

Микро- и наноэлектроника. Физика конденсированного состояния  
Micro- and nanoelectronics. Condensed matter physics

УДК 535.075.8

<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-69-79>

EDN OHJNSF



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

## Отражение линейно поляризованных электромагнитных волн от многослойного периодического зеркала

Д.Х. Нурлигареев <sup>1, @</sup>,  
И.А. Недоспасов <sup>1, 2</sup>,  
К.Ю. Харитонов <sup>1</sup>

<sup>1</sup> МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454 Россия

<sup>2</sup> Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, 125009 Россия

@ Автор для переписки, e-mail: [nurligareev@mirea.ru](mailto:nurligareev@mirea.ru)

### Резюме

**Цели.** Цель работы – теоретическое и экспериментальное исследование углового спектра отражения линейно поляризованных электромагнитных волн от многослойного периодического зеркала на прозрачной подложке, вывод точных аналитических выражений для коэффициентов отражения и прохождения, обобщающих случаи падения плоских ТЕ-(transverse electric) и ТМ-мод (transverse magnetic) на ограниченные периодические структуры со ступенчатым профилем показателя преломления.

**Методы.** Теоретический анализ задачи отражения основан на поиске точных аналитических решений в виде волн Флоке – Блоха, представленных в форме неоднородных волн, в области периодически структурированных сред. На основе того факта, что в ограниченном одномерном фотонном кристалле возможно существование одиночной волны Флоке – Блоха, предлагается искать точные решения волнового уравнения в виде линейной комбинации волн Флоке – Блоха, бегущих в разные стороны. Канонические формы рассматриваемых периодических структур позволяют достаточно просто осуществлять переход от случая ТЕ-поляризации к ТМ-типу в дисперсионных соотношениях и выражениях для углового спектра отражения.

**Результаты.** Рассмотрены случаи отражения линейно поляризованного излучения для следующих случаев: плоской границы двух диэлектриков, тонкой плоскопараллельной пластины и многослойного диэлектрического зеркала. Получены точные аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения, обобщающие случаи падения волн ТЕ- и ТМ-поляризации на ограниченный одномерный фотонный кристалл. Экспериментально измерен коэффициент пропускания плоской ТЕ-волны для многослойного диэлектрического зеркала, напыленного на тонкую стеклянную пластину.

**Выводы.** Получено количественное и качественное согласование экспериментальных измерений коэффициента пропускания плоской волны, падающей из полупространства на ограниченный фотонный кристалл с теоретическими вычислениями. Показано, что полученные выражения для коэффициента пропускания ограниченного одномерного фотонного кристалла определяются интерференцией волн Флоке – Блоха, представленных в форме неоднородных волн, и могут быть приведены к виду, аналогичному для величины коэффициента прохождения традиционного интерферометра Фабри – Перо. В случае ТМ-поляризации при выполнении условия Брюстера на межслойных границах волна Флоке – Блоха имеет вид однородных плоских волн в слоях фотонного кристалла.

**Ключевые слова:** электромагнитные волны, периодическая среда, многослойное зеркало, одномерный фотонный кристалл, волны Флоке – Блоха

• Поступила: 31.05.2023 • Доработана: 12.04.2024 • Принята к опубликованию: 09.10.2024

**Для цитирования:** Нурлигареев Д.Х., Недоспасов И.А., Харитонов К.Ю. Отражение линейно поляризованных электромагнитных волн от многослойного периодического зеркала. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):69–79. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-69-79>

**Прозрачность финансовой деятельности:** Авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## RESEARCH ARTICLE

# Reflections of linearly polarized electromagnetic waves from a multilayer periodic mirror

Dzamil Kh. Nurligareev <sup>1, @</sup>,  
Iliya A. Nedospasov <sup>1, 2</sup>,  
Kseniya Yu. Kharitonova <sup>1</sup>

<sup>1</sup> MIREA – Russian Technological University, 119454 Russia

<sup>2</sup> Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 125009 Russia

@ Corresponding author, e-mail: [nurligareev@mirea.ru](mailto:nurligareev@mirea.ru)

### Abstract

**Objectives.** The purpose of the article is to carry out a theoretical and experimental study of the angular reflection spectrum of linearly polarized electromagnetic waves from a multilayer periodic mirror on a transparent substrate to exact analytical expressions for reflection and transmission coefficients generalizing the cases of incidence of plane transverse electric (TE) and transverse magnetic (TM) modes on limited periodically structured media with a stepped refractive index profile.

**Methods.** The theoretical analysis of the reflection problem is based on the search for exact analytical solutions in the form of Floquet–Bloch waves presented in the form of inhomogeneous waves in the domain of periodically structured media. On the basis of the possible existence of a single Floquet–Bloch wave in a limited one-dimensional photonic crystal, it is proposed to search for exact solutions of the wave equation in the form of a linear combination of inhomogeneous waves propagating in different directions. By using the canonical forms of the considered periodic structures, it is possible to carry out the simple transition from the case of TE polarization to TM type in dispersion relations and expressions for the angular reflection spectrum.

**Results.** Cases of reflection of linearly polarized radiation are considered for the following cases: a flat boundary of two dielectrics, a thin plane-parallel plate, and a multilayer dielectric mirror. Exact analytical expressions for the reflection and transmission coefficients generalizing the cases of incidence of TE and TM polarizations waves on a limited one-dimensional photonic crystal are obtained. The transmission coefficients of a plane TE wave from a multilayer dielectric mirror sputtered on thin glass were experimentally measured.

**Conclusions.** A quantitative and qualitative agreement of experimental measurements of the transmission coefficient of a plane wave incident from a half-space on a confined photonic crystal with theoretical calculations is obtained. The obtained expressions for the transmission coefficient of a confined one-dimensional photonic crystal, which are shown to be determined by the interference of Floquet–Bloch waves presented in the form of inhomogeneous waves, can be reduced to a form analogous to the expression for the value of the transmission coefficient of a traditional Fabry–Pérot interferometer. In the case of TM polarization, when the Brewster condition is fulfilled at the interlayer boundaries, the Floquet–Bloch wave has the form of homogeneous plane waves in the layers of a photonic crystal.

**Keywords:** electromagnetic waves, periodic medium, multilayer mirror, one-dimensional photonic crystal, Floquet–Bloch waves

• Submitted: 31.05.2023 • Revised: 12.04.2024 • Accepted: 09.10.2024

**For citation:** Nurligareev D.Kh., Nedospasov I.A., Kharitonova K.Yu. Reflections of linearly polarized electromagnetic waves from a multilayer periodic mirror. *Russ. Technol. J.* 2024;12(6):69–79. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-6-69-79>

**Financial disclosure:** The authors have no financial or proprietary interest in any material or method mentioned.

The authors declare no conflicts of interest.

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение особенностей распространения света в слоистых средах, свойства которых постоянны на плоскостях, перпендикулярных фиксированному направлению, является хорошо известной задачей в оптике. В качестве исторического примера можно привести классические работы Стокса [1] и Релея [2], в которых рассматривались явления, возникающие при прохождении света через кристаллические периодические структуры. Известно, что волновое уравнение в слоистых периодических средах сводится к дифференциальному уравнению Хилла, и в этих средах могут существовать окна пропускания и непропускания для проходящего излучения [2]. В одномерном случае решение волнового уравнения в слоистых периодических средах записывается в форме Флоке [3], а в трехмерном случае – в форме волн Блоха [4]. Достаточно подробно история вопроса излагается в обзоре [5]. Относительно недавно возникший и не ослабевающий интерес к изучению распространения волн через одномерные периодические структуры в оптике связан с тем, что такие структуры, при относительной простоте их изготовления, могут обеспечивать полное отражение в заданном частотном диапазоне частот и углов падения для различных состояний поляризации [6, 7]. В связи с этим одномерные периодические структуры можно рассматривать как одномерные фотонные кристаллы (ОФК), а распространение света в них описывать, используя подход Флоке – Блоха [8–13]. Элементы теории волн Флоке – Блоха (ВФБ) в настоящее время разработаны недостаточно подробно, и для описания распространения электромагнитных волн через такие структуры, как правило, используются численные методы. Численные расчеты, выполненные, например, с использованием комплексных матриц переноса, не дают наглядного представления о явной количественной

зависимости изучаемых физических процессов от геометрических и материальных параметров периодической структуры [14–16]. В работах [8, 9] для случая ТЕ-поляризованного излучения<sup>1</sup> ВФБ в ОФК представлена в форме неоднородной волны. В частности, были найдены функции, описывающие амплитудный и фазовый профили волны и коэффициент отражения плоской волны на границе ОФК.

В настоящее время в литературе активно исследуются различные вопросы применения ОФК. В частности, исследуются спектры пропускания ОФК со сложной последовательностью сверхпроводник-полупроводниковых слоев [17], рассматривается применение фотонного кристалла в качестве биосенсора на основе графена [18]. Особо актуальными представляются исследования ОФК в связи с возможностью экспериментальной реализации связанных или локализованных состояний в непрерывном спектре [19]. Так, недавно было предложено использовать двулучепреломляющие среды в сочетании с ОФК, где при падении под углом Брюстера поддерживается существование таких мод.

Поэтому основные цели настоящей работы – распространить развитое представление ВФБ в форме неоднородной волны и на случай ТМ-поляризованного излучения<sup>2</sup>, а также продемонстрировать экспериментально эффект влияния интерференции ВФБ

<sup>1</sup> Transverse electric – линейно (плоско) поляризованная волна с вектором напряженности  $\vec{E}$  электрического поля ориентированным перпендикулярно плоскости падения. [Transverse electric, linearly (plane) polarized wave with the electric field intensity vector oriented perpendicular to the plane of incidence.]

<sup>2</sup> Transverse magnetic, линейно (плоско) поляризованная волна с вектором напряженности  $\vec{H}$  магнитного поля ориентированным перпендикулярно плоскости падения. [Transverse magnetic, linearly (plane) polarized wave with the magnetic field intensity vector oriented perpendicular to the plane of incidence.]

на величину коэффициентов отражения и пропускания для случая падения плоской линейно поляризованной волны из однородной среды на ограниченный ОФК.

### 1. ОТРАЖЕНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ И ОТ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ

В данной работе рассмотрены условия прохождения плоской электромагнитной волны через границу раздела двух сред для трех характерных случаев (рис. 1): отражения на границе двух однородных диэлектриков, отражения от тонкой диэлектрической пластины, отражения от многослойного диэлектрического зеркала (ограниченного ОФК).

Распределение поля  $E(x, z, t)$  ( $H(x, z, t)$ ) волн, распространяющихся в  $x$ - $z$ -плоскости (плоскости падения), будем записывать в виде скалярной функции  $\Psi(x, z, t)$ :

$$\left. \begin{matrix} E(x, z, t) \\ H(x, z, t) \end{matrix} \right\} = \Psi(x, z, t) = \Psi(x) e^{i(\omega t - \beta z)}. \quad (1)$$

При падении плоской волны  $\hat{P}_a$

$$\hat{P}_a = P_a \exp[i(\phi_p + \omega t - \kappa_a x - \beta z)]$$

на границу диэлектриков с показателями преломления  $n_a, n_b$  ( $n_a^2 = \epsilon_a, n_b^2 = \epsilon_b$ ) и диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_a, \epsilon_b$  параметр  $\beta$  – продольная компонента волновых векторов ( $\beta = k_0 n_a \sin \varphi$ ) определяется углом падения  $\varphi$ , отсчитываемым от нормали к границе раздела ( $x = 0$ ) сред. Амплитуда  $Q_a$  отраженной волны  $\hat{Q}_a$

$$\hat{Q}_a = Q_a \exp[i(\phi_q + \omega t + \kappa_a x - \beta z)]$$

определяется френелевским коэффициентом отражения  $r_a$  и амплитудой  $P_a$  падающей волны ( $Q_a = r_a P_a$ ), а амплитуда  $G_b$  преломленной волны

$$\hat{G}_b = G_b \exp[i(\phi_g + \omega t - \kappa_b x - \beta z)]$$

определяется амплитудным коэффициентом пропускания  $t_b$  ( $G_b = t_b P_a$ ). Здесь  $\phi_p, \phi_q, \phi_g$  – начальные фазы,  $\kappa_a, \kappa_b$  – поперечные компоненты волновых векторов ( $\kappa_a = \sqrt{k_0^2 n_a^2 - \beta^2}, \kappa_b = \sqrt{k_0^2 n_b^2 - \beta^2}$ ),  $t$  – время,  $k_0 = \omega/c$  – волновой вектор излучения в вакууме,  $\omega$  – частота излучения.

Удобно, рассматривая перпендикулярную плоскости падения компоненту поля – вектора  $\vec{E}$  ( $\vec{H}$ ) в случае ТЕ- или ТМ-поляризованных волн, ввести параметры  $\chi_a, \chi_b$ , связанные с поперечными волновыми векторами:  $\chi_a = \kappa_a / (\epsilon_a)^\tau, \chi_b = \kappa_b / (\epsilon_b)^\tau$ , где  $\tau$  – эффективный параметр поляризации, равный нулю (единице) в данном случае. Формулы Френеля для амплитуд отраженного и преломленного света можно представить в одинаковом виде для случаев ТЕ- и ТМ-поляризованных волн:

$$\begin{aligned} r_a &= Q_a / P_a = (\chi_a - \chi_b) / (\chi_a + \chi_b), \\ t_a &= G_b / P_a = 2\chi_a / (\chi_a + \chi_b), \quad t_a - r_a = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Если параметры  $\chi_a, \chi_b$  – действительные, то амплитудный коэффициент  $t_a$  всегда положительный, и фаза преломленной волны на границе раздела совпадает с фазой падающей волны. При  $\chi_a > \chi_b$  и  $r_a > 0$  фаза отраженной волны также совпадает с фазой падающей волны, а при  $\chi_a < \chi_b$  и  $r_a < 0$  для отраженной волны возникает фазовый сдвиг, равный  $\pi$ . Начальные фазы  $\phi_p, \phi_q, \phi_g$  совпадают с точностью до величины  $2\pi$ , умноженной на произвольное целое число, и их численные значения удобно приравнять к нулю. В таком случае коэффициенты  $r_a, t_a$  – действительные. В общем случае, когда начальные фазы  $\phi_p, \phi_q, \phi_g$  могут не совпадать, для обозначения комплексного коэффициента отражения будем пользоваться параметром  $\hat{r}_a$  ( $\hat{r}_a = r_a \exp(i\phi_{ra}), \phi_{ra} = \phi_q - \phi_p$ ).

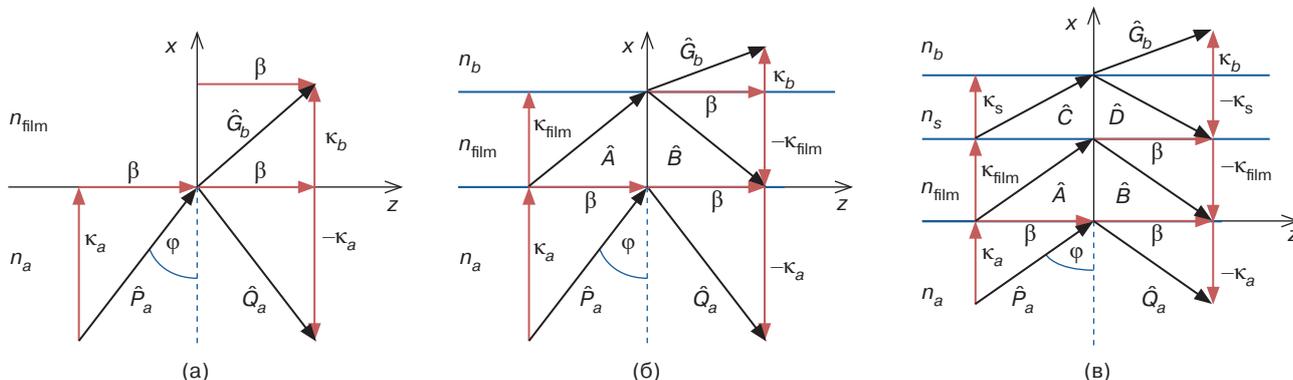


Рис. 1. Направления компонент волновых векторов  $\kappa_a, \kappa_b, \kappa_{film}, \beta$  при отражении: (а) на границе раздела двух диэлектриков, (б) от тонкой диэлектрической пластины, (в) от ОФК

Энергетические коэффициенты отражения  $R_a$  и пропускания  $T_a$  представим следующим образом:

$$\begin{aligned} R_a &= Q_a^2 / P_a^2 = |r_a|^2 = (\chi_a - \chi_b)^2 / (\chi_a + \chi_b)^2; \\ T_a &= |t_a|^2 \cdot (\chi_b / \chi_a) = 4\chi_a\chi_b / (\chi_a + \chi_b)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Энергетические коэффициенты  $R_a$  и  $T_a$  равны отношению среднего потока энергии, соответственно, отраженной и прошедшей волн к среднему потоку энергии падающей волны. Здесь рассматриваются только поперечные (т.е. параллельные оси  $x$ ) составляющие потоков энергии в слоях среды. Выполняется условие непрерывности поперечного потока энергии:

$$\chi_a(P_a^2 - Q_a^2) = \chi_b G_b^2. \quad (4)$$

В случае падения плоской волны  $\hat{P}_a$  из среды с показателем преломления  $n_a$  ( $x < 0$ ) на диэлектрическую пластину толщиной  $h$  и показателем преломления  $n_{\text{film}}$  ( $n_{\text{film}}^2 = \varepsilon_{\text{film}}$ ,  $\varepsilon_{\text{film}}$  – диэлектрическая проницаемость материала пластины) (рис. 1б) в области  $x < 0$  возникает отраженная волна  $\hat{Q}_a$ , а в области  $x > h$  – волна  $\hat{G}_b$ , преломленная в среду с показателем преломления  $n_b$ . Поле внутри пластины можно представить прямой и обратной волнами  $\hat{A}, \hat{B}$

$$\hat{A} = A \exp[i(\phi_a + \omega t - \kappa_{\text{film}} x - \beta z)],$$

$$\hat{B} = B \exp[i(\phi_b + \omega t + \kappa_{\text{film}} x - \beta z)],$$

где  $\kappa_{\text{film}} = \sqrt{k_0^2 n_{\text{film}}^2 - \beta^2}$ . Эти волны называются парциальными волнами.

Для комплексных амплитуд  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{G}_b$  справедливы равенства  $B = \hat{r}_b A$ ,  $G_b = A + B$ , где  $\hat{r}_b = r_b \exp(i\phi_{rb})$  – френелевский коэффициент отражения на границе  $x = h$ ,

$$\begin{aligned} \hat{r}_b &= (\chi_{\text{film}} - \chi_b) / (\chi_{\text{film}} + \chi_b), \\ \chi_{\text{film}} &= \kappa_{\text{film}} / (\varepsilon_{\text{film}})^{\tau}, \quad \chi_b = \kappa_b / (\varepsilon_b)^{\tau}. \end{aligned} \quad (5)$$

Начальные фазы  $\phi_a, \phi_b, \phi_g$  совпадают с точностью до величины  $2\pi$ , умноженной на произвольное целое число, и здесь удобно выбрать их численные значения равными  $\phi_g = 0$ . В таком случае фазы волн  $\hat{A}, \hat{B}$  на границе  $x = 0$  будут равны, соответственно,  $\pm\phi_h$  (где  $\phi_h = \kappa_{\text{film}} h$  – фазовая задержка, возникающая для парциальной волны при прохождении слоя толщиной  $h$ ).

Теперь запишем формулы для коэффициента отражения  $r_a$  на границе  $x = 0$  и отражательной ( $R_a$ ) и пропускательной ( $T_a$ ) способности пластины:

$$\begin{aligned} r_a &= \frac{Q_a}{P_a} = \\ &= \frac{\left( \left( 1 - \frac{\chi_b}{\chi_a} \right)^2 + \left( \frac{\chi_b}{\chi_{\text{film}}} - \frac{\chi_{\text{film}}}{\chi_a} \right)^2 \text{tg}^2 \phi_h \right)^{1/2}}{\left( \left( 1 + \frac{\chi_b}{\chi_a} \right)^2 + \left( \frac{\chi_b}{\chi_{\text{film}}} + \frac{\chi_{\text{film}}}{\chi_a} \right)^2 \text{tg}^2 \phi_h \right)^{1/2}}, \quad (6) \\ R_a &= \frac{Q_a^2}{P_a^2} = r_a^2, \quad T_a = 1 - R_a. \end{aligned}$$

Формулы (6) находятся в согласии с известными формулами Эйри, получаемыми при рассмотрении многолучевой интерференции волн в прозрачной пластине [20]. Так, согласно (6), при значениях  $2\phi_h = 2\pi m$  и  $\pi(2m + 1)$  для  $R_a$  достигаются экстремальные значения равные, соответственно,  $(\chi_a - \chi_b)^2 / (\chi_a + \chi_b)^2$  и  $(\chi_a\chi_b - \chi_{\text{film}}^2)^2 / (\chi_a\chi_b + \chi_{\text{film}}^2)^2$ . В частности, в интерференционных минимумах отражения, возникающих, например, при одновременном выполнении условий: 1)  $2\phi_h = 2\pi m$  и  $\chi_a = \chi_b$  или 2)  $2\phi_h = \pi(2m + 1)$  и  $\chi_a \neq \chi_b$ ,  $\chi_{\text{film}}^2 = \chi_a\chi_b$  должны достигаться значения  $R_a$ , равные нулю. В общем случае при вариации угла падения  $\phi$  падающей волны  $\hat{P}_a$  должны наблюдаться чередующиеся максимумы и минимумы интенсивности отраженной  $\hat{Q}_a$  и преломленной  $\hat{G}_b$  волн.

## 2. ОТРАЖЕНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ОТ МНОГОСЛОЙНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗЕРКАЛА

Рассмотрим многослойное диэлектрическое зеркало (рис. 1в), состоящее из чередующихся  $f$ - и  $s$ -слоев с показателями преломления  $n_f$  и  $n_s$  и толщиной  $h$  и  $s$ , соответственно, и размещенное между однородными диэлектрическими средами с показателями преломления  $n_a$  ( $x < 0$ ) и  $n_b$  ( $x > H$ ). Удобно представлять данную структуру как обрамленный двумя однородными диэлектрическими средами ОФК, образованный многократным повторением составленной из двух слоев ( $f$ - и  $s$ -слоев) ячейки с размером  $\Lambda$  ( $\Lambda = h + s$ ). На рис. 1в показана всего одна такая ячейка, обрамленная двумя однородными средами. При падении плоской волны  $\hat{P}_a$  на нижнюю границу ( $x = 0$ ) ОФК в областях  $x < 0$  и  $x > H$  возникают, соответственно, отраженная  $\hat{Q}_a$  и преломленная  $\hat{G}_b$  плоские волны, а в области

$H > x > 0$  возбуждаются прямая и обратная ВФБ. Описание ТЕ-поляризованных ВФБ для случая неограниченного ОФК приводится нами в работах [8, 9]. В данной работе представим эти волны для случаев ТЕ- и ТМ-поляризации излучения в единой форме неоднородной волны  $\Psi_u(x, z, t)$ :

$$\Psi_u(x, z, t) = \Psi_u(x) \exp\{i[(\omega t + \Phi(x, z))]\}. \quad (7)$$

Здесь функции  $\Psi_u(x)$  и  $\Phi(x, z)$  задают, соответственно, распределение амплитуды и фазы волны. Поверхности постоянной амплитуды являются плоскостями, перпендикулярными оси  $x$ . Функция  $\Psi_u(x)$  – периодическая с периодом, равным  $\Lambda$ , так что, введя локальные координаты  $\xi_f = x - h/2 - \Lambda m$  и  $\xi_s = x - s/2 - h - \Lambda m$  (где  $m$  – номер ячейки ОФК), отсчитываемые от середин соответствующих слоев, для нее можно записать:

$$\Psi_u(x) = \begin{cases} \Psi_f(\xi_f) = (A^2 + B^2 + 2AB \cdot \cos(2\kappa_f \xi_f))^{1/2}, \\ \quad -h/2 < \xi_f < h/2, \\ \Psi_s(\xi_s) = (C^2 + D^2 + 2CD \cdot \cos(2\kappa_s \xi_s))^{1/2}, \\ \quad -s/2 < \xi_s < s/2. \end{cases} \quad (8)$$

Фазовая функция  $\Phi(x, z)$  зависит от двух координат, и, в общем случае, ВФБ – неплоская:

$$\Phi(x, z) = \phi_0 - K\Lambda(m + \varsigma) - \beta z - \phi_u(x), \quad (9)$$

где  $\phi_0$  имеет смысл начальной фазы волны, фазовый параметр  $\varsigma = 0$  в  $f$ -слоях при  $\Lambda m < x < \Lambda m + h$  и  $\varsigma = 1/2$  в  $s$ -слоях при  $\Lambda m + h < x < \Lambda(m + 1)$ , а  $\phi_u(x)$  – нелинейная составляющая фазовой функции  $\Phi(x, z)$ , задающая форму профиля волновых поверхностей ВФБ. Константа  $K$  (блоховское волновое число) может быть найдена из дисперсионного уравнения [8]:

$$\cos K\Lambda = \cos(\kappa_f h) \cos(\kappa_s s) - \frac{1}{2} \left( \frac{\chi_s}{\chi_f} + \frac{\chi_f}{\chi_s} \right) \sin(\kappa_f h) \sin(\kappa_s s), \quad \beta < k_0 n_s. \quad (10)$$

Распределение (8) поля ВФБ в слоях ОФК задается амплитудными коэффициентами  $A, B, C, D$  парциальных волн, которые при действительных  $\kappa_f, \kappa_s$  и  $K$  также являются действительными и зависят от параметров ячейки среды и блоховского волнового числа [8, 9]:

$$\begin{cases} A = A_0 \sin((\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2) \sin((\kappa_f h + \kappa_s s + K\Lambda)/2), \\ B = A_0 \sin((\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2) \times \\ \quad \times \sin((\kappa_f h - \kappa_s s - K\Lambda)/2) (\chi_s - \chi_f) / (\chi_s + \chi_f), \\ C = A_0 \sin((\kappa_f h + \kappa_s s + K\Lambda)/2) \sin(\kappa_f h) (\chi_s + \chi_f) / 2\chi_s, \\ D = A_0 \sin((\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2) \sin(\kappa_f h) (\chi_s - \chi_f) / 2\chi_s. \end{cases} \quad (11)$$

Формулы (11) являются обобщением формул (12) работы [8] и позволяют описывать особенности ТМ-поляризованных волн, которые ранее нами не рассматривались. Например, для случая ТМ-поляризации излучения, согласно (11), при выполнении условия  $\chi_s = \chi_f$  амплитуды  $B$  и  $D$  парциальных волн равны нулю, а коэффициенты  $A$  и  $C$  равны друг другу, ВФБ в  $f$ - и  $s$ -слоях фотонного кристалла имеет вид однородных плоских волн, для которых углы падения  $\alpha_f, \alpha_s$  на межслойные границы находятся в согласии с условиями Брюстера  $\text{tg}\alpha_f = n_s / n_f, \text{tg}\alpha_s = n_f / n_s$ . При этом дисперсионное уравнение (10) сводится к равенству  $\cos K\Lambda = \cos(\kappa_f h + \kappa_s s)$ .

Параметр  $A_0$  в (11) играет роль амплитуды ВФБ. В ограниченном ОФК для прямой и обратной волн этот параметр может различаться. Имеет смысл ввести в рассмотрение амплитудный коэффициент отражения  $r_u$  на границе  $x = H$  как отношение амплитуд  $A_{\text{down}}$  и  $A_{\text{up}}$  (в данном случае считаем эти параметры действительными), соответственно обратной и прямой ВФБ. Рассматривая условия непрерывности тангенциальных компонент полей волн, на межслойных границах внутри ОФК и на границах ОФК с прилегающими средами, можно получить для коэффициента  $r_u$ :

$$r_u = \frac{A_{\text{down}}}{A_{\text{up}}} = \frac{1 - F_u}{1 + F_u}, \quad (12)$$

$$F_u = \frac{\chi_b}{\chi_f} \left( \frac{A - B}{A + B} + \frac{4AB}{A^2 - B^2} \cos^2 \phi_h \right).$$

Модуль амплитудного коэффициента отражения  $r_{au}$  и энергетические коэффициенты отражения  $R_{au}$  и пропускания  $T_{au}$  плоской волны  $\hat{P}_a$ , полученные для ОФК с учетом интерференции прямой и обратной ВФБ, находятся из следующих формул:

$$r_{au} = \frac{Q_a}{P_a} = \left( \frac{r_a^2 + r_u^2 + 2r_a r_u \cos(2\phi_{\text{p.-q.}} + 2\phi_{\text{p.-d.}})}{1 + r_a^2 r_u^2 + 2r_a r_u \cos(2\phi_{\text{p.-q.}} + 2\phi_{\text{p.-d.}})} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

$$R_{au} = r_{au}^2, \quad T_{au} = 1 - R_{au},$$

где  $r_a$  – модуль амплитудного коэффициента отражения от полубесконечного ОФК:

$$r_a = \left( \frac{(\chi_a - \chi_f)^2 A^2 + (\chi_a + \chi_f)^2 B^2 + 2AB(\chi_a^2 - \chi_f^2) \cos \kappa_f h}{(\chi_a + \chi_f)^2 A^2 + (\chi_a - \chi_f)^2 B^2 + 2AB(\chi_a^2 - \chi_f^2) \cos \kappa_f h} \right)^{1/2}, \quad (14)$$

$2\phi_{p-q}$ ,  $2\phi_{p-d}$  – параметры согласования фаз волн<sup>3</sup> на границах  $x = 0$  и  $x = h$ :

$$2\phi_{p-q} = \arctg \frac{(\chi_f^2 - \chi_a^2)(A^2 - B^2) \sin 2\phi_h}{(\chi_f^2 - \chi_a^2)(A^2 + B^2) - 2AB(\chi_f^2 + \chi_a^2) \cos 2\phi_h} + \pi m_{p-q}, \quad (15)$$

$$2\phi_{p-d} = 2K\Lambda N + 2\arctg(\tg\phi_h(A - B) / (A + B)). \quad (16)$$

Здесь параметр  $\phi_{p-d}$  с точностью до величины  $2\pi$ , умноженной на целое число, равен фазовой задержке, возникающей для ВФБ при двойном прохождении ограниченного ОФК, параметр  $N$  задает число ячеек ограниченного ОФК, параметр  $\phi_{p-q}$  равен среднему значению фаз падающей и отраженной волн на границе  $x = 0$ , численные значения параметра  $m_{p-q}$  при вариации параметров ячейки ОФК и ВФБ могут принимать значения  $0 \pm 1$ . Анализ формул (13–16) показывает, что при вариации угла падения  $\phi$  плоской волны на ОФК должны возникать интерференционные максимумы и минимумы интенсивностей для отраженной и преломленной волн.

### 3. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА И ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В экспериментах в качестве исследуемой структуры использовалось многослойное интерференционное диэлектрическое зеркало, изготовленное на высоковакуумной установке ионно-лучевого нанесения диэлектрических слоев Aspira-150 (производитель – Изовак, Беларусь)<sup>4</sup>. Данная структура (образец) представляла собой стеклянную подложку (в качестве материала подложки использовалось стандартное слайдовое стекло, толщина подложки 0.7 мм, показатель преломления 1.52) с нанесенными на ее поверхность 10 парами чередующихся слоев  $Nb_2O_5$  (оксид ниобия (V), толщина 0.11 мкм, показатель преломления 2.27) и  $SiO_2$  (кварцевое стекло, толщина 0.18 мкм, показатель преломления 1.48). Материальные параметры слоев структуры и подложки предоставлены производителем. В экспериментах изучалась зависимость

<sup>3</sup> Индекс p.-d. – phase delay – фазовая задержка; в индексе p.-q. буква p указывает на волну  $P_a$ , а буква q указывает на волну  $Q_a$ . [Index p.-d. is a phase delay; in p.-q. index the letter p indicates the  $P_a$  wave, and the letter q indicates the  $Q_a$  wave.]

<sup>4</sup> <http://izovac.by/> (in Russ.). Дата обращения 27.09.2024. / Accessed September 27, 2024.

коэффициента пропускания  $T_a$  образца от угла падения  $\phi$  лазерного пучка света. На рис. 2 представлена схема эксперимента. Интенсивность излучения He-Ne-лазера<sup>5</sup> (1), прошедшего через поляризатор (2) и образец (4), установленный на столике гониометра (3), измерялась фотоприемником (5).

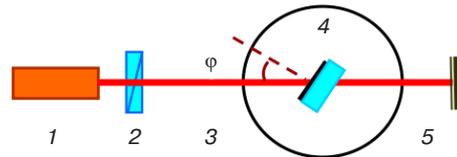


Рис. 2. Схема эксперимента

Согласно предварительным оценкам, выполненным по формулам (6), угловое расстояние между соседними максимумами интенсивности проходящего света должно быть наибольшим при значениях углов падения, близких к нулю (режим нормального падения) и углов падения близких к  $90^\circ$  (режим скользкого падения). Угловая ширина интерференционных резонансов в этих режимах наиболее велика, что также должно существенно упрощать уверенную регистрацию максимумов и минимумов интенсивности проходящего излучения при вариации угла падения  $\phi$ .

На рис. 3 для случая ТЕ-поляризованного излучения при вариации угла падения  $\phi$  в пределах от  $0^\circ$  до  $8^\circ$  представлены: измеренная интенсивность  $I_{trans}$  излучения (в относительных единицах, о.е.), прошедшего через образец, и рассчитанный по формулам (6) коэффициент пропускания  $T_a$  стеклянной пластины. В полном соответствии с предварительными расчетами при увеличении угла падения в пределах от  $0^\circ$  до  $8^\circ$  угловое расстояние между резонансами и их угловая ширина уменьшаются.

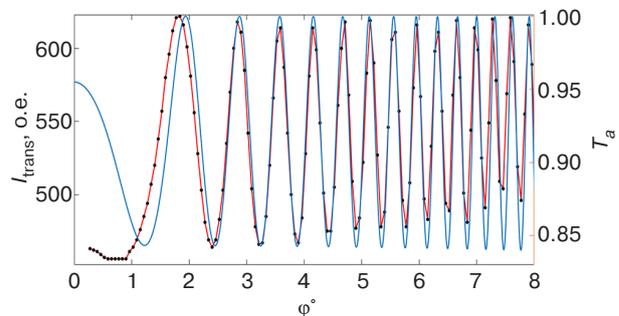
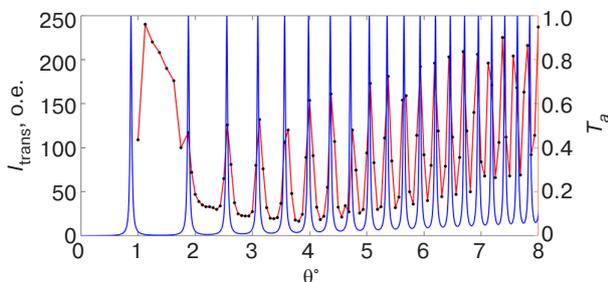


Рис. 3. Измеренная интенсивность  $I_{trans}$  (красная линия с точками) и рассчитанная функция пропускания  $T_a$  пластины с  $n_b = 1.52$  и  $d = 0.7$  мм (сплошная синяя линия) в зависимости от угла падения  $\phi$ . Длина волны излучения равна 0.6328 мкм

<sup>5</sup> Гелий-неоновый лазер.

На рис. 4 для случая ТЕ-поляризованного излучения представлены в зависимости от угла скольжения  $\theta$  ( $\theta = \pi/2 - \varphi$ ): измеренная интенсивность  $I_{\text{trans}}$  излучения (в о.е.), прошедшего через образец, и рассчитанный по формулам (6) коэффициент пропускания  $T_a$  стеклянной пластины.

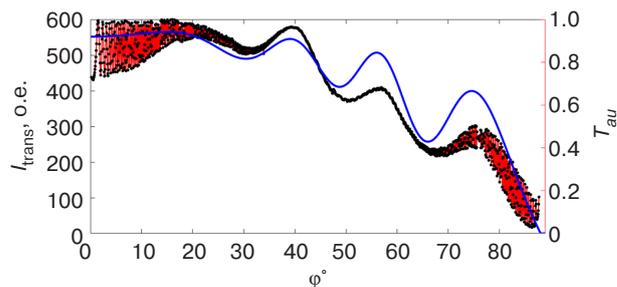


**Рис. 4.** Измеренная интенсивность  $I_{\text{trans}}$  (красная линия с точками) и рассчитанная функция пропускания  $T_a$  пластины с  $n_b = 1.52$  и  $d = 0.7$  мм (сплошная синяя линия) в зависимости от угла скольжения  $\theta$ . Длина волны излучения равна 0.6328 мкм

В данном режиме скользящего падения при увеличении угла скольжения  $\theta$  в представленных пределах от  $0^\circ$  до  $8^\circ$  также в полном согласии с предварительными оценками отчетливо фиксируется заметное уменьшение угловой ширины и углового расстояния между наблюдаемыми резонансами.

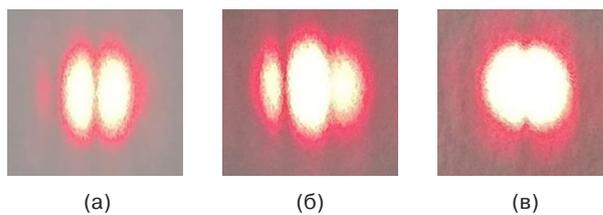
Представленные на рис. 3 и 4 зависимости отчетливо демонстрируют наличие интерференционных резонансов тонкой диэлектрической пластины. Вместе с тем следует заметить для представленных зависимостей  $I_{\text{trans}}$  наличие значительного роста пропускания в максимумах и минимумах интенсивности как при увеличении угла падения  $\varphi$  (в режиме, близком к нормальному падению), так и при увеличении угла скольжения  $\theta$  (в режиме, близком к скользящему падению). Данные особенности объясняются влиянием нанесенных на стеклянную пластину слоев  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  и  $\text{SiO}_2$ , интерференция волн в которых должна приводить к дополнительным модуляциям интенсивности проходящего через образец излучения.

На рис. 5 для случая вариации угла падения  $\varphi$  в пределах от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  представлены измеренная интенсивность  $I_{\text{trans}}$  ТЕ-поляризованного излучения He-Ne-лазера (в о.е.), прошедшего через образец (красный цвет, черные точки), и рассчитанная по формулам (13) функция пропускания  $T_{\text{au}}$  ОФК с параметрами ячейки:  $h = 0.11$  мкм,  $s = 0.18$  мкм,  $n_f = 2.27$ ,  $n_s = 1.48$  (сплошная синяя линия). Кристалл состоит из 10 ячеек, обрамлен двумя однородными средами с показателями преломления:  $n_a = 1$ ,  $n_b = 1.52$ . Согласно расчетам, в результате интерференции ВФБ в ОФК при вариации угла падения  $\varphi$  в диапазоне от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  должны наблюдаться четыре интерференционных максимума пропускания.



**Рис. 5.** Функция пропускания  $T_{\text{au}}$  ОФК (сплошная синяя линия) и измеренная интенсивность  $I_{\text{trans}}$  в зависимости от угла падения  $\varphi$  (красный цвет, черные точки). Длина волны равна 0.6328 мкм

Пропускание рассматриваемого образца определяется наложением на интерференционные резонансы стеклянной пластины интерференционных резонансов ОФК. Здесь следует заметить, что резонансы пропускания и соответствующие им резонансы отражения для стеклянной пластины отчетливо регистрируются с используемым лазером лишь в ограниченном интервале углов падения  $\varphi$  и скольжения  $\theta$ , не превышающих  $20^\circ$  (рис. 6а, 6б).



**Рис. 6.** Фотографии отраженного лазерного пучка при значениях угла падения  $\varphi$ : (а)  $12^\circ$ ; (б)  $75^\circ$ ; (в)  $50^\circ$

В диапазоне углов падения  $\varphi$  от  $30^\circ$  до  $70^\circ$  угловая ширина резонансов стеклянной пластины существенно меньше угловой расходимости лазерного пучка (рис. 6в), и эти быстрые модуляции интенсивности не разрешаются. При этом медленные модуляции интенсивности, обусловленные интерференцией ВФБ, находятся в полном соответствии с теорией.

Полученные результаты экспериментов и теоретического моделирования достаточно хорошо согласуются и демонстрируют наличие интерференции ВФБ в ОФК, в результате которой интенсивность излучения в максимумах и минимумах интерференционных резонансов тонкой стеклянной пластины может изменяться существенным образом. Таким образом, представление ВФБ в форме неоднородных волн может быть полезным для расчета и оптимизации параметров оптических элементов и устройств, в которых используются интерференционные эффекты в многослойных периодических структурах.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены точные выражения для коэффициентов отражения и прохождения для случая ограниченного ОФК со ступенчатым профилем показателя преломления на основе представления волн в виде линейной комбинации Флоке – Блоха. Установлено качественное согласование экспериментальных измерений коэффициента пропускания плоской ТЕ-волны, падающей из полупространства на ограниченный фотонный кристалл с теоретическими вычислениями. На графике (рис. 5) отчетливо наблюдаются быстрые модуляции интенсивности, что находится в соответствии с известными выражениями Эйри, получаемыми в случае многолучевой интерференции волн в прозрачной пластине при вариации угла падения волны. Толщина стеклянной подложки во много раз больше толщины фотонного кристалла и длины волны лазерного излучения, что приводит к большой фазовой задержке, поэтому должны наблюдаться быстро чередующиеся максимумы и минимумы интенсивности, которые с трудом разрешаются при измерениях. Медленные же модуляции интенсивности в свою очередь, обусловлены интерференцией ВФБ в фотонном кристалле, где при небольшом блоховском волновом векторе фазовый набег намного меньше.

## БЛАГОДАРНОСТИ

И.А. Недоспасов благодарит Российский научный фонд (проект № 22-79-10267) за частичную поддержку.

## ACKNOWLEDGMENTS

I.A. Nedospasov thanks the Russian Science Foundation (grant No. 22-79-10267) for financial support.

### Вклад авторов

**Д.Х. Нурлигареев** – Введение, разделы 1 и 2 (вывод точных формул для коэффициентов отражения и пропускания для случаев ограниченного одномерного фотонного кристалла со ступенчатым профилем показателя преломления и многослойного диэлектрического зеркала), Заключение.

**И.А. Недоспасов** – Резюме, раздел 3 (выполнение расчетов и построение графиков зависимостей интенсивностей и функции пропускания исследуемых структур).

**К.Ю. Харитонов** – раздел 3 (выполнение измерений и построение экспериментальных зависимостей интенсивностей излучения).

### Authors' contributions

**D.Kh. Nurligareev** – derivation of exact formulas for reflection and transmission coefficients for the cases of a limited one-dimensional photonic crystal with a stepped refractive index profile and a multilayer dielectric mirror; writing the Introduction, Conclusions, and the 1st and 2nd sections of the article.

**I.A. Nedospasov** – performing calculations and plotting dependencies of intensities and transmission functions of the studied structures; writing the Abstract and the 3rd section of the article.

**K.Yu. Kharitonova** – performing measurements and constructing experimental dependencies of radiation intensities; writing the 3rd section of the article.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lord Rayleigh. On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with periodic structure. *Phyl. Mag. Ser. 5*. 1887;24(147):145–159. <https://doi.org/10.1080/14786448708628074>
2. Lord Rayleigh. On the remarkable phenomenon of crystalline reflection described by Prof. Stokes. *Phyl. Mag. Ser. 5*. 1888;26(160):256–265. <https://doi.org/10.1080/14786448808628259>
3. Floquet G. Sur les equations differentielles linearies a coefficients periodiques. (*Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, Serie 2*) *Ann. Ecole Norm. Sup.* 1883;12:47–88. <https://doi.org/10.24033/asens.220>
4. Bloch F. Uber die Quantenmechanic der elektronen in kristallgittern. *Z. Phys.* 1929;52(85):555–600. <https://doi.org/10.1007/BF01339455>
5. Elachi C. Waves in active and passive periodical structures: A review. *Proc. IEEE*. 1976;64(12):1666–1698. <https://doi.org/10.1109/PROC.1976.10409>, URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/216300643.pdf>
6. Winn J.N., Fink Y., Fan S., Joannopoulos J.D. Omnidirectional reflection from a one-dimensional photonic crystal. *Opt. Lett.* 1998;23(20):1573–1575. <https://doi.org/10.1364/ol.23.001573>
7. Chigrin D.N., Lavrinenko A.V., Yarotsky D.A., Gaponenko S.V. Observation of total omnidirectional reflection from a one-dimensional dielectric lattice. *Appl. Phys. A*. 1999;68(1):25–28. <https://doi.org/10.1007/s003390050849>
8. Нурлигареев Д.Х., Сычугов В.А. Распространение света в одномерном фотонном кристалле: анализ методом функции Флоке-Блоха. *Квантовая электроника*. 2008;38(5):452–461. URL: <https://www.elibrary.ru/tteynf>
9. Нурлигареев Д.Х. Волны Флоке-Блоха одномерного фотонного кристалла: общая теория. *Наукоемкие технологии*. 2009;10(9):12–23.
10. Нурлигареев Д.Х., Сычугов В.А. Методика определения параметров ячейки ограниченного одномерного фотонного кристалла, основанная на формализме функций Флоке-Блоха. *Краткие сообщения по физике Физического института им. П.Н. Лебедева РАН*. 2012;2:3–10. URL: <https://www.elibrary.ru/ouillp>

11. Caffrey S., Morozov G.V., Sprung D.W.L., Martorell J. Floquet–Bloch solutions in a sawtooth photonic crystal. *Opt. Quantum Electron.* 2017;49(3):112. <https://doi.org/10.1007/s11082-017-0939-1>
12. Ibrahim A., Sprung D.W.L., Morozov G.V. Construction and Floquet–Bloch analysis of analytically solvable Hill equations with smooth potentials. *J. Opt. Soc. Am. B.* 2018;35(6):1223–1232. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.35.001223>
13. Shmat'ko A.A., Mizernik V.N., Odarenko E.N. Floquet–Bloch waves in magnetophotonic crystals with transverse magnetic field. *J. Electromagn. Waves Appl.* 2020;34(12):1667–1679. <https://doi.org/10.1080/09205071.2020.1780955>
14. Yeh P., Yariv A., Hong C.S. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. 1. General theory. *J. Opt. Soc. Am.* 1977;67(4):423–438. <https://doi.org/10.1364/JOSA.67.000423>
15. Walpita L.M. Solutions for planar optical waveguide equations by selecting zero elements in a characteristic matrix. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1985;2(4):595–602. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.2.000595>
16. Konopsky V. Design of 1D Photonic Crystals Sustaining Optical Surface Modes. *Coatings.* 2022;12(10):1489. <https://doi.org/10.3390/coatings12101489>
17. Segovia-Chaves F., Vinck-Posada H., Trabelsi Y., Ali N.B. Transmittance spectrum in a one-dimensional photonic crystal with Fibonacci sequence superconductor–semiconductor. *Optik.* 2020;217:164803. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.164803>
18. Panda A., Pukhrambam P.D., Wu F., Belhadj W. Graphene-based 1D defective photonic crystal biosensor for real-time detection of cancer cells. *Eur. Phys. J. Plus.* 2021;136(8):809. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-01796-z>
19. Liu Z., Li X., Chen C., Wang X., Gao W., Ye W., Li L., Liu J. Bound states in the continuum in asymmetric one-dimensional photonic crystal systems guided by anisotropy. *Opt. Express.* 2023;31(5):8384–8392. <https://doi.org/10.1364/OE.482894>
20. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*: пер с англ. М.: Наука; 1970. 856 с.

## REFERENCES

1. Lord Rayleigh. On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with periodic structure. *Phyl. Mag. Ser. 5.* 1887;24(147):145–159. <https://doi.org/10.1080/14786448708628074>
2. Lord Rayleigh. On the remarkable phenomenon of crystalline reflection described by Prof. Stokes. *Phyl. Mag. Ser. 5.* 1888;26(160):256–265. <https://doi.org/10.1080/14786448808628259>
3. Floquet G. Sur les equations differentielles lineaires a coefficients periodiques. (*Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, Serie 2*) *Ann. Ecole Norm. Sup.* 1883;12:47–88. <https://doi.org/10.24033/asens.220>
4. Bloch F. Uber die Quantenmechanik der elektronen in kristallgittern. *Z. Phys.* 1929;52(85):555–600. <https://doi.org/10.1007/BF01339455>
5. Elachi C. Waves in active and passive periodical structures: A review. *Proc. IEEE.* 1976;64(12):1666–1698. <https://doi.org/10.1109/PROC.1976.10409>. Available from URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/216300643.pdf>
6. Winn J.N., Fink Y., Fan S., Joannopoulos J.D. Omnidirectional reflection from a one-dimensional photonic crystal. *Opt. Lett.* 1998;23(20):1573–1575. <https://doi.org/10.1364/OL.23.001573>
7. Chigrin D.N., Lavrinenko A.V., Yarotsky D.A., Gaponenko S.V. Observation of total omnidirectional reflection from a one-dimensional dielectric lattice. *Appl. Phys. A.* 1999;68(1):25–28. <https://doi.org/10.1007/s003390050849>
8. Nurligareev D.K., Sychugov V.A. Propagation of light in a one-dimensional photonic crystal: analysis by the Floquet–Bloch function method. *Quantum Electron.* 2008;38(5):452–461. <https://doi.org/10.1070/QE2008v038n05ABEH013653>  
[Original Russian Text: Nurligareev D.K., Sychugov V.A. Propagation of light in a one-dimensional photonic crystal: analysis by the Floquet–Bloch function method. *Kvantovaya elektronika.* 2008;38(5):452–461. Available from URL: <https://www.elibrary.ru/tteynf> ]
9. Nurligareev D.K. Floquet-Bloch waves of a one-dimensional photonic crystal: a general theory. *Naukoemkie tekhnologii.* 2009;10(9):12–23 (in Russ.).
10. Nurligareev D.K., Sychugov V.A. Technique for determining the cell parameters of the confined one-dimensional photonic crystal, based on the Floquet-Bloch formalism. *Bull. Lebedev Phys. Inst.* 2012;39(2):33–37. <https://doi.org/10.3103/S1068335612020017>  
[Original Russian Text: Nurligareev D.K., Sychugov V.A. Technique for determining the cell parameters of the confined one-dimensional photonic crystal, based on the Floquet-Bloch formalism. *Kratkie soobshcheniya po fizike.* 2012;2:3–10 (in Russ.). Available from URL: <https://www.elibrary.ru/ouillp> ]
11. Caffrey S., Morozov G.V., Sprung D.W., Martorell J. Floquet–Bloch solutions in a sawtooth photonic crystal. *Opt. Quantum Electron.* 2017;49(3):112. <https://doi.org/10.1007/s11082-017-0939-1>
12. Ibrahim A., Sprung D.W.L., Morozov G.V. Construction and Floquet–Bloch analysis of analytically solvable Hill equations with smooth potentials. *J. Opt. Soc. Am. B.* 2018;35(6):1223–1232. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.35.001223>
13. Shmat'ko A.A., Mizernik V.N., Odarenko E.N. Floquet–Bloch waves in magnetophotonic crystals with transverse magnetic field. *J. Electromagn. Waves Appl.* 2020;34(12):1667–1679. <https://doi.org/10.1080/09205071.2020.1780955>
14. Yeh P., Yariv A., Hong C.S. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. 1. General theory. *J. Opt. Soc. Am.* 1977;67(4):423–438. <https://doi.org/10.1364/JOSA.67.000423>
15. Walpita L.M. Solutions for planar optical waveguide equations by selecting zero elements in a characteristic matrix. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1985;2(4):595–602. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.2.000595>
16. Konopsky V. Design of 1D Photonic Crystals Sustaining Optical Surface Modes. *Coatings.* 2022;12(10):1489. <https://doi.org/10.3390/coatings12101489>

17. Segovia-Chaves F., Vinck-Posada H., Trabelsi Y., Ali N.B. Transmittance spectrum in a one-dimensional photonic crystal with Fibonacci sequence superconductor–semiconductor. *Optik*. 2020;217:164803. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.164803>
18. Panda A., Pukhrambam P.D., Wu F., Belhadj W. Graphene-based 1D defective photonic crystal biosensor for real-time detection of cancer cells. *Eur. Phys. J. Plus*. 2021;136(8):809. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-01796-z>
19. Liu Z., Li X., Chen C., Wang X., Gao W., Ye W., Li L., Liu J. Bound states in the continuum in asymmetric one-dimensional photonic crystal systems guided by anisotropy. *Opt. Express*. 2023;31(5):8384–8392. <https://doi.org/10.1364/OE.482894>
20. Born M., Wolf E. *Osnovy optiki (Principles of Optics)*. Transl. from Engl. Moscow: Nauka; 1970. 856 p. (in Russ.). [Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. Oxford, London, Edinburgh, New York, Paris, Frankfurt: Pergamon Press; 1964, 856 p.]

#### Об авторах

**Нурлигареев Джамиль Хайдарович**, д.ф.-м.н., профессор, кафедра физики, Институт перспективных технологий и промышленного программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: nurligareev@mirea.ru. Scopus Author ID 6602356533, ResearcherID L-5323-2018, SPIN-код РИНЦ 3651-6149, <https://orcid.org/0009-0006-6412-0580>

**Недоспасов Илья Александрович**, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, ФГБУН «Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук» (ИРЭ РАН) (125009, Россия, Москва, ул. Моховая, д. 11); доцент, кафедра физики, Институт перспективных технологий и промышленного программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: nedospasov@mirea.ru. Scopus Author ID 56415098900, ResearcherID G-6191-2016, SPIN-код РИНЦ 4300-8750, <https://orcid.org/0000-0002-8185-5072>

**Харитоновна Ксения Юрьевна**, к.ф.-м.н., доцент, кафедра физики, Институт перспективных технологий и промышленного программирования, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78). E-mail: kharitonova\_k@mirea.ru. Scopus Author ID 6603407254. <https://orcid.org/0009-0008-2967-8372>

#### About the authors

**Dzamil Kh. Nurligareev**, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Physics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: nurligareev@mirea.ru. Scopus Author ID 6602356533, ResearcherID L-5323-2018, RSCI SPIN-code 3651-6149, <https://orcid.org/0009-0006-6412-0580>

**Iliya A. Nedospasov**, Cand. Sci. (Phys.–Math.), Senior Researcher, Kotelnikov Institute of Radio engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences (11, Mokhovaya ul., Moscow, 125009 Russia); Associate Professor, Department of Physics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: nedospasov@mirea.ru. Scopus Author ID 56415098900, ResearcherID G-6191-2016, RSCI SPIN-code 4300-8750, <https://orcid.org/0000-0002-8185-5072>

**Kseniya Yu. Kharitonova**, Cand. Sci. (Phys.–Math.), Associate Professor, Department of Physics, Institute for Advanced Technologies and Industrial Programming, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454 Russia). E-mail: kharitonova\_k@mirea.ru. Scopus Author ID 6603407254. <https://orcid.org/0009-0008-2967-8372>