ>

Financial disclosure: The author has no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

ВВЕДЕНИЕ

В задачах передачи информации о параметрах конструкции, меняющей свое положение относительно неподвижного приемника сигнала, в основном используется радиоканал (например, для передачи значений параметров газа в пневматической шине транспортного средства). При этом на конструкции размещаются измерительные преобразователи параметров, определяющих ее состояние,

в электрические сигналы, поступающие в радиопередатчик. На неподвижной части, например, на корпусе транспортного средства, по отношению к которому меняет свое положение колесо с пневматической шиной, размещается приемник радиосигнала.

Использование радиоканала для передачи информации обычно связано с трудностями, обусловленными ограничениями на использование электромагнитного излучения.

В измерительной системе с индукционной передачей информации о состоянии перемещающейся конструкции [1, 2] информационный сигнал, несущий информацию о состоянии конструкции, формируется магнитной системой, которая формализована следующим образом (рис. 1). На верхней грани постоянного магнита, имеющего форму параллелепипеда высотой H и основанием с размерами a и b , размещается прямоугольный проводящий виток 1. В плоскости, параллельной верхней грани постоянного магнита, движется со скоростью V относительно постоянного магнита конструкция с расположенным на ней витком 2, имеющим прямоугольную форму, так, что проекция (точка А) центра витка 2 (точка O_2) на ось Ox перемещается вдоль оси Ox . Расстояние от плоскости до верхней грани постоянного магнита равно d . Электрическое сопротивление витка 2 определяется параметром конструкции.

При перемещении витка 2 в магнитном поле постоянного магнита (МППМ) в витке 2 возникает индукционный электрический ток, сила которого зависит от скорости витка 2, электрического сопротивления витка 2, а также от нормальной составляющей вектора магнитной индукции (НСВМИ) МППМ, перпендикулярной плоскости витка 2. Индукционный электрический ток перемещающегося витка 2 создаст переменное магнитное поле в месторасположении витка 1. Электродвижущая сила витка 1, обусловленная магнитным потоком переменного магнитного поля индукционного тока перемещающегося витка 2, является информационным сигналом, содержащим

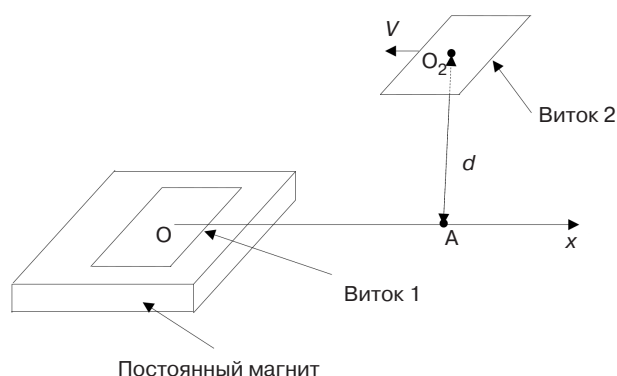


Рис. 1. Схема магнитной системы

информацию о параметре конструкции. Для определения характеристик магнитных полей различных магнитных систем развиты аналитические [3–11] и численные [12–24] методы расчетов характеристик. В данной статье для точного решения задачи распределения НСВМИ МППМ в плоскости, параллельной верхней грани постоянного магнита, применен метод эквивалентного соленоида. Полученные результаты использовались для разработки аналитической модели НСВМИ, которая может быть использована для разработки аналитических моделей магнитных потоков, создающих индукционные электрические токи в проводящих витках 1 и 2. Результаты расчетов распределения МППМ, изложенные в [11], дополнены расчетами распределения МППМ в геометрической области вблизи постоянного магнита.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Магнитное поле создается однородно намагниченным по оси Oz постоянным магнитом (рис. 2). Начало системы координат $Oxyz$ размещается в центре основания магнита. Используя рис. 2, рассчитаем нормированную НСВМИ МППМ $B_{zn}(x, y, z)$ в точке $M(x, y, z)$, расположенной в заданной плоскости $z \geq H$.

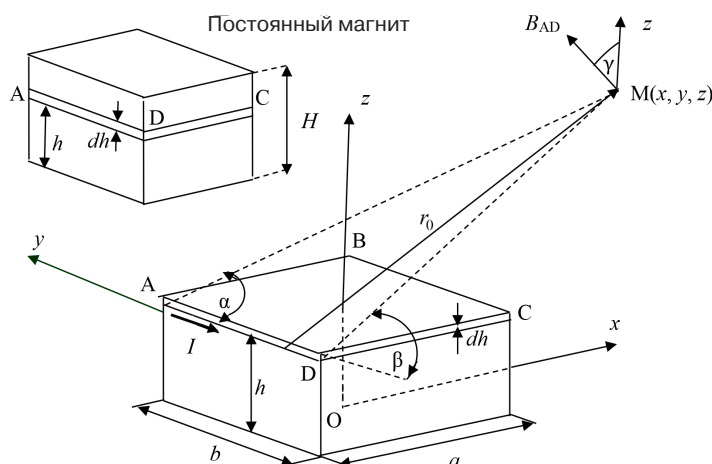


Рис. 2. Геометрическая схема расчета НСВМИ МППМ

В соответствии с методом эквивалентного соленоида [3–6] заменим постоянный магнит системой поверхностных электрических токов с линейной плотностью λ , текущих в плоскостях, перпендикулярных оси Oz . Тогда по полоске боковой поверхности постоянного магнита шириной dh , расположенной на высоте h от его основания, протекает поверхностный электрический ток силой $I = \lambda dh$. Периметр полоски образован отрезками AD, DC, CB, BA, где $|AD| = |CB| = b$, $|DC| = |BA| = a$.

Величина магнитной индукции $B_{AD}(x, y, z)$ тока I отрезка AD в точке $M(x, y, z)$ определяется соотношением [3]:

$$B_{AD}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\cos \alpha - \cos \beta}{r_0}, \quad (1)$$

где r_0 – расстояние от точки $M(x, y, z)$ до отрезка AD.

Вектор магнитной индукции B_{AD} направлен под углом γ к оси Oz .

С использованием рис. 2 получены следующие соотношения:

$$-\cos \beta = \frac{y + \frac{b}{2}}{\sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 + (z - h)^2}}, \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{b}{2} - y}{\sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 + (z - h)^2}}, \quad (3)$$

$$\cos \gamma = \frac{x + \frac{a}{2}}{\sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + (z - h)^2}}. \quad (4)$$

Нормальная составляющая вектора магнитной индукции B_{ADz} , создаваемая электрическим током отрезка AD, определяется формулой:

$$B_{ADz}(x, y, z) = B_{AD}(x, y, z) \cos \gamma. \quad (5)$$

Нормальные составляющие вектора магнитной индукции электрических токов отрезков DC, CB, BA определяются таким же образом.

Нормальная составляющая вектора магнитной индукции, создаваемая электрическим током I , протекающим по полоске шириной dh на высоте h постоянного магнита, является суммой НСВМИ электрических токов отрезков AD, DC, CB, BA:

$$B_{hz}(x, y, z) = B_{ADz}(x, y, z) + B_{DCz}(x, y, z) + B_{CBz}(x, y, z) + B_{BAz}(x, y, z). \quad (6)$$

В дальнейшем символами AD, DC, CB, BA будем обозначать боковые поверхности постоянного магнита, содержащие соответствующие отрезки.

С учетом (1)–(6) получим формулу для вычисления нормированной НСВМИ электрического тока боковой поверхности AD:

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{\mu_0 \lambda} \int_0^H B_{ADz}(x, y, z) dh = & \left(\arcsin \frac{\alpha_{11} z}{\sqrt{(\alpha_{11}^2 + \beta_1^2)(\beta_1^2 + z^2)}} - \arcsin \frac{\alpha_{11}(z - H)}{\sqrt{(\alpha_{11}^2 + \beta_1^2)(\beta_1^2 + (z - H)^2)}} \right) + \\ & + \left(\arcsin \frac{\alpha_{12} z}{\sqrt{(\alpha_{12}^2 + \beta_1^2)(\beta_1^2 + z^2)}} - \arcsin \frac{\alpha_{12}(z - H)}{\sqrt{(\alpha_{12}^2 + \beta_1^2)(\beta_1^2 + (z - H)^2)}} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\alpha_{11} = \frac{b}{2} - y$, $\alpha_{12} = \frac{b}{2} + y$, $\beta_1 = x + \frac{a}{2}$.

Нормированная НСВМИ МППМ $B_{zn}(x, y, z)$ является суммой нормированных НСВМИ всех электрических токов боковых поверхностей постоянного магнита. С учетом (7) получим:

$$B_{zn}(x, y, z) = \sum_{i=1}^4 \left(\arcsin \frac{\alpha_{i1}z}{\sqrt{(\alpha_{i1}^2 + \beta_i^2)(\beta_i^2 + z^2)}} - \arcsin \frac{\alpha_{i1}(z-H)}{\sqrt{(\alpha_{i1}^2 + \beta_i^2)(\beta_i^2 + (z-H)^2)}} \right) + \left(\arcsin \frac{\alpha_{i2}z}{\sqrt{(\alpha_{i2}^2 + \beta_i^2)(\beta_i^2 + z^2)}} - \arcsin \frac{\alpha_{i2}(z-H)}{\sqrt{(\alpha_{i2}^2 + \beta_i^2)(\beta_i^2 + (z-H)^2)}} \right) \text{sign}(\beta_i), \quad (8)$$

где $\alpha_{11} = \frac{b}{2} - y$, $\alpha_{12} = \frac{b}{2} + y$, $\beta_1 = x + \frac{a}{2}$ (для AD); $\alpha_{21} = x + \frac{a}{2}$, $\alpha_{22} = \frac{a}{2} - x$, $\beta_2 = y + \frac{b}{2}$ (для DC); $\alpha_{31} = y + \frac{b}{2}$, $\alpha_{32} = \frac{b}{2} - y$, $\beta_3 = \frac{a}{2} - x$ (для CB); $\alpha_{41} = \frac{a}{2} - x$, $\alpha_{42} = \frac{a}{2} + x$, $\beta_4 = \frac{b}{2} - y$ (для BA).

Нормальная составляющая вектора магнитной индукции электрического тока боковой поверхности СВ меняет знак при $x > \frac{a}{2}$, так же, как и НСВМИ электрического тока боковой поверхности ВА при $y > \frac{b}{2}$. Изменение знаков НСВМИ учитывается функцией $\text{sign}(\beta_i)$.

$B_{zn}(x, y, z)$ является четной функцией координат x и y , следовательно, расчет распределения $B_{zn}(x, y, z)$ в заданной плоскости можно делать только для ее четверти, ограниченной неравенствами: $0 \leq x$, $0 \leq y$. Для получения более удобного для дальнейших исследований выражения $B_{zn}(x, y, z)$ формула (8) была разложена в ряд Тейлора, анализ которого показал, что формулу (8) можно заменить простой, удобной для расчетов формулой – аналитической моделью НСВМИ:

$$B_{zn,anal}(x, y, z) = \begin{cases} B_{zn}(0, 0, z) \left[\left(\frac{y}{y_{\max}} \right)^2 - 1 \right]^2 \left[\left(\frac{x}{x_{\max}} \right)^2 - 1 \right]^2 & \text{при } |x| \leq x_{\max}, |y| \leq y_{\max}, \\ 0 & \text{при } |x| > x_{\max}, |y| > y_{\max}, \end{cases} \quad (9)$$

где $x_{\max}, y_{\max}$ – «размеры» магнитного поля в плоскости $z = \text{const}$, т.е. координаты $x_{\max}, y_{\max}$, зависящие от координаты z , которые подбираются так, чтобы в области $|x| \geq x_{\max}, |y| \geq y_{\max}$ плоскости $z = \text{const}$ НСВМИ МППМ становилась равной нулю.

На рис. 3 приведены графики зависимостей нормированной НСВМИ МППМ $B_{zn}(x, y, z)$ в плоскости $z = 13$ мм в зависимости от координаты x при различных значениях координаты y , при следующих параметрах постоянного магнита: $a = b = 16$ мм, $H = 8$ мм. Значения $B_{zn}(x, y, z)$ для графиков 1, 2, 3 рассчитаны по точной формуле (8), а для графиков 4, 5, 6 – по формуле (9).

Анализ показал, что отличие результатов расчетов по точной формуле (8) от результатов расчетов по аппроксимирующей формуле (9) значительно для точек плоскости с координатами $x \geq 6$ мм, $y \geq 6$ мм, при которых относительная погрешность δ расчетов нормированной НСВМИ МППМ по аналитической модели принадлежит отрезку $15\% \leq \delta \leq 33\%$.

Для точек плоскости с координатами $x \leq 6$ мм, $y \leq 6$ мм относительная погрешность δ составила менее 15%, причем для точек плоскости, ограниченных неравенством $r \leq 4$ мм, где r – расстояние от начала системы координат до точки плоскости, относительная погрешность составила $\delta \leq 3.8\%$; для точек плоскости, ограниченных неравенством $r \leq 2$ мм, относительная погрешность составила $\delta \leq 2.6\%$.

Параметры информационного сигнала измерительной системы: амплитуда, форма зависимости

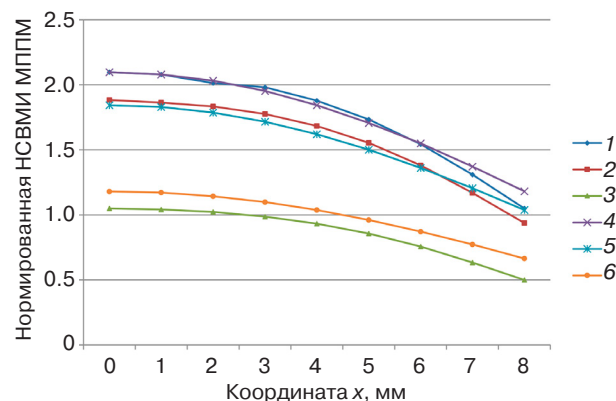


Рис. 3. Графики нормированной НСВМИ МППМ:
1 – $B_{zn}(x, 0, 13)$, 2 – $B_{zn}(x, 4, 13)$,
3 – $B_{zn}(x, 8, 13)$, 4 – $B_{zn,anal}(x, 0, 13)$,
5 – $B_{zn,anal}(x, 4, 13)$, 6 – $B_{zn,anal}(x, 8, 13)$

от времени на интервале его длительности, определяются скоростью изменения магнитных потоков в витках 1 и 2 при нахождении центра витка 2 над центром сечения постоянного магнита. В этом случае погрешность расчетов параметров информационного сигнала наименьшая, потому что магнитные потоки и скорость их изменений определяются в основном центральной частью распределения НСВМИ МППМ – в точках плоскости с координатами, ограниченными неравенствами $x \leq 6$ мм, $y \leq 6$ мм.

При больших значениях координат НСВМИ МППМ – периферийная часть МППМ, быстро уменьшается, а скорость изменения магнитных потоков, определяемая периферийной частью МППМ, меньше скорости изменения магнитных потоков, определяемой центральной частью МППМ.

Проведенные оценки погрешностей расчетов НСВМИ по аппроксимирующей формуле (9) показали возможность использования аналитической модели НСВМИ для разработки аналитической модели информационного сигнала измерительной системы с погрешностью расчетов значений информационного сигнала, не превышающей 15%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное следование позволяет сделать следующие выводы:

1. Методом эквивалентного соленоида получена точная аналитическая формула для расчета НСВМИ МППМ, имеющего форму параллелепипеда, перпендикулярной к заданной плоскости, параллельной торцу магнита.
2. Получено выражение аналитической модели НСВМИ, позволяющее относительно просто вычислять магнитные потоки в витках 1 и 2.
3. Обоснована возможность использования аналитической модели НСВМИ для теоретической разработки аналитической модели информационного сигнала измерительной системы с индукционной передачей сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Закатов М.М. Теоретические основы информационной системы с индукционной передачей сигнала. *Радиопромышленность*. 2001;1:29–39.
2. Закатов М.М. *Пассивный измеритель давления и температуры воздуха в шине колеса автомобиля*: пат. 2509656 РФ. Заявка № 2012140219/11; заявл. 20.09.2012, опубл. 20.03.2014. Бюл. 8.
3. Сивухин Д.В. *Общий курс физики: в 5 т. Т. 3. Электричество*. М.: Физматлит; 2004. 656 с.
4. Кустов М.С., Друина Д.В., Михайлова О.О., Поляков И.Г. Расчет магнитных полей однородно намагниченных тел методами эквивалентного соленоида и магнитных зарядов. *Вестник ТвГУ. Серия «Физика»*. 2010;8:17–35.
5. Erlichson H. The magnetic field of a circular turn. *Am. J. Phys.* 1989;57(7):607–608. <https://doi.org/10.1119/1.15955>
6. Воронцов А.А., Слесарев Ю.Н., Карпухин Э.В. Математическое моделирование магнитных полей двухкоординатных магнитострикционных наклономеров, содержащих постоянный магнит в форме прямоугольного параллелепипеда. *Вестник Тамбовского ГТУ*. 2013;19(1):25–29.
7. Воронцов А.А., Слесарев Ю.Н., Карпухин Э.В. Математическое моделирование магнитных полей двухкоординатных магнитострикционных наклономеров, содержащих кольцевой или сплошной постоянный магнит. *Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г. Белинского*. 2012;30:467–472.
8. Ravaut R., Lemarquand G., Depollier C., et al. Analytical calculation of the magnetic field created by permanent-magnet rings. *IEEE Transact. Magnet.* 2008;44(8):1982–1989. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2008.923096>
9. Вагин Д.В., Герасименко Т.Н., Поляков П.А. Точное аналитическое выражение для индукции магнитного поля образца прямоугольной формы. *Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия*. 2008;6:53–55.
10. Xiao-Fan G., Yong Y., Xiao-Jing Z. Analytic expression of magnetic field distribution of rectangular permanent magnets. *Appl. Math. Mech.* 2004;25:297–306. <https://doi.org/10.1007/BF02437333>
11. Артамонов А. Н., Ерженин Н.Р., Закатов М.М. Аналитическая модель нормальной составляющей вектора магнитной индукции. В сб.: *Материалы XXVII Международной научно-практической конференции «Предупреждение, спасение, помощь»*. Химки; 2017. С. 5–9.
12. Резинкина М.М. Выбор параметров тонких электромагнитных экранов для снижения уровней магнитной индукции. *Журн. техн. физики*. 2014;84(2):1–7.
13. Резинкина М.М. Численный расчет магнитного поля и магнитного момента ферромагнитных тел сложной пространственной конфигурации. *Журн. техн. физики*. 2009;79(8):8–17.
14. Слесарев Ю.Н., Мартенс-Атюшева К.Ю., Родионов С.В. Исследование математических моделей магнитных полей двухкоординатных магнитострикционных наклономеров. *Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе*. 2016;2(18):290–298.

15. Булыжев Е.М., Меньшов Е.Н., Джавахия Г.А. Моделирование поля постоянного магнита *Известия Самарского научного центра РАН*. 2011;13(4):106–110.
16. Черкасова О.А. Исследование магнитного поля постоянного магнита с помощью компьютерного моделирования. *Гетеромагнитная микроэлектроника*. 2014;17:112–120.
17. Матюк В.Ф., Осипов А.А., Стрелюхин А.В. Распределение намагниченности вдоль цилиндрического стержня, находящегося в продольном постоянном однородном магнитном поле. *Электротехника*. 2009;8:37–46.
18. Андреева Е.Г., Татевосян А.А., Семина И.А. Исследование осесимметричной модели магнитной системы открытого типа. *Омский научный вестник*. 2010;1(87):110–113.
19. Лагутин А.С., Григорьев Г.Ю. Магнитная система поляризатора ядер ксенона. *Прикладная физика*. 2023;3:92–95.
20. Алиевский Б.Л., Орлов В.Л. *Расчет параметров магнитных полей осесимметричных катушек*. М.: Энергоатомиздат; 1983. 112 с.
21. Camacho J.M., Sosa V. Alternative method to calculate the magnetic field of permanent magnets with azimuthal symmetry. *Revista Mexicana de Física E*. 2013;59(1):8–17. <https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.21.020701>
22. Семькина И.Ю., Завьялов В.М., Дубков Е.А., Углова М.Б. Анализ распределения индукции магнитного поля в окрестностях катушки прямоугольного профиля системы беспроводной передачи энергии. В сб.: *Перспективные технологии и материалы: Материалы Международной научно-практической конференции*. Севастополь. 2022. С. 235–239.
23. Li B., Zhang J., Zhao X., Liu B., Dong H. Research on air gap magnetic field characteristics of trapezoidal Halbach permanent magnet linear synchronous motor based on improved equivalent surface current method. *Energies*. 2023;16(2):793–805. <https://doi.org/10.3390/en16020793>
24. Осипов В.В., Орлов А.Н., Лисенков В.В., Максимов Р.Н., Шитов В.А. Распределение магнитного поля в зазоре между двумя постоянными магнитами: расчетные и экспериментальные данные и их приложения. *Приборы и техника эксперимента*. 2023;6:111–118. <https://doi.org/10.31857/S003281622306006X>

REFERENCES

1. Zakatov M.M. Theoretical foundations of an information system with inductive signal transmission. *Radiopromyshlennost' = Radio Industry*. 2001;1:29–39 (in Russ.).
2. Zakatov M.M. *Passive Automotive Tire Air Pressure and Temperature Meter*: RF Pat. 2509656. Publ. 20.03.2014 (in Russ.).
3. Sivukhin D.V. *Obshchii kurs fiziki: Elektrichestvo (General Course of Physics: in 5 v. V. 3. Electricity)*. Moscow: Fizmatlit; 2004. 656 p. (in Russ.).
4. Kustov M.S., Druina D.V., Mikhailova O.O., Polyakov I.G. Magnetic field calculation for uniformly magnetized bodies by the methods of equivalent solenoid and magnetic charges. *Vestnik TvGU. Seriya: Fizika = Bulletin of TvGU. Series: Physics*. 2010;8:17–35 (in Russ.).
5. Erlichson H. The magnetic field of a circular turn. *Am. J. Phys.* 1989;57(7):607–608. <https://doi.org/10.1119/1.15955>
6. Vorontsov A.A., Slesarev Yu.N., Karpushin E.V. Mathematical modeling of magnetic fields of two-axis magnetostrictive inclinometers containing constant magnet shaped as rectangular parallelepiped. *Vestnik TGTU = Transactions of the TSTU*. 2013;19(1):25–29 (in Russ.).
7. Vorontsov A.A., Slesarev Yu.N., Karpushin E.V. Mathematical modeling of magnetic fields of two-coordinate magnetostrictive tiltmeters containing a ring or solid permanent magnet. *Izvestiya Penzenskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. V.G. Belinskogo*. 2012;30:467–472 (in Russ.).
8. Ravaut R., Lemarquand G., Depollier C., et al. Analytical calculation of the magnetic field created by permanent-magnet rings. *IEEE Transact. Magnet.* 2008;44(8):1982–1989. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2008.923096>
9. Vagin D.V., Gerasimenko T.N., Polyakov P.A. Exact analytical expression for magnetic field induction of rectangular shape sample. *Moscow Univ. Phys.* 2008;63(6):422–422. <https://doi.org/10.3103/S0027134908060131>
[Original Russian Text: Vagin D.V., Gerasimenko T.N., Polyakov P.A. Exact analytical expression for magnetic field induction of rectangular shape sample. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 3: Fizika. Astronomiya*. 2008;6:53–55 (in Russ.).]
10. Xiao-Fan G., Yong Y., Xiao-Jing Z. Analytic expression of magnetic field distribution of rectangular permanent magnets. *Appl. Math. Mech.* 2004;25:297–306. <https://doi.org/10.1007/BF02437333>
11. Artamonov A.N., Erzhenin N.R., Zakatov M.M. Analytical model of the normal component of the magnetic induction vector. In: *Proceedings of the 27th International Scientific-Practical Conference “Prevention. Salvation. Help.”* Khimki; 2017. P. 5–9 (in Russ.).
12. Rezinkina M.M. Parameters of thin electromagnetic shields that provide a decrease in magnetic induction. *Tech. Phys.* 2014;59(2):155–161. <https://doi.org/10.1134/S1063784214020194>
[Original Russian Text: Rezinkina M.M. Parameters of thin electromagnetic shields that provide a decrease in magnetic induction. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 2014;84(2):1–7 (in Russ.).]
13. Rezinkina M.M. Numerical calculation of the magnetic field and magnetic moment of ferromagnetic bodies of complex spatial configuration. *Tech. Phys.* 2009;54(8):1092–1101. <https://doi.org/10.1134/S1063784209080027>
[Original Russian Text: Rezinkina M.M. Numerical calculation of the magnetic field and magnetic moment of ferromagnetic bodies of complex spatial configuration. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 2009;79(8):8–17 (in Russ.).]

14. Slesarev Yu.N., Martens-Atyusheva K.Yu., Rodionov S.V. Research of mathematical models of magnetic fields of two-coordinate magnetostriktion tiltmeters. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve = Models, Systems, Networks in Economics, Technology, Nature and Society*. 2016;2(18):290–298 (in Russ.).
15. Bulyzhev E.M., Menshov E.N., Dzhavakhiya G.A. Modeling the field permanent magnet. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN = Izvestiya of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*. 2011;13(4):106–110 (in Russ.).
16. Cherkasova O.A. Research of the magnetic field of the permanent magnet by means of computer modeling. *Geteromagnitnaya mikroelektronika = Heteromagnetic Microelectronics*. 2014;17:112–120 (in Russ.).
17. Matyuk V.F., Osipov A.A., Strelyukhin A.V. Magnetization distribution along the cylindrical rod in longitudinal constant uniform magnetic field. *Russ. Electr. Eng.* 2009;80(8):450–458. <https://doi.org/10.3103/S1068371209080082>
[Original Russian Text: Matyuk V.F., Osipov A.A., Strelyukhin A.V. Magnetization distribution along the cylindrical rod in longitudinal constant uniform magnetic field. *Elektrotehnika*. 2009;8:37–46 (in Russ.).]
18. Andreeva E.G., Tatevosyan A.A., Semina I.A. Research of the axisymmetric model of an open-type magnetic system. *Omskii nauchnyi vestnik = Omsk Scientific Bulletin*. 2010;1(87):110–113 (in Russ.).
19. Lagutin A.S., Grigoriev G.Yu. Magnetic system of the xenon core polarizer. *Prikladnaya fizika = Appl. Phys.* 2023;3:92–95 (in Russ.).
20. Alievskii B.L., Orlov V.L. *Raschet parametrov magnitnykh polei osesimmetrichnykh katushek (Calculation of Magnetic Field Parameters of Axisymmetric Coils)*. Moscow: Energoatomizdat; 1983. 112 p. (in Russ.).
21. Camacho J.M., Sosa V. Alternative method to calculate the magnetic field of permanent magnets with azimuthal symmetry. *Revista Mexicana de Física E*. 2013;59(1):8–17. <https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.21.020701>
22. Semykina I.Yu., Zav'yalov V.M., Dubkov E.A., Uglova M.B. Analysis of the magnetic field induction distribution in the vicinity of a rectangular coil profile of a wireless power transmission system. In: *Proceedings of the International Scientific and Practical Conference "Advanced Technologies and Materials"*. Sevastopol. 2022. P. 235–239 (in Russ.).
23. Li B., Zhang J., Zhao X., Liu B., Dong H. Research on air gap magnetic field characteristics of trapezoidal Halbach permanent magnet linear synchronous motor based on improved equivalent surface current. *Energies*. 2023;16(2):793–805. <https://doi.org/10.3390/en16020793>
24. Osipov V.V., Orlov A.N., Lisenkov V.V., et al. Distribution of the Magnetic Field in the Gap between Two Permanent Magnets: Calculated and Experimental Data and Their Applications. *Instrum. Exp. Tech.* 2023;66(6):995–1002. <https://doi.org/10.1134/S0020441223060064>
[Original Russian Text: Osipov V.V., Orlov A.N., Lisenkov V.V., Maksimov R.N., Shitov V.A. Distribution of the Magnetic Field in the Gap between Two Permanent Magnets: Calculated and Experimental Data and Their Applications. *Pribory i tekhnika eksperimenta*. 2023;6:111–118 (in Russ.). <https://doi.org/10.31857/S003281622306006X>]

Об авторе

Закатов Михаил Михайлович, к.т.н., старший научный сотрудник, доцент, кафедра механики и инженерной графики, ФГБВОУ ВО «Академия гражданской защиты Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий имени генерал-лейтенанта Д.И. Михайлика» (ФГБВОУ ВО «Академия гражданской защиты МЧС России») (141435, Россия, Московская обл., г.о. Химки, мкр. Новогорск, ул. Соколовская, стр. 1). E-mail: zakatov46@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0006-1249-8039>

About the Author

Mikhail M. Zakatov, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, Associate Professor, Department of Mechanics and Engineering Graphics, Civil Defence Academy EMERCOM of Russia (1, Sokolovskaya ul., mkr. Novogorsk, Khimki, Moscow oblast, 141435 Russia). E-mail: zakatov46@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0006-1249-8039>