

УДК 531.1:629.78

СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРИ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СЪЕМКЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛАНЕТЫ

**В.Я. Геча¹,
М.Ю. Жиленев¹,
В.Б. Федоров²,
Д.А. Хрычев²,
Ю.И. Худак²,
А.В. Шатина^{2,@}**

¹АО «Корпорация «ВНИИЭМ», Москва 107078, Россия

²МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия

@Автор для переписки, e-mail: shatina_av@mail.ru

В работе получена формула для расчета скорости движения изображения в плоскости фиксации изображения при космической съемке поверхности планеты с помощью бортовой оптико-электронной аппаратуры. Рассмотрена идеальная задача: Земля моделируется абсолютно твердым однородным шаром, равномерно вращающимся вокруг неподвижной оси, а центр масс спутника описывает фиксированную кеплеровскую орбиту, в одном из фокусов которой расположен центр Земли. Ось визирования имеет направление в надир, т.е. проходит через центр Земли. Главный фокус «космического фотоаппарата» находится в центре масс спутника P , а плоскость фиксации изображений перпендикулярна оси визирования и расположена на фокусном расстоянии d за точкой P . Полученная аналитическая формула для расчета поля скоростей движения точек изображения в рассматриваемой модельной задаче при съемке в надир имеет фундаментальное значение для решения обратной задачи – при восстановлении «смазанного» изображения. Формула важна для расчета и оптимизации параметров применяемых на практике компенсаторов «смаза» изображения. Кроме того, полученная формула полезна для верификации численных алгоритмов, моделирующих эффект «смаза». Она может использоваться при планировании рабочих программ дистанционного зондирования Земли.

Ключевые слова: спутник, кеплеровская орбита, скорость движения изображения, надир, космический аппарат, дистанционное зондирование Земли.

THE IMAGE SPEED DURING THE OPTICAL-ELECTRONIC SURFACING THE PLANET

V.Ya. Gecha¹,
M.Yu. Zhilenev¹,
V.B. Fyodorov²,
D.A. Khrychev²,
Yu.I. Khudak²,
A.V. Shatina^{2,@}

¹"VNIIE Corporation" JC, Moscow 107078, Russia

²MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia

@Corresponding author e-mail: shatina_av@mail.ru

In this paper, a formula is obtained for calculating the velocity of an image in the plane of image fixation during a space survey of the planet's surface with the aid of an on-board optoelectronic device. The ideal task is considered: the Earth is modeled by an absolutely rigid homogeneous ball, rotating uniformly around the fixed axis, and the satellite's center of mass describes a fixed Keplerian orbit, in one of the focal points of which the center of the Earth is located. The axis of sight has a direction in the nadir, i.e. passes through the center of the Earth. The main focus of the "cosmic camera" is in the center of mass of the satellite P , and the plane of fixation of the images is perpendicular to the viewing axis and is located at the focal distance d behind the point P .

The obtained analytical formula for calculating the velocity field of motion of image points in the model problem under consideration when shooting in a nadir is of fundamental importance for solving the inverse problem when reconstructing a "blurred" image. The formula is important for calculating and optimizing the parameters of the compensators used in practice to "smear" the image. In addition, the resulting formula is useful for verifying numerical algorithms that model the "smear" effect. It can be used in planning work programs for remote sensing of the Earth.

Keywords: satellite, Keplerian orbit, speed of image movement, nadir, spacecraft, remote sensing of the Earth.

Надежная качественная и количественная информация о поле скоростей движения точек первичного изображения при съемке поверхности планеты с помощью бортовой оптико-электронной аппаратуры (БОЭА) является исходной базой для получения снимков высокого пространственного разрешения. Основным препятствием для достижения высокого пространственного разрешения деталей на итоговых снимках, получаемых с помощью БОЭА малого космического аппарата дистанционного зондирования Земли (МКА ДЗЗ), является эффект «смаза» первичного изображения. Главными причинами «смаза» являются движение спутника по орбите и вращение Земли вокруг своей оси, но на картину «смаза» также оказывает принципиальное влияние закон управления движением главной оптической оси БОЭА, вращение плоскости фиксации изображения вокруг этой оси.

Исследования по дистанционному зондированию Земли с помощью космических аппаратов имеют важное практическое значение. При этом используются численные ме-

тоды, численно-аналитические методы, методы визуального программирования [1–3]. Аналитическая формула для расчета поля скоростей движения точек изображения в рассматриваемой модельной задаче имеет фундаментальное значение, так как без глубокого теоретического анализа нельзя понять суть физического явления, предсказать поведение системы. В частности, полученная формула может быть использована для решения обратной задачи при восстановлении «смазанного» изображения [4].

1. Орбитальное движение спутника. Системы координат

Рассмотрим модельную задачу о движении спутника (материальной точки K) в гравитационном поле Земли, которую будем считать однородным твердым телом сферической формы радиуса r_0 , равномерно вращающимся вокруг своей оси с угловой скоростью ω . В таком случае спутник движется по кеплеровской эллиптической орбите, в одном из фокусов которой находится центр Земли O .

Введем три правые системы координат (рис. 1): геоцентрическую инерциальную систему (ИСК) $OXYZ$; гринвичскую вращающуюся вместе с Землей систему (ГСК) $Ox_1x_2x_3$; орбитальную систему (ОСК) $Kxyz$.

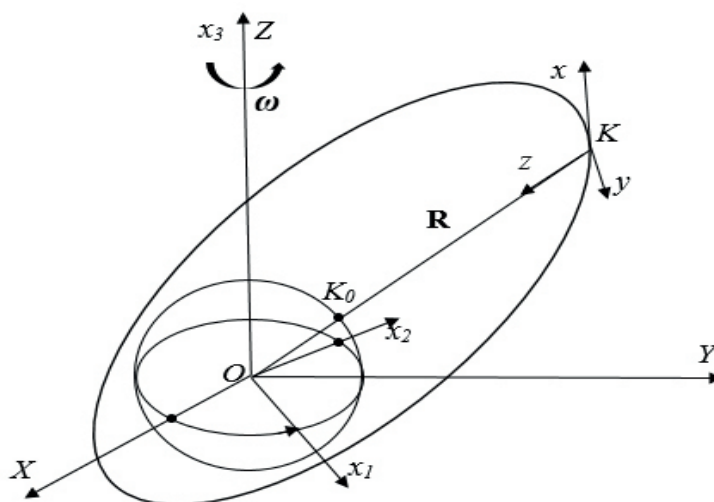


Рис. 1. Постановка задачи. Системы координат.

Начало ИСК совпадает с центром Земли O . Ось OX направлена в точку весеннего равноденствия данной эпохи, ось OZ направлена по оси вращения планеты перпендикулярно плоскости экватора к Северному полюсу мира. Ось OY дополняет ИСК до правой системы координат. Ось Ox_3 ГСК совпадает с осью OZ ИСК. Ось Ox_1 лежит в плоскости среднего гринвичского меридиана. Согласно рассматриваемой постановке задачи, вектор угловой скорости вращения Земли

$$\omega = \omega \cdot \mathbf{k} ,$$

где $\mathbf{k} = (0,0,1)$ – орт оси OZ в ИСК;

$\omega = 7,29211 \cdot 10^{-5} (\text{рад/с})$ – средняя угловая скорость вращения Земли.

Ось Kz ОСК направлена из точки K в точку O ; ось Ky – вдоль нормали к плоскости мгновенной орбиты (противоположно орбитальной угловой скорости), а ось Kx дополняет ОСК до правой системы.

Обозначим радиус-вектор точки K через $\mathbf{R}$, а орты ОСК – $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$. Тогда

$$\mathbf{R} = \overrightarrow{OK},$$

$$\mathbf{e}_3 = -\mathbf{R}/R, \quad \mathbf{e}_2 = -\frac{\mathbf{R} \times \dot{\mathbf{R}}}{|\mathbf{R} \times \dot{\mathbf{R}}|}, \quad \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3, \quad R = |\mathbf{R}|. \quad (1)$$

Положение спутника K на орбите задано, если заданы постоянные параметры орбиты a, e, i, h, g и зависящая от времени истинная аномалия ϑ : здесь a – большая полуось, e – эксцентриситет, i – наклонение, h – долгота восходящего узла, g – долгота перигея π от восходящего узла (π – ближайшая к центру Земли точка орбиты спутника), ϑ – угол в плоскости орбиты, который отсчитывается от направления на перигей до текущего радиус-вектора точки K (рис. 2).

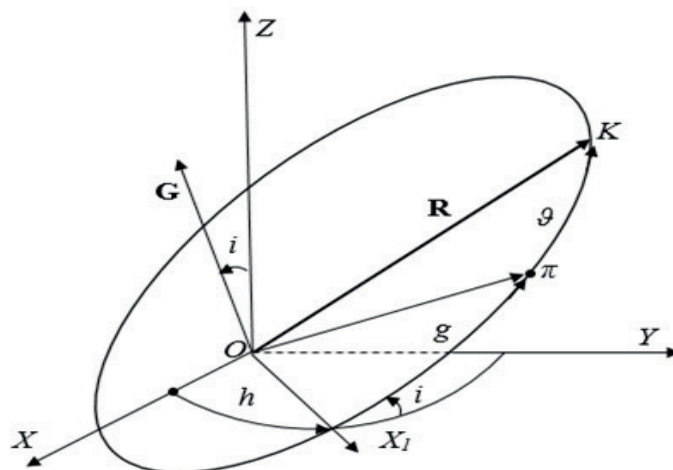


Рис. 2. Элементы кеплеровской орбиты: i – наклонение орбиты спутника; h – долгота восходящего узла (угол между осью OX и линией OX_1 пересечения плоскости орбиты спутника с плоскостью OXY); g – долгота перигея π от восходящего узла, ϑ – истинная аномалия.

Истинная аномалия ϑ является решением дифференциального уравнения [5, 6]:

$$\dot{\vartheta} = \frac{(1 + e \cos \vartheta)^2}{(1 - e^2)^{3/2}} n, \quad n = \sqrt{\mu a^{-3}}, \quad \mu = f M_{\oplus}, \quad (2)$$

где n – среднее движение спутника по орбите;

f – универсальная гравитационная постоянная;

$M_{\oplus}$ – масса Земли ($f = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$, $M_{\oplus} = 5,9736 \cdot 10^{24} \text{ кг}$).

Длина вектора $\mathbf{R}$ выражается формулой [5, 6]:

$$R = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\vartheta}. \quad (3)$$

Единичный вектор $\mathbf{e}_3 = -\mathbf{R} / R$ в ИСК имеет координаты [5, 6]:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_3 &= (e_{3x}, e_{3y}, e_{3z}), \\ e_{3x} &= -\cos h \cos(g + \vartheta) + \sin h \cos i \sin(g + \vartheta), \\ e_{3y} &= -\sin h \cos(g + \vartheta) - \cos h \cos i \sin(g + \vartheta), \\ e_{3z} &= -\sin i \sin(g + \vartheta). \end{aligned} \quad (4)$$

Из выражений (1)–(4) для координат векторов $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ в ИСК получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (e_{1x}, e_{1y}, e_{1z}), \quad \mathbf{e}_2 = (e_{2x}, e_{2y}, e_{2z}), \\ e_{1x} &= -\cos h \sin(g + \vartheta) - \sin h \cos i \cos(g + \vartheta), \\ e_{1y} &= -\sin h \sin(g + \vartheta) + \cos h \cos i \cos(g + \vartheta), \\ e_{1z} &= \sin i \cos(g + \vartheta), \\ e_{2x} &= -\sin h \sin i, \quad e_{2y} = \cos h \sin i, \quad e_{2z} = -\cos i. \end{aligned}$$

Справедливы равенства:

$$\dot{\mathbf{e}}_3 = -\dot{\vartheta} \mathbf{e}_1, \quad \dot{\mathbf{e}}_1 = \dot{\vartheta} \mathbf{e}_3, \quad \dot{\mathbf{e}}_2 = 0. \quad (5)$$

Переход от ОСК $Kxyz$ к ИСК $OXYZ$ определяется матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{pmatrix}.$$

2. Скорость движения точек изображения при орбитальной съемке планет в надир

Для нахождения скорости движения точек изображения при орбитальной съемке планет рассмотрим условную физическую модель «космический фотоаппарат», главный

фокус которого находится в центре масс спутника – точке K , а плоскость фиксации изображений π_D точек Земли перпендикулярна лучу OK и проходит через точку K_1 , расположенную на луче OK на расстоянии d за точкой K , т.е. $KK_1 = -d \cdot \mathbf{e}_3$.

Построим систему координат $K_1x'y'z'$ с осями, параллельными осям ОСК $Kxyz$ (рис. 3). Плоскость π_D совпадает с плоскостью $K_1x'y'$.

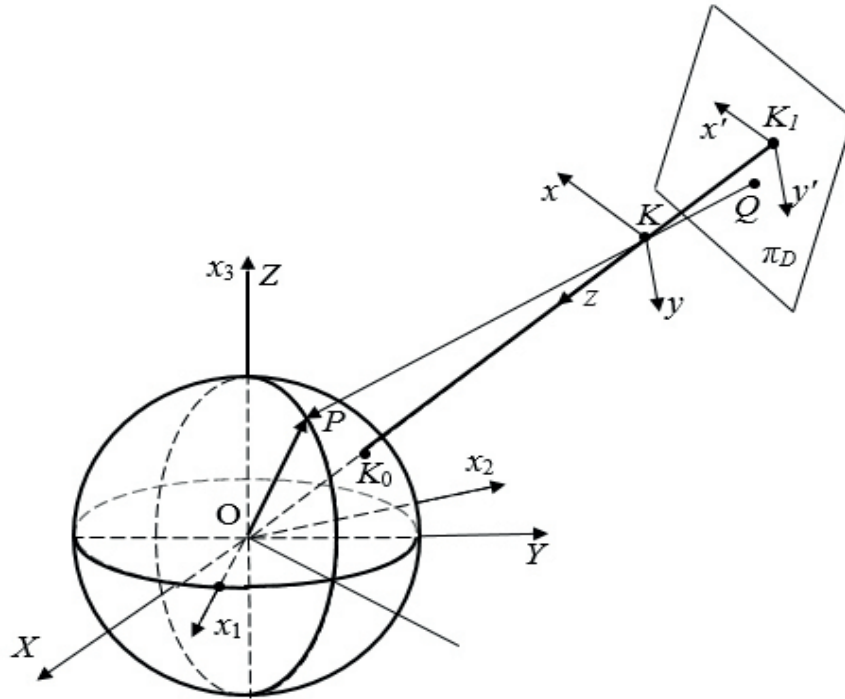


Рис. 3. Схема взаимного расположения подспутниковой точки K_0 и произвольной точки P из области, высекаемой конусом обзора на поверхности Земли, и их изображений K_1 и Q в плоскости изображений π_D .

Зафиксируем в момент времени t_0 точку Q с координатами (x, y) в плоскости $K_1x'y'$, соответствующую некоторой точке P на поверхности Земли, попадающей в угол обзора нашего «фотоаппарата». Точка P получается при пересечении прямой KQ с поверхностью Земли – сферой с центром в точке O и радиусом r_0 .

Математическая задача, эквивалентная построению поля скоростей «смаза» исходного изображения, получаемого БОЭА МКА, состоит в нахождении скорости точки Q в момент времени t_0 в подвижной системе координат $K_1x'y'z'$.

Абсолютная скорость $\mathbf{V}_Q$ точки Q равна геометрической сумме переносной $\mathbf{V}_e$ и относительной $\mathbf{V}_r$ скоростей [7]:

$$\mathbf{V}_Q = \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_r, \mathbf{V}_Q = \dot{\mathbf{R}}_{OQ}, \mathbf{V}_e = \dot{\mathbf{R}}_{OK_1} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}_{K_1Q}, \mathbf{V}_r = A\dot{\mathbf{r}}_{K_1Q}, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = -\dot{\theta}\mathbf{e}_2, \mathbf{R}_{K_1Q} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2. \quad (7)$$

Запись $\mathbf{R}_{AB}$ обозначает вектор $\overline{AB}$, задаваемый в ИСК, а $\mathbf{r}_{AB}$ – этот же вектор в подвижной системе координат $K_1x'y'z'$ (или в ОСК $Kxyz$). Относительная скорость $\mathbf{V}_r$

точки Q – искомая скорость точки Q в плоскости фиксации изображений π_D . С учетом (6) и (7) получаем:

$$\mathbf{V}_r = \dot{\mathbf{R}}_{K_1Q} - x\dot{\vartheta}\mathbf{e}_3. \quad (8)$$

Вектор $\mathbf{R}_{K_1Q}$ представим в виде:

$$\mathbf{R}_{K_1Q} = d\mathbf{e}_3 + \lambda\mathbf{R}_{PK}, \quad \lambda = -\frac{d}{(\mathbf{R}_{PK}, \mathbf{e}_3)}. \quad (9)$$

Значение параметра λ получено из условия ортогональности векторов $\mathbf{R}_{KK_1} = -d\mathbf{e}_3$ и $\mathbf{R}_{K_1Q}$. С учетом (5)

$$\dot{\mathbf{R}}_{K_1Q} = -d\dot{\vartheta}\mathbf{e}_1 + \dot{\lambda}\mathbf{R}_{PK} + \lambda\dot{\mathbf{R}}_{PK}, \quad (10)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{d}{(\mathbf{R}_{PK}, \mathbf{e}_3)^2} \left\{ (\dot{\mathbf{R}}_{PK}, \mathbf{e}_3) + (\mathbf{R}_{PK}, \dot{\mathbf{e}}_3) \right\}. \quad (11)$$

После подстановки (10) в (8) вектор $\mathbf{V}_r$ преобразуется к виду:

$$\mathbf{V}_r = -d\dot{\vartheta}\mathbf{e}_1 - x\dot{\vartheta}\mathbf{e}_3 + \dot{\lambda}\mathbf{R}_{PK} + \lambda\dot{\mathbf{R}}_{PK}. \quad (12)$$

Уравнение прямой KQ имеет вид: $\mathbf{R}_u = \overline{OK} + \overline{KQ} \cdot u$, то есть

$$\mathbf{R}_u = -R \cdot \mathbf{e}_3 + (x \cdot \mathbf{e}_1 + y \cdot \mathbf{e}_2 - d \cdot \mathbf{e}_3) \cdot u.$$

Значение параметра u , отвечающее точке P , находится из следующего условия:

$$(\mathbf{R}_u, \mathbf{R}_u) = r_0^2 \Leftrightarrow R^2 + 2 \cdot R \cdot d \cdot u + (x^2 + y^2 + d^2) \cdot u^2 = r_0^2.$$

Отсюда:

$$u_{0,1} = \frac{-R \cdot d \pm \sqrt{R^2 d^2 - (x^2 + y^2 + d^2)(R^2 - r_0^2)}}{x^2 + y^2 + d^2}. \quad (13)$$

Большой корень u_0 отвечает точке P , а меньший u_1 – точке пересечения прямой KQ с противоположной к P полусферой поверхности Земли.

Итак:

$$\mathbf{R}_{OP} = -R \cdot \mathbf{e}_3 + (x \cdot \mathbf{e}_1 + y \cdot \mathbf{e}_2 - d \cdot \mathbf{e}_3) \cdot u_0. \quad (14)$$

Так как в подвижной ГСК $Ox_1x_2x_3$ координаты точки P остаются неизменными, то абсолютная скорость точки P имеет вид:

$$\dot{\mathbf{R}}_{OP} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_{OP}, \quad (15)$$

Координаты вектора $\boldsymbol{\omega}$ в ОСК: $A^{-1}\boldsymbol{\omega} = \omega(e_{1z}, e_{2z}, e_{3z})^T$. Откуда

$$\boldsymbol{\omega} = \omega(e_{1z}\mathbf{e}_1 + e_{2z}\mathbf{e}_2 + e_{3z}\mathbf{e}_3). \quad (16)$$

Так как $\mathbf{R}_{PK} = -R\mathbf{e}_3 - \mathbf{R}_{OP}$, то, согласно выражениям (14), (15), (2), (3), (5), получим:

$$\mathbf{R}_{PK} = -(x \cdot \mathbf{e}_1 + y \cdot \mathbf{e}_2 - d \cdot \mathbf{e}_3) \cdot u_0, \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{R}}_{PK} = -R\dot{\mathbf{e}}_3 + R\dot{\vartheta}\mathbf{e}_1 - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_{OP}, \quad (18)$$

$$\dot{R} = \frac{ane \cdot \sin \vartheta}{\sqrt{1-e^2}}, \quad R\dot{\vartheta} = \frac{an(1+e \cos \vartheta)}{\sqrt{1-e^2}}.$$

Таким образом, в правой части выражения (12) вектор $\mathbf{R}_{PK}$ определяется равенством (17), $\dot{\mathbf{R}}_{PK}$ – равенством (18), в котором для выражения $\mathbf{R}_{OP}$ используется формула (14), а для $\boldsymbol{\omega}$ – (16). Величины λ , $\dot{\lambda}$ определяются равенствами (9) и (11).

Проекции V_x , V_y вектора $\mathbf{V}_r$ на оси K_1x' , K_1y' найдем, вычислив скалярные произведения $V_x = (\mathbf{V}_r, \mathbf{e}_1)$, $V_y = (\mathbf{V}_r, \mathbf{e}_2)$. В результате получим:

$$V_x = -\frac{an(1+e \cos \vartheta)}{u_0 \sqrt{1-e^2}} - \frac{dn(1+e \cos \vartheta)^2}{(1-e^2)^{3/2}} + \omega \left[y \sin i \sin(g + \vartheta) + d \cdot \cos i + \frac{R \cos i}{u_0} \right] + qx, \quad (19)$$

$$V_y = -\omega \cdot \sin i \cdot \left[x \sin(g + \vartheta) - d \cdot \cos(g + \vartheta) - \frac{R \cos(g + \vartheta)}{u_0} \right] + qy,$$

$$q = -\frac{1}{d} \left[\frac{(1+e \cos \vartheta)^2 nx}{(1-e^2)^{3/2}} - \omega \cdot (x \cos i + y \sin i \cos(g + \vartheta)) - \frac{ane \sin \vartheta}{u_0 \sqrt{1-e^2}} \right]:$$

здесь R , u_0 определяются равенствами (3) и (13), соответственно.

При съемке «в надир» подспутниковой точки в случае круговой орбиты без учета скорости вращения Земли в формуле (19) следует принять $x = 0$, $y = 0$, $e = 0$, $\omega = 0$. Тогда с учетом (2)

$$V_x = \frac{d}{(R-r_0)} \frac{r_0}{R} \sqrt{\frac{\mu}{R}}. \quad (20)$$

Эта формула отличается от похожей формулы, анонсированной в [8], наличием в правой части выражения (20) множителя r_0 / R , учитывающего, в частности, непрерывное

вращение главной оптической оси БОЭА МКА в плоскости орбиты для ее постоянного визирования в центр Земли для съемки в надир.

На рис. 4–7 представлены поля скоростей в фокальной плоскости в прямоугольнике $\Pi = \{(x, y): -60 \leq x \leq 60, -40 \leq y \leq 40\}$ светочувствительных элементов размером 120×80 мм для различных значений истинной аномалии ϑ . Параметры задачи имеют следующие значения:

$$a = r_0 + h_0;$$

$$r_0 = 6,378 \cdot 10^6 \text{ м} - \text{радиус Земли};$$

$$h_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ м} - \text{высота полета спутника над поверхностью Земли};$$

$$\mu = 3,985586 \cdot 10^{14} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} - \text{гравитационная постоянная};$$

$$\omega = 7,29211 \cdot 10^{-5} (\text{рад/с}) - \text{средняя угловая скорость вращения Земли};$$

$$e = 0,01 - \text{эксцентриситет};$$

$$i = \pi/3 - \text{наклонение орбиты спутника};$$

$$g = 0 - \text{долгота перигея } \pi \text{ от восходящего узла};$$

$$d = 1,5 \text{ м} - \text{фокусное расстояние}.$$

Для наглядности в каждой узловой точке прямоугольника построен не сам вектор скорости, а разность соответствующего вектора скорости и вектора скорости в центре прямоугольника.

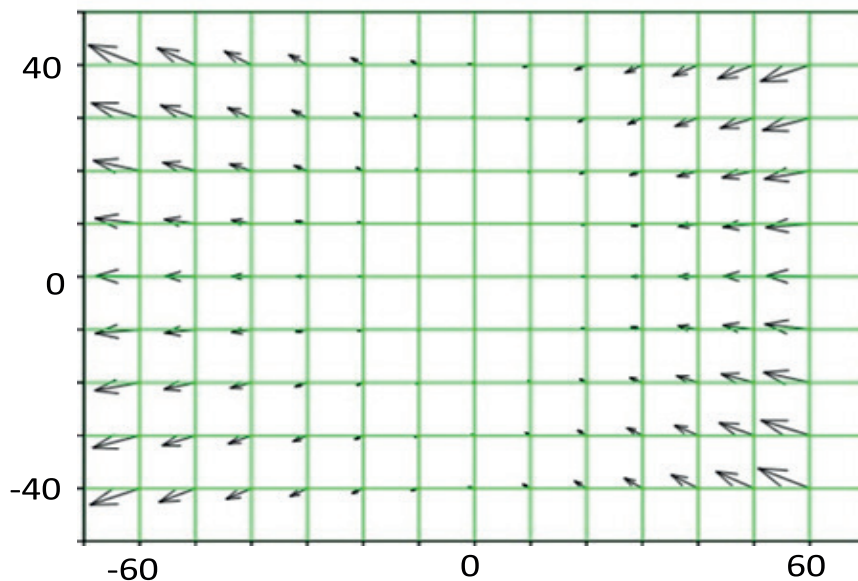


Рис. 4. Поле скоростей при $\vartheta=0$:

$$V_x(0,0) = 46,921 \text{ мм/с}, \quad V_y(0,0) = -2,591 \text{ мм/с},$$

$$V_x(60,-40) - V_x(0,0) = -4,901 \cdot 10^{-3} \text{ мм/с},$$

$$V_y(60,-40) - V_y(0,0) = 2,011 \cdot 10^{-3} \text{ мм/с}$$

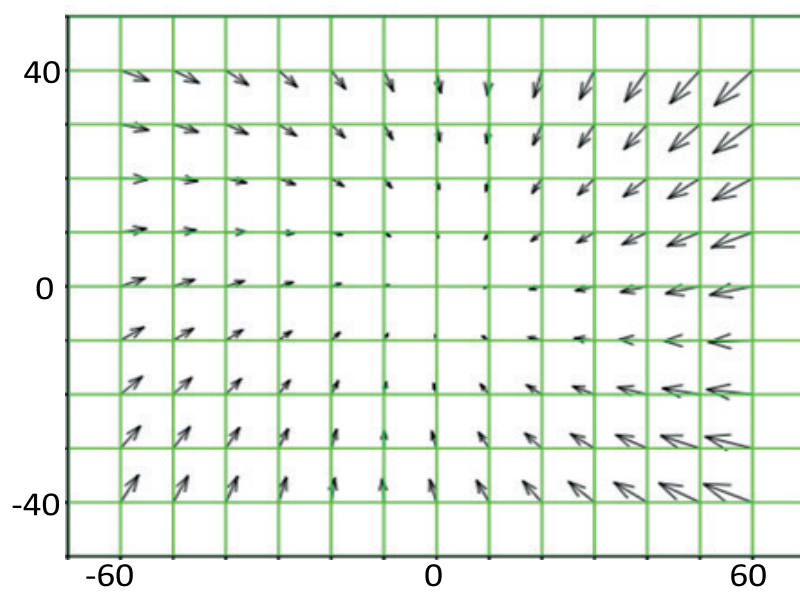


Рис. 5. Поле скоростей при $\vartheta = \pi/2$:

$$\begin{aligned} V_x(0,0) &= 35,814 \text{ мм/с}, \quad V_y(0,0) = 0 \text{ мм/с}, \\ V_x(60,-40) - V_x(0,0) &= -2,273 \cdot 10^{-2} \text{ мм/с}, \\ V_y(60,-40) - V_y(0,0) &= 8,327 \cdot 10^{-3} \text{ мм/с} \end{aligned}$$

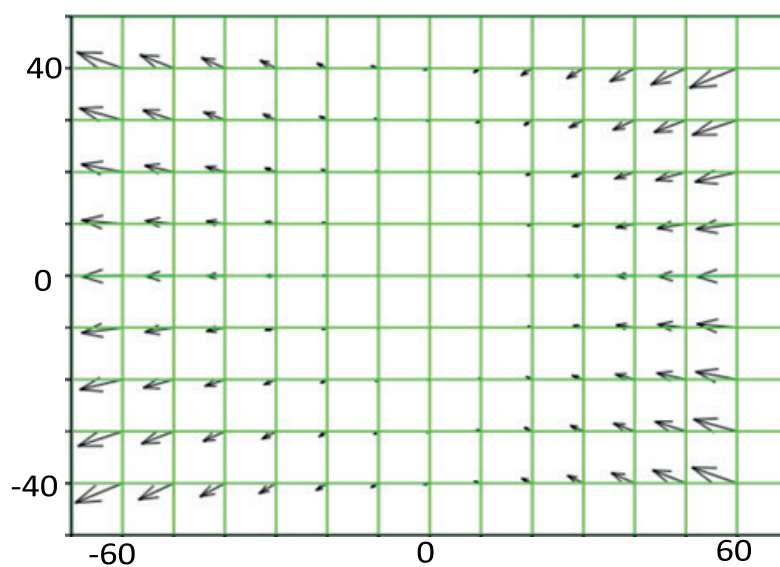


Рис. 6. Поле скоростей при $\vartheta = \pi$:

$$\begin{aligned} V_x(0,0) &= 28,628 \text{ мм/с}, \quad V_y(0,0) = 1,647 \text{ мм/с}, \\ V_x(60,-40) - V_x(0,0) &= -4,545 \cdot 10^{-3} \text{ мм/с}, \\ V_y(60,-40) - V_y(0,0) &= 1,573 \cdot 10^{-3} \text{ мм/с} \end{aligned}$$

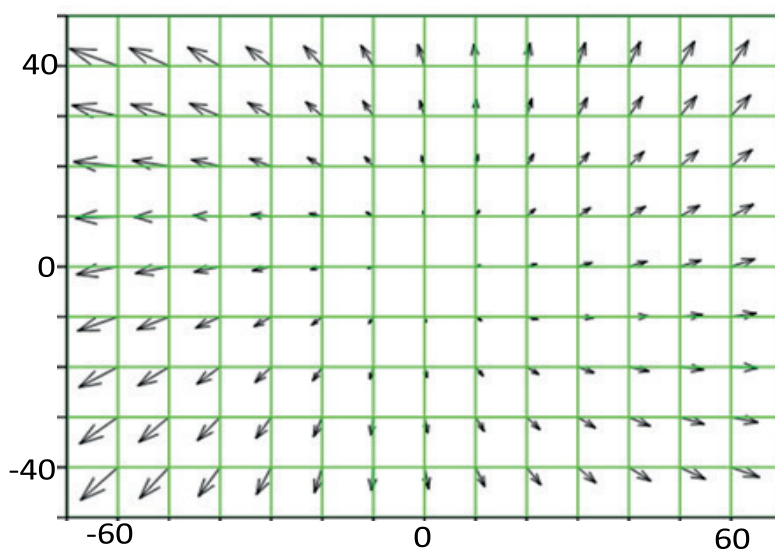


Рис. 7. Поле скоростей при $\vartheta = 3\pi/2$:

$$V_x(0,0) = 35,814 \text{ мм/с}, \quad V_y(0,0) = 0 \text{ мм/с},$$

$$V_x(60,-40) - V_x(0,0) = 1,329 \cdot 10^{-2} \text{ мм/с},$$

$$V_y(60,-40) - V_y(0,0) = -4,742 \cdot 10^{-3} \text{ мм/с}$$

Заключение

В представленной работе с помощью аналитических методов теоретической и небесной механики получены в явном виде формулы для координат вектора скорости движения изображения при дистанционном зондировании Земли с помощью бортовой оптико-электронной аппаратуры. Показана зависимость скорости движения изображения в заданной точке плоскости фиксации изображений от параметров орбиты центра масс спутника (большой полуоси, эксцентриситета, наклона, долготы перигея от восходящего узла, истинной аномалии), фокусного расстояния. Полученные формулы позволяют проследить изменение скорости движения изображения в центре прямоугольника светочувствительных элементов, а также в любой другой точке этого прямоугольника при движении МКА по кеплеровской орбите, построить поле скоростей. Результаты работы могут использоваться на этапе составления задания по дистанционному зондированию Земли, обеспечивая экономию ресурсов орбитальных комплексов.

Литература:

1. Бутырин С.А. Кинематический синтез программного углового движения космического аппарата при оптико-электронной съемке Земли // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2007. Т. 9. № 3. С. 664–670.
2. Бутырин С.А. Программный комплекс для расчета и визуализации маршрутов оптико-электронной съемки Земли // Вестник Самарского государственного технического университета. 2007. Т. 2. С. 11–17.

3. Маштаков Я.В., Ткачев С.С. Построение углового движения спутника ДЗЗ при отслеживании маршрутов на поверхности Земли // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 20. 31 с.
4. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В. Обратные задачи обработки фото-изображений / Некорректные задачи естествознания. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 185–195.
5. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1975. 800 с.
6. Мюррей К., Дермотт С. Динамика Солнечной системы. М.: Физматлит, 2010. 588 с.
7. Вильке В.Г. Теоретическая механика: учебник и практикум для академического бакалавриата. М.: Юрайт, 2016. 311 с.
8. Жиленев М.Ю., Винтаев В.Н. Формула расчета движения изображения при орбитальной съемке планет оптико-электронной аппаратурой // Телекоммуникации (Telecommunications and Radio Engineering). 2011. № 7. С. 2–7.

References:

1. Butyrin S.A. Kinematic synthesis of the software angular motion of the spacecraft in the optoelectronic survey of the Earth // Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk (Bulletin of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences). 2007. V. 9. № 3. P. 664–670. (in Russ.)
2. Butyrin S.A. Software complex for calculation and visualization of routes of optical-electronic survey of the Earth // Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk (Bulletin of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences). 2007. V. 2. P. 11–17. (in Russ.)
3. Mashtakov Ya.V., Tkachev S.S. Construction of the angular motion of an Earth remote sensing satellite while tracing the routes on the Earth's surface // Preprints of Keldysh Institute of Applied Mathematics RAN. 2014. № 20. 31 p. (in Russ.)
4. Tikhonov A.N., Goncharsky A.V., Stepanov V.V. Inverse problems of image processing / In: Incorrect Tasks of Natural Science. Moscow: MSU Publishing House, 1987. P. 185–195. (in Russ.)
5. Duboshin G.N. Celestial Mechanics. Main tasks and methods. Moscow: Nauka Publ., 1975. 800 p. (in Russ.)
6. Murray C.D., Dermott S.F. Solar System Dynamics. Cambridge University Press, 1999. 606 p.
7. Vilke V.G. Theoretical Mechanics: a textbook and a practical work for academic baccalaureate. Moscow: Yurait Publ., 2016. 311 p. (in Russ.)
8. Zhilenev M.Yu., Vintaev V.N. The formula for calculating the image motion of the planets with orbital shooting optoelectronic equipment // Telecommunications (Telecommunications and Radio Engineering). 2011. № 7. P. 2–7. (in Russ.)

Об авторах:

Геча Владимир Яковлевич, доктор технических наук, профессор, заместитель генерального директора, главный конструктор открытого акционерного общества «Научно-производственная корпорация «Космические системы мониторинга, информационно-управляющие и электромеханические комплексы» имени А.Г. Иосифьяна» (ОАО «Корпорация «ВНИИЭМ») (107078, Россия, Москва, Хоромный тупик, д. 4, стр. 1).

Жиленев Михаил Юрьевич, старший научный сотрудник открытого акционерного общества «Научно-производственная корпорация «Космические системы мониторинга, информационно-управляющие и электромеханические комплексы» имени А.Г. Иосифьяна» (ОАО «Корпорация «ВНИИЭМ») (107078, Россия, Москва, Хоромный тупик, д. 4, стр. 1).

Федоров Виктор Борисович, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Хрычев Дмитрий Аркадьевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Худак Юрий Иосифович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

Шатина Альбина Викторовна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

About the authors:

Vladimir Ya. Gecha, D.Sc. (Eng.), Professor, Deputy General Director, Chief Designer of Open Joint Company «A.G. Iosifian Research and Production Corporation “Space Monitoring Systems, Information & Control and Electromechanical Complexes”» (“VNIEM Corporation” JC) (4/1, Khoromny tupik, Moscow 107078, Russia).

Mikhail Yu. Zhilenev, Senior Researcher of Open Joint Company A.G. Iosifian Research and Production Corporation “Space Monitoring Systems, Information & Control and Electromechanical Complexes” (“VNIEM Corporation” JC) (4/1, Khoromny tupik, Moscow 107078, Russia).

Viktor B. Fyodorov, Ph.D. (Phys.-Math.), Docent, Associate Professor of the Chair of Higher Mathematics, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).

Dmitry A. Khrychev, Ph.D. (Phys.-Math.), Docent, Associate Professor of the Chair of Higher Mathematics, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).

Yury I. Khudak, D.Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Higher Mathematics, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).

Albina V. Shatina, D.Sc. (Phys.-Math.), Docent, Professor of the Chair of Higher Mathematics, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).