

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы  
Modern radio engineering and telecommunication systems

УДК 621.372.8  
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-3-92-102>  
EDN OEBXOF



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Разработка сверхвысокочастотного фильтра нижних частот на основе проекционной модели микроразветвленной линии

А.Д. Ярлыков<sup>®</sup>,  
О.А. Демин

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия  
<sup>®</sup> Автор для переписки, e-mail: [yarlykov@mirea.ru](mailto:yarlykov@mirea.ru)

• Поступила: 18.09.2024 • Доработана: 03.02.2025 • Принята к опубликованию: 24.03.2025

### Резюме

**Цели.** Отрезки микроразветвленных линий конечной длины применяются для разработки интегральных схем и устройств сверхвысоких частот (СВЧ) различного назначения, таких как делители мощности, направленные ответвители, аттенюаторы и фильтры, имеющих, в большинстве случаев, сложную топологическую структуру. В частности, фильтры нижних частот (ФНЧ) СВЧ-диапазона представляют собой ступенчатое соединение регулярных отрезков микроразветвленных линий с различными геометрическими параметрами. Однако современные подходы к расчету фильтров СВЧ при помощи коммерческих программ требуют больших вычислительных и временных затрат, связанных, в частности, с предложенными подходами к электродинамическому анализу микроразветвленных линий. Целью статьи является разработка алгоритма и методики расчета фильтров с использованием проекционного подхода к электродинамическому анализу микроразветвленных линий, позволяющих сократить время расчета характеристик фильтров СВЧ при сохранении высокой точности полученных результатов.

**Методы.** Предложен проекционный подход к проведению электродинамического анализа микроразветвленной линии, позволяющий быстро и с высокой точностью проводить расчет ее основных электродинамических параметров – коэффициента задержки и волнового сопротивления в широком диапазоне изменения геометрических параметров линии, ее диэлектрической проницаемости и частоты.

**Результаты.** На базе аналитических выражений для расчета электродинамических параметров микроразветвленной линии получены формулы для описания характера изменений элементов матрицы рассеяния многокаскадных ФНЧ в заданной полосе частот. Разработана компьютерная программа, позволяющая рассчитывать значения элементов матрицы рассеяния ФНЧ в широком диапазоне диэлектрической проницаемости подложки и частоты. Проведено сравнение полученных результатов с характеристиками фильтров, рассчитанных при помощи коммерческих программ.

**Выводы.** Предложенный подход к расчету электродинамических параметров микроразветвленных линий и, как следствие, элементов матрицы рассеяния многокаскадных ФНЧ позволяет значительно сократить время расчетов при достижении достаточно высокой точности полученных результатов, что значительно снижает трудозатраты при проектировании фильтров СВЧ в инженерной практике.

**Ключевые слова:** микрополосковая линия, проекционный подход, фильтр нижних частот, коэффициент за-медления, волновое сопротивление, матрица рассеяния, коэффициент отражения, коэффициент передачи

**Для цитирования:** Ярлыков А.Д., Демин О.А. Разработка сверхвысокочастотного фильтра нижних частот на основе проекционной модели микрополосковой линии. *Russian Technological Journal*. 2025;13(3):92–102. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-3-92-102>, <https://www.elibrary.ru/OEBXOF>

**Прозрачность финансовой деятельности:** Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## RESEARCH ARTICLE

# Development of a microwave low-pass filter based on a microstrip line projection model

Alexey D. Yarlykov<sup>@</sup>,  
Oleg A. Demin

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

<sup>@</sup> Corresponding author, e-mail: [yarlykov@mirea.ru](mailto:yarlykov@mirea.ru)

• Submitted: 18.09.2024 • Revised: 03.02.2025 • Accepted: 24.03.2025

### Abstract

**Objectives.** Sections of microstrip lines having finite length are widely used to develop integrated circuits and microwave devices for various purposes, such as power dividers, directional couplers, attenuators, and filters. In particular, low-pass filters in the microwave range are comprised of a cascade connection of regular sections of microstrip lines having various geometric parameters. However, modern approaches to calculating microwave filters using commercial software require large computational and time-consuming resources, especially when carrying out electrodynamic analysis of microstrip lines. The work set out to develop an algorithm and a method for calculating filters using a projection approach to the electrodynamic analysis of microstrip lines that reduces the time required to calculate characteristics of microwave filters while maintaining high accuracy of the obtained results.

**Methods.** The proposed projection approach to the electrodynamic analysis of a microstrip line can be used to rapidly and accurately calculate the main electrodynamic parameters of retardation coefficient and wave impedance across a wide range of changes in the geometrical parameters of the line, as well as its dielectric constant and frequency.

**Results.** Formulas obtained on the basis of analytical expressions for calculating the electrodynamic parameters of a microstrip line are used to describe the nature of changes in the elements of the scattering matrix of multistage low-pass filters in a given frequency band. A developed computer program was used to calculate the values of the elements of the low-pass filter scattering matrix across a wide range of substrate dielectric constant and frequency parameters. The obtained results were compared with the characteristics of filters calculated using commercial software.

**Conclusions.** The proposed approach to calculating the electrodynamic parameters of microstrip lines and consequent elements of the scattering matrix of multistage low-pass filters can significantly reduce the calculation time while achieving a sufficiently high accuracy of the obtained results to significantly reduce labor costs when calculating microwave filters in engineering practice.

**Keywords:** microstrip line, projection approach, low-pass filter, retardation coefficient, wave impedance, scattering matrix, reflection coefficient, transmission coefficient

**For citation:** Yarlykov A.D., Demin O.A. Development of a microwave low-pass filter based on a microstrip line projection model. *Russian Technological Journal*. 2025;13(3):92–102. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-3-92-102>, <https://www.elibrary.ru/OEBXOF>

**Financial disclosure:** The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большинство устройств и модулей сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона конструктивно выполняются на основе микрополосковых линий (МПЛ) передачи. Это связано с их малыми массогабаритными параметрами, а также удобством перехода к их топологии от элементов с сосредоточенными параметрами при низкочастотном прототипировании СВЧ-устройств [1]. Так, например, простейшая топология фильтра нижних частот (ФНЧ) СВЧ-диапазона представляет собой каскадное соединение регулярных отрезков МПЛ конечной длины с различным значением ширины полоскового проводника [2]. Геометрические параметры МПЛ, а также диэлектрическая проницаемость ее подложки и частота определяют величину основных электродинамических параметров линии – коэффициента замедления и волнового сопротивления, играющих ключевую роль при расчете характеристик фильтров СВЧ [3]. Однако современные подходы к их расчету при помощи ряда коммерческих программ предполагают достаточно высокие вычислительные и временные затраты как при расчете основных электродинамических параметров МПЛ [4], так и при проектировании фильтров СВЧ в целом [5], в особенности высоких порядков. С учетом этого актуальной является задача применения проекционной модели МПЛ, подробно рассмотренной в [6]. В рамках данной модели открытая МПЛ моделируется экранированной в широком диапазоне изменения ее геометрических параметров, диэлектрической проницаемости подложки и частоты. Помимо этого, в [7] определены минимальные размеры экрана, при которых обеспечивается моделирование открытой МПЛ с заданной точностью, а в [8] представлены методы повышения эффективности предложенной модели МПЛ. В данной статье представлено применение предложенной в [9] модели МПЛ к расчету матрицы рассеяния СВЧ ФНЧ и продемонстрирована высокая точность полученных результатов при значительном снижении временных затрат.

### 1. МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ СВЧ-ФИЛЬТРА НИЖНИХ ЧАСТОТ

Основная методика проектирования фильтров СВЧ приведена в [10–12]. Согласно классическому подходу, первым этапом проектирования фильтра СВЧ является расчет его низкочастотного прототипа

на сосредоточенных элементах, который начинается с определения числа звеньев в рассчитываемом фильтре. Оно определяется исходя из требуемого типа аппроксимации фильтра и величины затухания в полосе заграждения. Так, для фильтра Баттерворта число звеньев можно определить по формуле:

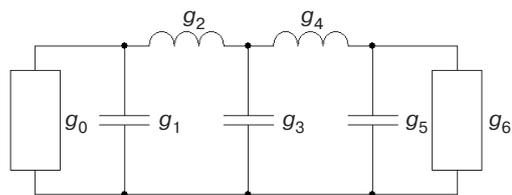
$$N = \frac{\lg\left(10^{\lceil L(\omega)/10 \rceil} - 1\right)}{2 \lg\left(\omega/\omega_{\text{cp}}\right)}, \quad (1)$$

а для фильтра Чебышева:

$$N = \frac{\text{arch}\left\{\left(10^{\lceil L(\omega)/10 \rceil} - 1\right) / \left(10^{\lceil G_T/10 \rceil} - 1\right)\right\}^{1/2}}{\text{arch}\left(\omega/\omega_{\text{cp}}\right)}, \quad (2)$$

где  $L(\omega)$  – величина затухания на частоте  $\omega$  в полосе заграждения,  $\omega_{\text{cp}}$  – частота среза фильтра,  $G_T$  – амплитуда пульсаций (Throb) в полосе пропускания (в децибелах).

После определения числа звеньев в фильтре можно составить его эквивалентную низкочастотную схему, где каждое звено фильтра представляется в виде сосредоточенного элемента (индуктивности или емкости) в соответствии с таблицей 5.2 из [12]. Примером такой эквивалентной схемы для пятизвенного ФНЧ является схема, приведенная на рис. 1.



**Рис. 1.** Эквивалентная схема низкочастотного прототипа пятизвенного ФНЧ.  $g_i$  – нормированные параметры эквивалентной схемы

Нормированные параметры эквивалентной схемы ( $g$ -параметры) определяются исходя из типа аппроксимации фильтра и общего числа звеньев  $N$ . Для фильтра Баттерворта  $g$ -параметры определяются по формулам:

$$\begin{aligned} g_0 &= g_{N+1} = 1, \\ g_k &= 2 \sin\left[\frac{(2k-1)\pi}{2N}\right], \quad k = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (3)$$

а для фильтра Чебышева:

$$\begin{aligned}
 g_0 &= 1, g_1 = \frac{2a_1}{\psi}, \\
 g_k &= \frac{4a_{k-1}a_k}{b_{k-1}g_{k-1}}, k = \overline{2, N}, \\
 g_{N+1} &= \begin{cases} 1 \text{ при нечетном } N, \\ \text{cth}^2(\beta/4) \text{ при четном } N, \end{cases} \\
 \beta &= \ln \left[ \text{cth} \left( G_T / 17.37 \right) \right], \\
 \psi &= \text{sh} \left( \frac{\beta}{2N} \right), \\
 a_k &= \sin \left[ \frac{(2k-1)\pi}{2N} \right], b_k = \psi^2 + \sin^2 \left( \frac{\pi k}{N} \right).
 \end{aligned} \quad (4)$$

После расчета  $g$ -параметров необходимо их денормировать и определить абсолютные величины емкостей  $C_k$  и индуктивностей  $L_k$  в эквивалентной схеме, а также сопротивление генератора и нагрузки  $R_k$ , определяющих, по сути, волновое сопротивление питающей линии. Денормировка осуществляется по правилу:

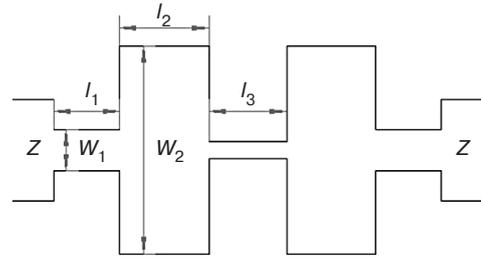
$$R_k = R_H g_k, C_k = \frac{g_k}{R_H \omega_{cp}}, L_k = \frac{g_k R_H}{\omega_{cp}}, \quad (5)$$

где  $R_H$  – сопротивление нагрузки, равное волновому сопротивлению питающей линии.

После расчета параметров эквивалентной схемы необходимо осуществить переход к топологии фильтра на элементах с распределенными параметрами в соответствии с таблицей 5.3 из [10]. Пример топологии пятизвенного ФНЧ на МПЛ приведен на рис. 2. Как видно из рисунка, он образуется линейным полосковым проводником с изменяющейся шириной полоски  $W$  вдоль его длины. Участок  $l_1$  МПЛ имеет большое волновое сопротивление относительно волнового сопротивления  $Z$  подводящей линии, а участок  $l_2$  имеет меньшее волновое сопротивление. Если  $l_1 < \frac{\lambda_{cp}}{8}$  и  $l_2 < \frac{\lambda_{cp}}{8} \left( \lambda_{cp} = \frac{6\pi \cdot 10^8}{\omega_{cp}} \right)$ , где  $\lambda_{cp}$  – длина волны, соответствующая частоте среза, то участок  $l_1$  имеет индуктивное сопротивление, а  $l_2$  – емкостное сопротивление. Поэтому при выборе волнового сопротивления и расчете длин отрезков следует осуществлять проверку выполнения условий выше.

Для обеспечения одноволнового режима в линии (отсутствия поперечного резонанса) целесообразно ширину полоскового проводника выбирать не больше  $\frac{\lambda_{cp}}{4}$ .

Для обеспечения скачка сопротивлений при переходе от индуктивного элемента к емкостному



**Рис. 2.** Топология пятизвенного СВЧ-фильтра нижних частот на МПЛ.  $W_1, W_2$  – ширина полосковых проводников

и наоборот необходимо обеспечить отношение волновых сопротивлений этих элементов не менее чем в 3 раза. Исходя из требуемых волновых сопротивлений, с учетом выполнения описанных условий определяются ширина полосковых проводников, диэлектрическая проницаемость подложки и ее высота.

После выбора волновых сопротивлений и ширины полосковых проводников следует определить длину всех отрезков линии в фильтре. Длина отрезка, реализующего индуктивность, определяется по формуле:

$$L_L = \frac{3 \cdot 10^8}{\omega_{cp} \sqrt{\epsilon}} \arcsin \left( \frac{\omega_{cp} L}{Z_L} \right), \quad (6)$$

а отрезка, реализующего емкость:

$$L_C = \frac{3 \cdot 10^8}{\omega_{cp} \sqrt{\epsilon}} \arcsin \left( \omega_{cp} C Z_C \right), \quad (7)$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость подложки,  $L$  и  $C$  – рассчитанные на этапе низкочастотного прототипирования значения индуктивности и емкости соответственно,  $Z_L$  и  $Z_C$  – волновые сопротивления индуктивного и емкостного отрезков МПЛ соответственно.

Последним этапом проектирования топологии фильтра является корректировка длин его емкостных и индуктивных отрезков линии с учетом влияния конечных емкостей и индуктивностей. Их величины вычитаются из исходных значений индуктивности и емкости для каждого звена фильтра, и с учетом полученных значений по формулам (6) и (7) вновь рассчитывается скорректированная длина отрезков линии.

На всем этапе проектирования наиболее трудоемким является процесс определения геометрических параметров отрезков полосковых проводников исходя из требуемого соотношения волновых сопротивлений линии, которые, впрочем, можно определить по специальным графикам, представленным, например, в [13]. Однако при расчете матрицы рассеяния фильтра СВЧ следует учесть, что все элементы матрицы являются

функциями, зависящими от частоты. Это обуславливает необходимость расчета волновых сопротивлений и постоянных распространения отрезков МПЛ как дисперсионных характеристик, что и приводит к значительному времени счета при моделировании фильтров при помощи коммерческих программ.

## 2. ПРОЕКЦИОННЫЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МПЛ

Для уменьшения вычислительных и временных затрат в [14] рассмотрен проекционный подход, при котором поверхностная плотность тока на полосковом проводнике представляется в виде системы базисных функций в виде полиномов Чебышева, учитывающих особенности поля на краях полоскового проводника. При учете, согласно [14], в разложении продольной составляющей поверхностной плотности тока по «чебышевскому» базису лишь одной базисной функции, можно получить дисперсионное уравнение, из которого определяется коэффициент замедления  $n_0$  МПЛ:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\chi_m^2} (n_0^2 G_m^{\text{Э}} + \alpha_m^2 G_m^{\text{М}}) \right] J_0^2(m\alpha) \sin^2(m\beta) = 0, \quad (8)$$

где  $G_m^{\text{Э}} = \left( \frac{\varepsilon}{\beta_{m1}} \text{ctg}(k_0 \beta_{m1} h) + \frac{1}{\beta_{m2}} \text{ctg}[k_0 \beta_{m2} (b-h)] \right)^{-1}$ ,  $G_m^{\text{М}} = \left( \beta_{m1} \text{ctg}(k_0 \beta_{m1} h) + \beta_{m2} \text{ctg}[k_0 \beta_{m2} (b-h)] \right)^{-1}$  – функции, полученные при решении электрической (Э) и магнитной (М) задач о собственных волнах, соответственно;  $J_0(m\alpha)$  – функция Бесселя;  $m$  – целое число, определяющее структуру поля в МПЛ;  $h$  – высота подложки;  $\beta_{m1} = \sqrt{\varepsilon - \chi_m^2}$ ;  $\beta_{m2} = \sqrt{1 - \chi_m^2}$ ;  $\chi_m^2 = \alpha_m^2 + \Gamma^2$ ;  $\alpha_m = \frac{\pi}{k_0 a} m$ ;  $\alpha = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{W}{a}$ ;  $\beta = \alpha \left( 1 + \frac{S}{W} \right)$ ;  $k_0 = 2\pi f/c$  – волновое число;  $f$  – частота;  $c$  – скорость света в вакууме;  $W$  – ширина полоски;  $a$ ,  $b$  – размеры экрана;  $S$  – расстояние от края полоски до стенки экрана.

Волновое сопротивление  $Z_0$  определяется через мощность, переносимую через поперечное сечение линии, и ток в полосковом проводнике:

$$Z_0 = \frac{240\pi}{k_0 a} n \times \sum_{m=1}^{\infty} \left[ - \left( n_0^2 (G_m^{\text{Э}})' + \alpha_m^2 (G_m^{\text{М}})' \right) + \frac{\alpha_m^2}{\chi_m^2} (G_m^{\text{М}} - G_m^{\text{Э}}) \right] \times \times \frac{1}{\chi_m^2} J_0^2(m\alpha) \sin^2(m\beta), \quad (9)$$

где  $(G_m^{\text{Э,М}})'$  – производная функции  $G_m^{\text{Э,М}}$  по  $n_0^2$ .

В [9] учтена проблема, связанная с расчетом коэффициента замедления и волнового сопротивления экранированной МПЛ по формулам (8) и (9) – ряды, входящие в данные выражения, сходятся медленно, что приводит к значительному времени расчета параметров, необходимого для обеспечения сходимости рядов. Поэтому в [9] предложены простые формулы для расчета основных электродинамических параметров линии в квазистатическом приближении и определены границы применимости указанных формул. На основе полученных выражений учтена зависимость коэффициента замедления и волнового сопротивления от частоты и предложены простые формулы для расчета дисперсионных характеристик экранированной МПЛ:

$$n(f) \approx \xi_n n_0(f), \quad Z(f) \approx \xi_Z Z_0(f), \quad (10)$$

где  $Z_0(f)$  – волновое сопротивление, рассчитанное в «первом приближении» на некоторой частоте  $f$ ;  $\xi_n$ ,  $\xi_Z$  – коэффициенты, зависящие от ширины полоскового проводника и определяющиеся по аппроксимационным формулам:

$$\xi_n \approx \begin{cases} 1, & \text{при } W/h < 2, \\ 1 + 3.6 \cdot 10^{-3} (W/h - 2), & \text{при } 2 \leq W/h \leq 10, \end{cases} \quad (11)$$

$$\xi_Z \approx \begin{cases} 1, & \text{при } W/h < 2, \\ 1 - 8.725 \cdot 10^{-3} (W/h - 2), & \text{при } 2 \leq W/h \leq 10. \end{cases}$$

С учетом предложенных формул в таблице приведены значения постоянной распространения и волнового сопротивления МПЛ в широком диапазоне изменения ширины полоскового проводника, диэлектрической проницаемости подложки и частоты. В первых строках каждой ячейки приведены значения постоянной распространения  $\Gamma = nk_0$  и волнового сопротивления  $Z$  для линии с кварцевой подложкой ( $\varepsilon = 3.8$ ), во вторых строках – для линии с поликоровой подложкой ( $\varepsilon = 9.6$ ), а в третьих строках – для линии с арсенид-галлиевой подложкой ( $\varepsilon = 13.3$ ). При этом следует учесть, что ширина полоскового проводника и частота являются нормированными к высоте подложки  $h$  для унификации значений электродинамических параметров линии. Данные таблицы позволят инженеру-разработчику, исходя из заданной частоты среза, определиться с материалом и высотой подложки, а также геометрическими параметрами топологии фильтра СВЧ. Также приведенные для выбранных геометрических и физических параметров фильтра численные значения постоянной распространения и коэффициента замедления необходимы для расчета элементов матрицы рассеяния.

**Таблица.** Постоянная распространения и волновое сопротивление МПЛ

$f/h, \text{ГГц} \cdot \text{мм}$		0.1	1	3	5	7	10	15
$W/h = 0.1$	$\Gamma$	0.19	1.93	5.79	9.67	13.57	19.45	29.38
		0.29	2.90	8.72	14.60	20.55	29.63	45.15
		0.34	3.37	10.16	17.04	24.03	34.72	53.13
	$Z$	163.70	163.71	163.85	164.16	164.67	165.81	168.81
		109.01	108.99	109.05	109.34	109.92	111.45	116.12
		93.66	93.63	93.68	94.01	94.70	96.56	102.46
$W/h = 0.5$	$\Gamma$	0.20	1.97	5.92	9.90	13.90	19.97	30.26
		0.30	2.98	8.99	15.10	21.31	30.85	47.28
		0.35	3.48	10.50	17.67	25.01	36.31	55.92
	$Z$	101.64	101.65	101.75	102.00	102.40	103.29	105.57
		67.23	67.21	67.23	67.44	67.90	69.06	72.36
		57.69	57.66	57.67	57.91	58.44	59.83	63.82
$W/h = 1$	$\Gamma$	0.20	2.01	6.03	10.09	14.18	20.40	30.97
		0.30	3.05	9.22	15.51	21.94	31.83	48.90
		0.36	3.56	10.79	18.20	25.81	37.58	57.96
	$Z$	75.74	75.74	75.82	76.03	76.36	77.09	78.91
		49.82	49.80	49.80	49.97	50.35	51.31	53.82
		42.70	42.67	42.66	42.86	43.31	44.42	47.31
$W/h = 1.5$	$\Gamma$	0.20	2.03	6.12	10.24	14.41	20.74	31.51
		0.31	3.11	9.41	15.85	22.44	32.59	50.09
		0.36	3.63	11.02	18.63	26.44	38.53	59.40
	$Z$	61.45	61.45	61.52	61.69	61.98	62.61	64.13
		40.24	40.21	40.21	40.37	40.70	41.51	43.51
		34.46	34.42	34.41	34.60	34.99	35.93	38.16
$W/h = 2$	$\Gamma$	0.21	2.06	6.19	10.37	14.59	21.02	31.95
		0.32	3.16	9.56	16.12	22.85	33.20	50.98
		0.37	3.69	11.22	18.98	26.96	39.28	60.46
	$Z$	52.01	52.01	52.06	52.22	52.48	53.05	54.36
		33.93	33.91	33.91	34.07	34.40	35.15	36.89
		29.03	29.00	28.99	29.17	29.54	30.36	32.16
$W/h = 3$	$\Gamma$	0.21	2.09	6.31	10.57	14.88	21.45	32.61
		0.32	3.23	9.80	16.55	23.47	34.08	52.22
		0.38	3.79	11.52	19.51	27.73	40.35	61.89
	$Z$	40.06	40.05	40.10	40.23	40.46	40.93	41.97
		25.99	25.97	25.98	26.15	26.46	27.09	28.41
		22.21	22.18	22.19	22.37	22.69	23.34	24.60
$W/h = 4$	$\Gamma$	0.21	2.12	6.39	10.72	15.10	21.76	33.06
		0.33	3.29	9.99	16.87	23.91	34.69	53.01
		0.38	3.85	11.75	19.90	28.26	41.06	62.78
	$Z$	32.71	32.71	32.75	32.87	33.08	33.49	34.35
		21.14	21.12	21.15	21.32	21.60	22.14	23.17
		18.05	18.03	18.05	18.22	18.51	19.04	19.99
$W/h = 5$	$\Gamma$	0.21	2.14	6.46	10.83	15.26	22.00	33.40
		0.33	3.33	10.13	17.11	24.24	35.12	53.55
		0.39	3.91	11.92	20.19	28.65	41.56	63.36
	$Z$	27.70	27.70	27.74	27.86	28.04	28.41	29.13
		17.85	17.84	17.88	18.05	18.30	18.75	19.56
		15.24	15.21	15.24	15.42	15.67	16.12	16.87
$W/h = 6$	$\Gamma$	0.22	2.16	6.51	10.93	15.39	22.18	33.64
		0.34	3.37	10.24	17.30	24.49	35.44	53.94
		0.39	3.95	12.06	20.42	28.95	41.92	63.78
	$Z$	24.06	24.05	24.09	24.21	24.38	24.71	25.33
		15.47	15.45	15.50	15.67	15.89	16.27	16.92
		13.19	13.17	13.21	13.38	13.61	13.99	14.61

Таблица. Продолжение

$fh, \Gamma\Gamma_{\text{Ц}} \cdot \text{мм}$		0.1	1	3	5	7	10	15
$W/h = 7$	$\Gamma$	0.22	2.17	6.56	11.00	15.50	22.32	33.84
		0.34	3.40	10.33	17.45	24.69	35.69	54.23
		0.40	3.99	12.17	20.60	29.17	42.19	64.09
	$Z$	21.27	21.27	21.31	21.42	21.58	21.88	22.42
		13.65	13.64	13.70	13.85	14.05	14.36	14.90
		11.64	11.62	11.67	11.83	12.04	12.37	12.91
$W/h = 8$	$\Gamma$	0.22	2.19	6.60	11.06	15.59	22.44	33.99
		0.34	3.42	10.41	17.57	24.84	35.88	54.45
		0.40	4.02	12.27	20.74	29.35	42.40	64.32
	$Z$	19.08	19.08	19.12	19.23	19.38	19.65	20.13
		12.23	12.23	12.28	12.42	12.59	12.86	13.31
		10.42	10.41	10.46	10.61	10.80	11.09	11.57
$W/h = 10$	$\Gamma$	0.22	2.20	6.65	11.16	15.72	22.62	34.21
		0.34	3.46	10.53	17.75	25.07	36.16	54.76
		0.40	4.07	12.41	20.96	29.62	42.71	64.65
	$Z$	15.84	15.83	15.88	15.98	16.11	16.33	16.72
		10.12	10.12	10.18	10.30	10.43	10.63	10.98
		8.63	8.61	8.68	8.81	8.97	9.21	9.60

Для определения численных значений постоянной распространения и волнового сопротивления в пределах двух соседних частот, их можно аппроксимировать линейной функцией. Это позволяет с достаточной степенью точности рассчитывать элементы матрицы рассеяния.

### 3. РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ МАТРИЦЫ РАССЕЙНИЯ МНОГОКАСКАДНОГО ФНЧ

Согласно [12], наиболее удобным подходом к расчету матрицы рассеяния многокаскадных фильтров СВЧ является переход к матрицам передачи, рассчитанным в отдельности для каждой нерегулярности в фильтре, их перемножение, а затем обратный переход от итоговой матрицы передачи к итоговой матрице рассеяния. Рассмотрим более подробно расчет матрицы рассеяния и передачи для  $i$ -го ступенчатого перехода, изображенного на рис. 3.

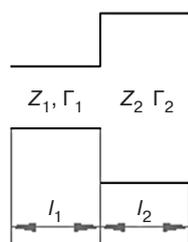


Рис. 3. Топология ступенчатого перехода МПЛ.  
 $Z_1, Z_2$  – волновое сопротивление отрезка МПЛ;  
 $\Gamma_1, \Gamma_2$  – постоянные распространения этого отрезка

При подключении источника к левому плечу, а нагрузки – к правому, будем полагать, что

сопротивление источника  $Z_{\text{н}}(f) = Z_1(f)$ , а сопротивление нагрузки  $Z_{\text{н}}(f) = Z_2(f)$ . В этом случае коэффициент отражения от первого плеча  $S_{11}$  и коэффициент передачи из первого плеча во второе  $S_{21}$  будут являться функциями от частоты и определяться как:

$$S_{11}(f) = \frac{Z_2(f) - Z_1(f)}{Z_2(f) + Z_1(f)} e^{-i\Gamma_1(f)2l_1}, \quad (12)$$

$$S_{21}(f) = \sqrt{1 - |S_{11}(f)|^2} e^{-i(\Gamma_1(f)l_1 + \Gamma_2(f)l_2)} = \frac{2\sqrt{Z_1(f)Z_2(f)}}{Z_2(f) + Z_1(f)} e^{-i(\Gamma_1(f)l_1 + \Gamma_2(f)l_2)}. \quad (13)$$

Аналогичные выражения можно получить для коэффициента отражения от второго плеча  $S_{22}$  и коэффициента передачи из второго плеча в первое  $S_{12}$ , заменив в выражениях (12) и (13) индекс 1 на 2, а индекс 2 – на 1:

$$S_{22}(f) = \frac{Z_1(f) - Z_2(f)}{Z_1(f) + Z_2(f)} e^{-i\Gamma_2(f)2l_2}, \quad (14)$$

$$S_{12}(f) = \sqrt{1 - |S_{22}(f)|^2} e^{-i(\Gamma_2(f)l_2 + \Gamma_1(f)l_1)} = \frac{2\sqrt{Z_2(f)Z_1(f)}}{Z_1(f) + Z_2(f)} e^{-i(\Gamma_2(f)l_2 + \Gamma_1(f)l_1)}. \quad (15)$$

Таким образом, матрицу рассеяния  $S_i$  для ступенчатого перехода можно представить в виде:

$$\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} \frac{Z_2(f) - Z_1(f)}{Z_2(f) + Z_1(f)} e^{-i\Gamma_1(f)2l_1} & \frac{2\sqrt{Z_2(f)Z_1(f)}}{Z_1(f) + Z_2(f)} e^{-i(\Gamma_2(f)l_2 + \Gamma_1(f)l_1)} \\ \frac{2\sqrt{Z_1(f)Z_2(f)}}{Z_2(f) + Z_1(f)} e^{-i(\Gamma_1(f)l_1 + \Gamma_2(f)l_2)} & \frac{Z_1(f) - Z_2(f)}{Z_1(f) + Z_2(f)} e^{-i\Gamma_2(f)2l_2} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Переход от матрицы рассеяния  $\mathbf{S}_i$  к матрице передачи  $\mathbf{T}_i$ , согласно [12], осуществляется по правилу:

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} T_{11}(f) & T_{12}(f) \\ T_{21}(f) & T_{22}(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{S_{22}(f)}{S_{21}(f)} \\ \frac{S_{11}(f)}{S_{21}(f)} & S_{12}(f) - \frac{S_{11}(f)S_{22}(f)}{S_{21}(f)} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

После расчета матрицы передачи  $\mathbf{T}_i$  для каждой  $i$ -й нерегулярности в топологии фильтра можно получить итоговую матрицу передачи ФНЧ  $\mathbf{T}$  путем перемножения матриц передачи всех его нерегулярностей:

$$\mathbf{T} = \prod_{i=1}^{N+1} \mathbf{T}_i. \quad (18)$$

Переход к матрице рассеяния ФНЧ  $\mathbf{S}$  от матрицы передачи  $\mathbf{T}$  осуществляется, согласно [12], по правилу:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{T_{21}(f)}{T_{11}(f)} & T_{22}(f) - \frac{T_{21}(f)T_{12}(f)}{T_{11}(f)} \\ 1 & -\frac{T_{12}(f)}{T_{11}(f)} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

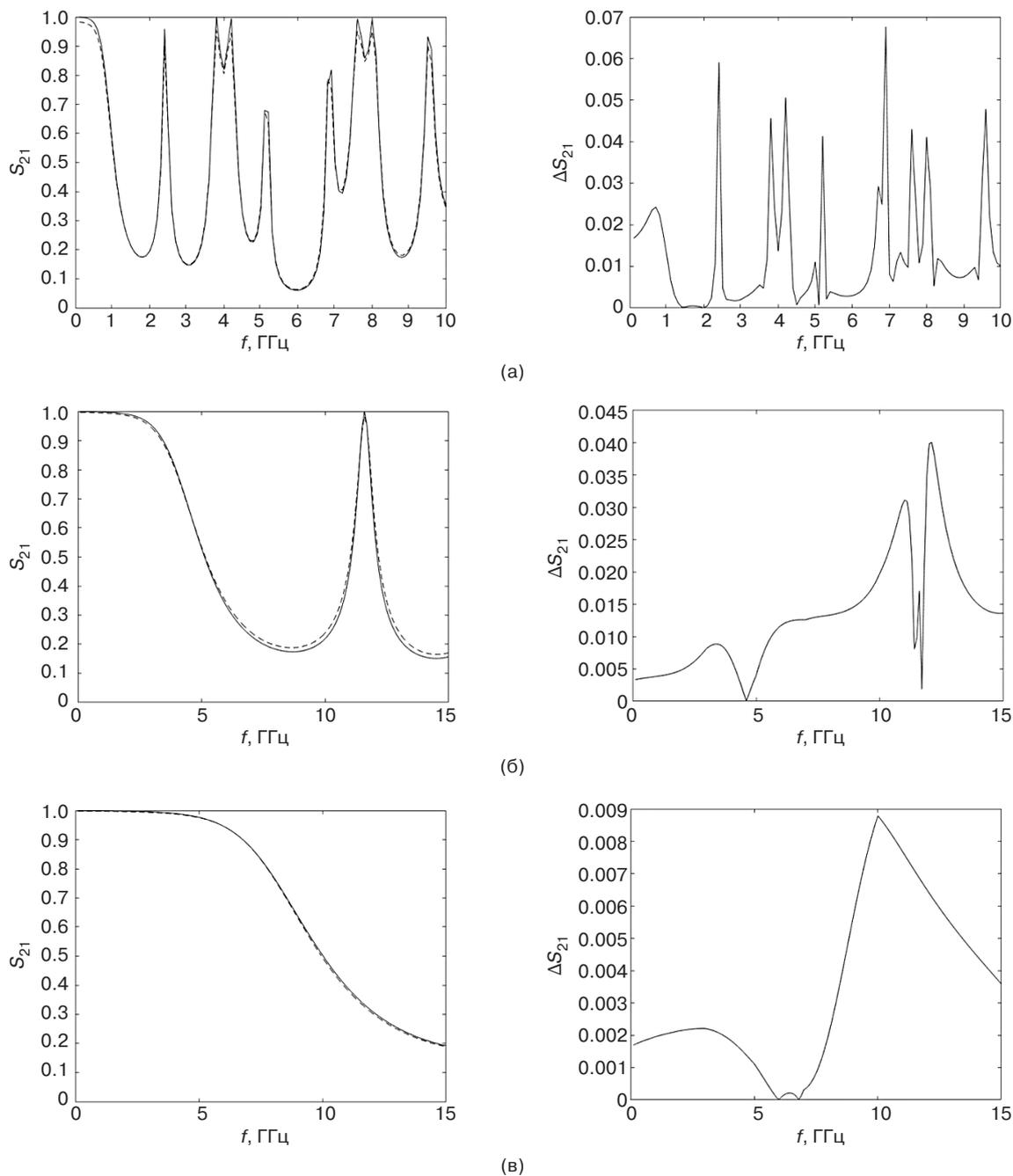
#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

На основании приведенного алгоритма с использованием языка программирования *GNU Octave*<sup>1</sup> разработана компьютерная программа, позволяющая проводить расчет характеристик ФНЧ в широком диапазоне изменения ширины полоскового проводника ( $0.1 \leq W/h \leq 10$ ), диэлектрической проницаемости подложки ( $2 \leq \epsilon \leq 20$ ) и частоты ( $0.1 \text{ ГГц} \leq f \leq 15 \text{ ГГц}$ ). Структура программы включает в себя основное тело, в котором происходят математические вычисления согласно приведенному в данной работе алгоритму, а также подпрограмму для аппроксимации данных из таблицы по частоте и диэлектрической проницаемости. По результатам работы программы проведен расчет ФНЧ при различной частоте среза (1, 5 и 10 ГГц) и проведено сравнение его характеристик с результатами расчета при помощи коммерческих программ. На рис. 4 представлены амплитудно-частотные характеристики соответствующих фильтров (слева, сплошная линия – расчет фильтра при помощи предложенного

подхода, пунктирная линия – расчет фильтра при помощи коммерческой программы) и значения абсолютной погрешности расчета коэффициента передачи (справа). Время расчета коэффициента передачи при помощи предложенного подхода составляет лишь несколько секунд, в то время как на расчет коэффициента передачи при помощи коммерческой программы было затрачено несколько минут.

Исходя из анализа полученных графиков, можно сделать вывод, что абсолютное значение погрешности коэффициента передачи во всем исследуемом диапазоне не превышает 0.08. При этом для ФНЧ с частотой среза 1 ГГц максимальное значение абсолютной погрешности коэффициента передачи наблюдается в полосе заграждения на частоте 7 ГГц и составляет 0.072. Для ФНЧ с частотой среза 5 ГГц максимальное значение погрешности коэффициента передачи на частоте 12 ГГц составляет 0.04, а для ФНЧ с частотой среза 10 ГГц на частоте 10 ГГц составляет 0.008.

<sup>1</sup> <https://octave.org/>. Дата обращения 20.03.2025. / Accessed March 20, 2025.



**Рис. 4.** Амплитудно-частотные характеристики ФНЧ при частоте среза:  
(а) 1 ГГц, (б) 5 ГГц, (в) 10 ГГц

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На базе проекционной модели МПЛ проведена разработка микрополоскового ФНЧ и проведен расчет его матрицы рассеяния. Исследована точность полученных результатов путем сравнения коэффициента передачи разработанного фильтра с его моделью, построенной с использованием современных систем автоматизированного проектирования. На базе проведенного сравнения рассчитана абсолютная погрешность коэффициента передачи в широкой полосе частот до 15 ГГц, которая для

различных частот среза фильтра не превышает 0.08. Использование проекционного подхода позволяет значительно (в десятки раз) сократить время расчета коэффициентов отражения и передачи для каждой пары плеч многополюсника СВЧ при достижении достаточно высокой точности полученных результатов.

**Вклад авторов.** Все авторы в равной степени внесли свой вклад в исследовательскую работу.

**Authors' contribution.** All authors equally contributed to the research work.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров И.А. Фильтры СВЧ с использованием широкополосных согласующих структур. *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2011;14(1):51–56.
2. Ламанов Ю.А., Кудрявцева Т.О., Дроботун Н.Б. Разработка и исследование микрополоскового фильтра низких частот с высокой крутизной спада АЧХ. *Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники (Доклады ТУСУР)*. 2021;24(2):7–13. <https://doi.org/10.21293/1818-0442-2021-24-2-7-13>
3. *Справочник по элементам полосковой техники*; под ред. А.Л. Фельдштейна. М.: Связь; 1979. 336 с.
4. Гупта К., Гардж Р., Чадха Р. *Машинное проектирование СВЧ устройств*: пер. с англ. М.: Радио и связь; 1987. 432 с.
5. Лопатин В.В., Хворенко В.В. Моделирование и реализация микрополоскового фильтра. В сб.: *Информационные технологии в науке, промышленности и образовании: сборник трудов научно-технической конференции*. Ижевск; 2021. С. 166–176.
6. Коваленко А.Н. Проекционный метод построения электродинамических моделей полосковых линий. *Радиотехника и электроника*. 2019;64(2):108–115. <https://doi.org/10.1134/S0033849419020128>
7. Коваленко А.Н., Ярлыков А.Д. Численный анализ экранированной микрополосковой линии. В сб.: *Актуальные проблемы и перспективы развития радиотехнических и инфокоммуникационных систем (Радиоинфоком-2021): Сборник научных статей V Международной научно-практической конференции*. М.: РТУ МИРЭА; 2021. С. 331–334.
8. Коваленко А.Н., Ярлыков А.Д. Повышение эффективности проекционных моделей полосковых линий. *Радиотехника и электроника*. 2021;66(9):837–844. <https://doi.org/10.31857/S0033849421090084>
9. Коваленко А.Н., Ярлыков А.Д. Аналитические выражения для электродинамических параметров экранированной микрополосковой линии. *Russian Technological Journal*. 2021;9(4):68–76. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-4-68-76>
10. Фуско В. *СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование*: пер. с англ. М.: Радио и связь; 1990. 288 с.
11. Магтей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т. *Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи*: пер. с англ. М.: Связь; 1972. Т. 1. 496 с.
12. Костин М.С., Ярлыков А.Д. *Устройства и модули сверхвысоких частот*. М., Вологда: Инфра-Инженерия; 2022. 400 с.
13. Малорацкий Л.Г., Явич Л.Р. *Проектирование и расчет СВЧ-элементов на полосковых линиях*. М.: Советское радио; 1972. 232 с.
14. Коваленко А.Н. Собственные волны микрополосковой линии. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1978;21(2):188–194.

## REFERENCES

1. Petrov I.A. Microwave filters with use broadband matching structures. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy = Physics of Wave Processes and Radio Systems*. 2011;14(1):51–56 (in Russ.).
2. Lamanov Yu.A., Kudryavtseva T.O., Drobotun N.B. Design and Research Process of Microstrip Low-Pass Filters with High Slope Steepness. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki (Doklady TUSUR) = Proceedings of TUSUR University*. 2021;24(2):7–13 (in Russ.).
3. Fel'dshtein A.L. (Ed.). *Spravochnik po elementam poloskovoi tekhniki (Handbook of Elements of Strip Technology)*. Moscow: Svjaz'; 1979. 336 p. (in Russ.).
4. Gupta K.C., Garg R., Chadha R. *Mashinnoe proektirovanie SVCh ustroystv (Computer-aided Design of Microwave Circuits)*: transl. from Engl. Moscow: Radio i svjaz'; 1987. 432 p. (in Russ.).  
[Gupta K.C., Garg R., Chadha R. *Computer-aided Design of Microwave Circuits*. Dedham, Mass.: Artech House Inc.; 1981. 636 p.]
5. Lopatin V.V., Khvorenko V.V. Modeling and implementation of a microstrip filter. In: *Information Technologies in Science, Industry and Education: collection of papers of the Scientific and Technical Conference*. Izhevsk; 2021. P. 166–176 (in Russ.).
6. Kovalenko A.N. Projection method for constructing full-wave models of striplines. *J. Commun. Technol. Electron*. 2019;64(2):93–99. <https://doi.org/10.1134/S1064226919020128>  
[Original Russian Text: Kovalenko A.N. Projection method for constructing full-wave models of striplines. *Radiotekhnika i elektronika*. 2019;64(2):108–115 (in Russ.). <https://doi.org/10.1134/S0033849419020128> ]
7. Kovalenko A.N., Yarlykov A.D. Numerical analysis of a shielded microstrip line. In: *Actual Problems and Prospects for the Development of Radio Engineering and Infocommunication Systems (Radioinfocom-2021): Proceedings of the 5th International Scientific and Practical Conference*. Moscow: RTU MIREA; 2021. P. 331–334 (in Russ.).
8. Kovalenko A.N., Yarlykov A.D. Increasing the efficiency of projection models of strip lines. *J. Commun. Technol. Electron*. 2021;66(9):997–1003. <https://doi.org/10.31857/S0033849421090084>  
[Original Russian Text: Kovalenko A.N., Yarlykov A.D. Increasing the efficiency of projection models of strip lines. *Radiotekhnika i elektronika*. 2021;66(9):837–844 (in Russ.). <https://doi.org/10.31857/S0033849421090084> ]
9. Kovalenko A.N., Yarlykov A.D. Analytical expressions for electrodynamic parameters of the shielded microstrip line. *Russian Technological Journal*. 2021;9(4):68–76 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-4-68-76>
10. Fusco V. *SVCh tsepi. Analiz i avtomatizirovannoe proektirovanie (Microwave Circuits. Analysis and Computer-aided Design)*: transl. from Engl. Moscow: Radio i svjaz'; 1990. 288 p. (in Russ.).  
[Fusco V.F. *Microwave Circuits. Analysis and Computer-aided Design*. Prentice Hall; 1986. 358 p.]

11. Matthaei G.L., Yong L., Jones E.M.T. *Fil'try SVCh, soglasuyushchie tsepi i tsepi svyazi (Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures)*; transl. from Engl. Moscow: Svyaz'; 1972. V. 2. 496 p. (in Russ.). [Matthaei G.L., Yong L., Jones E.M.T. *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*. McGraw-Hill; 1964. 1096 p.]
12. Kostin M.S., Yarlykov A.D. *Ustroistva i moduli sverkhvysokikh chastot (Devices and Modules of Ultra-High Frequencies)*. Moscow, Vologda: Infra-Inzheneriya; 2022. 400 p. (in Russ.).
13. Maloratskii L.G., Yavich L.R. *Proektirovanie i raschet SVCh-elementov na poloskovykh liniyakh (Design and Calculation of Microwave Elements on Strip Lines)*. Moscow: Sovetskoe radio; 1972. 232 p. (in Russ.).
14. Kovalenko A.N. Natural modes of a microstrip line. *Radiophys. Quantum Electron.* 1978;21(2):128–133. <https://doi.org/10.1007/BF01078702>  
[Original Russian Text: Kovalenko A.N. Natural modes of a microstrip line. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Radiofizika.* 1978;21(2):188–194 (in Russ.).]

#### Об авторах

**Ярлыкoв Алексей Дмитриевич**, старший преподаватель, кафедра радиоволновых процессов и технологий, Институт радиоэлектроники и информатики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: [yarlykov@mirea.ru](mailto:yarlykov@mirea.ru). Scopus Author ID 57290652000, SPIN-код РИНЦ 3450-1587, <https://orcid.org/0000-0002-7232-8588>

**Демин Олег Александрович**, ассистент, кафедра радиоволновых процессов и технологий, Институт радиоэлектроники и информатики, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: [demin\\_o@mirea.ru](mailto:demin_o@mirea.ru). <https://orcid.org/0000-0002-9864-5338>

#### About the Authors

**Alexey D. Yarlykov**, Senior Lecturer, Department of Radio Wave Processes and Technologies, Institute of Radio Electronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: [yarlykov@mirea.ru](mailto:yarlykov@mirea.ru). Scopus Author ID 57290652000, RSCI SPIN-code 3450-1587, <https://orcid.org/0000-0002-7232-8588>

**Oleg A. Demin**, Assistant, Department of Radio Wave Processes and Technologies, Institute of Radio Electronics and Informatics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: [demin\\_o@mirea.ru](mailto:demin_o@mirea.ru). <https://orcid.org/0000-0002-9864-5338>