

Математическое моделирование
Mathematical modeling

УДК 681.5.015

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-4-95-106>

EDN EFGVQG



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Об идентификации децентрализованных систем

Н.Н. Карабутов @, *

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: karabutov@mirea.ru

• Поступила: 11.11.2024 • Доработана: 18.01.2025 • Принята к опубликованию: 21.05.2025

Резюме

Цели. Рассматривается задача идентификации децентрализованных систем (ДС). Усложнение систем и априорная неопределенность требуют разработки соответствующих подходов и методов. Это касается, прежде всего, параметрической идентифицируемости (ПИ) ДС. Такое состояние можно объяснить сложностью ДС, наличием внутренних взаимосвязей, которые усложняли процесс параметрического оценивания. Необходимо предложить подход к ПИ, основанный на выполнении условия постоянства возбуждения и учете взаимосвязей в подсистемах. Рассматривается класс нелинейных ДС, нелинейности в которых удовлетворяют секторному условию. Учет этого условия позволяет обоснованно подойти к анализу свойств ДС, что является одной из целей данного исследования. Кроме того, целями работы являются: 1) разработка подхода к анализу свойств адаптивных систем идентификации (АСИ) с учетом требований к качеству процессов и синтез адаптивных параметрических алгоритмов; 2) исследование возможности применения алгоритмов сигнальной адаптации в системах идентификации ДС и поиск класса функций Ляпунова для анализа АСИ с такими алгоритмами; 3) моделирование предлагаемых методов и алгоритмов с целью подтверждения полученных результатов.

Методы. Применяются метод адаптивной идентификации, неявное идентификационное представление, S-синхронизация нелинейной системы, секторное условие, метод векторных функций Ляпунова.

Результаты. Получены условия ПИ ДС по выходу и в пространстве состояния. Предложен критерий, позволяющий получить оценки устойчивости АСИ с сигнальной адаптацией. Синтезированы алгоритмы настройки параметров АСИ. Доказана экспоненциальная диссипативность системы оценивания. Рассмотрено влияние взаимосвязей в подсистемах на свойства получаемых оценок параметров. Показано, что адаптивный алгоритм можно описать динамической матричной системой, если на АСИ наложить функциональное ограничение. Выполнено моделирование предлагаемых методов и алгоритмов.

Выводы. Рассмотрена проблема идентификации нелинейных ДС в условиях неопределенности. Получены оценки для нелинейной части системы, удовлетворяющей квадратичному условию. Доказана ПИ нелинейных ДС. Синтезированы алгоритмы параметрической и сигнальной адаптивной идентификации. Предложен класс функций Ляпунова для оценки свойств адаптивной системы с сигнальной адаптацией. Доказана экспоненциальная диссипативность процессов в адаптивной системе.

Ключевые слова: адаптивная идентификация, идентифицируемость, экспоненциальная устойчивость, постоянство возбуждения, векторная функция Ляпунова, сигнальная адаптация, секторное условие

* Редакция приносит свои соболезнования в связи с кончиной Николая Николаевича Карабутова после принятия рукописи к публикации.

Для цитирования: Карабутов Н.Н. Об идентификации децентрализованных систем. *Russian Technological Journal*. 2025;13(4):95–106. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-4-95-106>, <https://www.elibrary.ru/EFGVQG>

Прозрачность финансовой деятельности: Автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

RESEARCH ARTICLE

On the identification of decentralized systems

Nikolay N. Karabutov @, *

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

@ Corresponding author, e-mail: karabutov@mirea.ru

• Submitted: 11.11.2024 • Revised: 18.01.2025 • Accepted: 21.05.2025

Abstract

Objectives. The work set out to consider the problem of identification of decentralized systems (DS). Due to the increasing complexity of systems and *a priori* uncertainty, it becomes necessary to identify appropriate approaches and methods. In particular, this concerns the parametric identifiability (PI) of DSs. This condition can be explained in terms of the complexity of the DS and the presence of internal relationships that complicates the process of parametric estimation. Thus it becomes necessary to propose an approach to PI based on meeting the conditions of the excitation constancy that takes subsystem relationships into account. A class of nonlinear DS is considered whose nonlinearities satisfy the sectoral condition. By taking this condition into account a more rational approach can be taken to the analysis of the DS properties. The work additionally set out to: (1) develop an approach to the analysis of the properties of adaptive identification systems (AIS), taking into account the requirements for the quality of the processes and synthesis of adaptive parametric algorithms; (2) investigate the possibility of using signal adaptation algorithms in DS identification systems and searching for a class of Lyapunov functions for the analysis of AIS with such algorithms; (3) model the proposed methods and algorithms in order to confirm the results obtained.

Methods. The research is based on adaptive identification, implicit identification representation, S-synchronization of a nonlinear system, sector condition, and Lyapunov vector function methods.

Results. The conditions for the parametric identifiability of the DS at the output and in the state space are obtained. A criterion is proposed for estimating the stability of an AIS with signal adaptation. Algorithms for adjusting the parameters of an AIS are synthesized. The exponential dissipativity of the evaluation system is confirmed. The influence of interrelations in the subsystems on the properties of the obtained parameter estimates is considered. An adaptive algorithm can be described by a dynamic matrix system if a functional constraint is imposed on the AIS. The proposed methods and algorithms are modeled to confirm their validity.

Conclusions. Considering the problem of identifying nonlinear DS under uncertainty, estimates have been obtained for the nonlinear part of the system satisfying the quadratic condition. The parametric identifiability of nonlinear DS has been confirmed. Algorithms for parametric and signal adaptive identification have been synthesized. A class of Lyapunov functions is proposed for evaluating the properties of an adaptive system with signal adaptation. The exponential dissipativity of processes in an adaptive system is demonstrated.

Keywords: adaptive identification, identifiability, exponential stability, excitation constancy, Lyapunov vector function, signal adaptation, sector condition

For citation: Karabutov N.N. On the identification of decentralized systems. *Russian Technological Journal*. 2025;13(4):95–106. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-4-95-106>, <https://www.elibrary.ru/EFGVQG>

Financial disclosure: The author has no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The author declares no conflicts of interest.

* The Editorial Board expresses its condolences over the death of Nikolay N. Karabutov after the approval of the manuscript for publication.

ВВЕДЕНИЕ

Системы децентрализованного управления широко применяются для решения различных задач. В большинстве случаев основное внимание уделяется обеспечению устойчивости и качества системы. Как правило, децентрализованные системы (ДС) работают в условиях недостаточной априорной информации [1–7]. Для управления ДС применяются различные подходы и методы. Для восстановления недостающей информации используются методы идентификации, основанные на адаптивных наблюдателях [2, 5], нейронных сетях [6], частотных методах [7], модельный подход [8], корреляционный анализ и метод наименьших квадратов [9]. В [10] реализована двухшаговая процедура идентификации. Применяются адаптивные законы управления, для оценки параметров которых используются различные процедуры [11–13].

Проведенный анализ показывает, что в зависимости от предметной области, для которой разрабатывается ДС, могут применяться различные процедуры и методы идентификации. Имеющиеся параметрические неопределенности, как правило, компенсируются настройкой параметров адаптивного закона управления. Применяются методы ретроспективной идентификации, которые не всегда учитывают текущее состояние системы. Не всегда изучаются свойства предлагаемых алгоритмов и идентифицируемость самой системы, а также влияние связей в системе. Это компенсируется применением многошаговых процедур идентификации.

В работе рассматривается задача адаптивной идентификации нелинейной ДС (НДС) с нелинейностями, для которых выполняется квадратичное условие (раздел 1). Во втором разделе анализируется важная проблема параметрической идентифицируемости (ПИ) НДС как в пространстве переменных состояния, так и выходном пространстве. Анализируется влияние свойств информационного пространства системы на ПИ. Предложен подход к синтезу адаптивных алгоритмов (АА) идентификации на основе второго метода Ляпунова. Рассмотрены два класса алгоритмов – параметрические и сигнальные. Исследованы свойства системы идентификации. Доказана экспоненциальная диссипативность адаптивной системы идентификации (АСИ).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается система, состоящая из m взаимосвязанных подсистем:

$$S_i : \begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{B}_i u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m \bar{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j + \mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i), \\ \mathbf{Y}_i = \mathbf{C}_i \mathbf{X}_i, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $\mathbf{Y}_i \in \mathbb{R}^{q_i}$ – векторы состояния и выхода S_i -подсистемы, $u_i \in \mathbb{R}$ – управление, $i = \overline{1, m}$, $\sum_{i=1}^m n_i = n$. Элементы матриц $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, $\mathbf{B}_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $\bar{\mathbf{A}}_{ij} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_j}$ неизвестны, $\mathbf{C}_i \in \mathbb{R}^{q_i \times n_i}$. Матрица $\bar{\mathbf{A}}_{ij}$ отражает взаимовлияние S_j подсистемы. $\mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i) \in \mathbb{R}^{n_i}$ учитывает нелинейное состояние подсистемы S_i , а матрица $\mathbf{A}_i \in \mathcal{H}$ является гурвицевой (устойчивой).

Предположение 1. $\mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i)$ принадлежит классу

$$\mathcal{N}_{\mathbf{F}}(\pi_1, \pi_2) = \{ \mathbf{F}(\mathbf{X}) \in \mathbb{R}^n : \pi_1 \mathbf{X} \leq \mathbf{F}(\mathbf{X}) \leq \pi_2 \mathbf{X}, \mathbf{F}(0) = 0 \} \quad (2)$$

и удовлетворяет квадратичному условию

$$(\pi_2 \mathbf{X} - \mathbf{F}(\mathbf{X}))^T (\mathbf{F}(\mathbf{X}) - \pi_1 \mathbf{X}) \geq 0, \quad (3)$$

где $\pi_1 > 0$, $\pi_2 > 0$ – заданные числа.

Математическая модель для системы (1) имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{X}}}_i &= \mathbf{K}_i (\hat{\mathbf{X}}_i - \mathbf{X}_i) + \hat{\mathbf{A}}_i \mathbf{X}_i + \hat{\mathbf{B}}_i u_i + \\ &+ \sum_{j=1, j \neq i}^m \hat{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j + \hat{\mathbf{F}}_i(\mathbf{X}_i), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\mathbf{K}_i \in \mathcal{H}$ – гурвицева матрица с известными параметрами; $\hat{\mathbf{X}}_i$ – вектор состояния модели; $\hat{\mathbf{A}}_i$, $\hat{\mathbf{B}}_i$, $\hat{\mathbf{A}}_{ij}$ – настраиваемые матрицы соответствующих размерностей, $\hat{\mathbf{F}}_i$ – априори заданная нелинейная вектор-функция с известной структурой. Матрица $\mathbf{K}_i$ выбирается на основе требований к системе управления или идентификации.

Необходимо найти алгоритмы оценки параметров модели (4) на основе анализа множества данных измерения $\mathbb{I}_{o,i} = \{ \mathbf{X}_i(t), u_i(t), \mathbf{X}_j(t), t \in \mathbb{J} = [t_0, t_k] \}$ ($\mathbb{J}$ – интервал съема данных; t – время; t_0 , t_k – начало и конец временного интервала) и выполнения предположения 1, чтобы

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\mathbf{X}}_i(t) - \mathbf{X}_i(t)\| \leq \delta_i,$$

где $\delta_i \geq 0$.

2. ОБ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ S_i -ПОДСИСТЕМЫ

Возможность оценивания параметров зависит от идентифицируемости S_i -подсистем. Известно, что в адаптивных системах при реализации алгоритмов

оценивания должно выполняться условие постоянства возбуждения (предельной невырожденности) элементов $\mathbb{I}_{o,i}$.

Пусть функция $u_i(t)$ удовлетворяет условию постоянства возбуждения:

$$\mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}} : \underline{\alpha}_{u_i} \leq u_i^2(t) \leq \bar{\alpha}_{u_i} \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T], \quad (5)$$

где $\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}$ – положительные числа, $T > 0$. Далее условие (5) будем записывать в виде $u_i(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}}$. Если $u_i(t)$ не имеет свойства постоянства возбуждения, то будем писать $u_i(t) \notin \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}}$ или $u_i(t) \notin \mathcal{E}$.

Замечание 1. При идентификации (идентифицируемости) нелинейных систем условие (5) нужно выбирать с учетом обеспечения S-синхронизируемости нелинейной системы [14]. Свойство (5) при этом записывается в виде

$$\mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}}^S : \left(\underline{\alpha}_{u_i} \leq u_i^2(t) \leq \bar{\alpha}_{u_i} \right) \& \left(\Omega_{u_i}(\omega) \subseteq \Omega_S(\omega) \right),$$

где $\Omega_{u_i}(\omega)$ – множество частот u_i ; $\Omega_S(\omega)$ – множество допустимых частот входа u_i , обеспечивающих S-синхронизируемость системы. В дальнейшем свойство постоянства возбуждения будем обозначать через $\mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}}$, понимая при этом, что оно гарантирует $\mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}}^S$.

Для получения условий идентифицируемости S_i рассмотрим модель (4). Для ошибки $\mathbf{E}_i = \hat{\mathbf{X}}_i - \mathbf{X}_i$ получаем уравнение:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}_i &= \mathbf{K}_i \mathbf{E}_i + \Delta \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \Delta \mathbf{B}_i u_i + \\ &+ \sum_{j=1, j \neq i}^M \Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j + \Delta \mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Delta \mathbf{A}_i = \hat{\mathbf{A}}_i - \mathbf{A}_i$, $\Delta \mathbf{B}_i = \hat{\mathbf{B}}_i - \mathbf{B}_i$, $\Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij} = \hat{\bar{\mathbf{A}}}_{ij} - \bar{\mathbf{A}}_{ij}$, $\Delta \mathbf{F}_i = \hat{\mathbf{F}}_i - \mathbf{F}_i$ – параметрические невязки.

Лемма 1. Если нелинейность $\mathbf{F}(\mathbf{X}) \in \mathbb{R}^n$ принадлежит классу $\mathbf{F}(\mathbf{X}) \in \mathcal{N}_{\mathbf{F}}(\pi_1, \pi_2)$ и

$$\pi_1 \mathbf{X} \leq \mathbf{F}(\mathbf{X}) \leq \pi_2 \mathbf{X}, \quad (7)$$

то для $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ справедлива оценка

$$\|\mathbf{F}(\mathbf{X})\|^2 \leq \eta \bar{\alpha}_{\mathbf{X}}, \quad (8)$$

где $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$, $\pi_1 > 0$, $\pi_2 > 0$, $\eta = \eta(\pi_1, \pi_2) > 0$, $\bar{\alpha}_{\mathbf{X}} = \bar{\alpha}_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) > 0$.

Лемма 2. Если выполняются условия леммы 1, то для $\Delta \mathbf{F}(\mathbf{X})$ справедлива оценка

$$\Delta \mathbf{F}^T \Delta \mathbf{F} \leq 2\eta \bar{\alpha}_{\mathbf{X}} + \delta_{\mathbf{F}},$$

где $\eta = 2\bar{\pi} + \pi^2$, $\bar{\pi} = \pi_1 \pi_2$, $\pi = \pi_1 + \pi_2$, $\delta_{\mathbf{F}} > 0$.

Рассмотрим систему (6) и функцию Ляпунова (ФЛ) $V_i(\mathbf{E}_i) = 0.5 \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i$, где $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_i^T > 0$ – положительно определенная симметричная матрица. Обозначим норму матрицы $\Delta \mathbf{A}_i$: $\|\Delta \mathbf{A}_i\| = \sqrt{\text{Sp}(\Delta \mathbf{A}_i^T \Delta \mathbf{A}_i)}$, $\|\Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}\| = \sqrt{\text{Sp}(\Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}^T \Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij})}$, $\text{Sp}(\cdot)$ – след матрицы.

Теорема 1. Пусть: 1) матрица $\mathbf{A}_i \in \mathcal{H}$; 2) $\mathbf{X}_i(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{\mathbf{X}_i}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_i}}$, $\mathbf{X}_j(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{\mathbf{X}_j}, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_j}}$, $u_i(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}}$; 3) для $\mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i)$ выполняются условия лемм 1, 2. Тогда подсистема (1) является идентифицируемой на множестве $\mathbb{I}_{o,i}$, если

$$\begin{aligned} &2 \left(\bar{\alpha}_{\mathbf{X}_i} \|\Delta \mathbf{A}_i\|^2 + \bar{\alpha}_{u_i} \|\Delta \mathbf{B}_i\|^2 + \right. \\ &\left. + \sum_{j=1, j \neq i}^m \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_j} \|\Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}\|^2 + 2\eta \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_i} + \delta_{\mathbf{F}_i} \right) \leq \bar{\lambda}_i V_i, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\bar{\lambda}_i = \lambda_i - k_i$, $\lambda_i > 0$ – минимальное собственное число матрицы $\mathbf{Q}_i$, $k_i > 0$, $\mathbf{K}_i \mathbf{R}_i + \mathbf{K}_i^T \mathbf{R}_i = -\mathbf{Q}_i$, $\mathbf{Q}_i$ – положительная симметричная матрица, $\eta = 2\bar{\pi} + \pi^2$, $\pi = \pi_1 + \pi_2$, $\bar{\pi} = \pi_1 \pi_2$, $\delta_{\mathbf{F}_i} \geq 0$.

Если выполняются условия теоремы 1, то подсистему S_i будем называть идентифицируемой на множестве $\mathbb{I}_o$ или $\mathcal{PS}_{\mathbf{X}_i}$ -идентифицируемой.

Рассмотрим идентифицируемость подсистемы S_i на множестве «вход-выход»:

$$\mathbb{I}_{o, \mathbf{Y}_i} = \left\{ \mathbf{Y}_i(t), u_i(t), \mathbf{Y}_j(t), t \in \mathbb{J} = [t_0, t_k] \right\}.$$

Для подсистемы S_i справедливо представление

$$\dot{\mathbf{Y}}_i = \mathbf{A}_{\#,i} \mathbf{Y}_i + \mathbf{B}_{\#,i} u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m \bar{\mathbf{A}}_{\#,ij} \mathbf{Y}_j + \tilde{\mathbf{C}}_i^{\#} \mathbf{F}_i(\tilde{\mathbf{C}}_i \mathbf{Y}_i), \quad (10)$$

где $\tilde{\mathbf{C}}_i = (\mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i)^{\#} \mathbf{C}_i^T$, $\mathbf{A}_{\#,i} = \tilde{\mathbf{C}}_i^{\#} \mathbf{A}_i \tilde{\mathbf{C}}_i$, $\mathbf{B}_{\#,i} = \tilde{\mathbf{C}}_i^{\#} \mathbf{B}_i$, $\bar{\mathbf{A}}_{\#,ij} = \tilde{\mathbf{C}}_i^{\#} \bar{\mathbf{A}}_{ij} \tilde{\mathbf{C}}_j$, $\#$ – знак псевдообращения матрицы.

Модель для (10) имеет структуру, аналогичную (4) с учетом специфики уравнения (10). Введем ошибку $\mathbf{E}_{\#,i} = \hat{\mathbf{Y}}_i - \mathbf{Y}_i$ и ФЛ $V_{\#,i}(\mathbf{E}_{\#,i}) = 0.5 \mathbf{E}_{\#,i}^T \mathbf{R}_i \mathbf{E}_{\#,i}$.

Теорема 2. Пусть: 1) матрица $\mathbf{A}_{\#,i} \in \mathcal{H}$; 2) $\mathbf{Y}_i(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{\mathbf{Y}_i}, \bar{\alpha}_{\mathbf{Y}_i}}$, $\mathbf{Y}_j(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{\mathbf{Y}_j}, \bar{\alpha}_{\mathbf{Y}_j}}$, $u_i(t) \in \mathcal{E}_{\underline{\alpha}_{u_i}, \bar{\alpha}_{u_i}}$; 3) для $\mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i)$ выполняются условия лемм 1, 2; 4) подсистема S_i является наблюдаемой. Тогда подсистема (1) является идентифицируемой на множестве $\mathbb{I}_{o, \mathbf{Y}_i}$, если

$$2 \left(\bar{\alpha}_{Y_i} \|\Delta A_{\#i}\|^2 + \bar{\alpha}_{u_i} \|\Delta B_{\#i}\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^m \bar{\alpha}_{Y_j} \|\Delta \bar{A}_{\#ij}\|^2 + 2\eta \bar{\alpha}_{Y_i} + \delta_{F_i} \right) \leq \bar{\lambda}_{\#i} V_{\#i},$$

где $\Delta A_{\#i} = \hat{A}_{\#i} - A_{\#i}$, $\Delta B_{\#i} = \hat{B}_{\#i} - B_{\#i}$,
 $\Delta \bar{A}_{\#ij} = \hat{\bar{A}}_{\#ij} - \bar{A}_{\#ij}$, $\Delta F_i = \hat{F}_i - F_i$, $\bar{\lambda}_{\#i} > 0$.

Доказательство теорем 1, 2 сводится к обеспечению условия неположительности производных ФЛ.

3. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ

Рассмотрим ФЛ $V_i(\mathbf{E}_i) = 0.5 \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i$, производная которой на движениях (6) имеет вид:

$$\dot{V}_i = -\mathbf{E}_i^T \mathbf{Q}_i \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \times \left(\Delta A_i \mathbf{X}_i + \Delta B_i u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \bar{A}_{ij} \mathbf{X}_j + \Delta F_i(\mathbf{X}_i) \right).$$

Потребуем, чтобы в процессе адаптации выполнялось функциональное ограничение

$$\dot{V}_i \leq -\chi_i (\Delta A_i, \Delta \bar{A}_i, \Delta B_i, \Delta F_i),$$

где

$\chi(\Delta A_i, \Delta \bar{A}_i, \Delta B_i, \Delta F_i) = 0.5 \left(\varphi_{A_i}(t) \|\Delta A_i(t)\|^2 + \varphi_{\bar{A}_i}(t) \|\Delta \bar{A}_i(t)\|^2 + \varphi_{B_i}(t) \|\Delta B_i(t)\|^2 + \varphi_{F_i}(t) \|\Delta F_i(t)\|^2 \right)$,
 $\varphi_{A_i}(t)$, $\varphi_{\bar{A}_i}(t)$, $\varphi_{B_i}(t)$, $\varphi_{F_i}(t)$ – ограниченные неотрицательные функции. Тогда

$$\eta_i = \dot{V}_i + \chi_i = -\mathbf{E}_i^T \mathbf{Q}_i \mathbf{E}_i + \chi(\Delta A_i, \Delta \bar{A}_i, \Delta F_i) + \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \left(\Delta A_i \mathbf{X}_i + \Delta B_i u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \bar{A}_{ij} \mathbf{X}_j + \Delta F_i(\mathbf{X}_i) \right). \quad (11)$$

Из условия $\eta \leq 0$ получаем АА:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{A}_i &= -\Gamma_{A_i} \left(\varphi_{A_i} \Delta A_i + \mathbf{E}_i \mathbf{R}_i \mathbf{X}_i^T \right), \\ \Delta \dot{\bar{A}}_{ij} &= -\Gamma_{\bar{A}_{ij}} \left(\varphi_{\bar{A}_{ij}} \Delta \bar{A}_{ij} + \mathbf{E}_i \mathbf{R}_i \mathbf{X}_j^T \right), \\ \Delta \dot{B}_i &= -\Gamma_{B_i} \left(\varphi_{B_i} \Delta B_i + \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i u_i \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где Γ_{A_i} , $\Gamma_{\bar{A}_{ij}}$, Γ_{B_i} – диагональные матрицы соответствующих размерностей с положительными диагональными элементами, гарантирующие устойчивость процессов адаптации.

3.1. Параметрический алгоритм для F_i

Для оценки F_i можно применять параметрические и сигнальные алгоритмы. Рассмотрим параметрический подход [15].

Предположение 2. Функция $F_i(\mathbf{X}_i)$ задана на множестве

$$\mathbf{F}_i \in \mathbb{F}_{F_i} = \left\{ \mathbf{F}_i \in \mathcal{N}_{\mathbf{F}}(\pi_1, \pi_2) : \mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i) = \tilde{\mathbf{F}}_i^T(\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_{i,1}) \mathbf{N}_{i,2}, \mathbf{N}_i = [\mathbf{N}_{i,1}^T, \mathbf{N}_{i,2}^T]^T, \mathbf{N}_i \in \mathbb{N}_{i,a} \right\}, \quad (13)$$

где $\mathbb{N}_{i,a} = \{ \mathbf{N}_i \in \mathbb{R}^n : \underline{\mathbf{N}}_i \leq \mathbf{N}_i \leq \bar{\mathbf{N}}_i \}$ – формируемая апостериори параметрическая область для $\mathbf{F}_i$; $\underline{\mathbf{N}}$, $\bar{\mathbf{N}}$ – векторные границы для $\mathbf{N}$, понимаемые как $\underline{n}_i \in \underline{\mathbf{N}}_i$, $\bar{n}_i \in \bar{\mathbf{N}}_i$; $\mathbf{N}_{i,1}$ – априори известный вектор параметров нелинейности, $\mathbf{N}_{i,2}$ – априори неизвестное множество параметров, которое рассматривается далее как вектор, подлежащий оценке. Некоторые элементы $\underline{\mathbf{N}}_i$, $\bar{\mathbf{N}}_i$ могут быть неизвестны. Структура $\tilde{\mathbf{F}}_i(\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_{i,1})$ формируется априори с учетом известного вектора $\mathbf{N}_{i,1}$.

Из (13) следует, что оценка вектор-функции $F_i(\mathbf{X}_i)$ на этапе идентификации ищется в виде:

$$\hat{\mathbf{F}}_i(\mathbf{X}_i) = \tilde{\mathbf{F}}_i^T(\mathbf{X}_i, \hat{\mathbf{N}}_{i,1}) \hat{\mathbf{N}}_{i,2}, \quad (14)$$

где $\hat{\mathbf{N}}_{i,1} \in \mathbb{R}^{n_{i,1}}$ – априорная оценка известных параметров, $\hat{\mathbf{N}}_{i,2} \in \mathbb{R}^{n_{i,2}}$ – вектор настраиваемых параметров.

Полагаем $\mathbb{N}_i = \mathbb{N}_{i,1} \cup \mathbb{N}_{i,2}$. Множество $\mathbb{N}_{i,1} \subset \mathbb{R}^{n_{i,1}}$ ($\mathbf{N}_{i,1} \in \mathbb{N}_{i,1}$) содержит элементы, которые недоступны для настройки с помощью АА. Элементы $\mathbf{N}_{i,2} \in \mathbb{N}_{i,2} \subset \mathbb{R}^{n_{i,2}}$ оцениваются на этапе идентификации. Матрица $\tilde{\mathbf{F}}_i(y, \hat{\mathbf{N}}_{i,1})$ формируется на этапе структурного синтеза (анализа) системы. Представление (14) является следствием предлагаемой параметрической концепции для $F_i(\mathbf{X}_i)$.

Замечание 2. Вектор $\hat{\mathbf{N}}_{i,1}$ может настраиваться по итерационному принципу на основе алгоритма принуждения [15].

Так как $\Delta \mathbf{F} = \tilde{\mathbf{F}}_i^T(y, \hat{\mathbf{N}}_{i,1}) \hat{\mathbf{N}}_{i,2} - F_i(\mathbf{X}_i)$, то из условия $\dot{V}_i \leq 0$ получаем АА для $\hat{\mathbf{N}}_{i,2}$:

$$\dot{\hat{\mathbf{N}}}_{i,2} = -\Gamma_{F_i} \left(\varphi_{F_i} \hat{\mathbf{N}}_{i,2} + \tilde{\mathbf{F}}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i(\mathbf{X}_i, \hat{\mathbf{N}}_{i,1}) \right), \quad (15)$$

где Γ_{F_i} – диагональная матрица с положительными диагональными элементами.

В дальнейшем для удобства ссылок системе (6), (11), (15) будем обозначать как AS_{AF_i} .

3.2. Сигнальный алгоритм

Рассмотрим модель

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{X}}}_i = & \mathbf{K}_i (\hat{\mathbf{X}}_i - \mathbf{X}_i) + \hat{\mathbf{A}}_i \mathbf{X}_i + \hat{\mathbf{B}}_i u_i + \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^m \hat{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j + \mathbf{U}_i \end{aligned} \quad (16)$$

и уравнение ошибки

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}_i = & \mathbf{K}_i \mathbf{E}_i + \Delta \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \Delta \mathbf{B}_i u_i + \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j + \mathbf{U}_i (\mathbf{X}_i) - \mathbf{F}_i (\mathbf{X}_i). \end{aligned} \quad (17)$$

Производная ФЛ имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\mathbf{E}_i^T \mathbf{Q}_i \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \times \\ & \times \left(\Delta \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \Delta \mathbf{B}_i u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j + \mathbf{U}_i - \mathbf{F}_i \right), \end{aligned} \quad (18)$$

а алгоритм для $\mathbf{U}_i$:

$$\mathbf{U}_i = -\mathbf{D}_i \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i, \quad (19)$$

где $\mathbf{D}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ – диагональная матрица с положительными элементами.

Так как $\mathbf{F}_i (\mathbf{X}_i) \in \mathcal{N}_{\mathbf{F}} (\pi_1, \pi_2)$, то для $\mathbf{F}_i (\mathbf{X}_i)$ справедлива лемма 1.

Воспользуемся подходом, описанным в [16]. Выберем элементы матрицы $\mathbf{D}_i$ из условия $\|\mathbf{D}_i\| \geq d_i \geq \eta \bar{\alpha}_{X_i}$. Тогда для (18) получаем:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\mathbf{E}_i^T \mathbf{Q}_i \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \times \\ & \times \left(\Delta \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \Delta \mathbf{B}_i u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j - \mathbf{D}_i \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i - \mathbf{F}_i \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Так как $\mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{D}_i \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i \geq 2\eta \underline{\alpha}_{X_i} \underline{\lambda}_{\mathbf{R}_i} V_i$, где $\underline{\lambda}_{\mathbf{R}_i}$ – наименьшее собственное число матрицы $\mathbf{R}_i$, то

$$\dot{V}_i \leq -\sigma V_i + \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \left(\Delta \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \Delta \mathbf{B}_i u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j \right), \quad (21)$$

где $\sigma = \lambda_{\mathbf{Q}_i} + 2\eta \underline{\alpha}_{X_i} \underline{\lambda}_{\mathbf{R}_i}$.

После несложных преобразований получаем:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sigma V_i + \\ & + 2 \left(\bar{\alpha}_{X_i} \|\Delta \mathbf{A}_i\|^2 + \bar{\alpha}_{u_i} \|\Delta \mathbf{B}_i\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^m \bar{\alpha}_{X_j} \|\Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}\|^2 \right). \end{aligned}$$

Если выполняется условие

$$\begin{aligned} & 2 \left(\bar{\alpha}_{X_i} \|\Delta \mathbf{A}_i\|^2 + \bar{\alpha}_{u_i} \|\Delta \mathbf{B}_i\|^2 + \right. \\ & \left. + \sum_{j=1, j \neq i}^m \bar{\alpha}_{X_j} \|\Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}\|^2 + \eta \bar{\alpha}_{i, X_i} \right) \leq \sigma V_i, \end{aligned}$$

то система (16) при $(u_i(t), \mathbf{X}_i(t), \mathbf{X}_j(t)) \in \mathcal{E}\mathcal{E}$ является параметрически идентифицируемой на множестве $\{u_i(t), \mathbf{X}_i(t), \mathbf{X}_j(t)\}$ на классе алгоритмов (12), (19).

В дальнейшем для удобства ссылок систему (6), (12), (19) будем обозначать как AS_{AS_i} .

4. АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ КАК ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Рассмотренный подход к синтезу АА основан на выполнении свойств устойчивости и является типичным в АСИ. Попытки получения более сложных АА связаны с наложением на систему ограничений. Такой подход требует определенных знаний и не всегда дает работоспособные алгоритмы. Ниже предлагается метод, который учитывает ряд требований, предъявляемых к АСИ.

Рассмотрим синтез АА на примере матрицы $\mathbf{A}_i$. Применим ФЛ:

$$V_i^\Delta (\mathbf{E}_i, \Delta \mathbf{A}_i, \Delta \dot{\mathbf{A}}_i) = 0.5 \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i + 0.5 \text{Sp} (\Delta \mathbf{A}_i^T \Delta \dot{\mathbf{A}}_i).$$

Потребуем, чтобы выполнялось функциональное ограничение:

$$\dot{V}_i^\Delta \leq -\chi_\Delta = -\alpha_\Delta \text{Sp} (\Delta \mathbf{A}_i^T \Delta \mathbf{A}_i).$$

Тогда для $\eta_\Delta = \dot{V}_i^\Delta + \alpha_\Delta \text{Sp} (\Delta \mathbf{A}_i^T \Delta \mathbf{A}_i)$ на движениях (6) получаем:

$$\begin{aligned} \eta_\Delta = & -\mathbf{E}_i^T \mathbf{Q}_i \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \Delta \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \\ & + \text{Sp} (\Delta \dot{\mathbf{A}}_i^T \Delta \dot{\mathbf{A}}_i) + \text{Sp} (\Delta \mathbf{A}_i^T \Delta \ddot{\mathbf{A}}_i) + \alpha_\Delta \text{Sp} (\Delta \mathbf{A}_i^T \Delta \mathbf{A}_i). \end{aligned}$$

Отсюда следует АА для $\Delta \mathbf{A}_i$:

$$\Delta \ddot{\mathbf{A}}_i = -\Delta \dot{\mathbf{A}}_i - \alpha_\Delta \Delta \mathbf{A}_i - \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}_i} \mathbf{E}_i \mathbf{R}_i \mathbf{X}_i^T.$$

Пусть $\Delta \mathbf{A}_i = \mathbf{Z}_1$. Тогда

$$S_{AA} : \begin{cases} \dot{\mathbf{Z}}_1 = \mathbf{Z}_2, \\ \dot{\mathbf{Z}}_2 = -\alpha_\Delta \mathbf{Z}_1 - \mathbf{Z}_2 - \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}_i} \mathbf{E}_i \mathbf{R}_i \mathbf{X}_i^T. \end{cases}$$

Итак, если на АСИ наложить функциональное ограничение $\chi_\Delta \geq 0$, то получаем АА, состояние которого описывается системой S_{AA} .

Замечание 3. В теоретическом плане такой подход позволяет получить различные классы алгоритмов. Реализация их требует дальнейшей структуризации с учетом условий работы контурной системы.

5. СВОЙСТВА АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ

5.1. Система AS_{AF_i}

Рассмотрим системы AS_{AF_i} , AS_{AF_j} и ФЛ $V_i(\mathbf{E}_i) = 0.5\mathbf{E}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{E}_i$,

$$V_{\Delta,i} = 0.5 \cdot \text{Sp}(\Delta \mathbf{A}_i^T \Gamma_i^{-1} \Delta \mathbf{A}_i) + 0.5 \sum_{j=1}^m \text{Sp}(\Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}^T \Gamma_{ij}^{-1} \Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}) + (22)$$

$$+ 0.5 \Delta \mathbf{B}_i^T \Gamma_i^{-1} \Delta \mathbf{B}_i + 0.5 \Delta \mathbf{N}_{i,2}^T \Gamma_{N_{i,2}}^{-1} \Delta \mathbf{N}_{N_{i,2}}.$$

Теорема 3. Пусть: 1) существуют ФЛ $V_i(t)$, $V_{\Delta,i}(t)$, допускающие бесконечно малый высший предел; 2) $\mathbf{A}_i \in \mathcal{H}$; 3) $\bar{\mathbf{A}}_{ij}$ гарантируют устойчивость подсистемы S_i ; 4) $\mathbf{X}_i(t) \in \mathcal{E}_{\mathbf{X}_i, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_i}}$, $\mathbf{X}_j(t) \in \mathcal{E}_{\mathbf{X}_j, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_j}}$, $u_i(t) \in \mathcal{E}_{u_i, \bar{\alpha}_{u_i}}$; 5) $\mathbf{F}_i \in \mathbb{F}_{\mathbf{F}_i}$, где $\mathbb{F}_{\mathbf{F}_i}$ – множество функций, принадлежащих $\mathcal{H}_{\mathbf{F}}$; 6) для векторной ФЛ $\mathbf{W}_i = [V_i, V_{\Delta,i}]^T$ справедлива система неравенств:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_i \\ \dot{V}_{\Delta,i} \end{bmatrix} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -\mu_i & \frac{2}{\mu_i} \kappa_i \\ \vartheta_{\chi_{\alpha,i} \rho_i} & -\beta_{\lambda_{\chi,i}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\mathbf{W}_i}} \begin{bmatrix} V_i \\ V_{\Delta,i} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{\mu_i} \bar{v}_{\tilde{\mathbf{F}}_i} \\ 0.5 \bar{\delta}_{N,i} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_i}, \quad (23)$$

где $\mu_i, \kappa_i, \vartheta_{\chi_{\alpha,i} \rho_i}, \beta_{\lambda_{\chi,i}}, \bar{v}_{\tilde{\mathbf{F}}_i}, \bar{\delta}_{N,i}$ – положительные числа, зависящие от параметров подсистемы S_i и свойств информационного множества; 7) верхнее решение для $\mathbf{W}_i$ удовлетворяет системе уравнения $\dot{\mathbf{S}}_{\mathbf{W}_i} = \mathbf{A}_{\mathbf{W}_i} \mathbf{S}_{\mathbf{W}_i} + \mathbf{L}_i$, если

$$w_\rho(t) \leq s_\rho(t) \quad \forall (t \geq t_0) \& (w_\rho(t_0) \leq s_\rho(t_0)),$$

$\rho = e, i, \Delta, i$ для элементов $\mathbf{W}_i$, $w_\rho \in \mathbf{W}_i$, $s_\rho \in \mathbf{S}_{\mathbf{W}_i}$. Тогда система $AS_{F,i}$ является экспоненциально диссипативной с оценкой

$$\mathbf{W}_i(t) \leq e^{\mathbf{A}_{\mathbf{W}_i}(t-t_0)} \mathbf{S}_{\mathbf{W}_i}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_{\mathbf{W}_i}(t-\tau)} \mathbf{L}_i d\tau, \quad (24)$$

если

$$\mu_i^2 \beta_{\lambda_{\chi,i}} \geq 2 \kappa_i \vartheta_{\chi_{\alpha,i} \rho_i}. \quad (25)$$

Предельные свойства $AS_{F,i}$ определяются элементами вектора $\mathbf{L}_i$. Если структура и параметры

вектора $\hat{\mathbf{N}}_{i,1}$ известны, то подсистема $AS_{F,i}$ является экспоненциально устойчивой при условии, что $\tilde{\mathbf{F}}_i \in \mathcal{E}$

Рассмотрим систему $AS_{F,i,j}$, состоящую из подсистем $AS_{F,i}$ и $AS_{F,j}$. Для $AS_{F,i,j}$ справедлива система неравенств:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{W}}_i \\ \dot{\mathbf{W}}_j \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathbf{W}_i} & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{\mathbf{W}_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i \\ \mathbf{W}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_i \\ \mathbf{L}_j \end{bmatrix}, \quad (26)$$

где $\mathbf{A}_{\mathbf{W}_i}$ и $\mathbf{L}_i$ имеют вид (23).

Условия экспоненциальной устойчивости:

$$\mu_i^2 \beta_{\lambda_{\chi,i}} \geq 2 \kappa_i \vartheta_{\chi_{\alpha,i} \rho_i}, \quad \mu_j^2 \beta_{\lambda_{\chi,j}} \geq 2 \kappa_j \vartheta_{\chi_{\alpha,j} \rho_j}.$$

5.2. Система AS_{AS_i}

Рассмотрим ФЛ $V_i(t)$ и

$$V_{\Delta S,i} = 0.5 \cdot \text{Sp}(\Delta \mathbf{A}_i^T \Gamma_i^{-1} \Delta \mathbf{A}_i) +$$

$$+ 0.5 \sum_{j=1}^m \text{Sp}(\Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}^T \Gamma_{ij}^{-1} \Delta \bar{\mathbf{A}}_{ij}) + 0.5 \Delta \mathbf{B}_i^T \Gamma_i^{-1} \Delta \mathbf{B}_i +$$

$$+ 0.5 \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{U}_i \mathbf{F}_i^T(\tau) \Delta \mathbf{U}_i \mathbf{F}_i(\tau) d\tau,$$

где $\Delta \mathbf{U}_i \mathbf{F}_i = \mathbf{U}_i - \mathbf{F}_i$.

Теорема 4. Пусть выполняются условия: 1) существуют ФЛ $V_i(t)$, $V_{\Delta S,i}(t)$, допускающие бесконечно малый высший предел; 2) $\mathbf{A}_i \in \mathcal{H}$; 3) $\bar{\mathbf{A}}_{ij}$ гарантируют устойчивость подсистемы S_i ; 4) $\mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i) \in \mathcal{H}_{\mathbf{F}}(\pi_1, \pi_2)$; 5) $u_i(t) \in \mathcal{E}_{u_i, \bar{\alpha}_{u_i}}$, $\mathbf{X}_i(t) \in \mathcal{E}_{\mathbf{X}_i, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_i}}$, $\mathbf{X}_j(t) \in \mathcal{E}_{\mathbf{X}_j, \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_j}}$; 6) в некоторой области начала координат существует такое $v_i > 0$, что при $t \gg t_0$ справедливо $\mathbf{F}_i^T \Delta \mathbf{U}_i \mathbf{F}_i = v_i (\|\mathbf{F}_i\|^2 + \|\Delta \mathbf{U}_i \mathbf{F}_i\|^2)$; 7) для векторной ФЛ $\mathbf{W}_{S,i} = [V_i, V_{\Delta S,i}]^T$ выполняется система неравенств:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_i \\ \dot{V}_{\Delta S,i} \end{bmatrix} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -\mu_i & \frac{2}{\mu_i} \kappa_{\Delta S,i} \\ \vartheta_{\Delta S,i} \rho_i & -\beta_{\Delta S,i} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\mathbf{W}_{S,i}}} \begin{bmatrix} V_i \\ V_{\Delta S,i} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{0.125 v_i \eta_i \bar{\alpha}_{\mathbf{X}_i}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_{S,i}}, \quad (27)$$

где $\mu_i, \kappa_{\Delta S,i}, \vartheta_{\Delta S,i}, \rho_i, \beta_{\Delta S,i}, v_i, \eta_i$ – положительные числа, зависящие от параметров AS_{AS_i} -подсистемы

и свойств информационного множества $\mathbb{I}_{o,i}$; 8) для верхнего решения $\mathbf{W}_{S,i}$ справедлива система уравнения $\dot{\mathbf{S}}_{\mathbf{W}_{S,i}} = \mathbf{A}_{\mathbf{W}_{S,i}} \mathbf{S}_{\mathbf{W}_{S,i}} + \mathbf{L}_{S,i}$, если

$$w_p(t) \leq s_p(t) \quad \forall (t \geq t_0) \& (w_p(t_0) \leq s_p(t_0)),$$

$\rho = e, i$; $\Delta_{S,i}$ для элементов $\mathbf{W}_{S,i}$, $w_p \in \mathbf{W}_{S,i}$, $s_p \in \mathbf{S}_{\mathbf{W}_{S,i}}$. Тогда система AS_{AS_i} является экспоненциально диссипативной с оценкой

$$\mathbf{W}_{S_i}(t) \leq e^{\mathbf{A}_{\mathbf{W}_{S_i}}(t-t_0)} \mathbf{S}_{\mathbf{W}_{S_i}}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_{\mathbf{W}_{S_i}}(t-\sigma)} \mathbf{L}_{S,i} d\sigma, \quad (28)$$

если $\mu_i^2 \beta_{\Delta,i} \geq 2\theta_{\Delta,i} \rho_i \kappa_{\Delta,S,i}$.

Из полученных результатов следует, что применение системы AS_{AS_i} дает смещенные оценки параметров подсистемы S_i .

Схема доказательства теорем 3, 4 представлена в [17].

Замечание 4. Следует отметить, что сигнальные алгоритмы широко применяются в адаптивных системах управления. Обоснование их применения дается на основе обеспечения неположительности производной ФЛ. Это связано с применением квадратичных ФЛ, которые неполностью отражают специфику процессов в AS_{AS_i} -системах. Предложенная в работе ФЛ $V_{\Delta,S,i}$ позволяет обосновать свойства системы AS_{AS_i} и получить оценки качества ее работы.

Замечание 5. Алгоритм (19) представляет собой компенсирующее управление. Поэтому термин «сигнальная адаптация» связан только с выбором матрицы коэффициента усиления в (19). В задачах идентификации применение сигнальной адаптации (СА) во многом зависит от требований, предъявляемых к качеству системы идентификации.

Замечание 6. Для анализа свойств алгоритма (12) с $\phi_i = 0$ можно применить результаты, полученные в [15].

6. ПРИМЕР

Рассматривается система:

$$S_1: \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{21} & -a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{a}_1 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ c_1 \end{bmatrix} f_1(x_{11}), \\ y_1 = x_{11}, \end{cases} \quad (29)$$

$$S_2: \begin{cases} \dot{x}_2 = -a_2 x_2 + \bar{a}_2 x_{11} + b_2 u_2 + c_2 f_1(x_{11}), \\ y_2 = x_2, \end{cases}$$

где $\mathbf{X}_1 = [x_{11} \ x_{12}]^T$; y_1 – вектор состояния и выход подсистемы S_1 ; u_1 – вход (управление);

$f_1(x_{11}) = \text{sat}(x_{11})$ – функция насыщения; $f_2(x_2) = \text{sign}(x_2)$ – знаковая функция; y_2 – выход подсистемы S_2 . Параметры системы (29): $b_1 = 1$, $a_{21} = 2$, $a_{22} = 3$, $\bar{a}_1 = 1.5$, $c_1 = 1$, $a_2 = 1.25$, $\bar{a}_2 = 0.2$, $b_2 = 1$, $c_2 = 0.25$. Входы $u_i(t)$ являлись синусоидальными.

Так как переменная x_{12} не измеряется, то подсистема S_1 преобразуется к виду, где используются только доступные для наблюдения переменные. Применяя подход [15], получаем для S_1 представление в пространстве «вход-выход»:

$$\dot{y}_1 = -\alpha_1 y_1 + \alpha_2 p_{y_1} + \beta_{12} p_{x_2} + b_1 p_{u_1} + c_1 p_{f_1}, \quad (30)$$

где α_1 , α_2 , β_{12} , b_1 , c_1 – коэффициенты, подлежащие оценке; $\mu > 0$,

$$\begin{aligned} \dot{p}_{y_1} &= -\mu p_{y_1} + y_1, \quad \dot{p}_{x_2} = -\mu p_{x_2} + x_2, \\ \dot{p}_{u_1} &= -\mu p_{u_1} + u_1, \quad \dot{p}_{f_1} = -\mu p_{f_1} + f_1. \end{aligned} \quad (31)$$

Фазовый портрет для S_1 показан на рис. 1. Процессы в подсистеме являются нелинейными. Кроме этого, между y_1 и y_2 существует взаимосвязь $y_2 = y_2(y_1)$ (коэффициент детерминации равен 75%), что отражается на свойствах подсистемы S_1 (см. рис. 1). В частности, y_2 влияет на S-синхронизируемость S_1 и оценивание параметров. Применяя подход [15], можно сделать вывод, что подсистема S_1 структурно идентифицируема.

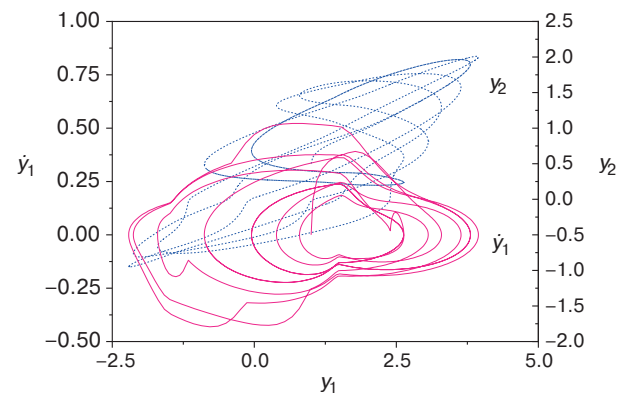


Рис. 1. Фазовый портрет подсистемы S_1

Модели для подсистем S_1 и S_2

$$\dot{\hat{y}}_1 = -k_1 e_1 + \hat{a}_{11} y_1 + \hat{a}_{12} p_{y_1} + \hat{\beta}_{12} p_{x_2} + \hat{b}_1 p_{u_1} + \hat{c}_1 p_{f_1}, \quad (32)$$

$$\dot{\hat{y}}_2 = -k_2 e_2 + \hat{a}_2 y_2 + \hat{\bar{a}}_2 y_1 + \hat{b}_2 u_2 + \hat{c}_2 f_2, \quad (33)$$

где k_1 , k_2 – априори задаваемые положительные числа; $e_1 = \hat{y}_1 - y_1$, $e_2 = \hat{y}_2 - y_2$ – ошибки идентификации; $\hat{a}_i$, $\hat{\bar{a}}_i$, $\hat{b}_i$, $\hat{c}_i$ – настраиваемые параметры.

Для настройки параметров моделей применялись алгоритмы (12) с $\phi_i = 0$:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{a}}_{11} &= -\gamma_{a_{11}} e_1 y_1, \quad \dot{\hat{a}}_{12} = -\gamma_{a_{12}} e_1 p_{y_1}, \quad \dot{\hat{\beta}}_{12} = -\gamma_{\beta_{12}} e_1 p_{x_2}, \\ \hat{b}_1 &= -\gamma_{b_1} e_1 p_{u_1}, \quad \hat{c}_1 = -\gamma_{c_1} e_1 p_{f_1},\end{aligned}\quad (34)$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{a}}_2 &= -\gamma_{a_2} e_2 y_2, \quad \dot{\hat{a}}_2 = -\gamma_{\bar{a}_2} e_2 y_1, \\ \hat{b}_2 &= -\gamma_{b_2} e_2 u_1, \quad \hat{c}_2 = -\gamma_{c_2} e_2 f_2,\end{aligned}\quad (35)$$

где $\gamma_{a_{ij}} > 0, \gamma_{\bar{a}_{ij}} > 0, \gamma_{\beta_{ij}} > 0, \gamma_{b_i} > 0, \gamma_{c_i} > 0$ – коэффициенты усиления контура адаптации.

На рис. 2 показан процесс настройки параметров модели (32) для S_1 .

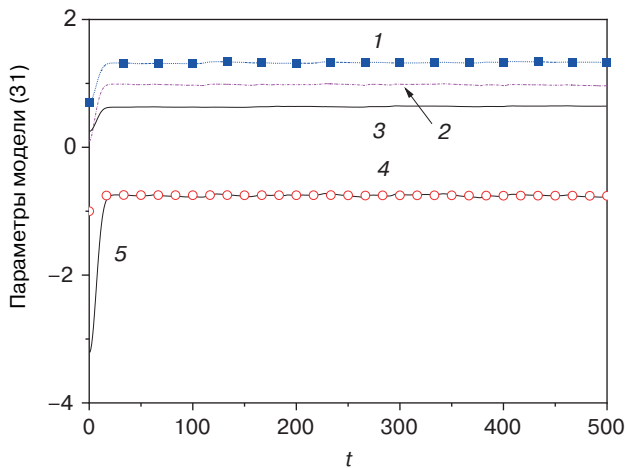


Рис. 2. Настройка параметров модели (32):

1 – $\hat{\beta}_{11}$, 2 – $\hat{c}_{11}$, 3 – $\hat{a}_{11}$, 4 – $\hat{a}_{12}$, 5 – $\hat{b}_1$

Результаты оценки адекватности моделей (32), (33) в выходном пространстве показаны на рис. 3.

Рис. 4 отражает динамику процессов настройки параметров модели (33) в зависимости от e_2 . Видно, что процессы в АСИ для подсистемы S_2 являются нелинейными, а в АСИ для подсистемы S_1 процесс настройки является более регулярным. Процессы настройки параметров моделей (32), (33) являются разнотемповыми (рис. 5).

Рассмотрим АСИ с СА для S_2 . Применим модель:

$$\dot{y}_2 = -k_2 e_2 + \hat{a}_2 y_2 + \hat{\bar{a}}_2 y_1 + \hat{b}_2 u_2 + u_{s,2}, \quad (32a)$$

где $u_{s,2} = -d_2 e_2 x_2$.

Результаты работы АСИ с СА представлены на рис. 6–9. На рис. 6, 7 показаны процессы настройки параметров модели (32) и адекватность моделей в выходном пространстве. Рисунок 8 отражает динамику процессов в АСИ и изменение сигнала СА как функции ошибки идентификации для подсистемы S_2 .

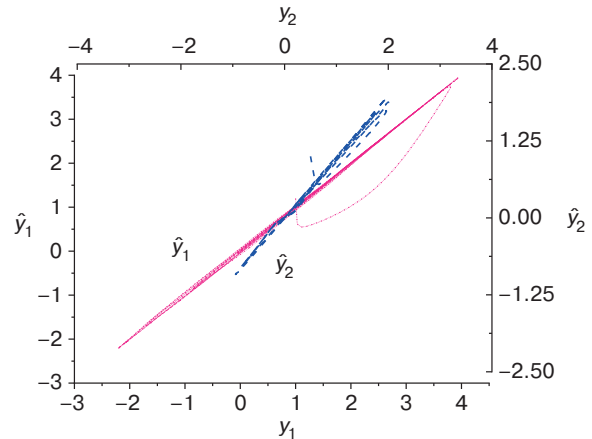


Рис. 3. Адекватность моделей (32), (33)

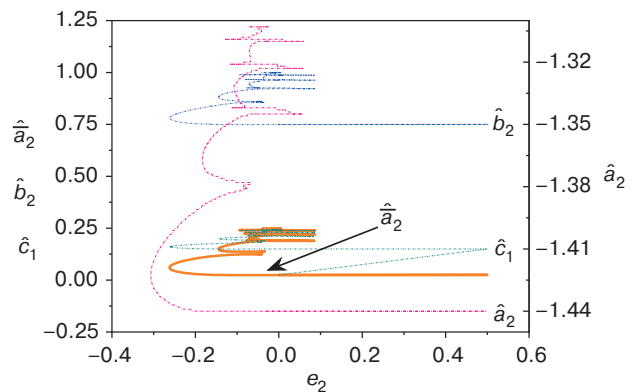


Рис. 4. Настройка параметров модели (32)

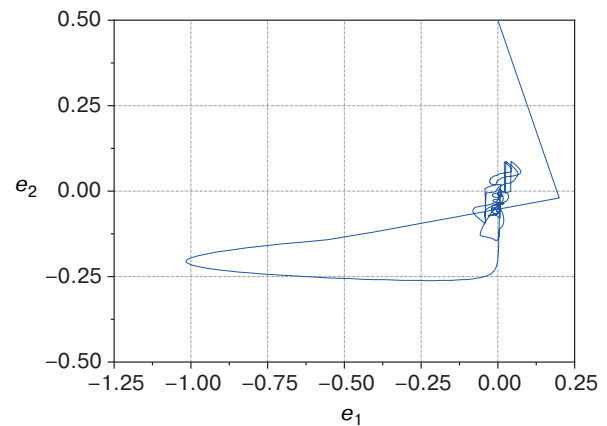


Рис. 5. Фазовый портрет АСИ в пространстве ошибок

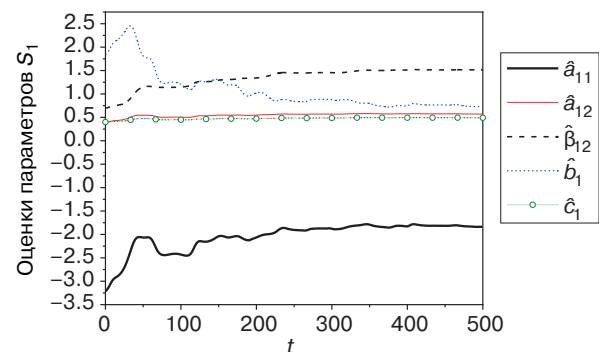


Рис. 6. Настройка параметров модели (32)

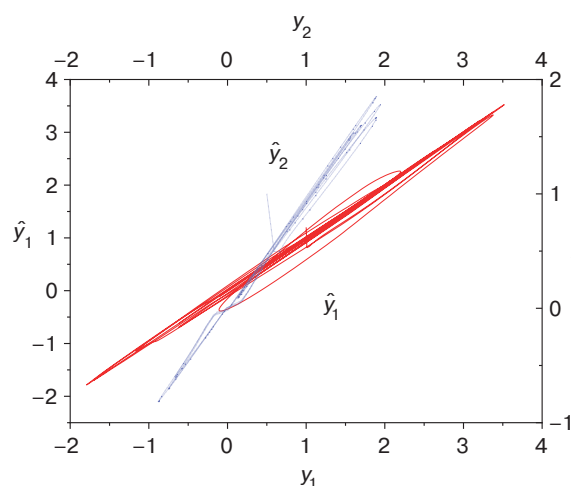


Рис. 7. Адекватность моделей (32), (32a)

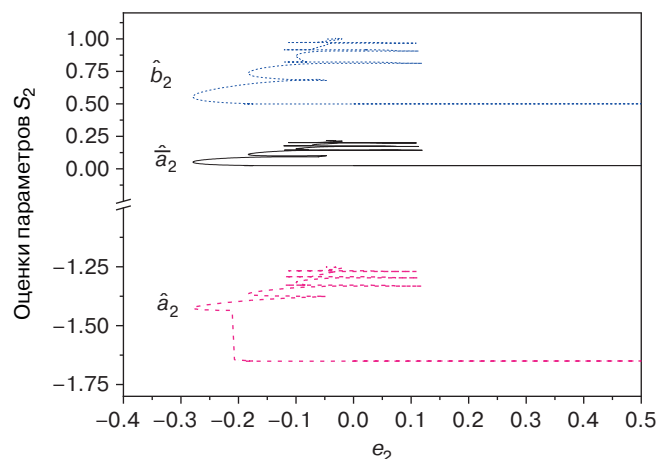


Рис. 9. Настройка параметров модели (32a)

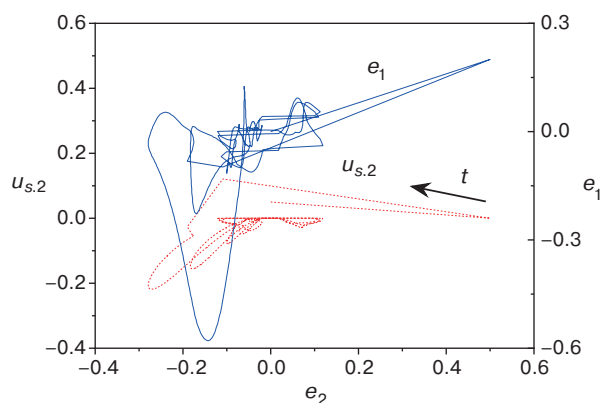


Рис. 8. Фазовые портреты АСИ и выход СА в пространстве ошибок

Результаты моделирования АСИ с СА показывают, что выход подсистемы S_2 оказывает влияние на настройку параметров АСИ подсистемы S_1 . Поэтому системы идентификации с СА следует применять при соблюдении предъявляемых требований к качеству процесса адаптации. Несмотря на компенсирующие свойства, СА может приводить к усложнению процессов в АСИ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагается подход к идентификации НДС в условиях неопределенности. Рассматривается класс НДС, нелинейность в которых удовлетворяет секторному условию (квадратичной связи). Получены оценки для нелинейности. Наличие внутренних взаимосвязей существенно усложняет задачу параметрического оценивания. Здесь немаловажную роль играет проблема идентифицируемости НДС. В работе получены условия ПИ ДС как по выходу, так и в пространстве состояний. Они основаны на проверке условия постоянства возбуждения. Показано, что на ПИ влияют взаимосвязи между подсистемами. Получены алгоритмы параметрической и сигнальной адаптивной идентификации ДС. Исследованы свойства адаптивной ДС с СА. Впервые показано, как обосновать устойчивость АСИ с указанным классом алгоритмов. Для этого используется специальный класс функций ФЛ. Предложен подход к синтезу АА с учетом требований, предъявляемых к системе идентификации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hua C., Guan X., Shi P. Decentralized robust model reference adaptive control for interconnected time-delay systems. In: *Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston, Massachusetts June 30 – July 2, 2004*. 2004. P. 4285–4289. <https://doi.org/10.23919/ACC.2004.1383981>
2. Yang Q., Zhu M., Jiang T., He J., Yuan J., Han J. Decentralized Robust Adaptive output feedback stabilization for interconnected nonlinear systems with uncertainties. *J. Control Sci. Eng.* 2016;2016:article ID 3656578. <https://doi.org/10.1155/2016/3656578>
3. Wu H. Decentralized adaptive robust control of uncertain large-scale non-linear dynamical systems with time-varying delays. *IET Control Theory & Applications*. 2012;6(5):629–640. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2011.0015>
4. Fan H., Han L., Wen C., Xu L. Decentralized adaptive output-feedback controller design for stochastic nonlinear interconnected systems. *Automatica*. 2012;48(11):2866–2873. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2012.08.022>
5. Бронников А.М., Буков В.Н. Децентрализованное адаптивное управление с идентификацией и модельной координацией в многосвязных системах. *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2010;1:22–30.

6. Benitez V.H., Sanchez E.N., Loukianov A.G. Decentralized adaptive recurrent neural control structure. *Eng. Appl. Artif. Intell.* 2007;20(8):1125–1132. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2007.02.006>
7. Lamara A., Colin G., Lanusse P., Chamailard Y., Charlet A. Decentralized robust control-system for a non-square MIMO system, the air-path of a turbocharged Diesel engine. *IFAC Proceedings Volumes*. 2012;45(30):130–137. <https://doi.org/10.3182/20121023-3-FR-4025.00002>
8. Nguyen T., Mukhopadhyay S. Identification and optimal control of large-scale systems using selective decentralization. In: *2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*. IEEE; 2016. P. 000503–000508. <https://doi.org/10.1109/SMC.2016.7844289>
9. Gudi R.D., Rawlings J.B., Venkat A., Jabbar N. Identification for decentralized MPC. *IFAC Proceedings Volumes*. 2004;37(9):299–304. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)31827-X](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)31827-X)
10. Mao X., He J. Decentralized System Identification Method for Large-Scale Networks. In: *2022 American Control Conference (ACC)*. IEEE; 2022. P. 5173–5178. <https://doi.org/10.23919/ACC53348.2022.9867516>
11. Ioannou P.A. Decentralized adaptive control of interconnected systems. *IEEE Trans. Automat. Control*. 1986;31(4):291–298. <https://doi.org/10.1109/TAC.1986.1104282>
12. Jiang Z.-P. Decentralized and adaptive nonlinear tracking of large-scale systems via output feedback. *IEEE Trans. Automat. Control*. 2000;45(11):2122–2128. <https://doi.org/10.1109/9.887638>
13. Li X.-J., Yan G.-H. Adaptive decentralized control for a class of interconnected nonlinear systems via backstepping approach and graph theory. *Automatica*. 2017;76:87–95. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2016.10.019>
14. Карабутов Н.Н. Введение в структурную идентифицируемость нелинейных систем. М.: URSS/ЛЕНАНД; 2021. 144 с. ISBN 978-5-9710-9022-9
15. Karabutov N. Structural-parametrical design method of adaptive observers for nonlinear systems. *International Journal of Intelligent Systems and Applications (IJISA)*. 2018;10(2):1–16. <https://doi.org/10.5815/ijisa.2018.02.01>
16. Громыко В.Д., Санковский Е.А. Самонастраивающиеся системы с моделью. М.: Энергия; 1974. 80 с.
17. Карабутов Н.Н. Об адаптивной идентификации систем с несколькими нелинейностями. *Russian Technological Journal*. 2023;11(5):94–05. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-5-94-10>

REFERENCES

1. Hua C., Guan X., Shi P. Decentralized robust model reference adaptive control for interconnected time-delay systems. In: *Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston, Massachusetts June 30 – July 2, 2004*. 2004. P. 4285–4289. <https://doi.org/10.23919/ACC.2004.1383981>
2. Yang Q., Zhu M., Jiang T., He J., Yuan J., Han J. Decentralized Robust Adaptive output feedback stabilization for interconnected nonlinear systems with uncertainties. *J. Control Sci. Eng.* 2016;2016:article ID 3656578. <https://doi.org/10.1155/2016/3656578>
3. Wu H. Decentralized adaptive robust control of uncertain large-scale non-linear dynamical systems with time-varying delays. *IET Control Theory & Applications*. 2012;6(5):629–640. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2011.0015>
4. Fan H., Han L., Wen C., Xu L. Decentralized adaptive output-feedback controller design for stochastic nonlinear interconnected systems. *Automatica*. 2012;48(11):2866–2873. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2012.08.022>
5. Bronnikov A.M., Bukov V.N. Decentralized adaptive control in multivariate system with identification and model coordination. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2010;1:22–30 (in Russ.).
6. Benitez V.H., Sanchez E.N., Loukianov A.G. Decentralized adaptive recurrent neural control structure. *Eng. Appl. Artif. Intell.* 2007;20(8):1125–1132. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2007.02.006>
7. Lamara A., Colin G., Lanusse P., Chamailard Y., Charlet A. Decentralized robust control-system for a non-square MIMO system, the air-path of a turbocharged Diesel engine. *IFAC Proceedings Volumes*. 2012;45(30):130–137. <https://doi.org/10.3182/20121023-3-FR-4025.00002>
8. Nguyen T., Mukhopadhyay S. Identification and optimal control of large-scale systems using selective decentralization. In: *2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*. IEEE; 2016. P. 000503–000508. <https://doi.org/10.1109/SMC.2016.7844289>
9. Gudi R.D., Rawlings J.B., Venkat A., Jabbar N. Identification for decentralized MPC. *IFAC Proceedings Volumes*. 2004;37(9):299–304. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)31827-X](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)31827-X)
10. Mao X., He J. Decentralized System Identification Method for Large-Scale Networks. In: *2022 American Control Conference (ACC)*. IEEE; 2022. P. 5173–5178. <https://doi.org/10.23919/ACC53348.2022.9867516>
11. Ioannou P.A. Decentralized adaptive control of interconnected systems. *IEEE Trans. Automat. Control*. 1986;31(4):291–298. <https://doi.org/10.1109/TAC.1986.1104282>
12. Jiang Z.-P. Decentralized and adaptive nonlinear tracking of large-scale systems via output feedback. *IEEE Trans. Automat. Control*. 2000;45(11):2122–2128. <https://doi.org/10.1109/9.887638>
13. Li X.-J., Yan G.-H. Adaptive decentralized control for a class of interconnected nonlinear systems via backstepping approach and graph theory. *Automatica*. 2017;76:87–95. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2016.10.019>
14. Karabutov N.N. *Vvedenie v strukturnuyu identifikatsiyu nelineynykh sistem (Introduction to Structural Identifiability of Nonlinear Systems)*. Moscow: URSS/LENAND; 2021. 144 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9710-9022-9
15. Karabutov N. Structural-parametrical design method of adaptive observers for nonlinear systems. *International Journal of Intelligent Systems and Applications (IJISA)*. 2018;10(2):1–16. <https://doi.org/10.5815/ijisa.2018.02.01>

16. Gromyko V.D., Sankovskii E.A. *Samonastraivayushchiesya sistemy s model'yu (Self-Adjusting Systems with a Model)*. Moscow: Energiya; 1974. 80 p. (in Russ.).
17. Karabutov N.N. On adaptive identification of systems having multiple nonlinearities. *Russian Technological Journal*. 2023;11(5):94–105. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-5-94-10>

Об авторе

Карабутков Николай Николаевич, д.т.н., профессор, кафедра проблем управления, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). Лауреат Государственной премии в области науки и техники. E-mail: karabutov@mirea.ru. Scopus Author ID 6603372930, ResearcherID P-5683-2015, SPIN-код РИНЦ 9646-9721, <https://orcid.org/0000-0002-3706-7431>

About the Author

Nikolay N. Karabutov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Problems Control, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). Laureate of the State Prize of the Russian Federation in the field of Science and Technology. E-mail: karabutov@mirea.ru. Scopus Author ID 6603372930, ResearcherID P-5683-2015, RSCI SPIN-code 9646-9721, <https://orcid.org/0000-0002-3706-7431>