

Математическое моделирование  
Mathematical modeling

УДК 51.7

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-1-144-156>

EDN WPRKRW



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Многофакторный дискриминантный анализ электрокардиограммы

П.А. Сахарова<sup>®</sup>,  
В.А. Баландин

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

<sup>®</sup> Автор для переписки, e-mail: [polinka6777@gmail.com](mailto:polinka6777@gmail.com)

### Резюме

**Цели.** Статья посвящена исследованию variability сердечного ритма с помощью многофакторного дискриминантного анализа. Дискриминантный анализ является эффективным статистическим методом классификации, позволяющим разбивать объекты на группы исходя из различий между характеризующими эти объекты параметрами. Эффективность многофакторного дискриминантного анализа, который активно используется в медицине для диагностики сердечно-сосудистых патологий, обусловлена широким набором анализируемых параметров: статистических, спектральных и автокорреляционных. Цель работы – выявление методом дискриминантного анализа параметров вариационной пульсометрии, которые обеспечивают наилучшее различие между здоровыми пациентами и пациентами с аритмией.

**Методы.** В качестве исходных данных использовались длительности кардиоинтервалов пациентов возраста 63–72 лет, размещенные в открытой базе биомедицинских сигналов PhysioNet.org. При выборе аргументов дискриминантной функции преимущество отдавалось слабо коррелирующим между собой параметрам, имеющим нормальное распределение и различающимся у здоровых и больных пациентов. Статистическая значимость различий между параметрами двух групп проверялась с помощью *t*-критерия Стьюдента и *U*-критерия Манна – Уитни.

**Результаты.** Получены две дискриминантные функции: первая зависела от трех временных параметров; вторая, помимо временных, включала один спектральный и один автокорреляционный. В обоих случаях были рассчитаны средние значения дискриминантной функции для здоровых и больных пациентов. Статистическая значимость различий средних значений дискриминантной функции в двух группах исследовалась с помощью *t*-критерия Стьюдента.

**Выводы.** Показано, что значения первой дискриминантной функции незначительно различаются у здоровых и больных пациентов, в то время как включение автокорреляционного и спектрального параметров в число аргументов дискриминантной функции обеспечивает выраженные и статистически значимые различия между пациентами двух групп. Тем самым продемонстрирована высокая значимость спектральных и автокорреляционных параметров в диагностике аритмии.

**Ключевые слова:** variability сердечного ритма, вариационная пульсометрия, спектральный анализ, автокорреляционный анализ, RR-интервалы, многофакторный дискриминантный анализ, дискриминантная функция

• Поступила: 26.03.2024 • Доработана: 09.06.2024 • Принята к опубликованию: 10.12.2024

**Для цитирования:** Сахарова П.А., Баландин В.А. Многофакторный дискриминантный анализ электрокардиограммы. *Russian Technological Journal*. 2025;13(1):144–156. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-1-144-156>, <https://elibrary.ru/WPRKRW>

**Прозрачность финансовой деятельности:** Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## RESEARCH ARTICLE

# Multivariate discriminant analysis of the electrocardiogram

Polina A. Sakharova<sup>@</sup>,  
Vyacheslav A. Balandin

MIREA – Russian Technological University, Moscow, 119454 Russia

<sup>@</sup> Corresponding author, e-mail: [polinka6777@gmail.com](mailto:polinka6777@gmail.com)

### Abstract

**Objectives.** The article presents a study of heart rate variability using multivariate discriminant analysis. Representing an effective statistical method of classification, discriminant analysis can be used to divide objects into groups based on differences in the parameters characterizing these objects. The effectiveness of multivariate discriminant analysis, which is actively used in medicine to diagnose cardiovascular pathologies, is due to the wide range of analyzed parameters: statistical, spectral, and autocorrelation. The aim of the work is to identify the parameters of variational pulsometry, which provide the best distinction between healthy patients and patients with arrhythmia, by means of discriminant analysis.

**Methods.** The durations of cardiac intervals of patients aged 63–72 years, which had been placed in the open database of biomedical signals PhysioNet.org, were used as initial data. When selecting the arguments of the discriminant function, priority was given to parameters that were weakly correlated with each other, had a normal distribution, and differed between healthy and ill patients. The statistical significance of differences between the parameters of the two groups was tested using Student's *t*-test and Mann–Whitney *U* test.

**Results.** Two discriminant functions were obtained: the first depended on three time-domain parameters, while the second included one spectral and one autocorrelation parameter in addition to time-domain parameters. In both cases, the average values of the discriminant function for healthy and sick patients were calculated. The statistical significance of differences in the average values of the discriminant function in the two groups was investigated using Student's *t*-test.

**Conclusions.** The values of the first discriminant function are shown to differ insignificantly between healthy and sick patients, while the inclusion of autocorrelation and spectral parameters in the number of arguments of the discriminant function provides pronounced and statistically significant differences between patients of the two groups. Thus, the high significance of spectral and autocorrelation parameters in arrhythmia diagnosis was demonstrated.

**Keywords:** heart rate variability, variational pulsometry, spectral analysis, autocorrelation analysis, RR-intervals, multivariate discriminant analysis, discriminant function

• Submitted: 26.03.2024 • Revised: 09.06.2024 • Accepted: 10.12.2024

**For citation:** Sakharova P.A., Balandin V.A. Multivariate discriminant analysis of the electrocardiogram. *Russian Technological Journal*. 2025;13(1):144–156. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-1-144-156>, <https://elibrary.ru/WPRKRW>

**Financial disclosure:** The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

## ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день сердечно-сосудистые заболевания (ССЗ) являются основной причиной смерти людей во всем мире [1]. Среди них особое место занимают заболевания, связанные с нарушениями ритма сердца – различные аритмии [2]. По статистике около трети людей, имеющих ССЗ, страдают аритмией [3]. Ввиду высоких показателей смертности от ССЗ становится особенно актуальной своевременная диагностика нарушений работы сердечно-сосудистой системы.

Основным способом диагностики ССЗ наряду с традиционным амплитудно-временным анализом является изучение вариабельности сердечного ритма (ВСР) [4]. Для количественного определения показателей ВСР используются различные методы, из которых можно выделить следующие [5]:

- 1) методы, в основе которых лежат статистические преобразования: к ним относится временной анализ ВСР, числовыми характеристиками которого являются среднее значение длительности кардиоинтервалов (RR normal-to-normal interval, RRNN); среднее квадратичное отклонение (СКО) сердечного цикла (standard deviation of normal-to-normal intervals, SDNN); процент числа пар последовательных кардиоинтервалов, отличающихся более чем на 50 мс (percentage of consecutive normal-to-normal intervals that differ by more than 50 ms, pNN50); квадратный корень из средней суммы квадратов разности величин последовательных пар кардиоинтервалов (root mean square of the successive differences, RMSSD);
- 2) геометрические методы, включающие скаттерграфию и гистографический анализ, объектами которого являются: мода (Мо) – значение длительности кардиоинтервала, которое встречается наиболее часто в выборке; амплитуда моды (АМо) – доля кардиоинтервалов (в %), которые попадают в модальный интервал; коэффициент вариации (в %)  $CV = \frac{СКО}{RRNN}$ , вариационный размах (delta RR interval, dRR) – разница между максимальным и минимальным значениями кардиоинтервалов, а также набор индексов, из которых наибольшее распространение получил индекс напряжения регуляторных систем Баевского  $ИН = \frac{АМо}{2Мо \cdot dRR}$ ;

- 3) методы анализа волновой структуры:

- спектральный метод, анализирующий мощность спектра RR-интервалов в области очень низких частот 0.004–0.03 Гц (very low frequency, VLF), низких частот 0.04–0.15 Гц (low frequency, LF), высоких частот 0.15–0.40 Гц (high frequency, HF),

нормализованные значения последних двух параметров ( $LF_{norm}$ ,  $HF_{norm}$ ), индекс централизации ИЦ =  $(HF + LF)/VLF$  и индекс вагосимпатического взаимодействия LF/HF;

- автокорреляционный метод, рассчитывающий номер сдвига, при котором автокорреляционная функция впервые становится отрицательной (C0), и значение автокорреляционной функции при первом сдвиге (C1).

Описание параметров и их диагностическая значимость подробно даны в работе [6].

Данные параметры рассчитываются по ритмограммам, которые получают из электрокардиограммы (ЭКГ) как временные разности между появлением последовательных R-зубцов. На рис. 1<sup>1</sup> показано, как интервалы между появлением R-зубцов на ЭКГ откладываются на ритмограмме по оси ординат и нумеруются по оси абсцисс.

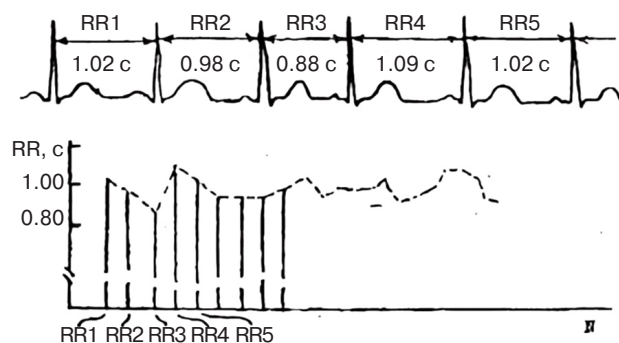


Рис. 1. Получение ритмограммы из исходной ЭКГ

Полученные значения показателей анализируются рядом статистических методов для установления значимых отличий у здоровых и больных пациентов. Среди таких методов важное место занимает многофакторный дискриминантный анализ (МДА), заключающийся в построении линейной комбинации наиболее информативных признаков, которая наилучшим образом обеспечивала бы различие между группами. Эффективность применения МДА в кардиологии продемонстрирована, в частности, в работе [7], результатом которой стала модель распределения детей и подростков по группам с различными состояниями сердечно-сосудистой системы, обеспечивающая точность 98.1%.

В работе [8] показано, что значимость МДА на основе только статистических параметров вариационной пульсометрии существенно зависит от вида

<sup>1</sup> Методическая разработка практического занятия по патофизиологии для студентов 3 курса лечебного и педиатрического факультетов. <https://patfizo.narod.ru/read/heartprakt.htm>. Дата обращения 05.06.2024. [Methodical development of practical training on pathophysiology for 3rd year students of general medicine and pediatrics departments. <https://patfizo.narod.ru/read/heartprakt.htm> (in Russ.). Accessed June 05, 2024.]

**Таблица 1.** Показатели ВСР здорового пациента при различных длительностях записи ЭКГ

Параметр	Продолжительность							
	1 мин	2 мин	5 мин	10 мин	15 мин	20 мин	30 мин	Норма [8]
ЧСС*, уд/мин	82	82	79	78	79	80	81	60–90
RRNN, мс	736	734	760	773	764	751	744	660–937
dRR, мс	125	172	250	250	289	312	312	310–450
SDNN, мс	26	32	46	42	49	52	54	40–80
Mo, мс	750	750	750	789	789	750	750	870–930
AMo, %	59	48	45	45	40	37	35	32–38
CV, %	3.5	4.4	6	5.5	6.4	6.9	7.2	3–12
pNN50, %	7.2	6.7	6.1	5.4	4.7	4.6	5.6	1–9
RMSSD, мс	27.7	26.1	26.5	25.6	24.7	24.7	25.7	20–50
ИН, у.е.	315	186	120	115	87	78	75	80–150

\* ЧСС – частота сердечных сокращений.

патологии сердечной деятельности. В частности, при аритмии различие между значениями дискриминантной функции (ДФ) здоровых и больных пациентов составляет ~25%, что существенно ниже, чем, например, для хронической сердечной недостаточности.

Цель данного исследования состоит в выявлении из вышеперечисленных признаков наиболее информативных, которые бы существенно увеличили различия ДФ при наличии или отсутствии аритмии.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Исходными материалами для работы явились фрагменты результатов ЭКГ-обследования, а именно – длительности RR-интервалов. Эти записи были получены из открытой базы биомедицинских сигналов PhysioBank портала PhysioNet<sup>2</sup>. Данные о здоровых пациентах взяты из базы сигналов Normal Sinus Rhythm RR Interval Database. Записи больных пациентов с диагнозом «аритмия» были взяты из базы MIT-BIH Arrhythmia Database, которая содержит записи ЭКГ с различными нарушениями ритма сердца. Следует отметить, что в этой базе отсутствует дифференциация больных пациентов по видам аритмии. В связи с этим в данном исследовании выбор пациентов был случайным с точки зрения конкретного вида аритмии.

Из приведенных баз в настоящей работе были отобраны 10 здоровых пациентов и 10 пациентов с диагнозом «аритмия». Возраст пациентов составляет 63–72 лет.

Для оценки эффективной длительности записи ЭКГ предварительно были рассчитаны статистические параметры ВСР здорового пациента по ритмограммам продолжительностью 1, 2, 5, 10, 15, 20, 30 мин. Значения наиболее распространенных временных и гистографических показателей приведены в табл. 1.

В колонке «Норма» табл. 1 приведены диапазоны значений параметров ВСР, которые, по мнению авторов [5, 9], соответствуют клинической норме<sup>3</sup>.

В рамках задачи данной работы записи длительностью 1 и 2 мин рассматривать нецелесообразно, поскольку для них значения некоторых показателей (SDNN, AMo, pNN50, dRR) и индекса ИН существенно отличаются от средних значений.

В работе [10] отмечается, что независимо от длительности регистрации при анализе данных в качестве базовых выборок целесообразно использовать 5-минутные сегменты записи. Рассмотрение 2–3 таких последовательных сегментов подтверждает условия стабильности физиологического статуса. При этом для случая нарушений ритма (аритмия) лучше рассматривать запись длительностью не менее 10 мин.

Как видно из табл. 1, параметры SDNN, ИН стабилизируются только при длительности записи 15 мин.

Таким образом, в данной работе для расчета статистических параметров использовались записи длительностью 15 мин.

<sup>2</sup> The Research Resource for Complex Physiologic Signals. <https://physionet.org>. Дата обращения 24.03.2024. [The Research Resource for Complex Physiologic Signals. <https://physionet.org>. Accessed March 24, 2024.]

<sup>3</sup> Анализ variability сердечного ритма. <http://protein.bio.msu.ru/~akula/varCI/VarCI.htm>. Дата обращения 24.03.2024. [Analysis of heart rate variability. <http://protein.bio.msu.ru/~akula/varCI/VarCI.htm> (in Russ.). Accessed March 24, 2024.]

Выбор этой длительности аргументирован также тем, что, как показано в работе [8], при пятиминутных записях, используемых для экспресс-диагностики ССЗ, различия между здоровыми пациентами и больными с аритмией не столь значительны.

Что касается спектральных и автокорреляционных параметров, то их рекомендуется оценивать при коротких записях ЭКГ (длительностью около 5 мин), поскольку они достаточно быстро стабилизируются [11], и на этом интервале их изменения могут рассматриваться как стационарные процессы.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В табл. 2 представлены параметры ВСП для здоровых пациентов, в табл. 3 – для больных с аритмией. Доверительные интервалы рассчитаны по стандартной методике для малых выборок с использованием критерия Стьюдента для доверительной вероятности 95%.

Более наглядно различия между показателями в группах демонстрирует диаграмма на рис. 2, где показаны  $p$ -значения теста Стьюдента (в случаях нормального распределения признака в обеих группах) и теста Манна – Уитни (в случаях, где хотя бы в одной выборке распределение признака

отлично от нормального). Штриховая линия соответствует выбранному уровню доверительной вероятности  $p = 0.05$ .

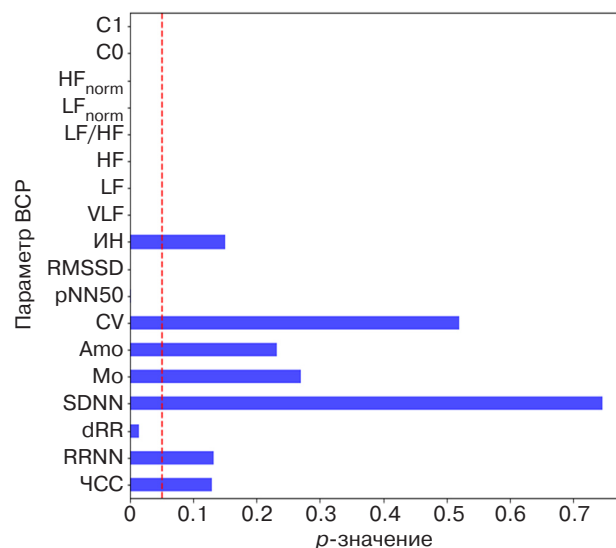


Рис. 2. Диаграмма  $p$ -значений для параметров ВСП

Анализируя показатели табл. 2 и 3 и  $p$ -значения диаграммы на рис. 2, можно сделать вывод, что наибольшую различающую способность для данной патологии имеют спектральные и автокорреляционные параметры. Следовательно, включение этих

Таблица 2. Значения параметров ВСП здоровых пациентов

Параметр \ Пациент	Пациент										Среднее	Норма [8]
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
ЧСС, уд/мин	75	82	75	89	108	76	87	77	79	77	82.5 ± 7.3	60–90
RRNN, мс	795	728	805	674	553	789	689	784	762	779	735.8 ± 56.1	660–937
dRR, мс	282	305	398	343	227	375	368	391	422	329	344 ± 43	310–450
SDNN, мс	49	61	41	80	54	76	78	64	73	64	64 ± 9	40–80
Mo, мс	828	727	797	742	594	773	633	797	711	812	741.4 ± 55.5	870–930
AMo, %	41	34	54	27	45	25	41	42	26	40	37.5 ± 6.7	32–38
CV, %	6.1	8.4	5.1	11.8	10	9.6	11.6	8.1	9.6	8.2	8.9 ± 1.5	3–12
pNN50, %	3.9	1.6	2.1	0.7	0.2	13.6	3.1	3.2	8.1	0.5	3.7 ± 3.0	1–9
RMSSD, мс	24	19	20	15	10	41	21	24	31	16	22.1 ± 6.3	20–50
IH, у.е.	88	77	85	53	167	44	88	67	43	74	78.6 ± 25.3	80–150
VLF, %	51	61	74.3	69	53.5	49	72.5	60.4	49.8	40.4	58.1 ± 8.0	15–30
LF, %	35.8	34.5	19.8	23.8	37.9	32	23.1	30.6	34.1	54.6	32.6 ± 7.0	15–40
HF, %	13.2	4.6	5.9	7.2	8.6	19	4.4	9	16.1	5	9.3 ± 3.7	15–25
LF/HF	2.7	7.6	3.3	3.3	4.4	1.6	5.3	3.4	2.1	11	4.5 ± 2.1	1.5–2
LFnorm	73.1	88.3	77	76.9	81.6	62.2	84	77.2	67.9	91.7	78.0 ± 6.4	41.2–60
HFnorm	26.9	11.7	23	23.1	18.4	37.8	16	22.8	32.1	8.3	22.0 ± 6.4	40–58.8
C0	16	31	81	46	44	37	51	28	52	25	41.1 ± 13.1	–
C1	0.72	0.94	0.86	0.93	0.77	0.51	0.87	0.88	0.7	0.89	0.81 ± 0.10	–

параметров в состав ДФ увеличит дифференциацию между больными и здоровыми пациентами. Для подтверждения данного предположения в работе сравниваются две ДФ:

- зависимая только от статистических параметров ВСП (1-й этап);
- зависимая от комплекса параметров ВСП: статистических, автокорреляционных и спектральных (2-й этап).

Решение о том, какая из функций наиболее адекватно разделяет пациентов на два кластера, будет выноситься на основании результатов *t*-критерия Стьюдента, оценивающего значимость различий средних значений в двух выборках.

### Этап 1. Дискриминантная функция статистических показателей

#### 1.1. Отбор параметров для дискриминантного анализа

Параметры эффективной ДФ, несущие разную информацию и не повторяющие друг друга, должны удовлетворять следующим требованиям:

- желательно, чтобы они имели нормальное распределение;
- параметры не должны существенно коррелировать между собой;

- параметры должны хорошо различаться у представителей двух групп (отличия средних значений в группе здоровых и группе больных должны быть статистически значимы).

Анализ табл. 2 и 3 говорит о том, что значения показателей dRR, RMSSD и pNN50 сильно отличаются у здоровых и больных пациентов: значения показателя dRR в среднем выше в группе больных на 65%, чем в группе здоровых; показатель RMSSD, соответственно, выше на 349% в группе больных пациентов, и показатель pNN50 выше в группе больных на 600%. Ввиду того, что показатели RMSSD и pNN50 сильно коррелируют друг с другом [12], т.е. являются взаимозаменяемыми, в дальнейшем для анализа использован RMSSD.

Параметр АМо обычно обладает хорошей прогностической значимостью: превышение этим показателем значения 50% расценивается как наличие заболевания сердечно-сосудистой системы [5], поэтому, несмотря на то, что амплитуда моды у больных в среднем выше, чем у здоровых, только на 18%, принято решение о включении амплитуды моды в набор аргументов ДФ.

Все статистические тесты проводились на уровне значимости  $\alpha = 0.05$ .

Гипотеза о нормальности распределения параметров проверялась с помощью критерия

Таблица 3. Значения параметров ВСП больных пациентов

Пациент \ Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Среднее	Норма [8]
ЧСС, уд/мин	76	74	71	83	66	79	82	74	88	73	76.6 ± 4.6	60–90
RRNN, мс	789	808	841	720	905	759	735	811	680	820	786.8 ± 46.7	660–937
dRR, мс	500	403	342	405	281	711	673	775	997	575	566 ± 160	310–450
SDNN, мс	46	39	46	32	56	83	79	71	147	78	67.7 ± 23.8	40–80
Мо, мс	792	825	869	731	903	761	712	842	581	836	785.2 ± 66.9	870–930
АМо, %	50	50	47	58	32	69	39	37	17	43	44.2 ± 10.2	32–38
CV, %	5.8	4.8	5.4	4.4	6.2	11	10.8	8.8	21.6	9.6	8.8 ± 3.7	3–12
pNN50, %	7.1	26.2	13.2	7.2	26.4	15.7	33.9	14.7	80.4	34.5	25.9 ± 15.4	1–9
RMSSD, мс	54	55	56	45	47	141	126	101	258	110	99.3 ± 47.2	20–50
ИН, у.е.	63	75	80	98	63	64	41	28	15	44	57 ± 18	80–150
VLF, %	4.8	4.5	2.1	3.7	9.7	4.1	19.7	14.2	12.3	11	8.6 ± 4.1	15–30
LF, %	6.5	9.6	25.3	3.6	8	8.6	12.3	10.2	15	17.4	11.7 ± 4.5	15–40
HF, %	88.7	85.9	72.6	92.7	82.2	87.3	68	75.6	72.7	71.7	79.7 ± 6.2	15–25
LF/HF	0.07	0.11	0.35	0.04	0.1	0.1	0.18	0.14	0.21	0.24	0.15 ± 0.07	1.5–2
LFnorm	6.8	10	25.8	3.7	8.9	9	15.3	11.9	17.1	19.6	12.8 ± 4.7	41.2–60
HFnorm	93.2	90	74.2	96.3	91.1	91	84.7	88.1	82.9	80.4	87.2 ± 4.7	40–58.8
C0	1	1	2	2	4	1	1	1	1	1	1.5 ± 0.7	–
C1	–0.04	–0.09	0.28	0.05	0.34	–0.5	–0.4	–0.3	–0.22	–0.06	–0.09 ± 0.20	–

Шапиро – Уилка, подходящего для малых выборок. Результаты приведены в табл. 4. Статистика критерия Шапиро – Уилка обозначена буквой  $W$ . В качестве нулевой гипотезы  $H_0$  принимается предположение о том, что данное распределение не противоречит нормальному.

Стоит отметить, что у больных пациентов вследствие неравномерных нарушений ритма распределение RR-интервалов не стремится к нормальному, поэтому закон распределения показателей ВСП также может отличаться от нормального.

Так как  $W > W_{\text{крит}}$  нулевая гипотеза не отклоняется, тем самым нет оснований полагать, что в группе здоровых пациентов распределение параметров АМо, dRR, RMSSD отличается от нормального.

При применении критерия Стьюдента для выявления значимости различий средних по каждому параметру в группе больных и здоровых необходимо, чтобы распределение в обеих выборках соответствовало нормальному. Из табл. 4 следует, что распределение параметра RMSSD в группе пациентов с аритмией отличается от нормального. В этом случае

$t$ -тест был заменен непараметрическим аналогом – расчетом  $U$ -критерия Манна – Уитни, который менее чувствителен к отклонениям распределения от нормального и позволяет сравнить выраженность показателя в двух выборках.

Результаты  $t$ -теста и теста Манна – Уитни приведены в табл. 5. В качестве нулевой гипотезы  $H_0$  в случае  $t$ -критерия выступает предположение о том, что различия средних значений в группах здоровых и больных незначимы (или распределение признака в двух группах одинаково в случае  $U$ -критерия).

Из табл. 5 следует, что параметры RMSSD и dRR заметно отличаются у больных и здоровых пациентов, поскольку значение  $t$ -статистики для dRR превышает табличное, а значение  $U$ , которое интерпретируется иначе, для RMSSD не превышает табличное, но амплитуда моды в данном случае показала плохую дискриминирующую способность. Скорее всего, это обусловлено недостаточным объемом выборки, а также тем, что у больных с аритмией экстрасистолы сильно влияют на такие показатели, как ИИ и АМо, и в результате их значения мало

**Таблица 4.** Результаты проверки гипотезы о нормальности распределения параметров ВСП

Группа	Параметр ВСП	Критическое значение $W_{\text{крит}}$	Рассчитанное значение $W$	Принятая гипотеза
Здоровые	АМо	0.842	0.9224	$H_0$
	RMSSD	0.842	0.9194	$H_0$
	dRR	0.842	0.9576	$H_0$
	LF/HF	0.842	0.835	$H_0$
	С0	0.842	0.9249	$H_0$
Больные	АМо	0.842	0.9850	$H_0$
	RMSSD	0.842	0.7976	$H_1$
	dRR	0.842	0.9533	$H_0$
	LF/HF	0.842	0.9277	$H_0$
	С0	0.842	0.6033	$H_1$

**Таблица 5.** Результаты  $t$ -теста и теста Манна – Уитни

Параметры ВСП, имеющие нормальное распределение	Критическое значение $t_{\text{крит}}$	Рассчитанное значение $t$	Принятая гипотеза
АМо	2.101	1.237	$H_0$
LF/HF	2.101	4.757	$H_1$
dRR	2.101	3.035	$H_1$
Параметры ВСП, распределение которых отличается от нормального	Критическое значение $U_{\text{крит}}$	Рассчитанное значение $U$	Принятая гипотеза
RMSSD	23	0	$H_1$
С0	23	0	$H_1$

отличаются от нормальных. Тем не менее, в данной работе этот показатель оставлен, поскольку обычно он обладает высокой прогностической значимостью и слабо коррелирует с другими параметрами ВСП. Эффективность ДФ можно дополнительно оценивать по значению коэффициента перед параметром АМо: он не должен быть больше, чем у наиболее информативных признаков.

Коэффициенты корреляции рассчитаны по правилу Пирсона и содержатся в табл. 6 (первые 3 строки и первые 3 столбца).

**Таблица 6.** Корреляция между статистическими параметрами ВСП

Параметр \ Параметр	АМо	RMSSD	dRR	LF/HF	С0
АМо	1	-0.52	-0.22	0.22	0.28
RMSSD	-0.52	1	0.58	-0.53	-0.06
dRR	-0.22	0.58	1	-0.30	0.44
LF/HF	0.22	-0.53	-0.30	1	-0.29
С0	0.28	-0.06	0.44	-0.29	1

Как следует из табл. 6, корреляция между параметрами слабая или умеренная (по классификации Чеддока).

### 1.2. Стандартизация и нормировка

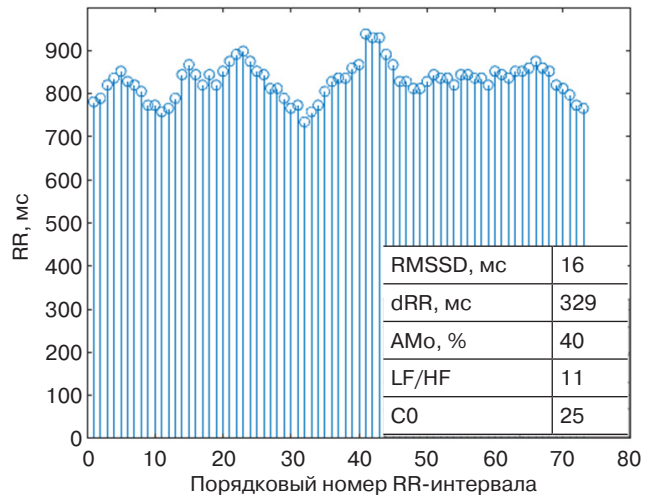
В литературе, посвященной методам классификации, часто прибегают к стандартизации [13, 14] или нормировке по минимаксу [15, 16] для устранения различий между единицами измерения параметров. В противном случае весовые коэффициенты ДФ могут ввести в заблуждение относительно значимости параметров.

На рис. 3 представлен характерный вид участка 15-минутной ритмограммы длительностью 1 мин, а также значения параметров ВСП, рассчитанные по полной (15-минутной) ритмограмме. Из-за больших различий в значениях параметров для получения адекватных результатов необходимо провести нормализацию.

Не существует единого мнения о том, какому методу приведения величин к одному масштабу следует отдавать предпочтение. С целью изучения различий между двумя методами и выявления наиболее эффективного применительно к данному исследованию было решено построить две ДФ, параметры которых:

- 1) предварительно подверглись стандартизации;
- 2) предварительно подверглись нормировке.

Стандартизация осуществлялась по формуле  $\frac{x - x_{\text{сред}}}{\sigma}$ , где  $\sigma$  – это СКО,  $x_{\text{сред}}$  – среднее значение параметра.



**Рис. 3.** Участок ритмограммы здорового пациента и параметры ВСП

Нормировка осуществлялась по формуле  $\frac{x - x_{\text{min}}}{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}}$ , где  $x_{\text{min}}$  – минимальное значение признака,  $x_{\text{max}}$  – максимальное значение признака.

### 1.3. Дискриминантный анализ

Многофакторный дискриминантный анализ осуществлялся по методике, подробно изложенной в работе [17].

Исходные данные представляются в матричной форме. Для каждого признака и каждого класса формируется вектор средних значений. Затем рассчитываются центрированные и ковариационные матрицы. На основе ковариационных матриц для двух классов (здоровых и больных) рассчитывается общая ковариационная матрица и матрица, обратная к ней. Чтобы найти вектор коэффициентов ДФ, необходимо умножить матрицу, обратную к общей ковариационной матрице, на разницу двух центрированных матриц.

В случае стандартизации ДФ имеет вид:

$$DF_s = 1.27 \cdot dRR - 1.73 \cdot \text{АМо} - 4.28 \cdot \text{RMSSD}. \quad (1)$$

В случае нормировки ДФ имеет вид:

$$DF_n = 4.85 \cdot dRR - 7.217 \cdot \text{АМо} - 17.397 \cdot \text{RMSSD}. \quad (2)$$

В табл. 7 приведены результаты проверки соответствия распределения значений ДФ нормальному закону.

Согласно критерию Шапиро – Уилка, распределение значений двух ДФ в обеих группах не противоречит нормальному. Следовательно, для оценки значимости различий средних применим *t*-критерий Стьюдента.

Рассчитанные значения критерия Стьюдента в случае классификации как по  $DF_s$ , так и по  $DF_n$

**Таблица 7.** Результаты проверки гипотезы о нормальности распределения значений ДФ

Группа	ДФ	Критическое значение $W_{\text{крит}}$	Рассчитанное значение $W$	Принятая гипотеза
Здоровые	$DF_s$	0.842	0.9170	$H_0$
	$DF_n$	0.842	0.9157	$H_0$
Больные	$DF_s$	0.842	0.8573	$H_0$
	$DF_n$	0.842	0.8745	$H_0$

(1.44 и 1.94 соответственно) оказались меньше критического значения  $t_{\text{крит}}$ , равного 2.26. Следовательно, нет оснований отвергать гипотезу о том, что средние значения ДФ у здоровых и больных людей не различаются.

На рис. 4 показано точечное распределение значений ДФ для здоровых и больных пациентов в случае стандартизации (а) и нормировки (б). Средние значения ДФ показаны сплошной линией, доверительные интервалы значений ДФ показаны штриховыми линиями (короткие пунктирные линии – для здоровых пациентов, длинные – для больных). Вывод о низкой эффективности дискриминации становится очевиден: доверительные интервалы значений ДФ для обеих групп пересекаются, и надежно разделить два кластера не представляется возможным.

Низкая эффективность функций  $DF_s$  и  $DF_n$  подтверждает предположение о недостаточности статистических параметров для надежного выявления аритмии. Данный вывод подтверждается результатами работы [8], в которой значения ДФ, зависящей от пяти статистических параметров, отличались не более чем на 25% у здоровых пациентов и больных с аритмией.

Стоит отметить, что оба метода масштабирования присвоили одинаковый «ранг» признакам по уровню их вклада в ДФ: RMSSD, AMo, dRR (в порядке убывания значимости).

## Этап 2. Дискриминантная функция временных, спектральных и автокорреляционных показателей

### 2.1. Отбор параметров для дискриминантного анализа

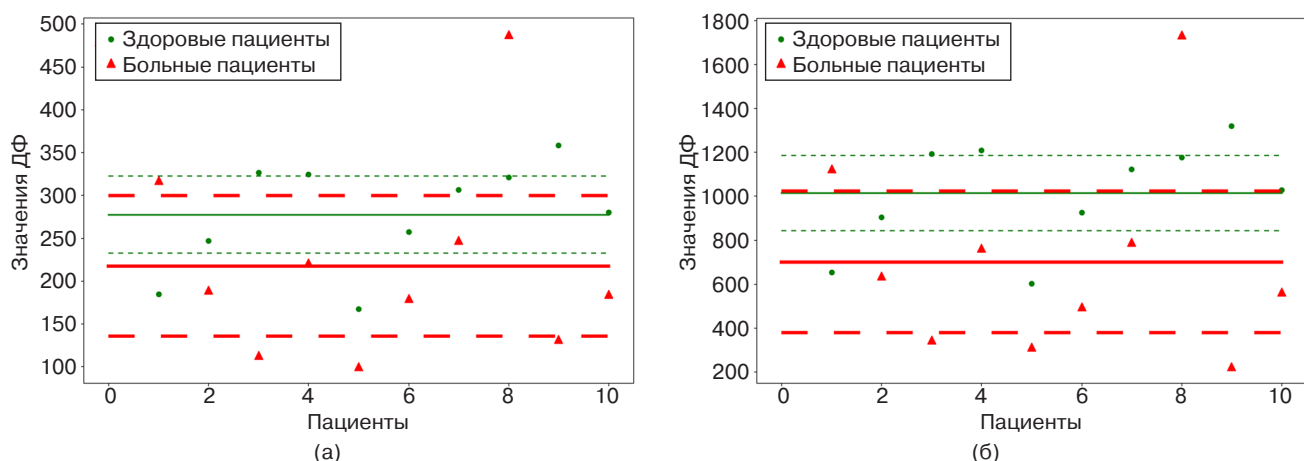
К ранее отобранному статистическим параметрам добавлены два параметра из числа наиболее различающихся у больных и здоровых пациентов: C0 и LF/HF.

Из табл. 4 следует, что значение  $W$ -статистики в группе больных пациентов в случае C0 не превышает критическое табличное значение, поэтому распределение этого параметра противоречит нормальному, а для LF/HF статистика в пределах погрешности соответствует табличному значению, поэтому распределение этого показателя можно считать непротиворечащим нормальному.

Значимость различий параметров в двух группах проверена с помощью  $t$ -критерия Стьюдента (LF/HF) и  $U$ -критерия (C0). Результаты тестов представлены в табл. 5.

В обоих случаях подтвердилась альтернативная гипотеза о статистически значимом различии значений параметров в двух группах.

Новые параметры слабо или умеренно коррелируют с введенными ранее. Коэффициенты корреляции между всеми параметрами содержит табл. 6.

**Рис. 4.** Значения ДФ в случае стандартизации (а) и нормировки (б) (3 параметра) ( $p = 0.95$ )

### 2.2. Стандартизация и нормировка новых параметров

Стандартизация и нормировка LF/HF и C0 проводилась по расчетным формулам, приведенным в п. 1.2.

### 2.3. Дискриминантный анализ

Для стандартизованных параметров ДФ выглядит следующим образом:

$$DF_s = 0.804 \cdot dRR + 2.732 \cdot AMo + 2.381 \times \\ \times RMSSD - 8.242 \cdot C0 - 5.194 \cdot LF/HF. \quad (3)$$

Для нормированных параметров ДФ принимает вид:

$$DF_n = 3.357 \cdot dRR + 11.418 \cdot AMo + 9.623 \times \\ \times RMSSD - 27.568 \cdot C0 - 19.162 \cdot LF/HF. \quad (4)$$

Гипотеза о нормальном распределении значений ДФ подтвердилась (рассчитанные значения  $W$ -статистики приведены в табл. 8), поэтому для определения эффективности дискриминации применим  $t$ -критерий.

Тест по критерию Стьюдента подтвердил статистическую значимость различий средних в двух выборках: значение  $t$ -статистики в случае дискриминации по  $DF_s$  равно 6.67, по  $DF_n$  равно 6.27, т.е.

в обоих случаях превышает критическое значение, равное 2.26.

На рис. 5 показано точечное распределение значений ДФ для здоровых и больных пациентов в случае стандартизации (а) и нормировки (б). Средние значения ДФ показаны сплошной линией, доверительные интервалы значений ДФ показаны сплошными полосами (более темный цвет – больные пациенты, светлый – здоровые пациенты).

Видно, что доверительные интервалы не пересекаются, и группы здоровых пациентов и пациентов с аритмией надежно различаются.

Обе функции расположили параметры в одинаковом порядке по убыванию их значимости: C0, LF/HF, AMo, RMSSD, dRR. Также следует отметить, что разброс значений ДФ относительно среднего значения идентичен для обоих видов масштабирования, что свидетельствует о соответствии результатов, полученных методами стандартизации и нормирования.

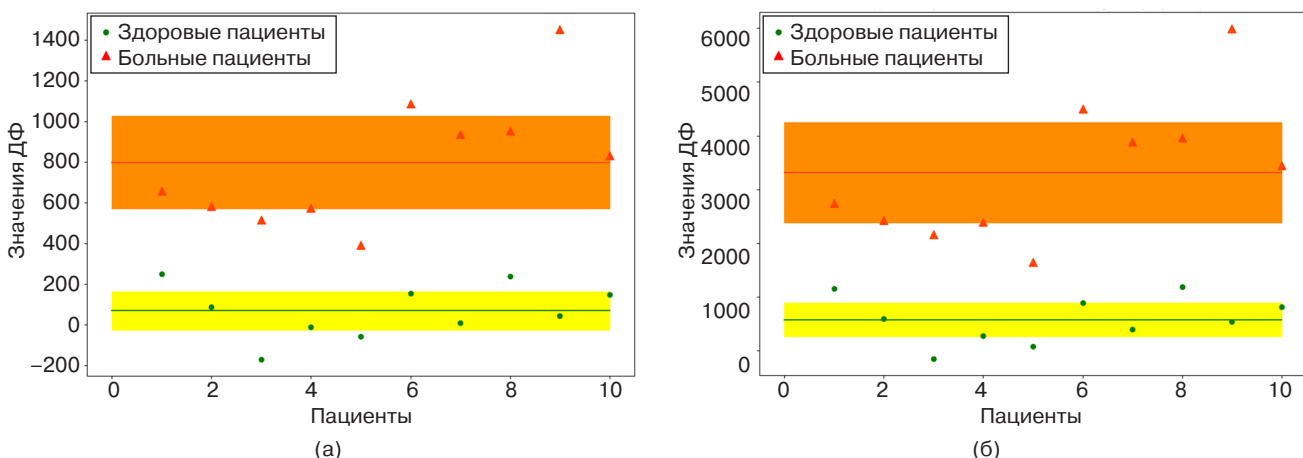
## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассчитаны значения показателей вариационной пульсометрии для 10 здоровых пациентов и 10 пациентов с аритмией.

Проведен отбор информативных признаков для МДА. Приоритет отдавался признакам, которые обладают высокой прогностической значимостью и тем, которые отвечают критериям: имеют нормальное

**Таблица 8.** Результаты проверки гипотезы о нормальности распределения значений ДФ

Группа	ДФ	Критическое значение $W_{крит}$	Рассчитанное значение $W$	Принятая гипотеза
Здоровые	$DF_s$	0.842	0.9688	$H_0$
	$DF_n$	0.842	0.9682	$H_0$
Больные	$DF_s$	0.842	0.9393	$H_0$
	$DF_n$	0.842	0.9395	$H_0$



**Рис. 5.** Значения ДФ в случае стандартизации (а) и нормировки (б) (5 параметров)

распределение, слабо коррелируют друг с другом и значимо различаются у больных и здоровых пациентов. Были сформированы 2 группы признаков: группа статистических параметров (RMSSD, dRR, AMo) и более представительная группа, включившая дополнительно один спектральный и один автокорреляционный параметры (RMSSD, dRR, AMo, LF/HF, C0).

Для обеих групп построены ДФ с использованием различных подходов к масштабированию значений информативных признаков. Показано, что стандартизация и нормировка приводят к одинаковым результатам: совпадению различающей способности функций и одинаковой оценке вкладов параметров в ДФ.

*t*-Критерий Стьюдента наглядно продемонстрировал высокую классифицирующую способность ДФ в случае добавления параметров LF/HF и C0 к статистическим параметрам, при этом как в случае стандартизации, так и в случае нормировки

значения ДФ для больных и здоровых пациентов не пересекаются. Таким образом, показано, что МДА может эффективно идентифицировать различия между пациентами с аритмией и здоровыми пациентами. Следует отметить, что исследование проводилось на небольших выборках (10 здоровых и 10 больных пациентов), поэтому данные выводы подлежат уточнению на выборках большего объема.

#### **Вклад авторов**

**П.А. Сахарова** – обработка исходных данных, расчет параметров, анализ результатов.

**В.А. Баландин** – постановка задачи, разработка программы исследования, анализ результатов.

#### **Authors' contributions**

**P.A. Sakharova** – processing initial data, calculation of parameters, and analysis of the results.

**V.A. Balandin** – problem statement, development of the research program, analysis of the results.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Ермошкин В.И. Предполагаемый механизм возникновения аритмии сердца человека. *Образовательный вестник «Сознание»*. 2013;15(6):4–15.
2. Гетман С.И. Распространенность нарушений ритма сердца и проводимости среди обратившихся за медицинской помощью к кардиологу на амбулаторном этапе. *Кардиология*. 2018;58(6):20–28. <https://doi.org/10.18087/cardio.2018.6.10130>
3. Арзыкулов Ж.А., Омаров А.А., Китуев Б.Б., Турсунова Ф.А., Ештай А.А., Павлова Н.Г. Инновации в лечении аритмии сердца. *Вестник хирургии Казахстана*. 2012;4(32):4–5.
4. Зиеп Б.М., Таратухин Е.О. Возможности методики вариабельности сердечного ритма. *Российский кардиологический журнал*. 2011;6:69–75.
5. Бабунц И.В., Мириджанян Э.М., Машаех Ю.А. *Азбука анализа вариабельности сердечного ритма*. Ставрополь: Принт-мастер; 2002. 112 р.
6. Баевский Р.М., Иванов Г.Г., Гаврилушкин А.П. и др. Анализ вариабельности сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем (часть 1). *Вестник аритмологии*. 2002;24:65–86.
7. Бых А.И., Высоцкая Е.В., Порван А.П., Рак Л.И. и др. Использование дискриминантного анализа для диагностики хронической сердечной недостаточности у подростков. *Вестник Национального технического университета Харьковский политехнический институт. Серия: Информатика и моделирование*. 2010;31:16–22.
8. Силкина У.И., Баландин В.А. Дискриминантный анализ параметров вариационной пульсометрии. *Российский технологический журнал*. 2020;8(3):81–91. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-3-81-91>
9. Новиков А.А., Смоленский А.В., Михайлова А.В. Подходы к оценке показателей вариабельности сердечного ритма (обзор литературы). *Вестник новых медицинских технологий*. 2023;17(3):85–94. <https://doi.org/10.24412/2075-4094-2023-3-3-3>
10. Баевский Р.М., Иванов Г.Г. Вариабельность сердечного ритма: теоретические аспекты и возможности клинического применения. *Ультразвуковая и функциональная диагностика*. 2001;3:108–127.
11. Алейникова Т.В. Вариабельность сердечного ритма (обзор литературы). *Проблемы здоровья и экологии*. 2012;1:17–23. <https://doi.org/10.51523/2708-6011.2012-9-1-3>
12. Беседина С.А., Баландин В.А. Корреляция показателей вариабельности сердечного ритма. *Научный диалог: Молодой ученый*. 2017. С. 33–37. <https://doi.org/10.18411/spc-22-11-2017-11>
13. Куликов А.Л., Бездушный Д.И., Осокин В.Ю. Применение линейного дискриминантного анализа для классификации аварийных режимов электрической сети. *Вестник Ивановского государственного энергетического университета*. 2020;5:38–47. <https://doi.org/10.17588/2072-2672.2020.5.038-047>
14. Сукиасян А.Г., Маркина В.С., Митрофанов Д.П., Шабалина У.М. Кластеризация подразделений интегрированной группы предприятий по уровню риска на основе методов многомерного статистического анализа. *Фундаментальные исследования*. 2019;5:115–125.
15. Будько О.Н., Сенько Е.В. Классификационные функции для экспресс-диагностики степени заболевания артериальной гипертензией. В сб.: *BIG DATA и анализ высокого уровня: материалы Четвертой Международной научно-практической конференции*. 2018. С. 360–365. URL: <https://elib.grsu.by/doc/48339>

16. Павленков М.Н., Смирнова Н.А. Разработка технологии оценки устойчивости предприятия химического комплекса. *Статистика и Экономика*. 2013;3:66–69.
17. Сизых Д.С., Сизых Н.В. Особенности преподавания методов дискриминантного анализа для подготовки специалистов по направлению «Бизнес-информатика». В кн.: *Образование: опыт и перспективы развития*; под ред. Ю.Н. Исаева, И.В. Павлова. Чебоксары: ИД «Среда»; 2019. С. 107–133. <https://doi.org/10.31483/r-33128>

## REFERENCES

1. Ermoshkin V.I. The proposed mechanism of arrhythmia human heart. *Obrazovatel'nyi vestnik "Soznanie" = Educational Bulletin "Consciousness"*. 2013;15(6):4–15 (in Russ.).
2. Getman S.I. Characteristics of Disturbances of Heart Rhythm and Conduction Among Patients Attending Consultation of a Cardiologist at Ambulatory Stage. *Kardiologiya*. 2018;58(6):20–28 (in Russ.). <https://doi.org/10.18087/cardio.2018.6.10130>
3. Arzykulov Zh.A., Omarov A.A., Kituev B.B., Tursunova F.A., Eshtai A.A., Pavlova N.G. Innovations in the treatment of cardiac arrhythmia. *Vestnik khirurgii Kazakhstana = Bulletin of Surgery in Kazakhstan*. 2012;4(32):4–5 (in Russ.).
4. Ziep B.M., Taratukhin E.O. Heart rate variability assessment and its potential. *Rossiiskii kardiologicheskii zhurnal = Russian Journal of Cardiology*. 2011;6:69–75 (in Russ.).
5. Babunts I.V., Miridzhanyan E.M., Mashaekh Yu.A. *Azbuka analiza variabel'nosti serdechnogo ritma (The ABC of Heart Rate Variability Analysis)*. Stavropol: Print-Master; 2002. 112 p. (in Russ.).
6. Baevskii R.M., Ivanov G.G., Gavrilushkin A.P., et al. Analysis of heart rate variability using various electrocardiographic systems (Part 1). *Vestnik aritmologii = Journal of Arrhythmology*. 2002;24:65–86 (in Russ.).
7. Bykh A.I., Vysotskaya E.V., Porvan A.P., et al. Using of discriminant analysis for diagnosis chronic cardiac insufficiency on teenagers. *Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta Khar'kovskii politekhnicheskii institut. Seriya: Informatika i modelirovanie = Bulletin of the National Technical University Kharkov Polytechnic Institute. Series: Informatics and Modeling*. 2010;31:16–22 (in Russ.).
8. Silkina U.I., Balandin V.A. Discriminant analysis of variational pulsometry parameters. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal*. 2020;8(3):81–91 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2020-8-3-81-91>
9. Novikov A.A., Smolensky A.V., Mikhailova A.V. Approaches to assessing heart rate variability (literature review). *Vestnik novykh meditsinskikh tekhnologii. Elektronnoe izdanie = J. New Medical Technologies*. 2023;17(3):85–94 (in Russ.). <https://doi.org/10.24412/2075-4094-2023-3-3-3>
10. Baevsky R.M., Ivanov G.G. Cardiac Rhythm variability: theoretical aspects and opportunities of clinical application. *Ul'trazvukovaya i funktsional'naya diagnostika = Ultrasonnd & Functional Diagnostics*. 2001;3:108–127 (in Russ.).
11. Alejnikova T.V. Heart rate variability (literature review). *Problemy zdorov'ya i ekologii = Health and Ecology Issues*. 2012;1:17–23 (in Russ.). <https://doi.org/10.51523/2708-6011.2012-9-1-3>
12. Besedina S.A., Balandin V.A. Correlation of heart rhythm variability parameters. *Nauchnyi dialog: Molodoi uchenyi = Scientific Dialog: Young Scientist*. 2017. P. 33–37 (in Russ.). <https://doi.org/10.18411/spc-22-11-2017-11>
13. Kulikov A.L., Bezdushnii D.I., Osokin V.Yu. Application of linear discriminant analysis for classification of emergency grid emergency states. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta = Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*. 2020;5:38–47 (in Russ.). <https://doi.org/10.17588/2072-2672.2020.5.038-047>
14. Sukiasyan A.G., Markina V.S., Mitrofanov D.P., Shabalina U.M. Clustering departments of integrated groups of enterprises according to level of risk based on methods of multivariate statistical analysis. *Fundamental'nye issledovaniya = Fundamental Research*. 2019;5:115–125 (in Russ.).
15. Budko O.N., Senko E.V. Classification functions for express diagnostics of the degree of disease with arterial hypertension. In: *BIG DATA Advanced Analytics: Collection of Materials of the Fourth International Scientific and Practical Conference*. 2018. P. 360–365 (in Russ.). Available from URL: <https://elib.grsu.by/doc/48339>
16. Pavlenkov M.N., Smirnova N.A. Development of technology for the assessment of stability of an enterprise of the chemical complex. *Statistika i Ekonomika = Statistics and Economics*. 2013;3:66–69 (in Russ.).
17. Sizykh D.S., Sizykh N.V. Features of teaching methods of discriminant analysis for training specialists in the direction of “Business Informatics”. In: Isaev Y.N., Pavlov I.V. (Eds). *Obrazovanie: opyt i perspektivy razvitiya (Education: Experience and Development Prospects)*. Cheboksary: Sreda; 2019. P. 107–133 (in Russ.). <https://doi.org/10.31483/r-33128>

## Об авторах

**Сахарова Полина Александровна**, бакалавр, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: polinka6777@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0008-1323-9308>

**Баландин Вячеслав Алексеевич**, к.ф.-м.н., доцент, кафедра биокибернетических систем и технологий, Институт искусственного интеллекта, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: admiral49@mail.ru. Scopus Author ID 7003691025, SPIN-код РИНЦ 1288-9918

### About the authors

**Polina A. Sakharova**, Bachelor, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: polinka6777@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0008-1323-9308>

**Vyacheslav A. Balandin**, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assistant Professor, Department of Biocybernetics Systems and Technologies, Institute of Artificial Intelligence, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: admiral49@mail.ru. Scopus Author ID 7003691025, RSCI SPIN-code 1288-9918

---

Отпечатано в «МИРЭА – Российский технологический университет».

119454, РФ, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78.

Подписано в печать 30.01.2025 г.

Формат 60 × 90/8. Печать цифровая.

Уч.-изд. листов 19.5.

Тираж 100 экз. Заказ № 2177.

Подписку на печатную версию  
*Russian Technological Journal* можно оформить  
через ООО «Агентство «Книга-Сервис», [www.akc.ru](http://www.akc.ru).

Подписной индекс: **79641**.

Printed in MIREA – Russian Technological University.  
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russian  
Federation.

Signed to print January 30, 2025.

Format 60 × 90/8. Digital print.

C.p.l. 19.5.

100 copies. Order No. 2177.

Subscription to the *Russian Technological  
Journal* printed version can be made through  
the *Kniga-Servis* Agency, [www.akc.ru](http://www.akc.ru).

Subscription index: **79641**.